

# **Abschlusspräsentation zum Colpitts Oszillator**

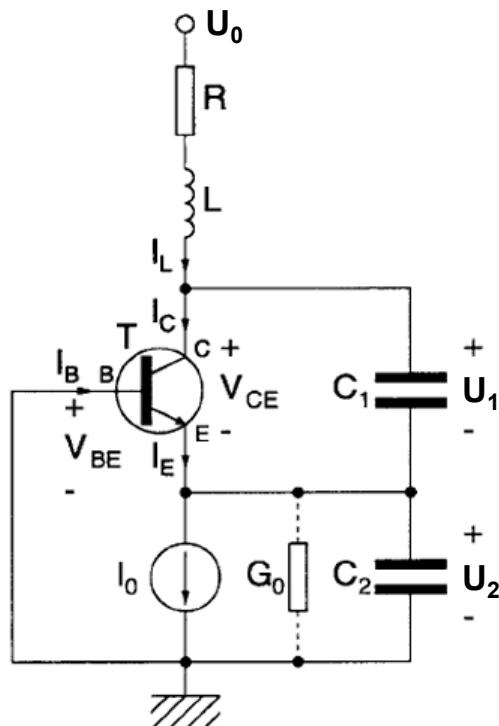
**Lennart und Richard Mende (25EIM-AT)**

# GLIEDERUNG

1. Modellbildung
2. Gleichgewichtslage und Stabilität
3. Lineare Zustandsrückführung
4. Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

# 1. Modellbildung

Schaltkreis



Zustandsraummodell

$$\dot{U}_1 = -\frac{I_S}{C_1} \exp\left(-\frac{U_2}{U_T}\right) + \frac{1}{C_1} I_L$$

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{C_2} I_L - \frac{1}{C_2} I_0$$

$$\dot{I}_L = -\frac{1}{L} U_1 - \frac{1}{L} U_2 - \frac{R}{L} I_L + \frac{1}{L} U_0$$

Parameterwerte

$$I_S = 10 \text{ nA}$$

$$U_T = 26 \text{ mV}$$

$$C_1 = 100 \text{ nF}$$

$$C_2 = 1 \mu\text{F}$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

$$L = 10 \text{ mH}$$

Quelle: G.M. Maggio et al., Nonlinear Analysis of the Colpitts Oscillator and Applications to Design, IEEE Trans. Circuits and Systems 46, 1118-1130, 1999

## 2. Gleichgewichtslage und Stabilität

### Gleichgewichtslage

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{I}_L \end{pmatrix} = 0 \rightarrow \bar{x} = \begin{pmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \\ \bar{I}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{U}_0 - 10^3 \bar{I}_0 + 0.0257 \ln(10^8 \bar{I}_0) \\ -0.0257 \ln(10^8 \bar{I}_0) \\ \bar{I}_0 \end{pmatrix}$$

### Jacobi-Matrix am Arbeitspunkt

$$J = \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 3.89 \cdot 10^8 \bar{I}_0 & 10^7 \\ 0 & 0 & 10^6 \\ -100 & -100 & -10^5 \end{pmatrix}$$

