离散数学

第一章 命题逻辑

回顾

- 命题变元
- 合式公式
- 重言式—永真式
- 矛盾式—永假式
- 永真蕴含式
- 代入规则
- 替换规则
- 常用逻辑恒等式（30）
- 常用永真蕴含式（16）

回顾--命题变元和合式公式

- 命题变元
  - 用P表示一个抽象的命题，而不是一个具体的命题时，称它为以表示任意命题命题变元
  - 不能确定真值
- 合式公式
  - 由命题变元、逻辑联接词及圆括号构成合式公式
- 合式公式递归定义

（1）真值T和F是合式公式。

（2）单个命题变元是合式公式。

（3）如果A是合式公式，那么$\neg A$是合式公式。

（4）如果A和B均是合式公式，那么$A \wedge B$、$A \vee B$、$A \rightarrow B$和$A \leftrightarrow B$都是合式公式。

（5）当且仅当有限次的应用(1)、(2)、(3)、(4)条规则由逻辑联结词、圆括号所组成的有意义的符号串是合式公式。

上面的定义成为递归定义法，(1)称为递归定义基础，（2）、（3）和（4）称为递归定义的归纳，（5）称为递归定义的界限。

回顾--公式的等价性

- 定义：设A、B是两个命题公式，P_1，P_2，…，P_n 是出现在A和B中的所有命题变元。如果对于P_1，P_2，…，P_n的2^n 个真值指派的每一组，公式A和B的真值相同，则称A和B等价。记作$A \Leftrightarrow B$。

- 判断公式等价方法：
  ① 真值表法
  ② 等价公式变换

回顾--公式的等价性

- 替换规则：设A'是公式A的子公式，B'是一命题公式且$A' \Leftrightarrow B'$，将A中的A'用B'来取代，则所得到的是一个新公式，记为B，且$A \Leftrightarrow B$。

- **常用逻辑恒等式（30）**

回顾--重言式和永真蕴含式

- 重言式
  - 给定一个命题公式，若无论对其中的命题变元作何种真值指派，其对应的真值永为T，则称该命题公式为重言式或永真式。
- 永假式
  - 给定一个命题公式，若无论对其中的命题变元作何种真值指派，其对应的真值永为F，则称该命题公式为永假式或矛盾式。
- 可满足式
  - 至少存在一组真值指派使命题公式取值为T的命题公式，称为可满足的。

回顾--带入规则

- 带入规则
  - 在一个重言式中，某个命题变元出现的每一处均代以同一个公式后，所得到的新的公式仍是重言式，这条规则称之为带入规则。
- 应用代入规则和替换规则及已有的重言式可以证明新的重言式

回顾--永真蕴含式

- 定义：当且仅当$A \to B$是一个永真式时，称A永真蕴含B，记作$A \Rightarrow B$

- 要证明A永真蕴含B，只需要证明$A \to B$是一个永真式
  ① 假定前件A是真，若能推出后件B必为真，则$A \to B$永真，于是$A \Rightarrow B$．
  ② 假定后件B是假，若能推出前件A必为假，则$A \to B$永真，于是$A \Rightarrow B$．

- 常用永真蕴含式（**16**）

第一章 命题逻辑

- 主要内容
  - 命题、命题逻辑联结词
  - 命题变元、合式公式
  - 重言式、永真蕴含、恒等式
  - 带入规则、替换规则
  - 对偶原理
  - 范式及其判定问题
  - 命题演算的推理

1.5 对偶原理

- 定义：设有公式A，其中仅含逻辑联结词$\neg$，$\wedge$，$\vee$和逻辑常值T和F。在A中将$\wedge$，$\vee$，T，F分别换以$\vee$，$\wedge$，F，T得公式A^*，则称A^*为A的对偶式。
- 注意: 求对偶式并不要求将“非$\neg$”变原，而且对偶式是相互的。
- 举例:
  - 求 $\neg P \vee (Q \vee R)$的对偶式:

    $$\neg P \wedge (Q \wedge R)$$

  - 求$P \vee \mathrm{F}$的对偶式:

    $$P \wedge T$$

对偶原理

- **定理1：**设A和A^*互为对偶式，P_1，P_2，…，P_n是出现于A和A^*中的所有命题变元，于是：

$$\neg A(P_1,P_2,\ldots,P_n) \Leftrightarrow A^*(\neg P_1,\neg P_2,\ldots,\neg P_n) \quad (1)$$

$$A(\neg P_1,\neg P_2,\ldots,\neg P_n) \Leftrightarrow \neg A^*(P_1,P_2,\ldots,P_n) \quad (2)$$

