

MODELO EXPONENCIAL

Descripción

El **Modelo Exponencial de Ajuste de Temperaturas** describe el cambio en una temperatura T en función del tiempo t . Este modelo es útil para representar fenómenos como el calentamiento o enfriamiento de un objeto en un ambiente con una temperatura de referencia T_m . La dinámica se expresa mediante la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m)$$

donde T es la temperatura en cuestión, T_m es la temperatura del medio (o ambiente) y k es una constante que indica la tasa de cambio.

Resolución Analítica

1. Separación de Variables:

$$\frac{dT}{T - T_m} = k dt$$

2. Integración:

$$\int \frac{1}{T - T_m} dT = \int k dt$$

Esto da lugar a:

$$\ln |T - T_m| = kt + C$$

donde C es la constante de integración.

3. Despejando T :

$$|T - T_m| = e^{kt+C} = e^C e^{kt}$$

Definimos $A = e^C$, donde A es una constante positiva:

$$T - T_m = Ae^{kt}$$

o

$$T = T_m + Ae^{kt}$$

Solución General

La solución general de la ecuación es:

$$T(t) = T_m + Ae^{kt}$$

Donde A se puede determinar si se tiene una condición inicial, por ejemplo $T(0) = T_0$:

$$T(0) = T_m + A \Rightarrow A = T_0 - T_m$$

Por lo tanto, la solución particular con la condición inicial sería:

$$T(t) = T_m + (T_0 - T_m)e^{kt}$$

Este modelo describe cómo la temperatura T cambia con el tiempo en función de la tasa k y la diferencia con respecto a la temperatura del medio T_m .