

Abschlusspräsentation zum Colpitts Oszillator

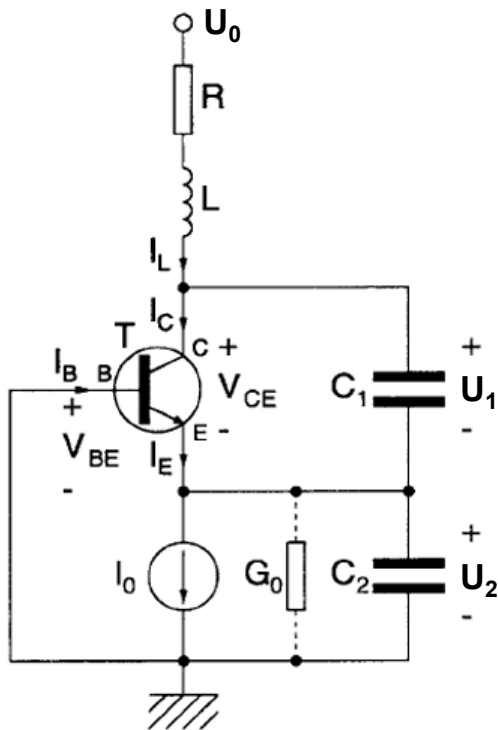
Lennart und Richard Mende (25EIM-AT)

GLIEDERUNG

1. Modellbildung
2. Gleichgewichtslage und Stabilität
3. Lineare Zustandsrückführung
4. Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

1. Modellbildung

Schaltkreis



Zustandsraummodell

$$\dot{U}_1 = -\frac{I_S}{C_1} \exp\left(-\frac{U_2}{U_T}\right) + \frac{1}{C_1} I_L$$

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{C_2} I_L - \frac{1}{C_2} I_0$$

$$\dot{I}_L = -\frac{1}{L} U_1 - \frac{1}{L} U_2 - \frac{R}{L} I_L + \frac{1}{L} U_0$$

Parameterwerte

$$\begin{aligned} I_S &= 10 \text{ nA} \\ U_T &= 26 \text{ mV} \\ C_1 &= 100 \text{ nF} \\ C_2 &= 1 \text{ }\mu\text{F} \\ R &= 1 \text{ k}\Omega \\ L &= 10 \text{ mH} \end{aligned}$$

Quelle: G.M. Maggio et al., Nonlinear Analysis of the Colpitts Oscillator and Applications to Design, IEEE Trans. Circuits and Systems 46, 1118-1130, 1999

2. Gleichgewichtslage und Stabilität

Gleichgewichtslage

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{I}_L \end{pmatrix} = 0 \rightarrow \bar{x} = \begin{pmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \\ \bar{I}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{U}_0 - 10^3 \bar{I}_0 + 0.0257 \ln(10^8 \bar{I}_0) \\ -0.0257 \ln(10^8 \bar{I}_0) \\ \bar{I}_0 \end{pmatrix}$$

Jacobi-Matrix am Arbeitspunkt

$$J = \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x = \bar{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 3.89 \cdot 10^8 \bar{I}_0 & 10^7 \\ 0 & 0 & 10^6 \\ -100 & -100 & -10^5 \end{pmatrix}$$

