

## Modelo SIR

La solución analítica para el modelo SIR se puede abordar mediante un sistema de ecuaciones diferenciales:

$$dS/dt = -\beta * S * I / N$$

$$dI/dt = \beta * S * I / N - \gamma * I$$

$$dR/dt = \gamma * I$$

### 1. Puntos de Equilibrio

Para encontrar los puntos de equilibrio, establecemos  $dS/dt = 0$ ,  $dI/dt = 0$  y  $dR/dt = 0$ :

Desde  $dS/dt = 0$ :

$$S = 0 \text{ o } I = 0$$

Desde  $dI/dt = 0$ :

$$I(\beta * S / N - \gamma) = 0$$

$$I = 0 \text{ o } S = \gamma * N / \beta$$

Desde  $dR/dt = 0$ :

$$I = 0$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, encontramos los puntos de equilibrio:

1. Sin infección: ( $S = N$ ,  $I = 0$ ,  $R = 0$ )
2. Endémico: ( $S = \gamma * N / \beta$ ,  $I = 0$ ,  $R = N - S$ )

### 2. Análisis de Estabilidad

Para analizar la estabilidad de los puntos de equilibrio, se utilizan métodos de análisis de estabilidad como el método de Jacobiano.

$$J = \begin{bmatrix} \partial f / \partial S & \partial f / \partial I & \partial f / \partial R \\ \partial g / \partial S & \partial g / \partial I & \partial g / \partial R \\ \partial h / \partial S & \partial h / \partial I & \partial h / \partial R \end{bmatrix}$$

Evaluamos el Jacobiano en los puntos de equilibrio y analizamos los eigenvalores:

Si todos los eigenvalores tienen partes reales negativas, el punto de equilibrio es estable.

Si alguno tiene parte real positiva, el punto es inestable.

### 3. Soluciones Especiales

En algunos casos, es posible encontrar soluciones explícitas bajo ciertas condiciones. Sin embargo, en muchos casos, las soluciones deben encontrarse numéricamente.

### 4. Conclusiones

El análisis de estabilidad proporciona información sobre cómo las poblaciones de susceptibles, infectados y recuperados evolucionan a lo largo del tiempo.