1 Введение

**Бернард Рой** , родился[15](https://ru.frwiki.wiki/wiki/15_mars)[марта](https://ru.frwiki.wiki/wiki/Mars_1934)[1934 г во Франции.](https://ru.frwiki.wiki/wiki/1934) Он считается одним из пионеров [операционных исследований](https://ru.frwiki.wiki/wiki/Recherche_op%C3%A9rationnelle) во Франции. Окончил [Институт статистики Парижского университета](https://ru.frwiki.wiki/wiki/Institut_de_statistique_de_l%27universit%C3%A9_de_Paris) в 1957 году и женился в том же году. Бернар Рой стал доктором математических [наук Парижского факультета наук](https://ru.frwiki.wiki/wiki/Facult%C3%A9_des_sciences_de_Paris) в 1961 году. Также в 1961 году он создал научное направление группа [Sema-Metra, которой](https://ru.frwiki.wiki/wiki/Sema-Metra" \o "Сема-Метра) он руководил между 1964 и 1974 годами. В 1972 году он присоединился к Университету Париж-Дофин, затем в 1976 году создал лабораторию для анализа и моделирования систем поддержки принятия решений ( [LAMSADE](https://ru.frwiki.wiki/wiki/LAMSADE) ), почетным директором которой он был. с 1999 года. С 1974 года он возглавляет аналитический центр под названием "Многокритериальная поддержка принятия решений" в рамках [EURO](https://ru.frwiki.wiki/w/index.php?title=EURO_(association)&action=edit&redlink=1) , Европейской ассоциации компаний, занимающихся операционными исследованиями, которую он возглавлял в 1985 и 1986 годах. Наконец, Бернар Рой также был научный консультант [RATP](https://ru.frwiki.wiki/wiki/R%C3%A9gie_autonome_des_transports_parisiens) с 1979 года.

В 1992 году он получил [золотую медаль ЕВРО](https://ru.frwiki.wiki/wiki/M%C3%A9daille_d%27or_de_l%27EURO) , затем в 1995 году получил золотую медаль *Международного общества принятия решений по множественным критериям* . Он также получил *Hermès для исследования* из [Университета Лаваля](https://ru.frwiki.wiki/wiki/Universit%C3%A9_Laval) в Канаде, наконец , Бернард Рой имеет [почетную степень доктора](https://ru.frwiki.wiki/wiki/Docteur_honoris_causa) из различных университетов.

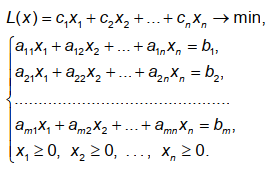
2. Постановка задачи оптимизации

Одни из задач математического программирования – это задачи оптимизации. Сущность таких задач можно выразить следующим образом: определить значения переменных x1, x2,…,xn, которые обеспечивают экстремум функции L(x1, x2,…,xn) с учетом ограничений, наложенных на аргументы этой функции – переменные x1, x2,…,xn ( элементы решения ).

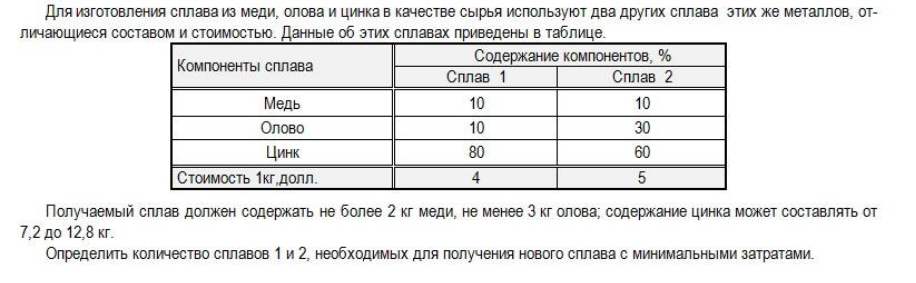
Функция L, для которой определяется экстремум, называется целевой функцией. Содержательный смысл переменных x1, x2,…,xn и целевой функции L полностью зависит от решаемой задачи.

Среди задач математического программирования наиболее изучены задачи линейного программирования, в которых целевая функция L линейно зависит от элементов решения x1, x2,…,xn, а ограничения, накладываемые на элементы решения, имеют вид линейных равенств или неравенств относительно x1, x2,…,xn. Таким образом, в задачах линейного программирования находится экстремум линейной целевой функции при линейных ограничениях.

Такие задачи имеют вид:



В данной курсовой работе была решена следующая задача линейного программирования:



3. Построение мат модели

Написать то, что на листике

4. Обоснование и описание вычислительной процедуры

Для решения данной задачи был выбран двухфазный симплекс-метод, потому что система основных ограничений не находится в предпочтительном виде (Ограничение считается предпочтительным, когда в нём есть переменная с коэффициентом ,,1’’ и она встречается только в этом ограничении).