2. Gleichgewichtslage und Stabilität

Aussagen zur lokalen Stabilität

lokale Stabilität, falls gilt: $Re(eig_{1,2,3}(J)) < 0$

$$\bar{I}_{0,krit} = 2.83 \text{ mA}$$

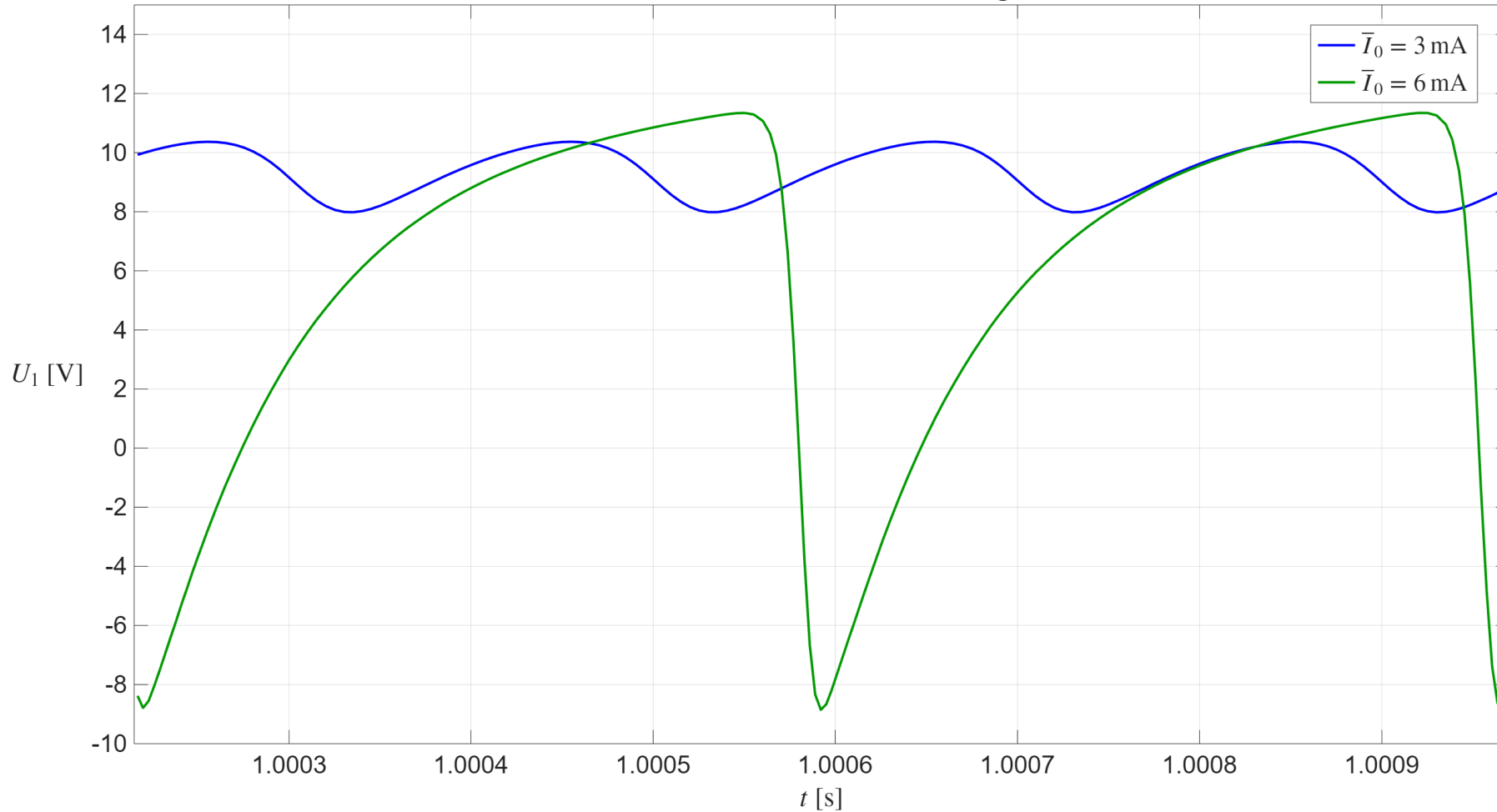
$0 < \bar{I}_0 < \bar{I}_{0,krit}$: $Re(eig_{1,2,3}(J)) < 0 \rightarrow$ **lokale Stabilität**

$\bar{I}_0 > \bar{I}_{0,krit}$: $Re(eig_1(J)) < 0$ und $Re(eig_{2,3}(J)) > 0 \rightarrow$ **keine lokale Stabilität**

Bifurkation (Phänomen nichtlinearer Systeme)

