

Simulación numérica del Modelo de Izhikevich

Lennart Bredthauer* and Fausto Marset**

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación,
Universidad Nacional de Córdoba, Ciudad Universitaria, 5000 Córdoba, Argentina
(Dated: 7 de octubre de 2025)

En este trabajo se realizaron simulaciones numéricas del modelo de Izhikevich, un sistema dinámico de dos variables que reproduce los patrones de disparo de neuronas corticales. Se integró el sistema mediante el método de Runge-Kutta de orden 4 (RK4) y se caracterizaron distintos tipos neuronales (RS, IB, CH, FS, TC, RZ, LTS) mediante la variación de parámetros clave. Los resultados muestran la capacidad del modelo para emular comportamientos neurofisiológicos complejos, como la descarga regular, las ráfagas y la adaptación de frecuencia, validando su utilidad en neurociencia computacional.

I. INTRODUCCIÓN

El estudio de las redes neuronales artificiales constituye un pilar fundamental en la intersección entre la neurociencia computacional y la inteligencia artificial. Estas redes, inspiradas en la arquitectura del cerebro biológico, buscan capturar la capacidad de procesamiento de información distribuida y paralela que caracteriza a los sistemas nerviosos. El elemento básico de cualquier red neuronal es la neurona artificial, un modelo matemático que emula, en distintos grados de complejidad, el comportamiento de una neurona biológica.

La necesidad de desarrollar modelos computacionalmente eficientes, pero biológicamente plausibles, ha llevado a la creación de una amplia gama de neuronas artificiales. En un extremo se encuentran los modelos altamente detallados, como el de Hodgkin-Huxley, que describen con precisión los flujos iónicos a través de la membrana celular, pero que resultan prohibitivos para simular grandes redes debido a su intensiva demanda computacional. En el otro extremo, modelos extremadamente simplificados, como el de integración y disparo (integrate-and-fire), permiten simular miles de neuronas en tiempo real, pero a costa de perder la rica dinámica de disparo y explosión (bursting) observada en las neuronas corticales reales.

El modelo de Izhikevich [1], introducido en 2003, surge como un compromiso ideal entre estos dos requerimientos. Derivado de la teoría de bifurcaciones y la reducción a formas normales de modelos complejos, este sistema de sólo dos ecuaciones diferenciales es capaz de reproducir una amplia gama de comportamientos neuronales documentados experimentalmente. Su formulación combina la plausibilidad biológica de los modelos tipo Hodgkin-Huxley con la eficiencia computacional de los modelos de integración y disparo, permitiendo simular decenas de miles de neuronas en tiempo real.

La capacidad del modelo de Izhikevich para generar diversos patrones de disparo (regular spiking, fast spiking, bursting, etc.) utilizando diferentes conjuntos de parámetros lo convierte en una herramienta particularmente valiosa para construir modelos de corteza cerebral realistas, donde la diversidad de tipos neuronales es un factor cla-

ve para la generación de ritmos y el procesamiento de información.

El objetivo de este informe es caracterizar en detalle la dinámica del modelo de Izhikevich mediante simulaciones numéricas. Utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden (RK4), se integrarán las ecuaciones del modelo para distintos conjuntos de parámetros, con el fin de reproducir y analizar los principales patrones de actividad neuronal reportados en la literatura.

II. TEORÍA

Modelos de Neuronas

La necesidad de entender y simular el comportamiento de las neuronas ha llevado al desarrollo de diversos modelos matemáticos. Inicialmente, se propusieron descripciones basadas en circuitos eléctricos equivalentes, donde la membrana neuronal se modela como un capacitor en paralelo con resistencias que representan canales iónicos.

Uno de los modelos más simples es el **Integrate-and-Fire (I&F)**, que describe la evolución del potencial de membrana V_m mediante:

$$\tau_m \frac{dV_m}{dt} = -(V_m - E_L) + R_m I(t),$$

donde $\tau_m = R_m C_m$ es la constante de tiempo, E_L el potencial de reposo, R_m la resistencia y $I(t)$ la corriente de entrada. Cuando V_m alcanza un umbral V_{umbral} , se dispara un potencial de acción y V_m se reinicia a un valor V_{reseteo} .

Si bien el modelo I&F es computacionalmente eficiente, no captura comportamientos dinámicos ricos como *bursting*, adaptación de frecuencia o resonancia, presentes en neuronas biológicas.