Краткое описание метода:

1. Подготовительный этап

1а) Привести задачу к канонической форме(все ограничения должны быть вид

1б) Проверка условия bi>0

1в) анализ системы основных ограничений на предпочтительность

уравнение системы основных ограничений находится в предпочтительном виде, если его свободный член неотрицателен и присутствует переменная с коэффициентом 1, отсутствующая в других ограничениях системы основных ограничений.

Эту переменную (для краткости формулировок) так же будем называть предпочти-

тельной.

система основных ограничений находится в предпочтительном виде, если все

ее ограничения находятся в предпочтительном виде.

1г) реализация первой фазы двухфазного симплекс-метода, которая включает:

- построение вспомогательной задачи

В каждое уравнение системы основных ограничений, которое не находится в предпочтительном виде введем вспомогательную переменную. Эту переменную в дальнейшембудем называть фиктивной. Название подчеркивает характер такой переменной: она

вводится временно для достижения определенных целей и после их достижения будет выведена из рассмотрения. Этим фиктивная переменная отличается от свободной переменной, которая сохраняется на протяжении всего решения задачи.

После введения фиктивных переменных составим вспомогательную целевую функцию.

Она представляет собой сумму фиктивных переменных и подлежит минимизации (независимо от направления экстремума в исходной задаче).

- приведение вспомогательной задачи к симплексной форме.

- решение вспомогательной задачи.

Выполняются циклично следующие операции пока план не станет оптимальным:

Проверка оптимальности (План называется оптимальным тогда, когда функция стремиться к минимуму, а её коэффициенты >0, или когда стремиться к максимуму, а её коэффициенты <0)

Определение ведущего столбца (из всех отрицательных коээфициентов выбирается наибольший по модулю если функция стремиться к минимуму, или знак ,,+’’ если функция стремиться к максимуму)

Определение максимально допустимого шага и разрешающей строки (если коэффициент при переменной ведущего столбца отрицательный, то свободный член нужно разделить на этот коэффициент. Строка, у которой будет минимальный шаг будет разрешающей)

Перерасчёт симплекс таблицы

Выполняется он по 4 правилам:

А) из всех положительный выбирается наибольший по модулю элемент

Б)Элементы разрешающего столбца считаются след. Образом: тот же элемент столбца делённый на разрешающий элемент

В) Элемент разрешающей строки: элемент строки с противоположным знаком делённый на разрешающий элемент

Г) Остальные элементы: Элемент минус элемент разрешающей строки того же столбца, умноженный на элемент разрешающего столбца строки предыдущего элемента, делённый на разрешающий элемент.

1д)Вторая фаза симплекс-метода состоит в решении исходной задачи на основании результатов, полученных в ходе первой фазы.

5. Решение задачи оптимизации

Дана задача линейного программирования с целевой функцией:

L(x) =4x1 + 5x2 ->min

С ограничениями

|  |  |
| --- | --- |
| 0,1\*x1+ | 0,1\*x2<=2 |
| 0,1\*x1+ | 0,3\*x2>=3 |
| 0,8\*x1+ | 0,6\*x2>=7,2 |
| 0,8\*x1+ | 0,6\*x2<=12,8 |

Задачу будем решать двухфазным симплекс методом:

1 фаза:

4x1 + 5x2 -> min

|  |  |
| --- | --- |
| 0,1\*x1+ | 0,1\*x2<=2 |
| 0,1\*x1+ | 0,3\*x2>=3 |
| 0,8\*x1+ | 0,6\*x2>=7,2 |
| 0,8\*x1+ | 0,6\*x2<=12,8 |

Все свободные члены положительные, приведём задачу к каноническому виду:

4x1 + 5x2 -> min

|  |
| --- |
| 0,1x1 + 0,1x2 + x3=2 |
| 0,1x1 + 0,3x2 -x4 = 3 |
| 0,8x1+0,6x2-x5 = 7,2 |
| 0,8x1+0,6x2 +x6 =12,8 |

X3,x6 – предпочтительные переменные

В уравнения, которые не содержат предпочтительных переменных добавим фиктивные:

|  |
| --- |
| 0,1x1+0,1x2+x3 = 2 |
| 0,1x1+0,3x2-x4+x7=3 |
| 0,8x1+0,6x2-x5+x8=7,2 |
| 0,8x1+0,6x2+x6 = 12,8 |