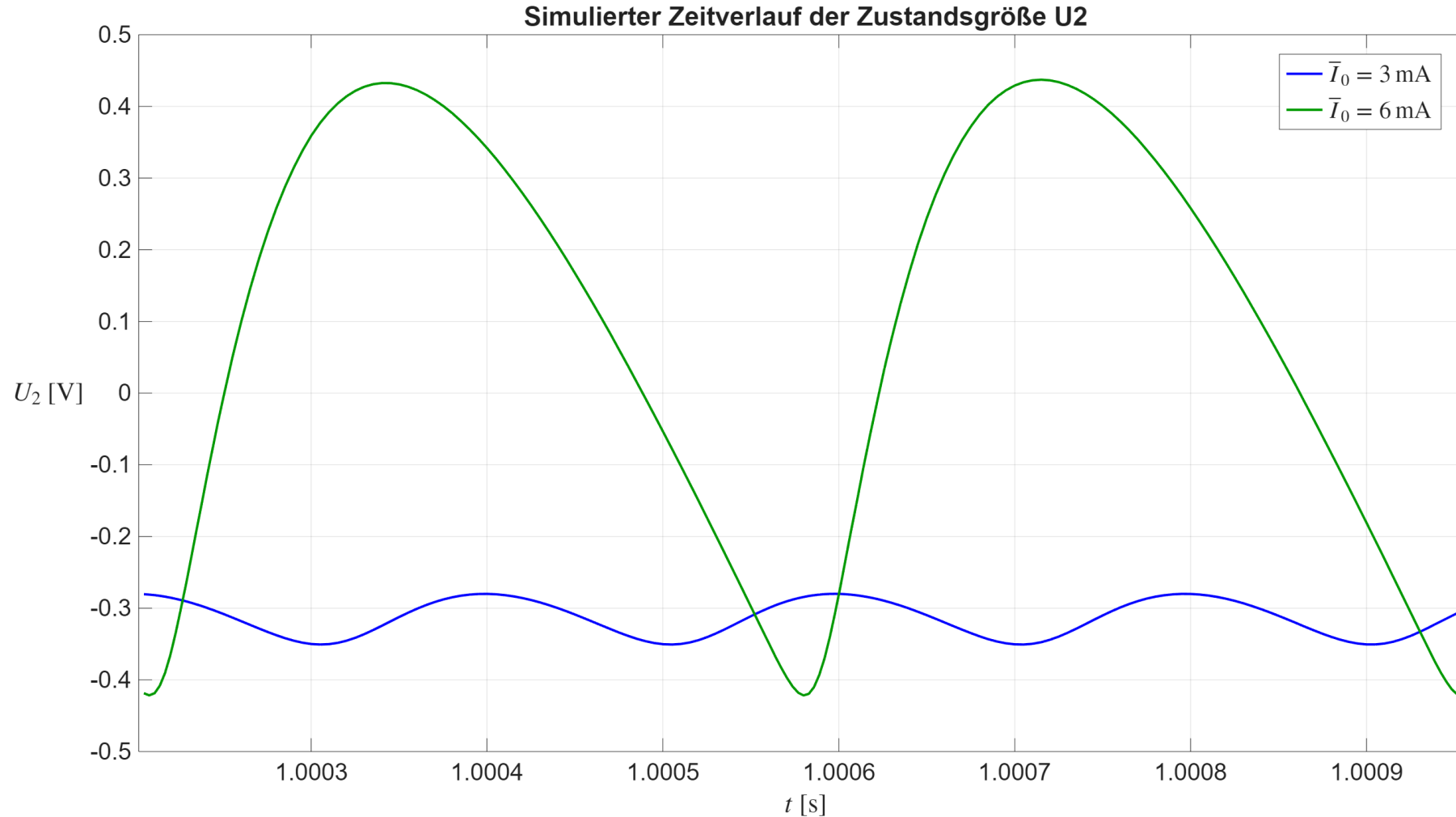
2. Gleichgewichtslage und Stabilität

Simulierter Zeitverlauf der Zustandsgröße U_1



$$\bar{I}_0 > \bar{I}_{0,krit}$$

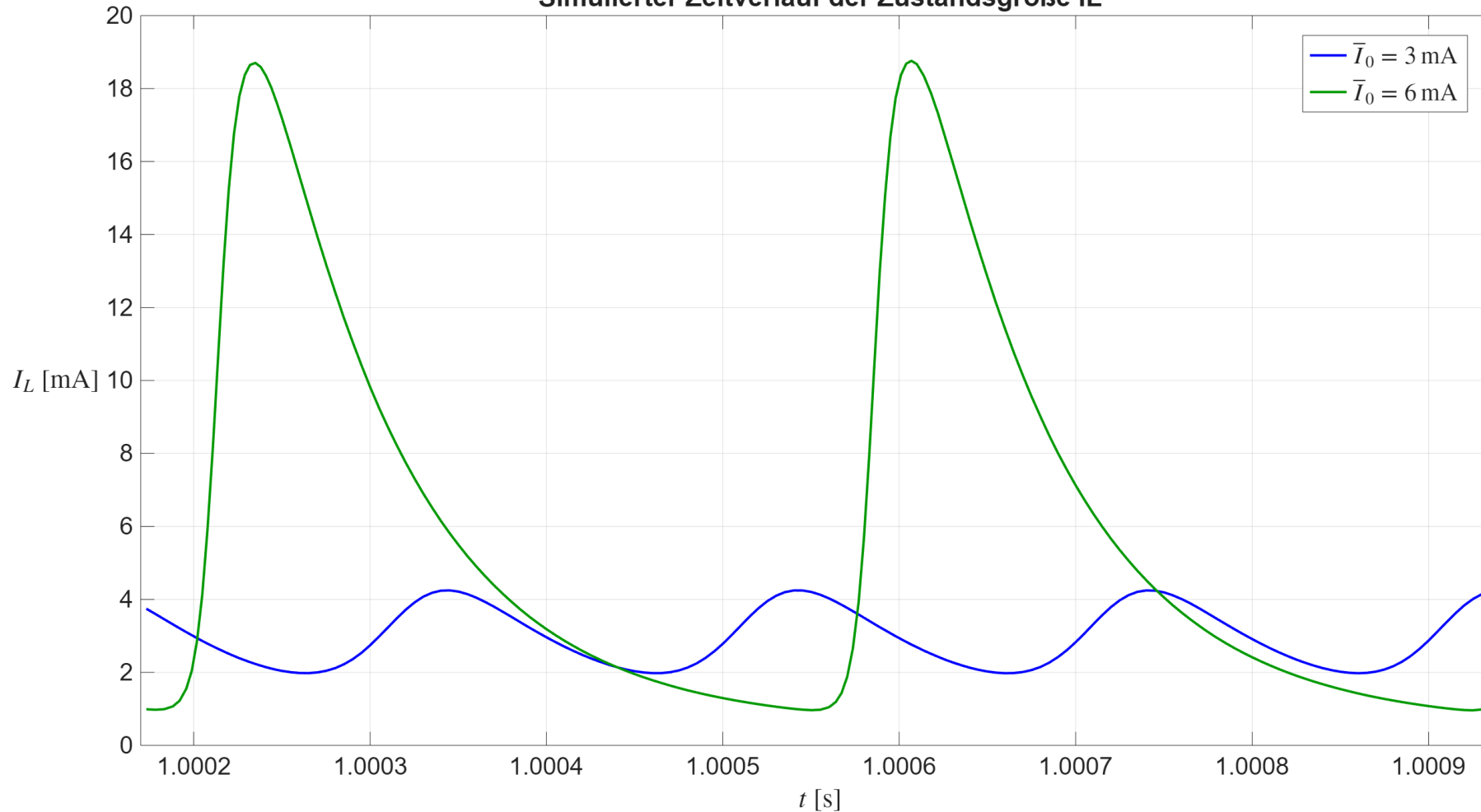