- 证明：由德·摩根律

$$P \wedge Q \Leftrightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)$$

$$P \vee Q \Leftrightarrow \neg(\neg P \wedge \neg Q)$$

可知，对公式A求否定，直到¬深入到命题变元之前位置，在这个过程中，所有的∨变∧，∧变∨，T变F，F变T。得证。

对偶原理

- 定理2:若$A \Leftrightarrow B$, 且A、B为命题变元P_1，P_2，…，P_n及联结词∧，∨，¬ 构成的公式，则$A^* \Leftrightarrow B^*$。
- 证明:
  - $A \Leftrightarrow B$意味着$A(P_1, P_2, \ldots, P_n) \leftrightarrow B(P_1, P_2, \ldots, P_n)$永真
  - 于是有$\neg A(P_1, P_2, \ldots, P_n) \leftrightarrow \neg B(P_1, P_2, \ldots, P_n)$永真
  - 由定理1知，下式也永真

$$A^*(\neg P_1, \neg P_2, \ldots, \neg P_n) \leftrightarrow B^*(\neg P_1, \neg P_2, \ldots, \neg P_n)$$

  - 利用带入规则，以$\neg P_i$代P_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$，得永真$A^*(P_1, P_2, \ldots, P_n) \leftrightarrow B^*(P_1, P_2, \ldots, P_n)$

$$A^* \Leftrightarrow B^*$$

对偶原理

- 例：若$(P \wedge Q) \vee (\neg P \vee (\neg P \vee Q)) \Leftrightarrow \neg P \vee Q$，试证$(P \vee Q) \wedge (\neg P \wedge (\neg P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg P \wedge Q$
- 证明：

设 $A = (P \wedge Q) \vee (\neg P \vee (\neg P \vee Q))$

$B = \neg P \vee Q$

则 $A^* = (P \vee Q) \wedge (\neg P \wedge (\neg P \wedge Q))$

$B^* = \neg P \wedge Q$

由于 $A \Leftrightarrow B$

因此 $A^* \Leftrightarrow B^*$

对偶原理

- 试证明: (1) $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q) \Leftrightarrow \mathrm{T}$

  (2) $(P \leftrightarrow Q) \wedge (\neg P \wedge Q) \Leftrightarrow \mathrm{F}$

- (1)证明: $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$

$\Leftrightarrow \neg(P \leftrightarrow Q) \vee (\neg P \vee Q)$ $\quad E27$

$\Leftrightarrow \neg\big((P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)\big) \vee (\neg P \vee Q)$ $\quad E26$

$\Leftrightarrow \big((\neg P \vee \neg Q) \wedge (P \vee Q)\big) \vee (\neg P \vee Q)$ $\quad E11, E12$

$\Leftrightarrow ((\neg P \vee \neg Q) \vee (\neg P \vee Q)) \wedge ((P \vee Q) \vee (\neg P \vee Q))$ $\quad E8$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q \vee \neg P \vee Q) \wedge (P \vee Q \vee \neg P \vee Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee \mathrm{T}) \wedge (Q \vee \mathrm{T})$ $\quad E17, E19$

$\Leftrightarrow \mathrm{T} \wedge \mathrm{T}$ $\quad E17, E19$

$\Leftrightarrow \mathrm{T}$ $\quad E16$

对偶原理

- 试证明: **(1)** $\boxed{(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)} \Leftrightarrow \mathrm{T}$

  (2) $\boxed{(P \leftrightarrow Q) \wedge (\neg P \wedge Q)} \Leftrightarrow \mathrm{F}$