## 2. Gleichgewichtslage und Stabilität

### Aussagen zur lokalen Stabilität

lokale Stabilität, falls gilt:  $Re(eig_{1,2,3}(J)) < 0$

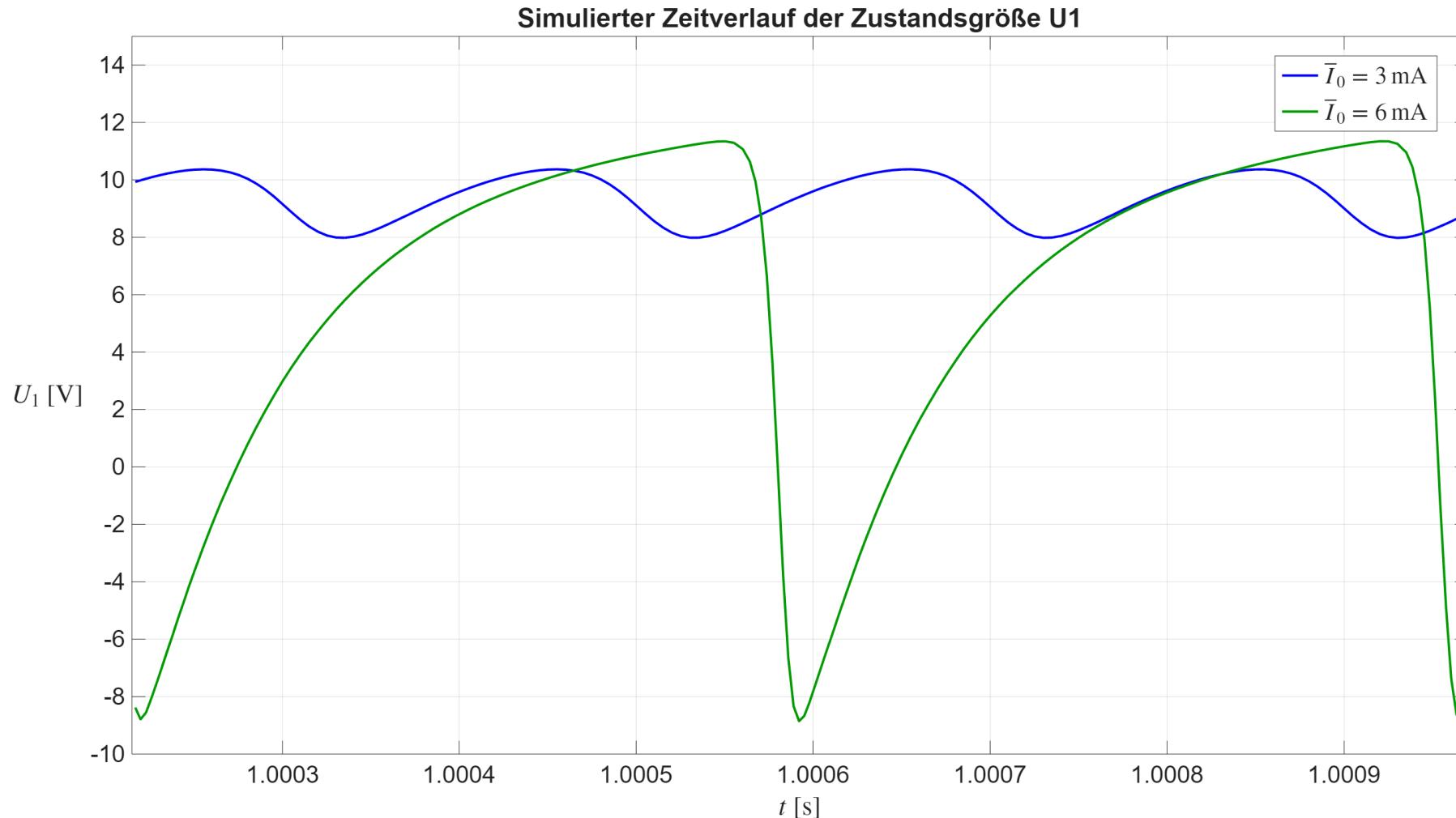
$$\bar{I}_{0,krit} = 2.83 \text{ mA}$$

$0 < \bar{I}_0 < \bar{I}_{0,krit}$ :  $Re(eig_{1,2,3}(J)) < 