2. Gleichgewichtslage und Stabilität



$$\bar{I}_0 > \bar{I}_{0,krit}$$

2. Gleichgewichtslage und Stabilität

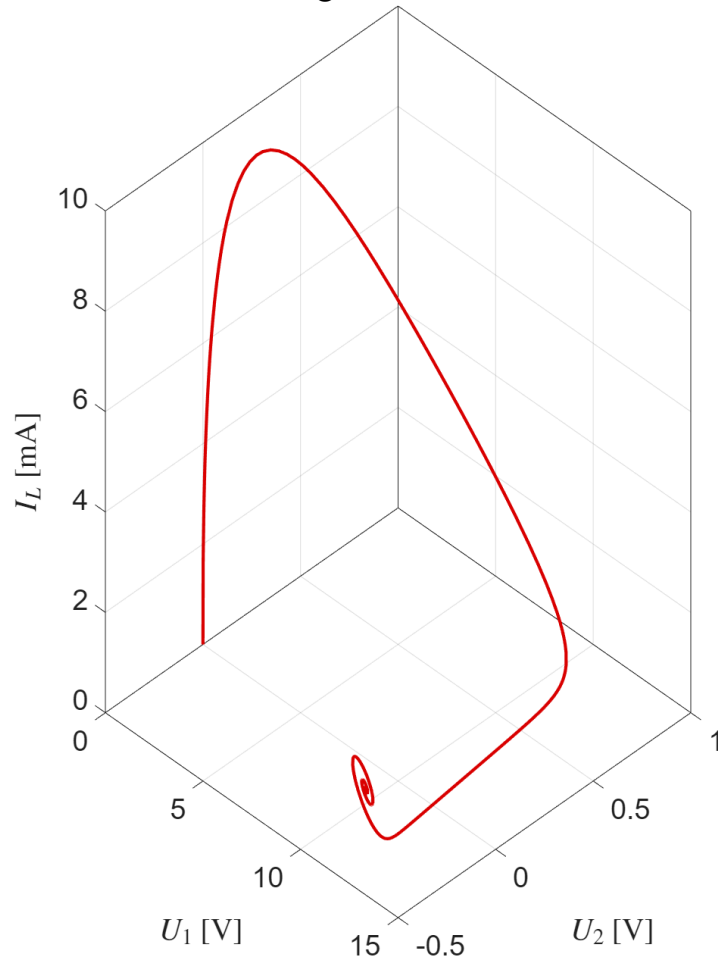
Simulierter Zeitverlauf der Zustandsgröße I_L