- **(2)**证明： $(P \leftrightarrow Q) \wedge (\neg P \wedge Q)$

$\Leftrightarrow ((P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)) \wedge (\neg P \wedge Q)$ $\quad E26$

- 由证明**(1)** $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$

  $\Leftrightarrow ((\neg P \vee \neg Q) \wedge (P \vee Q)) \vee (\neg P \vee Q)$ $\quad E11, E12$

知$(P \leftrightarrow Q) \wedge (\neg P \wedge Q)$和$(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$互为对偶式

- 由于**T**的对偶式是**F**, 因此由定理**2**可知

$$(P \leftrightarrow Q) \wedge (\neg P \wedge Q) \Leftrightarrow \mathrm{F}$$

对偶原理

- 定理**3:**如果$A \Rightarrow B$且A，B为命题变元P_1，P_2，…，P_n及联结词∧，∨，¬ 构成的公式，则$B^* \Rightarrow A^*$
- 证明：
  - $A \Rightarrow B$意味着$A(P_1, P_2, \cdots, P_n) \rightarrow B(P_1, P_2, \cdots, P_n)$永真
  - 由逆反律得$\neg B(P_1, P_2, \cdots, P_n) \rightarrow \neg A(P_1, P_2, \cdots, P_n)$永真
  - 根据定理1

    $B^*(\neg P_1, \neg P_2, \cdots, \neg P_n) \rightarrow A^*(\neg P_1, \neg P_2, \cdots, \neg P_n)$永真
  - 利用带入规则，以$\neg P_i$取代$P_i(i = 1,2 \cdots, n)$，得

    $$B^*(P_1, P_2, \cdots, P_n) \rightarrow A^*(P_1, P_2, \cdots, P_n)\text{永真}$$
  - 即$B^* \Rightarrow A^*$

1.6范式和判定问题

- 公式的标准形式——范式
- 用来在有限步内判定公式永真、永假、可满足的

析取范式和合取范式

- 定义：
  - 若一个命题公式是一些命题变元及其否定的积，则称之为基本积；若这个命题公式是一些变元及其否定之和，称为基本和。
  - 一个由<u>基本积的和</u>组成的公式，如果与给定的公式*A*等价，则称它是*A*的析取范式。
  - 一个由<u>基本和的积</u>组成的公式，如果与给定的命题公式*A*等价，则称它是*A*的合取范式。

析取范式和合取范式

- 定理1.6-1： 一个基本积是永假式，当且仅当它含有$P,\neg P$形式的两个因子。
- 证明：
  - （充分性）由于$P \wedge \neg P$是永假式，而$Q \wedge \mathrm{F} \Leftrightarrow \mathrm{F}$，所以含有$P$和$\neg P$形式的两个因子时基本积是永假式。
  - （必要性）用反证法。设基本积为假但不含P和$\neg P$形式的因子，于是给这个基本积中的命题变元指派真值T，给带有否定的命题变元指派真值F，得基本积的真值是T，与假设矛盾。证毕。

析取范式和合取范式

- 定理**1.6-2**：一个基本和是永真式，当且仅当它含有$P, \neg P$形式的两个因子。

析取范式和合取范式

例：求命题公式$P \wedge (Q \rightarrow R)$的析取范式

解：

$$P \wedge (Q \rightarrow R) \Leftrightarrow P \wedge (\neg Q \vee R)$$

/*这是一个合取范式*/

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R)$$

/*使用∧对∨的分配律，化成析取范式*/

析取范式与合取范式

例：求命题公式$(\neg P \wedge Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$的合取范式

解：$(\neg P \wedge Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$

$\Leftrightarrow ((\neg P \wedge Q) \wedge (P \rightarrow Q)) \vee (\neg(\neg P \wedge Q) \wedge \neg(P \rightarrow Q))$

/*消↔*/

$\Leftrightarrow ((\neg P \wedge Q) \wedge (\neg P \vee Q)) \vee ((P \vee \neg Q) \wedge (P \wedge \neg Q))$

/*消→并且否定深入到单个变元前*/

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$ /*析取范式*/

$\Leftrightarrow ((\neg P \wedge Q) \vee P) \wedge ((\neg P \wedge Q) \vee \neg Q)$