El Modelo de Izhikevich

El modelo de Izhikevich (2003) [1] surge como un equilibrio entre plausibilidad biológica y eficiencia compu-

tacional. Consiste en dos ecuaciones diferenciales acopladas:

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= 0,04v^2 + 5v + 140 - u + I, \\ \frac{du}{dt} &= a(bv - u),\end{aligned}$$

junto con una condición de reseteo:

$$\text{si } v \geq 30 \text{ mV, entonces } \begin{cases} v \leftarrow c, \\ u \leftarrow u + d. \end{cases}$$

Aquí:

- v representa el **potencial de membrana**,
- u es una **variable de recuperación** que modela la activación de canales de K^+ y la inactivación de canales de Na^+ ,
- I es la **corriente de entrada**,
- a, b, c, d son **parámetros adimensionales** que determinan el tipo de dinámica neuronal.

Los términos $0,04v^2 + 5v + 140$ fueron ajustados para que v tenga escala de mV y el tiempo de ms, emulando la dinámica de disparo de una neurona cortical.

Significado de los parámetros: El parámetro a controla la escala temporal de la variable de recuperación u , b determina la sensibilidad de u a las fluctuaciones subumbral de v , c establece el valor de reseteo del potencial v tras cada spike, y d define el incremento en la variable de recuperación u después de cada disparo o sea d sería $d = \Delta u$.

Variando estos parámetros, el modelo reproduce comportamientos como:

- **RS (Regular Spiking)**: disparo con adaptación es decir una disminución progresiva de la frecuencia de spikes durante un estímulo constante.
- **IB (Intrinsically Bursting)**: ráfagas que son grupos de 2 o más spikes consecutivos muy cercanas en el tiempo seguidas de spikes individuales.
- **CH (Chattering)**: bursts de alta frecuencia es decir ráfagas con alta frecuencia.
- **FS (Fast Spiking)**: disparo rápido sin adaptación.
- **TC (Thalamo-Cortical)**: tonificación que es un disparo sostenido y regular y disparo por rebote o sea bursts que se produce al liberar una hiperpolarización previa.

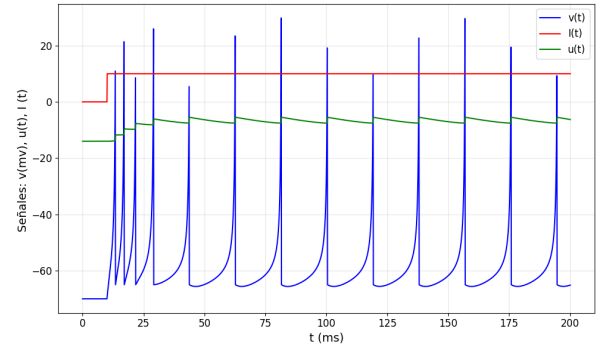


Figura 1. Respuesta base: $v(t)$, $u(t)$ e $I(t)$ bajo el conjunto de parámetros de referencia.

- **RZ (Resonator)**: oscilaciones subumbrales es decir fluctuaciones del potencial de membrana por debajo del umbral de disparo y respuesta máxima a estímulos periódicos de frecuencia específica (resonancia).

Este modelo, aunque simple, es **canónico** en el sentido de que captura bifurcaciones y dinámicas esenciales de modelos más complejos, como los de Hodgkin-Huxley, mediante un cambio de coordenadas. Su eficiencia permite simular redes de miles de neuronas en tiempo real, facilitando el estudio de dinámicas colectivas en la corteza cerebral.

III. RESULTADOS

El modelo de Izhikevich se integró mediante el método de Runge–Kutta de cuarto orden (RK4) con un paso temporal de $h = 0,1$ ms. En cada simulación se aplicó la condición de reseteo antes especificada y distintos conjuntos de parámetros (a, b, c, d) reprodujeron los patrones canónicos de disparo neuronal. La corriente de entrada $I(t)$ se implementó como función escalón o como pulsos específicos, según el caso.

Respuesta base

La Fig. 1 muestra la dinámica de referencia. Tras un breve transitorio de spikes, el sistema se estabiliza, sirviendo como punto de comparación para los casos canónicos.