0 \rightarrow \text{lokale Stabilität}$

$\bar{I}_0 > \bar{I}_{0,krit}$ :  $Re(eig_1(J)) < 0$  und  $Re(eig_{2,3}(J)) > 0 \rightarrow \text{keine lokale Stabilität}$

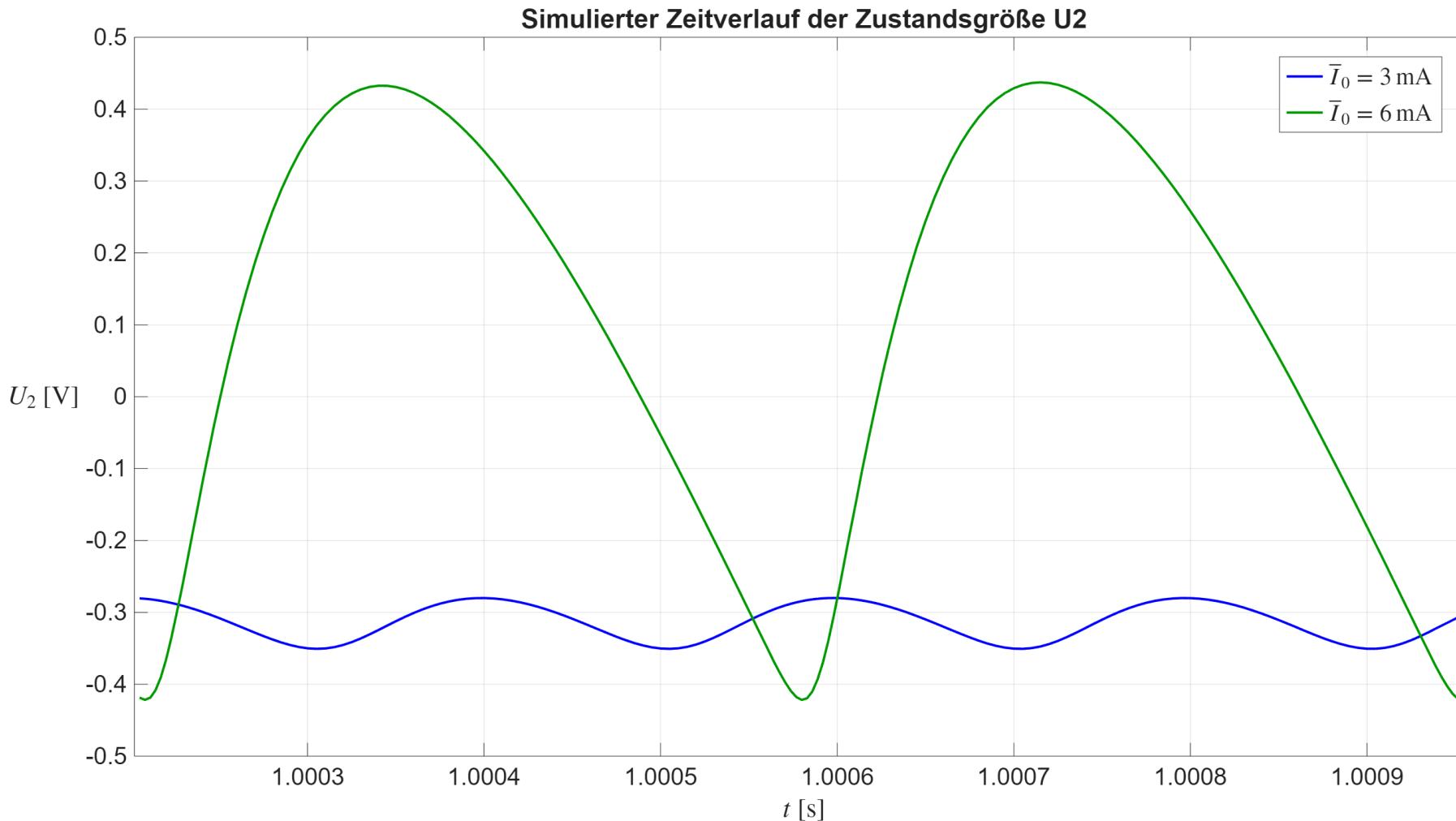
### Bifurkation (Phänomen nichtlinearer Systeme)