Х7,х8 – фиктивные переменные

Приведём систему к виду, в котором будем записывать в симплекс таблицу

|  |  |
| --- | --- |
| x3= | 2-0,1x1-0,1x2 |
| x7= | 3-0,1x1-0,3x2+x4 |
| x8= | 7,2-0,8x1-0,6x2+x5 |
| x6= | 12,8-0,8x1-0,6x2 |

Получим новую функцию:

W(x) = x7 + x8 ->min

w(x) = 10,2 -0,9x1 -0,9x2+x4+x5

Занесём данные в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | b | x1 | x2 | x4 | x5 |
| W | 10,2 | -0,9 | -0,9 | 1 | 1 |
| x3 | 2 | -0,1 | -0,1 | 0 | 0 |
| x7 | 3 | -0,1 | -0,3 | 1 | 0 |
| x8 | 7,2 | -0,8 | -0,6 | 0 | 1 |
| x6 | 12,8 | -0,8 | -0,6 | 0 | 0 |

План (0; 0; 2; 0; 0; 12.8; 3; 7.2)– не оптимальный, т.к. есть отрицательные коэффициенты

Столбец х1 будет разрешающим, т.к. при х1 стоит наибольший отрицательный коэффициент

Определим разрешающую строку, Ɵ = х1:

2 -0,1Ɵ Ɵ3 = 20

3-0,1Ɵ Ɵ7= 30

7,2-0,8Ɵ Ɵ8= 9

12,8-0,8Ɵ Ɵ6= 16

Ɵ min = Ɵ8 = 9 =>х8 – разрешающая строка

Произведём перерасчёт симплекс таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | b | x8 | x2 | x4 | x5 |
| W | 2,1 |  | -0,225 | 1 | -0,125 |
| x3 | 1,1 |  | -0,025 | 0 | -0,125 |
| x7 | 2,1 |  | -0,225 | 1 | -0,125 |
| x1 | 9 |  | -0,75 | 0 | 1,25 |
| x6 | 5,6 |  | 0 | 0 | -1 |

План (9; 0; 1.1; 0; 0; 5.6; 2.1; 5.6)– не оптимальный, т.к. есть отрицательные коэффициенты

Столбец х2 будет разрешающим, т.к. при х2 стоит наибольший отрицательный коэффициент

Определим разрешающую строку, Ɵ = х2:

1.1 -0,025Ɵ Ɵ3 = 44

2.1 -0.225 Ɵ Ɵ7= 9.333

9-0,75Ɵ Ɵ1= 12

5.6-0Ɵ Ɵ6= ∞

Ɵ min = Ɵ7 =9.333 =>х7 – разрешающая строка

Произведём перерасчёт симплекс таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | b | x8 | x7 | x4 | x5 |
| W | 0 |  |  | 0 | 0 |
| x3 | 0,866667 |  |  | -0,11111 | -0,11111 |
| x2 | 9,333333 |  |  | 4,444444 | -0,55556 |
| x1 | 2 |  |  | -3,33333 | 1,666667 |
| x6 | 5,6 |  |  | 0 | -1 |

План (2; 9.333333; 0.866667; 0; 0; 5.6; 0; 0)– оптимальный, т.к. все коэффициенты не отрицательные

Решение вспомогательной задачи окончено, переходим ко второй фазе:

Посчитаем новую целевую функцию:

4x1+5x2 = 4\*(2-3,3333x4+1,66667x5) + 5(9,33333+4,4444x4-0,55556x5) =

= 54,66666667 + 8,888888889\*х4 + 3,888888889\*х5 ->min

Занесём данные в симплекс таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | b | x4 | x5 |
| L | 54,66667 | 8,888889 | 3,888889 |
| x3 | 0,866667 | -0,11111 | -0,11111 |
| x2 | 9,333333 | 4,444444 | -0,55556 |
| x1 | 2 | -3,33333 | 1,666667 |
| x6 | 5,6 | 0 | -1 |

План (2; 9.333333; 0.866667; 0; 0; 5.6) – план оптимальный, т.к. все коэффициенты не отрицательные

6. Послеоптимизационный анализ

Найдём её решение двухфазным симплекс методом:

Х\*(2; 9.333333; 0.866667; 0; 0; 5.6)

Исследование чувствительности целевой функции.

Выделим базисные компоненты векторов и матрицы основных ограничений:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0,2 | 0,6 | 0,4 | 1 |
| 0,3 | 0,2 | 0,4 | 0 |
| 0,5 | 0,2 | 0,2 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |

Xb=

Cb =

Ab =

Вычислим обратную базисную матрицу:

Ab^-1 =

Транспонируем её:

=

Найдем оптимальный двойственный план

у\* = (Аб-1)Т\* сб = =

=

Дадим экономическую интерпретацию полученным результатам:

Первое ограничение является ресурсным и связано с содержанием меди в полученном сплаве. Ограничение не является существенным, а поэтому целевая функция не чувствительна к его изменению.