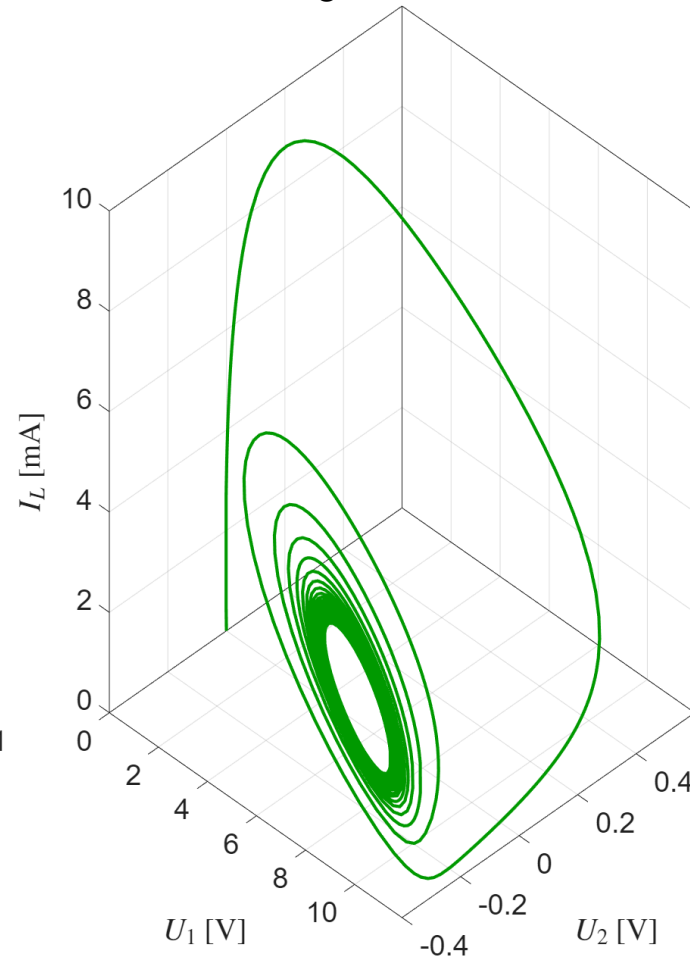
$$\bar{I}_0 > \bar{I}_{0,krit}$$

2. Gleichgewichtslage und Stabilität

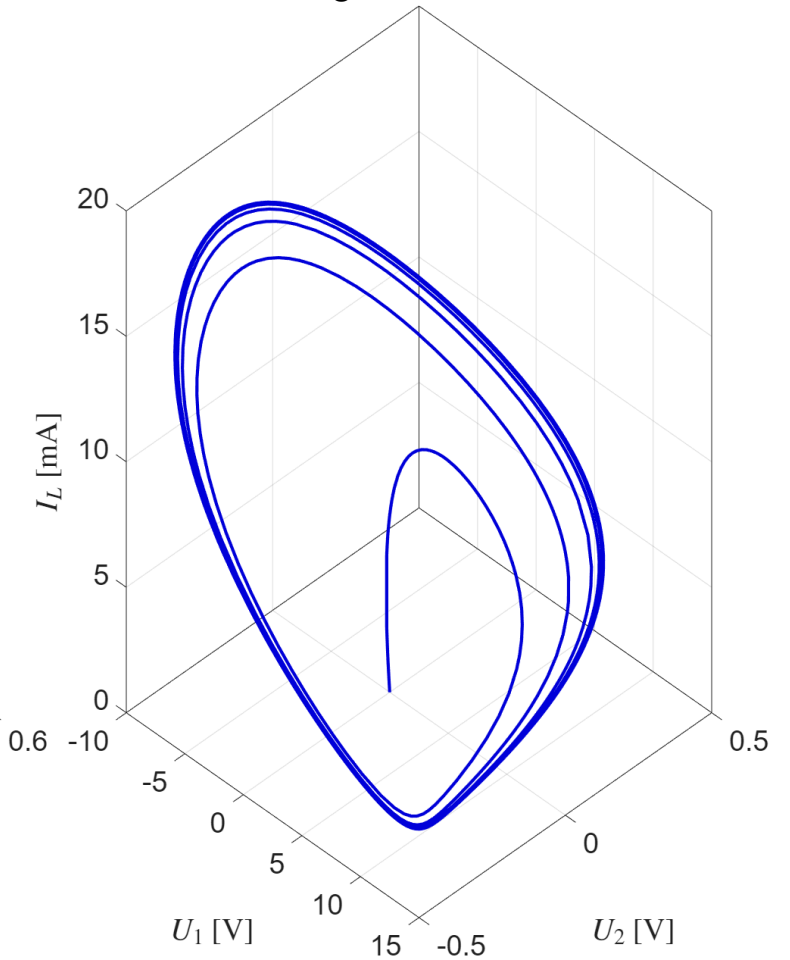
$$\bar{I}_0 = 1 \text{ mA}$$



$$\bar{I}_0 = 3 \text{ mA}$$



$$\bar{I}_0 = 6 \text{ mA}$$



3. Lineare Zustandsrückführung

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u$$

$$\Delta \dot{x} = (A - BG) \Delta x$$

$$eig_{1/2} = -2 \pm 2j$$

$$eig_3 = -10$$

$$A = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x = \bar{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 3.89 \cdot 10^8 \bar{I}_0 & 10^7 \\ 0 & 0 & 10^6 \\ -100 & -100 & -10^5 \end{pmatrix}$$

$$B = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{u = \bar{u}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -10^6 \\ 100 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} -1 & -1.0149 & -999.9383 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \Delta u = -G \Delta x \rightarrow u = \bar{u} - G (x - \bar{x})$$

4. Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x) u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad f(x) = \begin{pmatrix} 10^7 I_L - 0.1 \exp(38.92 U_2) \\ 10^6 I_L \\ -10^5 I_L - 100 U_1 - 100 U_2 \end{pmatrix} \quad g(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -10^6 \\ 100 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(1) \quad y = h(x) = U_1 \rightarrow r = 2$$

$$r = 1: A = 0; B = 1; C = 1; G = 5$$

$$(2) \quad y = h(x) = U_2 \rightarrow r = 1$$

$$r = 2: A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; C = (1 \quad 0); G = (50 \quad 10)$$

$$(3) \quad y = h(x) = I_L \rightarrow r = 1$$

$$z = \begin{pmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{r-1} h(x) \end{pmatrix}$$