## 2. Gleichgewichtslage und Stabilität



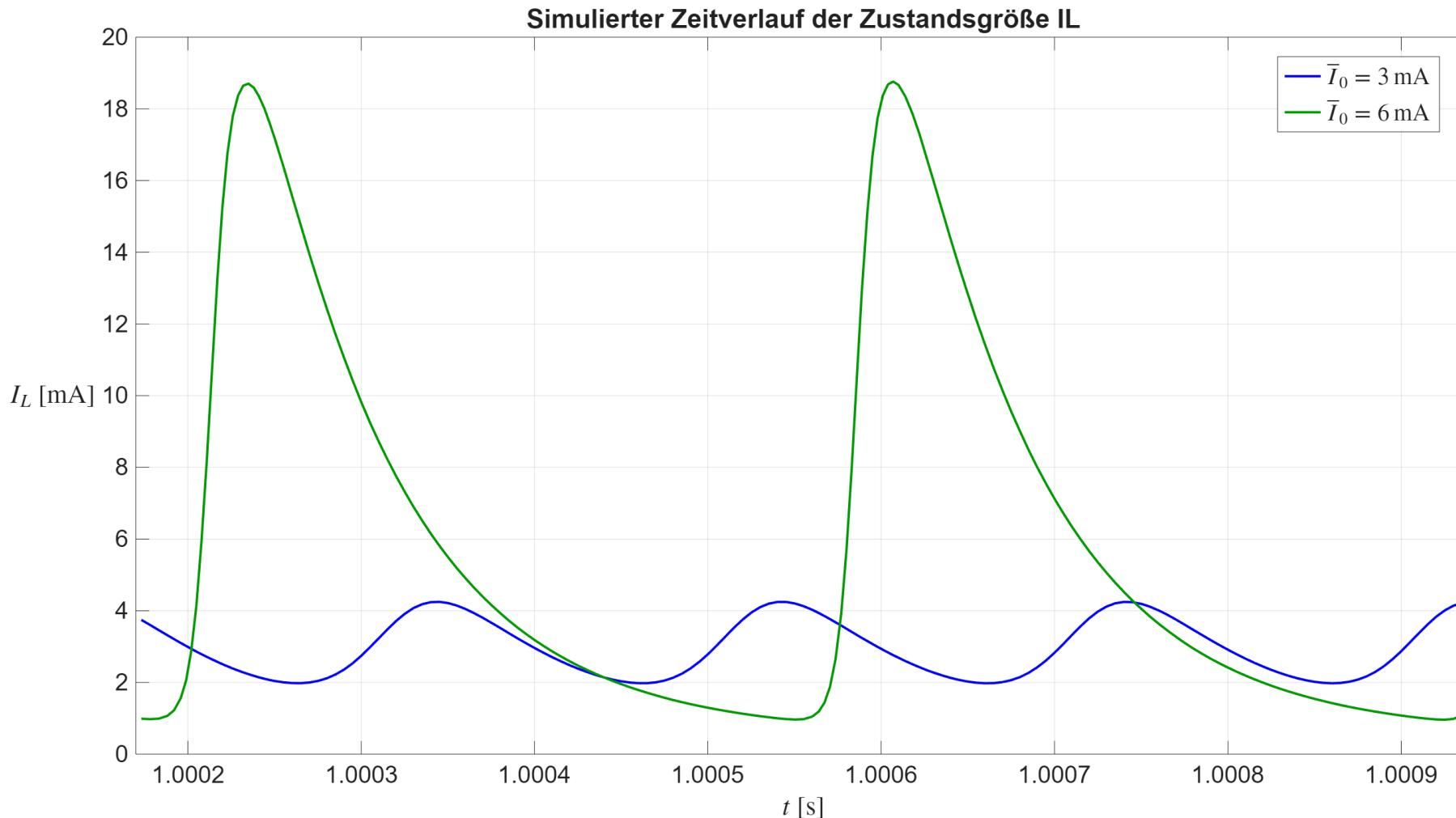
$$\bar{I}_0 > \bar{I}_{0,krit}$$

## 2. Gleichgewichtslage und Stabilität