Второе ограничение является ресурсным и связано с содержанием олова в полученном сплаве. Увеличение его на 1 приведёт к возрастанию затрат на 8.88889 доллара.

Третье ограничение является ресурсным и связано с содержанием цинка в полученном сплаве. Увеличение его на 1 приведёт к возрастанию затрат на 3,88889 доллара.

Четвёртое ограничение является ресурсным и также связано с содержанием цинка в полученном сплаве. Ограничение не является существенным, а поэтому целевая функция не чувствительна к его изменению.

**b1:**

Изменение b1 не влияет на изменение целевой функции

= + >= 0

Ɵ - максимальное уменьшение = min {0.86667/1} = 0.86667

–максимальное увеличение = ∞ (смотрится по отрицательным компонентам вектора z1)

*:*

*=* [2-0.86667; 2+ ∞] = [1.13333; ∞]

**b2:**

изменение b2 на 1 приводит к увеличению целевой функции на 8.88889

= + >= 0

Ɵ - максимальное уменьшение = min {9,3333/4,4444} = 2,1

–максимальное увеличение = min {-2/-3,3333; -0,86667/-0,11111} =min{0.6;7.8}=0.6

*:*

*=* [3-2,1; 3+ 0,6] = [0,9; 3,6]

**B3:**

изменение b3на 1 приводит к увеличению целевой функции на 3,88889

= + >= 0

Ɵ - максимальное уменьшение = min {2/1,6667} = 1,2

–максимальное увеличение = min {-9,3333/-0,5556; -0,86667/-0,1111; -5.6/-1} =min{16.8; 7.8; 5.6}=5.6

*:*

*=* [7.2-1.2; 7.2+ 5.6] = [6; 12.8]

**B4:**

Изменение b4 не влияет на изменение целевой функции

= + >= 0

Ɵ - максимальное уменьшение = min {5.6/1} = 5.6

–максимальное увеличение = ∞ (смотрится по отрицательным компонентам вектора z4)

*:*

*=* [12.8-5.6; 12.8+ ∞] = [7.2; ∞]

Целевая функция нечувствительна к изменению b1 (y1\* = 0)

Изменение b2 на 1приводит к возрастанию затрат на 8.88889 доллара

Изменение b3на 1 приводит к возрастанию затрат на 3,88889 доллара

Целевая функция нечувствительна к изменению b4 (y4\* = 0)

7. определение оптимального целочисленного решения

Исходная задача по своему содержанию является частично целочисленной, так как переменные x1, x2 обозначают количество сплавов, и единица измерения величины исчисляется в килограммах, то нахождение оптимального целочисленного решения не является целесообразным

8.Заключение

В данной курсовой работе была изучена биография Бернарда Роя

Для решения задачи оптимизации был выбран двухфазный симплекс-метод.

В постановке задачи было сказано определить количество сплавов 1 и 2 для получения нового сплава с минимальными затратами.

В ходе решения задачи был получен оптимальный план: 2 кг сплава 1 и 9,33333 кг сплава 2, затраты составили 54,6667 доллара

Также был проведён анализ на устойчивость:

Целевая функция нечувствительна к изменению b1 (y1\* = 0)

Изменение b2 на 1приводит к возрастанию затрат на 8.88889 доллара

Изменение b3на 1 приводит к возрастанию затрат на 3,88889 доллара

Целевая функция нечувствительна к изменению b4 (y4\* = 0)

9. Список используемых источников

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах.- М.: Высшая школа, 1986.- 319 с.

2. Альсевич В.В., Габасов Р., Глушенков В.С. Оптимизация линейных экономических моделей: Статические задачи. – Мн.: БГУ, 2000. -210 с.

3. Балашевич В.А. Основы математического программирования. - Мн.: Вышэйшая школа, 1985.- 173 с.

4. Банди Б. Основы линейного программирования.- М.: Радио и связь, 1989.- 176 с.

5. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология.-М.:Наука, 1980.- 208 с.

6. ГабасовР.,Кириллова Ф.М. Методы оптимизации.- Мн.: Изд-во БГУ, 1981.-350 с.

7. Дегтярев Ю.И. Исследование операций.- М.: Высшая школа, 1986.- 320 с.

8. Кузнецов А.В. и др. Высшая математика: математическое программирование.- Мн.: Вышэйшая школа, 1994.- 286 с.

9. Кудрявцев Е.М. Исследование операций в задачах, алгоритмах и программах.- М.: Радио и связь, 1984.- 184 с.

10. Ларичев О.И. Объективные модели и субъективные решения.-М.: Наука,

1987.- 143 с.

