

Тема: определенный интеграл Римана

Цель работы: понять определение интеграла Римана и смежные понятия (суммы Дарбу, критерии интегрируемости)

Задание: для данной функции на данном отрезке для равномерных разбиений построить суммы Дарбу, доказать интегрируемость и получить значение интеграла. Проверить численно.

### Часть 1. Аналитический метод

1. Построить верхнюю и нижнюю суммы Дарбу для равномерного разбиения (на  $n$  частей).
2. Проверить критерий Римана интегрируемости функции, сделать вывод. Как ещё можно доказать интегрируемость данной функции?
3. Найти пределы сумм Дарбу, сделать вывод о значении интеграла.
4. Проверить результат с помощью формулы Ньютона – Лейбница.

### Часть 2. Численный метод

1. Написать программу (функцию), которая вычисляет интегральные суммы со следующими параметрами:
  - функция, для которой требуется посчитать интегральные суммы;
  - отрезок, на котором считать интегральные суммы;
  - размер разбиения  $n$ ;
  - способ выбора оснащения (левые/правые/средние/случайные точки отрезка).
2. Добавить визуализацию решения – график функции на заданном отрезке и соответствующие интегральные суммы.
3. Для функции и отрезка из аналитической части собрать в таблицу результаты и привести графики для различных  $n$  и оснащений (ограничьтесь разумной точностью). Сравнить результаты между собой и с ответом из аналитической части
- 4\*. (Для желающих) Добавить приближенное вычисление интеграла методом трапеций. Сравнить с результатами из п.3.

### Требования к оформлению лабораторной работы:

1. Аналитическая часть отчета оформляется как домашняя работа. Её можно писать на листочке, на планшете, на компьютере. Формат отчёта - один .pdf файл.
  - 1.33 Если пишете от руки, то следите за почерком. Неразборчивые работы проверяться не будут.
  - 1.66 Следите за оформлением (на компьютере в том числе). Выносите каждое преобразование формулы/равенства на отдельную строку.
  2. Программу для численного метода можно писать на любом языке программирования. В отчёте укажите версию языка/компилятора.
  3. Работа должна быть выполнена вами самостоятельно. Списывание и содействие списыванию будут наказываться.
  - 3.5. Для построения графиков допускается использование сторонних библиотек.
  4. Следите за понятностью и чистотой вашего кода. Не стесняйтесь оставлять комментарии.
- Пример построения графиков в Java: <https://github.com/itmo-ct-calculus-2022/Java-XChart-example>

$$f(x) = \sin(\pi x/4) + x - 2, [0, 8].$$