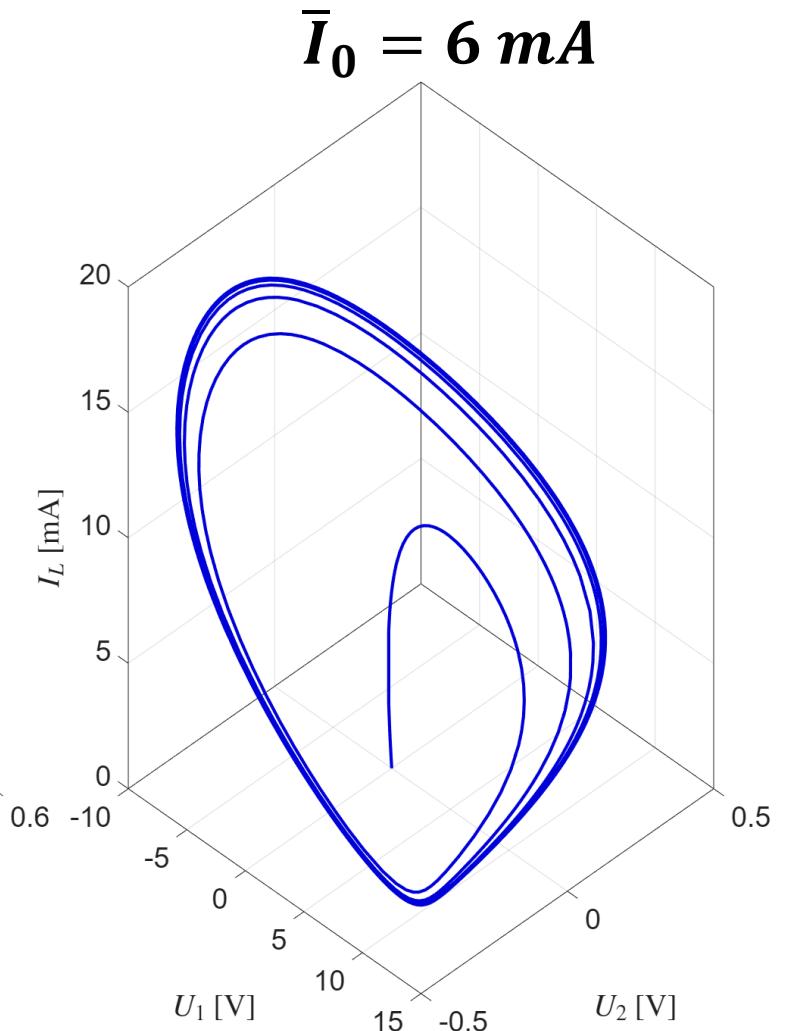
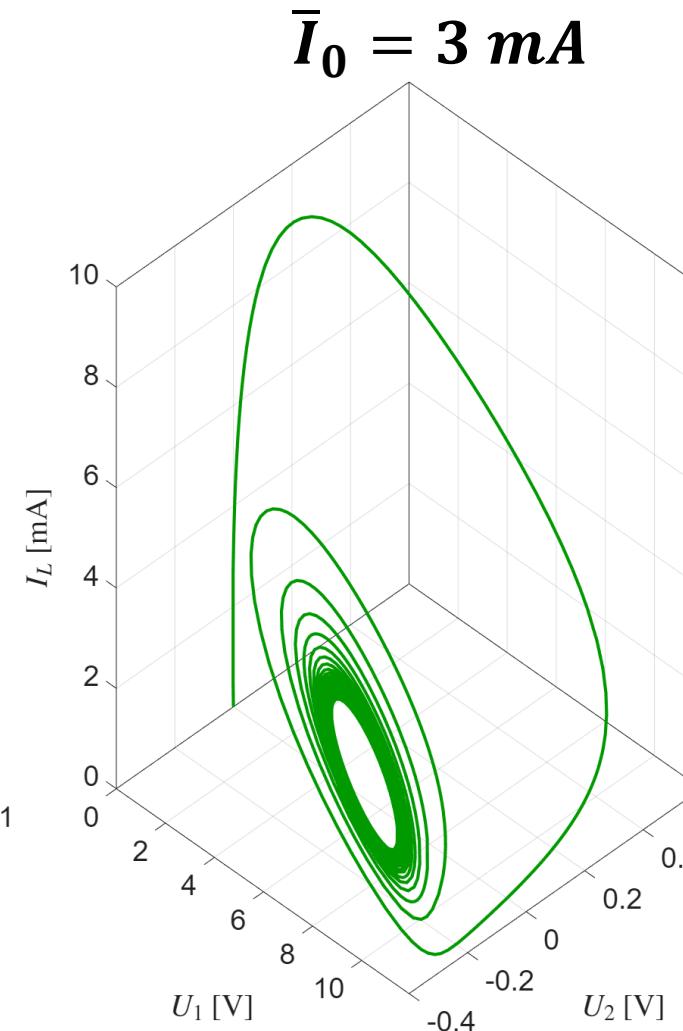
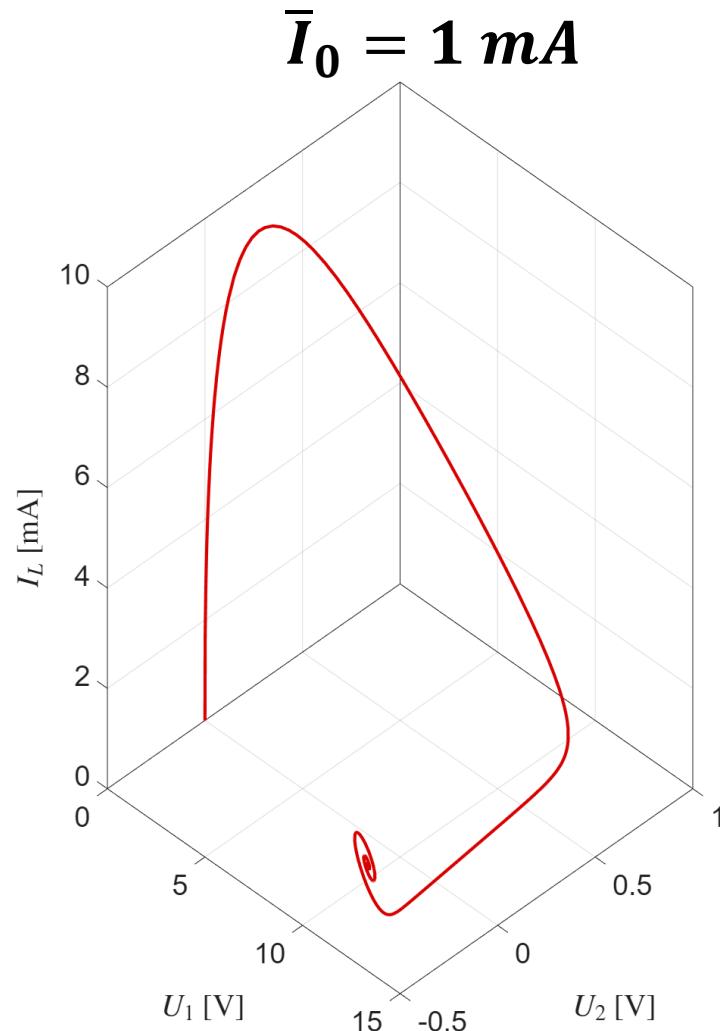
$$\bar{I}_0 > \bar{I}_{0,krit}$$