Patrones canónicos de disparo

Las Figuras 2–9 presentan los regímenes canónicos. Cada panel muestra las señales $v(t)$, $u(t)$ e $I(t)$ para el conjunto de parámetros correspondiente.

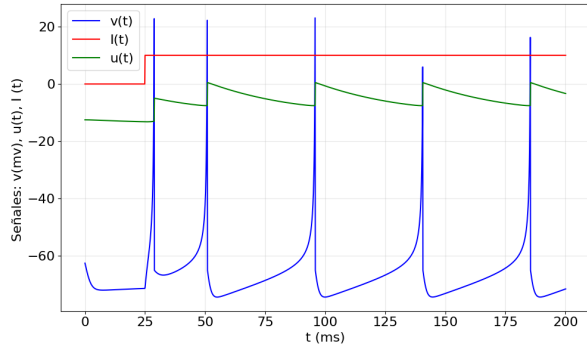


Figura 2. Regular Spiking (RS): señales $v(t)$, $u(t)$ e $I(t)$.

En el régimen RS (Fig. 2), observamos una señal que al principio tiene dos picos (spikes) consecutivos (período entre spikes corto) pero a medida que transcurre el tiempo se separan por lo que observamos un mayor período. Al aumentar el período este permanece constante.

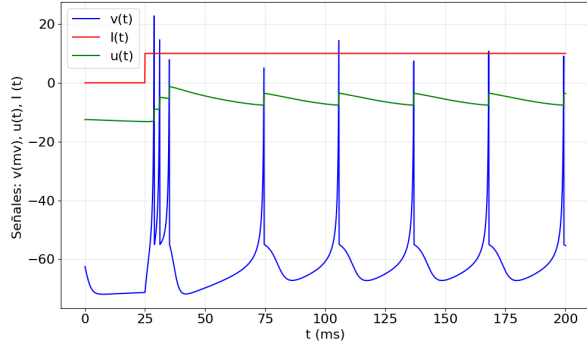


Figura 3. Intrinsically Bursting (IB): señales $v(t)$, $u(t)$ e $I(t)$.

En el régimen IB (Fig. 3) observamos una señal con una serie de spikes muy juntos en el tiempo para después estabilizarse con un periodo entre spikes (período inter-spike) constante.

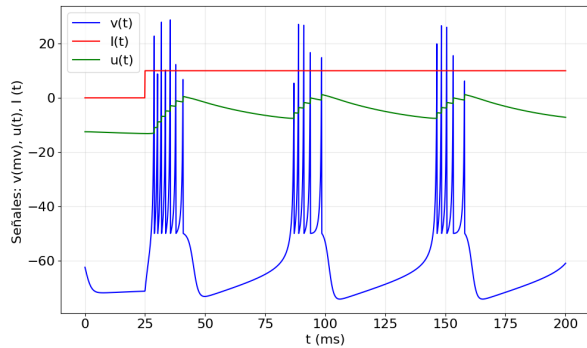


Figura 4. Chattering (CH): señales $v(t)$, $u(t)$ e $I(t)$.

En el régimen CH (Fig. 4), vemos una señal en la cual se observan ráfagas periódicas cada una formada por múltiples spikes de alta frecuencia.

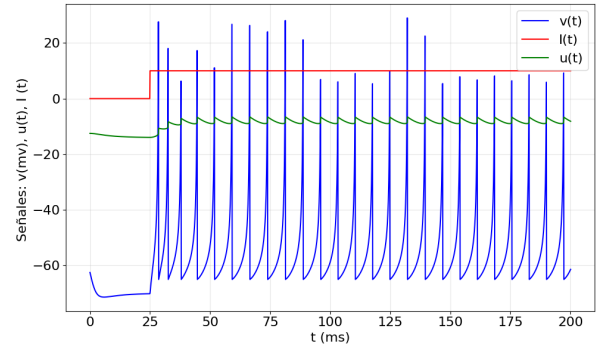


Figura 5. Fast Spiking (FS): señales $v(t)$, $u(t)$ e $I(t)$.

En el régimen FS (Fig. 5) vemos una señal que mantiene una frecuencia alta y casi constante, en contraste con el caso RS.