$$\dot{z} = A z + B v$$

$$y = C z$$

$$v = -G (z - z_{soll})$$

$$u = \alpha^{-1}(v - \beta)$$

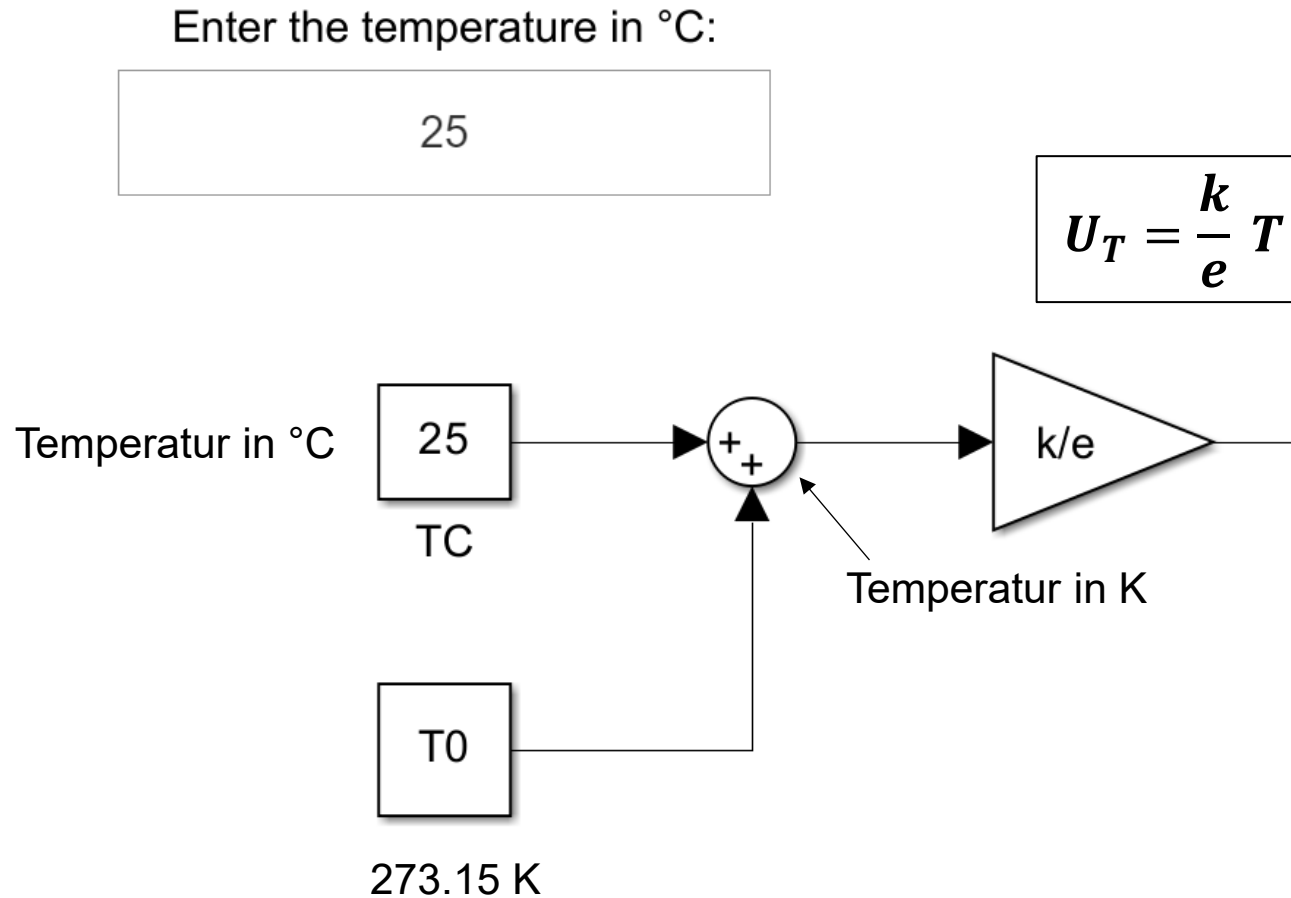
$$\alpha = (L_{g_1} L_f^{r-1} h(x) \quad L_{g_2} L_f^{r-1} h(x))$$

$$\beta = L_f^r h(x)$$



VIELEN DANK FÜR IHRE AUFMERKSAMKEIT!