## 2. Gleichgewichtslage und Stabilität



$$\bar{I}_0 > \bar{I}_{0,krit}$$

## 2. Gleichgewichtslage und Stabilität



### 3. Lineare Zustandsrückführung

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u$$

$$\Delta \dot{x} = (A - BG) \Delta x$$

$$eig_{1/2} = -2 \pm 2j$$

$$eig_3 = -10$$

$$G = \begin{pmatrix} -1 & -1.0149 & -999.9383 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \Delta u = -G \Delta x \rightarrow u = \bar{u} - G(x - \bar{x})$$

$$A = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x = \bar{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 3.89 \cdot 10^8 \bar{I}_0 & 10^7 \\ 0 & 0 & 10^6 \\ -100 & -100 & -10^5 \end{pmatrix}$$

$$B = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{u = \bar{u}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -10^6 \\ 100 & 0 \end{pmatrix}$$

# 4. Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x) u \\ y &= h(x)\end{aligned}\quad \begin{aligned}f(x) &= \begin{pmatrix} 10^7 I_L - 0.1 \exp(38.92 U_2) \\ 10^6 I_L \\ -10^5 I_L - 100U_1 - 100U_2 \end{pmatrix} \\ g(x) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -10^6 \\ 100 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

- (1)  $y = h(x) = U_1 \rightarrow r = 2$        $r = 1: A = 0; B = 1; C = 1; G = 5$
- (2)  $y = h(x) = U_2 \rightarrow r = 1$        $r = 2: A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; C = (1 \quad 0); G = (50 \quad 10)$
- (3)  $y = h(x) = I_L \rightarrow r = 1$

$$z = \begin{pmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{r-1} h(x) \end{pmatrix} \quad \begin{aligned}\dot{z} &= A z + B v \\ y &= C z \\ v &= -G(z - z_{soll})\end{aligned} \quad \begin{aligned}u &= \alpha^{-1}(v - \beta) \\ \alpha &= (L_{g_1} L_f^{r-1} h(x) \quad L_{g_2} L_f^{r-1} h(x)) \\ \beta &= L_f^r h(x)\end{aligned}$$

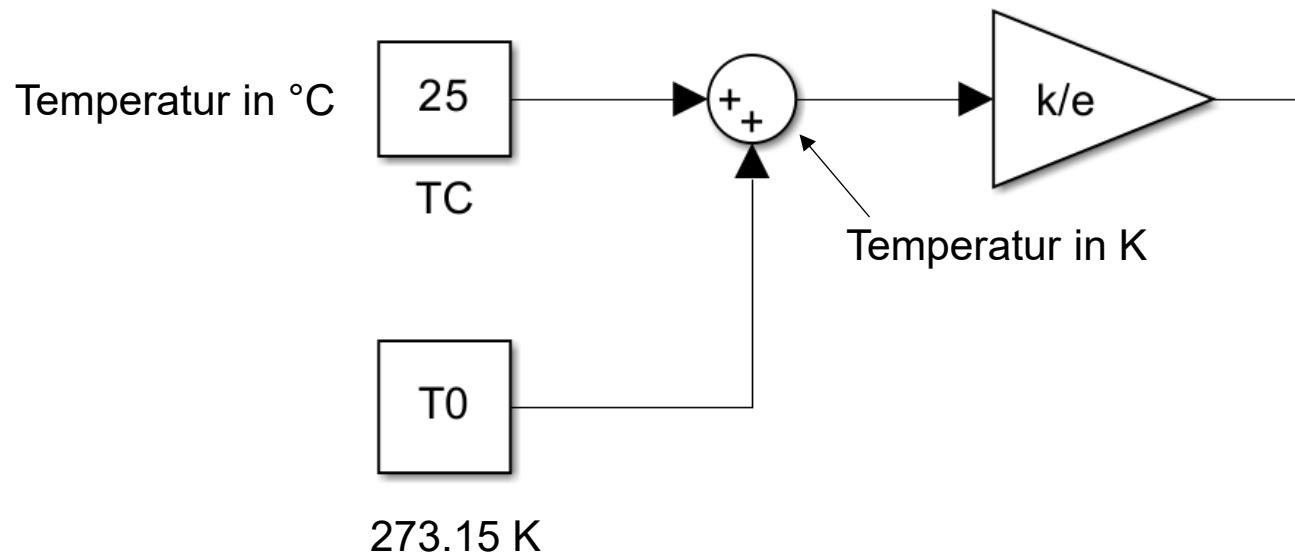
**VIELEN DANK FÜR IHRE  
AUFMERKSAMKEIT!**

### 3. Simulink-Modell der Regelstrecke

Enter the temperature in °C:

25

$$U_T = \frac{k}{e} T$$



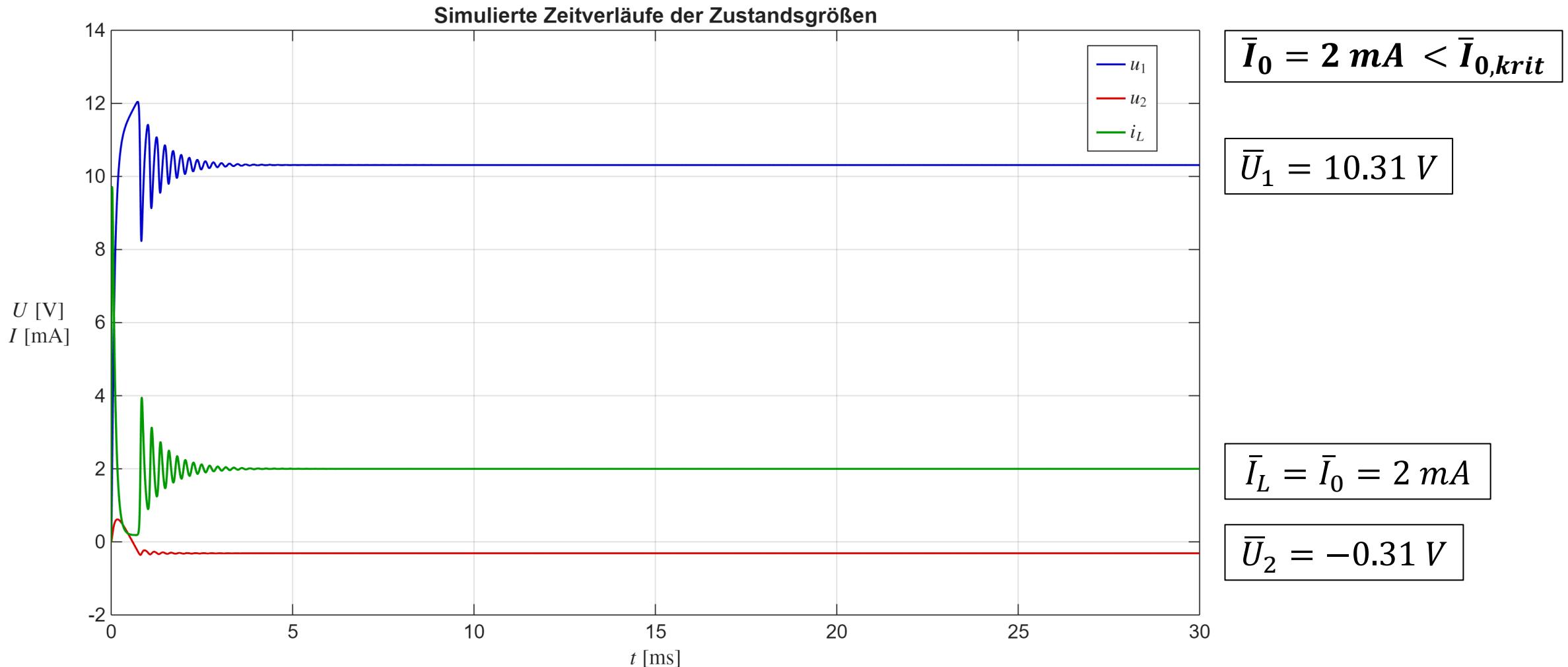
Boltzmann-Konstante

$$k = 1.4 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Elementarladung

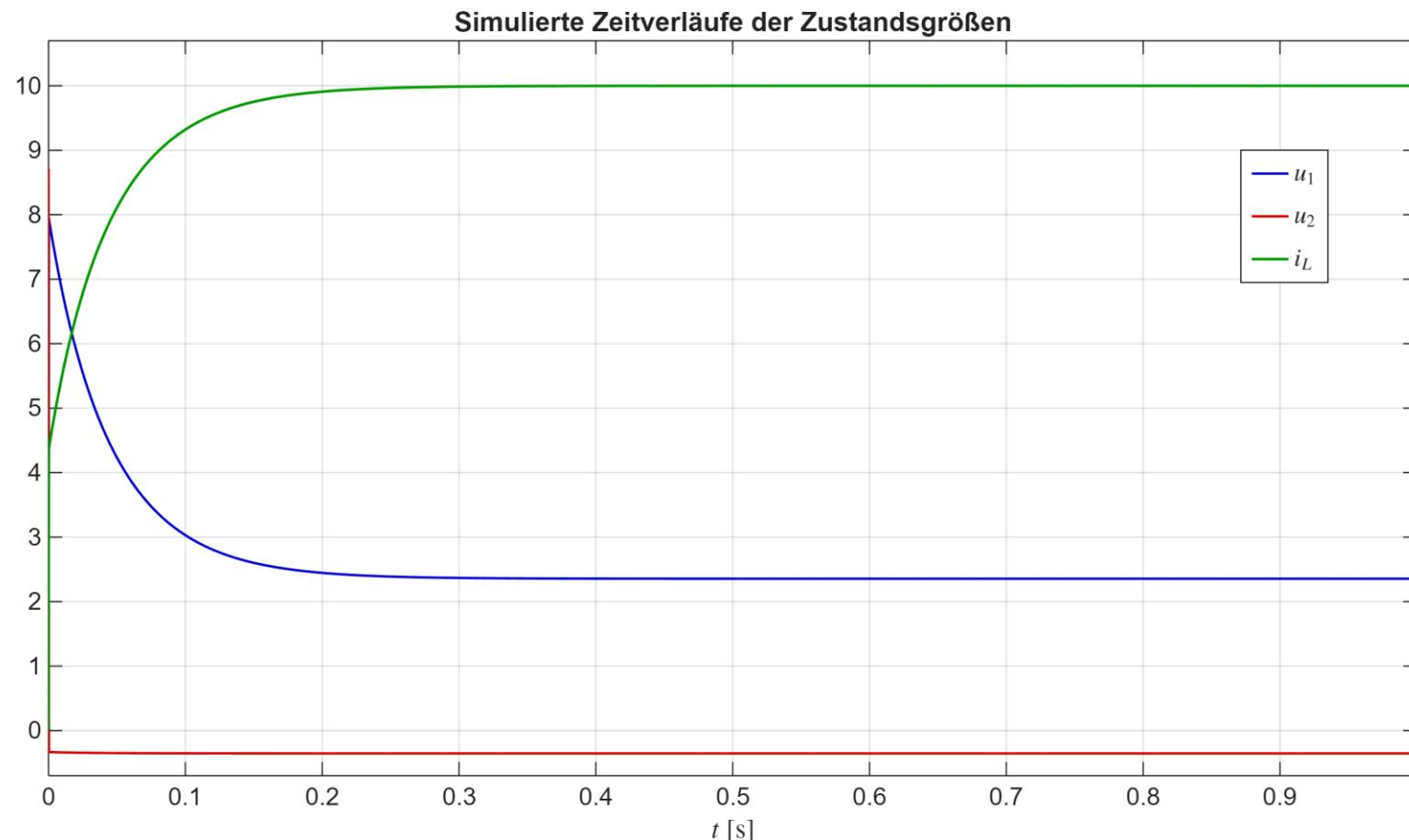
$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