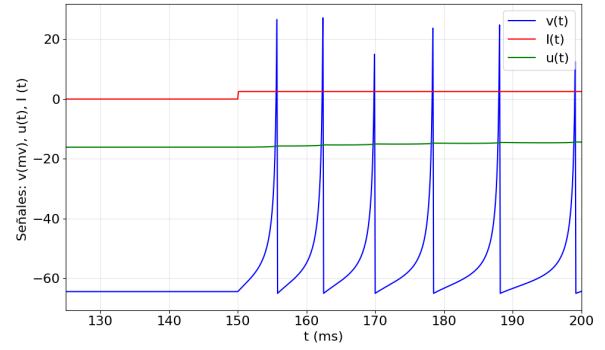


Figura 6. Thalamo-Cortical tipo 1 (TC1): señales $v(t)$, $u(t)$ e $I(t)$.

En TC1 (Fig. 6), tenemos una señal en la cual se observa una actividad inicial constante para el voltaje pero eventualmente se observan spikes regulares con un periodo inter-spike constante durante el estímulos.

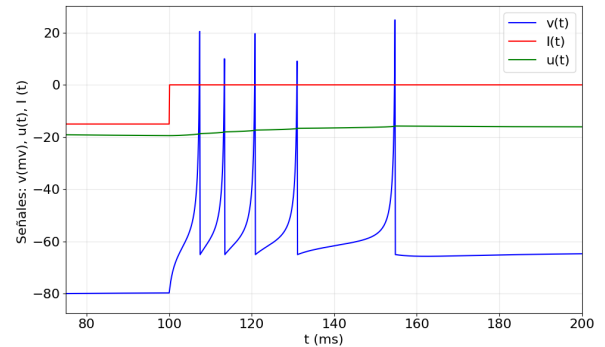


Figura 7. Thalamo-Cortical tipo 2 (TC2): señales $v(t)$, $u(t)$ e $I(t)$.

Para el régimen TC2 (Fig. 7) se ve una señal en la cual se observan una serie de spikes inicial con un perio-

do inter-spike constante, pero después eventualmente ese periodo cambia, todo esto a un estímulo constante.

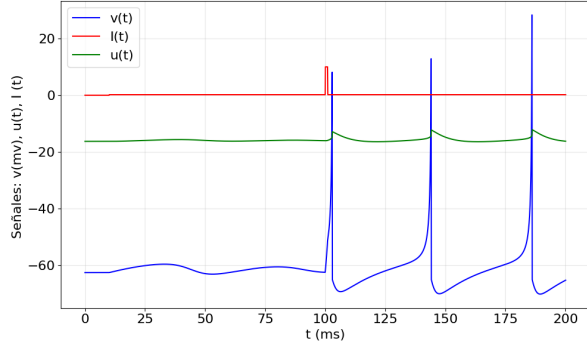


Figura 8. Resonator (RZ): señales $v(t)$, $u(t)$ e $I(t)$.

La dinámica RZ (Fig. 8) presenta una señal típica de oscilaciones forzadas presentando una señal con spikes que eventualmente obtienen voltajes más altos presentando una frecuencia inter-spike constante.

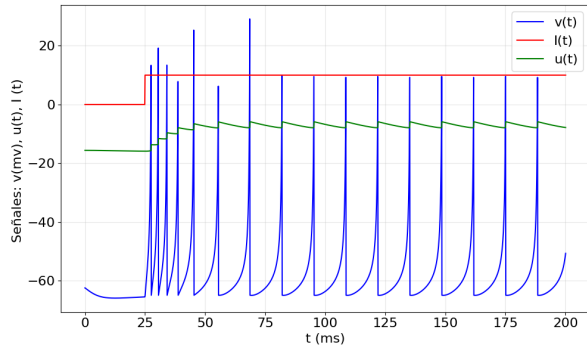


Figura 9. Low-Threshold Spiking (LTS): señales $v(t)$, $u(t)$ e $I(t)$.

En el régimen LTS (Fig. 9), se ve que en la señal los spikes al principio tiene una serie rápida con un periodo inter-spike pequeño pero enseguida el periodo de inter-spike se estabiliza.

Verificaciones numéricas

Las simulaciones repetidas con la mitad del paso de integración ($h/2$) produjeron un número y tiempos de spikes idénticos a la resolución de las figuras. Asimismo, la extensión del rango temporal no modificó los patrones cualitativos una vez alcanzado el régimen post-estímulo.

IV. DISCUSIÓN

Las simulaciones realizadas reproducen fielmente los distintos tipos de disparo neuronal (patrones de activa-

ción eléctrica) reportados en el trabajo original de Izhikevich [1].