3. Simulink-Modell der Regelstrecke



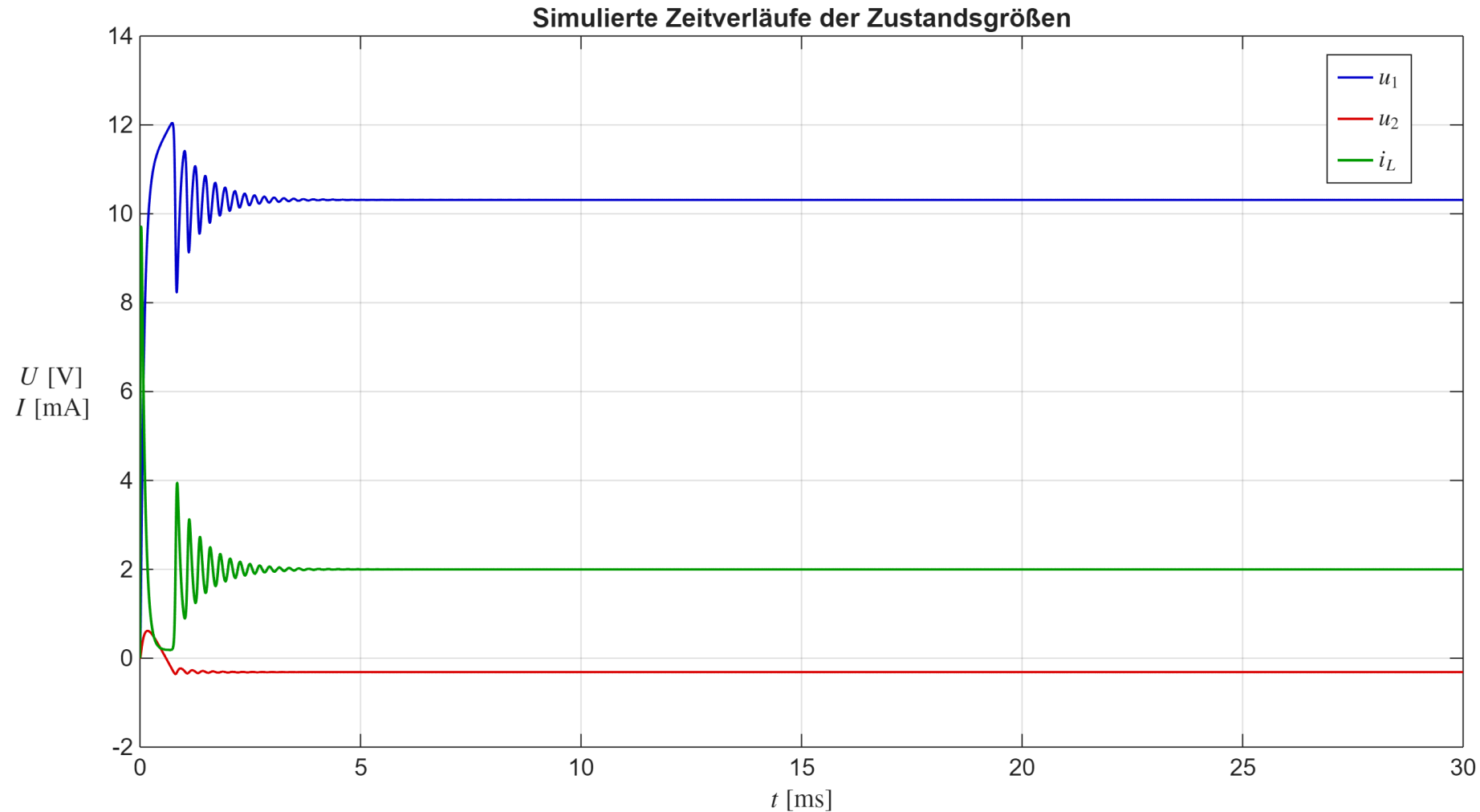
Boltzmann-Konstante

$$k = 1.4 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Elementarladung

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$$

3. Simulink-Modell der Regelstrecke



$$\bar{I}_0 = 2 \text{ mA} < \bar{I}_{0,krit}$$

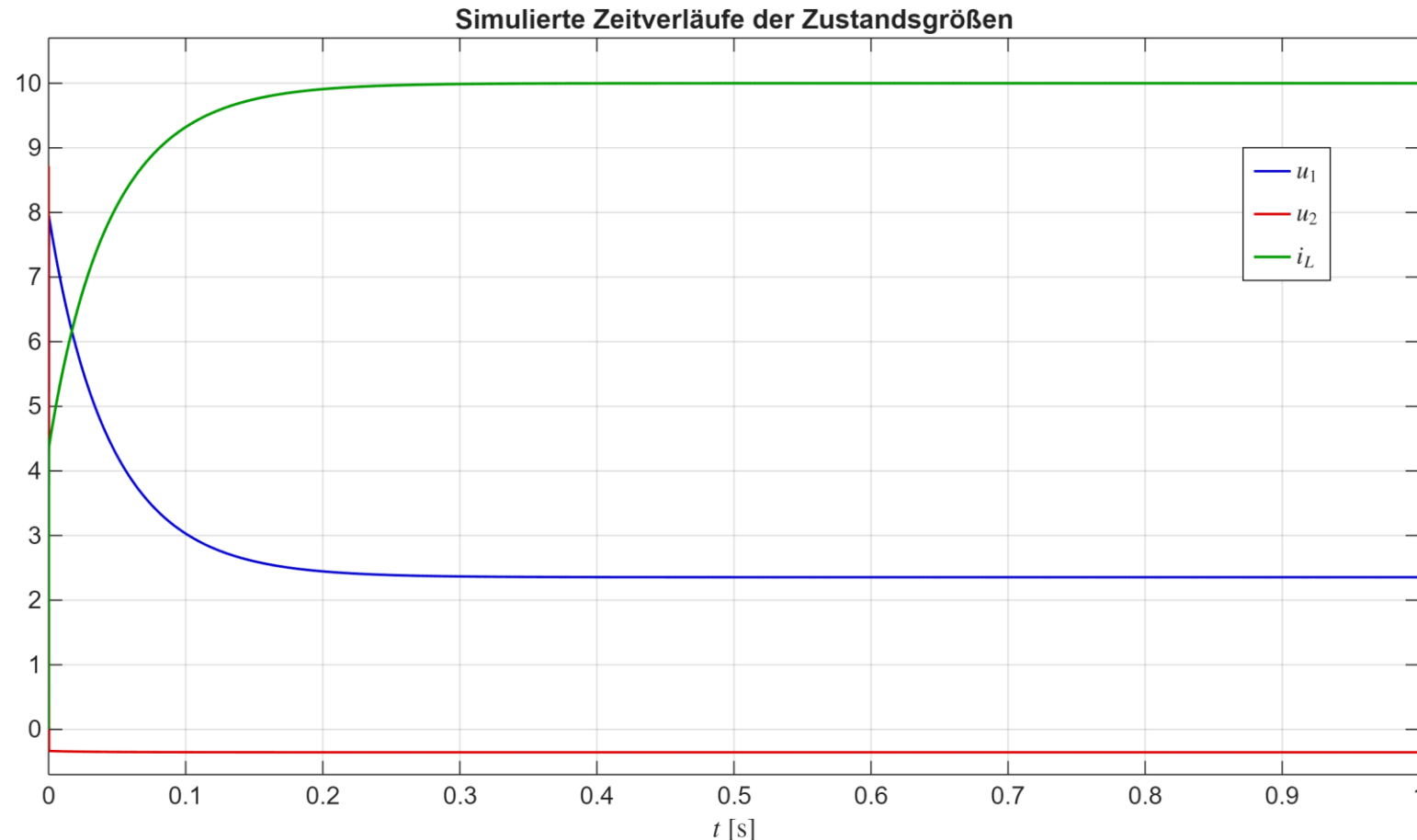
$$\bar{U}_1 = 10.31 \text{ V}$$

$$\bar{I}_L = \bar{I}_0 = 2 \text{ mA}$$

$$\bar{U}_2 = -0.31 \text{ V}$$