# 3. Simulink-Modell der Regelstrecke



# 4. Regelung durch Zustandsrückführung

Regelung für  $U_0 = 12 \text{ V}$  und  $I_0 = 10 \text{ mA}$



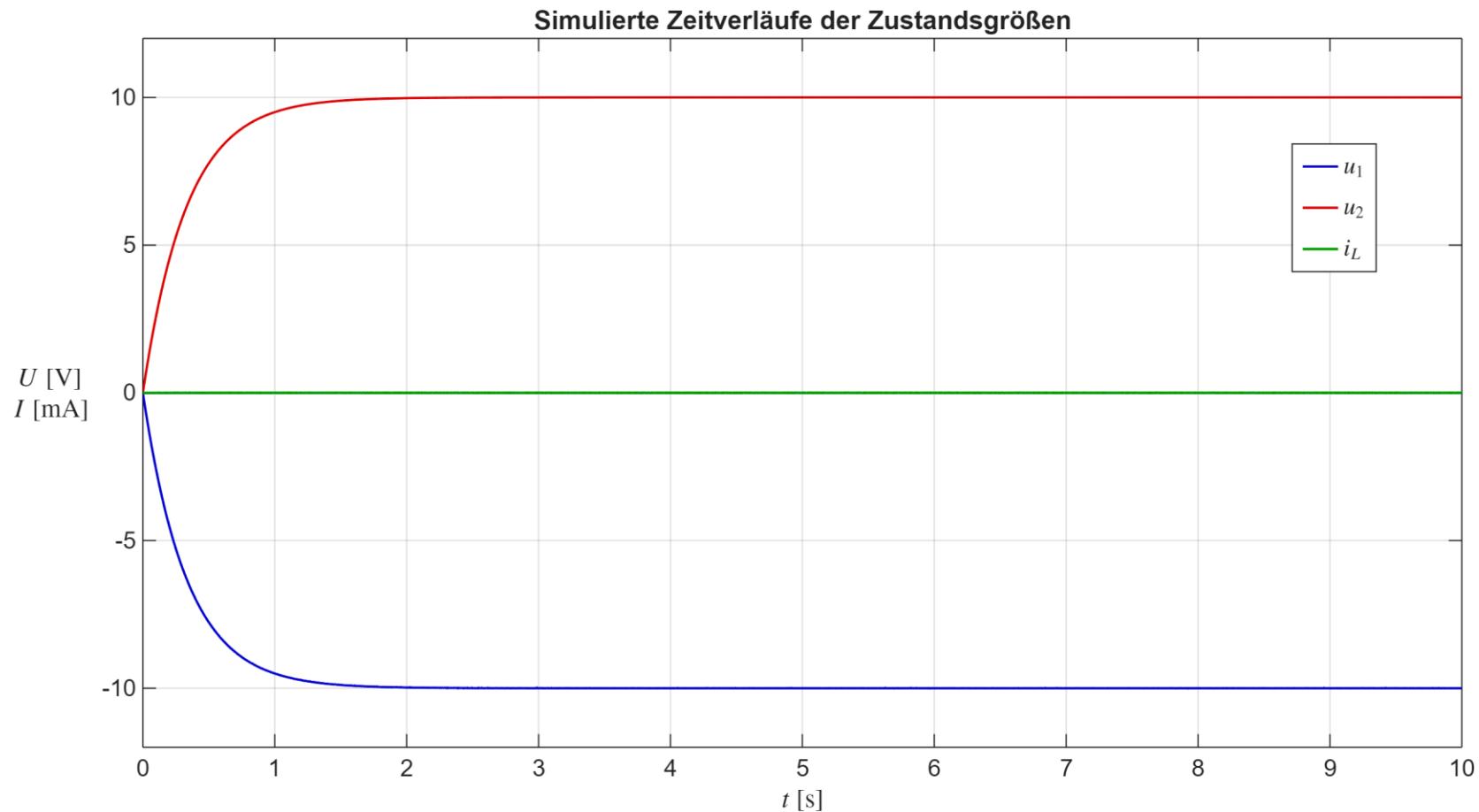
$$\bar{I}_L = \bar{I}_0 = 10 \text{ mA}$$

$$\bar{U}_1 = 2.36 \text{ V}$$

$$\bar{U}_2 = -0.36 \text{ V}$$

# 5. Regelung durch Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

Regelung von  $U_2$  auf 10 V



# 5. Regelung durch Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

Regelung von  $I_L$  auf 10 mA