La (Fig. 2) (RS - Regular Spiking) reproduce el comportamiento de neuronas de disparo regular, donde la neuronas disparan unos pocos spikes en un periodo chico pero en un cierto instante el periodo incrementa y se mantiene constante. A este fenómeno se le llama adaptación de frecuencia y se puede observar claramente en (Fig. 2). En el modelo, esto se consigue con los parámetros $b = 0,02$, $c = 0,2$, $v_- = -65$ mV, $\Delta u = 8$ y una corriente I_1 .

La (Fig. 3) (IB - Intrinsically Bursting) muestra el patrón de neuronas de ráfaga intrínseca, caracterizado por una breve secuencia inicial de spikes muy cercanos temporalmente, seguida de spikes individuales más separados. Los parámetros utilizados fueron $b = 0,02$, $c = 0,2$, $v_- = -55$ mV, $\Delta u = 4$ con corriente I_1 .

La (Fig. 4) (CH - Chattering) exhibe el comportamiento de neuronas que generan bursts repetidos con spikes muy cercanos entre sí dentro de cada burst. Esto corresponde a $b = 0,02$, $c = 0,2$, $v_- = -50$ mV, $\Delta u = 2$ y corriente I_1 .

La (Fig. 5) (FS - Fast Spiking) reproduce neuronas de "disparo rápido" que mantienen una alta frecuencia de disparo constante sin adaptación. Se obtuvo con $b = 0,1$, $c = 0,2$, $v_- = -65$ mV, $\Delta u = 2$ y corriente I_1 .

La (Fig. 6) (TC1 - Thalamocortical 1) muestra el primer régimen de neuronas talamo-corticales con disparo tónico, utilizando $b = 0,02$, $c = 0,25$, $v_- = -65$ mV, $\Delta u = 0,05$ y corriente I_2 .

La (Fig. 7) (TC2 - Thalamocortical 2) reproduce el segundo régimen con bursts de rebote (activación tras hiperpolarización), con los mismos parámetros $b = 0,02$, $c = 0,25$, $v_- = -65$ mV, $\Delta u = 0,05$ pero con corriente I_3 que induce hiperpolarización inicial.

La (Fig. 8) (RZ - Resonator) exhibe el comportamiento de neuronas resonadoras que presentan oscilaciones subumbriles que responden preferentemente a estímulos rítmicos. Esto se logró con $b = 0,1$, $c = 0,26$, $v_- = -65$ mV, $\Delta u = 2$ y corriente I_4 . La (Fig. 9) (LTS - Low-Threshold Spiking) muestra neuronas de "disparo de bajo umbral" que requieren menor estimulación para activarse pero presentan adaptación moderada. Se utilizó $b = 0,02$, $c = 0,25$, $v_- = -65$ mV, $\Delta u = 2$ y corriente I_1 .

En todos los casos, la correspondencia entre los parámetros utilizados y los comportamientos observados valida la implementación numérica del modelo. La elección de la función $0,04v^2 + 5v + 140$ representa un compromiso adecuado para simulación de redes a gran escala, aunque para el estudio de neuronas individuales podrían preferirse otras parametrizaciones.

La importancia del modelo radica en su capacidad para capturar esta diversidad de comportamientos electrofisiológicos con un sistema minimalista de dos ecuaciones.

APÉNDICE: CORRIENTES DE ENTRADA UTILIZADAS

Para garantizar la reproducibilidad de los resultados se mencionan las siguientes corrientes de entrada $I(t)$:

$$I_1(t) = \begin{cases} 0 & t < 25 \\ 10 & \text{c.c.} \end{cases}$$

$$I_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 150 \\ 2,5 & \text{c.c.} \end{cases}$$

$$I_3(t) = \begin{cases} -15 & t < 100 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

$$I_4(t) = \begin{cases} 0 & t < 10 \\ 0,2 & 10 \leq t < 100 \\ 10 & 100 \leq t < 101 \\ 0,2 & \text{c.c.} \end{cases}$$

* lennart.bredthauer@gmail.com

** fausto.marset@fcien.edu.uy

[1] E. M. Izhikevich, *Simple Model of Spiking Neurons* (IEEE TRANSACTIONS ON NEURAL NETWORKS, 2003).