4. Regelung durch Zustandsrückführung

Regelung für $U_0 = 12 \text{ V}$ und $I_0 = 10 \text{ mA}$



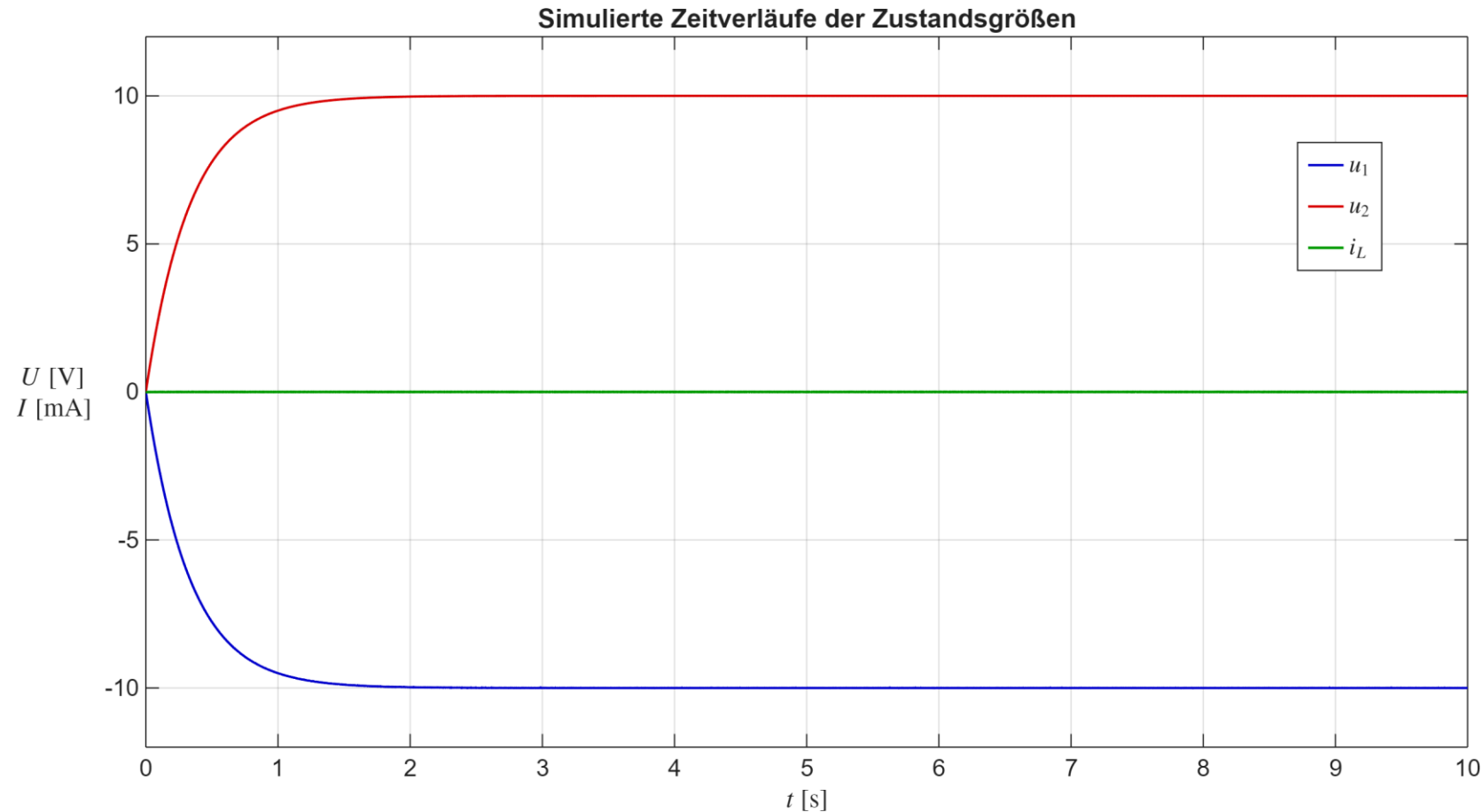
$$\bar{I}_L = \bar{I}_0 = 10 \text{ mA}$$

$$\bar{U}_1 = 2.36 \text{ V}$$

$$\bar{U}_2 = -0.36 \text{ V}$$

5. Regelung durch Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

Regelung von U_2 auf 10 V



5. Regelung durch Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

Regelung von I_L auf 10 mA