$\Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$

/*使用或对与的分配律及补余律，现在是合取范式的形式*/

- 例：求$\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$的析取范式
- 解：$\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$

$$\Leftrightarrow \big(\neg(P \vee Q) \wedge (P \wedge Q)\big) \vee \Big(\neg\big(\neg(P \vee Q)\big) \wedge \neg(P \wedge Q)\Big)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q \wedge P \wedge Q) \vee \big((P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)\big)$$

$$\Leftrightarrow F \vee \big((P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)\big)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \big((P \vee Q) \wedge \neg P\big) \vee \big((P \vee Q) \wedge \neg Q\big)$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg P) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow F \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee F$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$$

析取范式和合取范式

- 解：设$A \Leftrightarrow \neg(P \vee Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$，

则$A \Leftrightarrow \neg(P \vee Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$

$\Leftrightarrow \neg(P \vee Q) \wedge (P \wedge Q) \vee \left(\neg\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)\right)$

$\Leftrightarrow \left((\neg P \wedge \neg Q) \wedge (P \wedge Q)\right) \vee \left((P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)\right)$

$\Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$

所以$A \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$

主析取范式

- 定义1.6-4：在含n个变元的基本积中，若每个变元与其否定不同时存在，而二者之一必出现且仅出现一次，则称这种基本积为极小项。
- 例：
  - 两个命题变元P、Q的极小项为

[illegible]

- n个变元，极小项个数2^n

主析取范式

- 假定有***P***、***Q***、***R***三个变元

$\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R$	— 000	0
$\neg P \wedge \neg Q \wedge R$	— 001	1
$\neg P \wedge Q \wedge \neg R$	— 010	2
$\neg P \wedge Q \wedge R$	— 011	3
$P \wedge \neg Q \wedge \neg R$	— 100	4
$P \wedge \neg Q \wedge R$	— 101	5
$P \wedge Q \wedge \neg R$	— 110	6
$P \wedge Q \wedge R$	— 111	7

主析取范式

- 每个极小项只有一个真值指派使其为真
- 任何两个极小项的合取必为假（因为在2^n种真值指派中，只有一个极小项取值为真）
- 所有极小项的析取必为真

主析取范式

- 定义**1.6-5**：一个由极小项的和组成的公式，如果与命题公式*A*等价，则称它是公式*A*的主析取范式。
- 对任何命题公式(永假式除外)都可求得与其等价的主析取范式，而且主析取范式的形式唯一。

主析取范式

- 求主析取范式的方法：
  ① 先化成与其等价的析取范式；
  ② 若析取范式的基本积中同一命题变元出现多次，则将其化成只出现一次；
  ③ 去掉析取范式中所有为永假式的基本积，即去掉基本积中含有形如$P \wedge \neg P$的子公式的那些基本积；
  ④ 若析取范式中缺少某一命题变元如***P***，则可用公式$(P \vee \neg P) \wedge Q \Leftrightarrow Q$将命题变元***P***补充进去，并利用分配律展开，然后合并相同的基本积

主析取范式

- $A \Leftrightarrow P \wedge Q \vee R \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee R$

$\Leftrightarrow \big((P \wedge Q) \wedge (R \vee \neg R)\big) \vee \big((P \vee \neg P) \wedge R\big)$

$\Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge R) \vee (\neg P \wedge R)$

$\Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee$

$(P \wedge R \wedge (Q \vee \neg Q)) \vee ((\neg P \wedge R) \wedge (Q \vee \neg Q))$

$\Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee$

$(P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R)$

$\Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R)$

$\vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R)$

$\Leftrightarrow m_7 \vee m_6 \vee m_5 \vee m_3 \vee m_1$

$\Leftrightarrow \sum(1，3，5，6，7)$

主析取范式

- **主析取范式和真值表的关系：**
- 右图为 $A = P \wedge Q \vee R$对应的真值表：
- $A = P \wedge Q \vee R$
  $= \sum(1,3,5,6,7)$

P	Q	R	极小项	$P \wedge Q \vee R$
0	0	0	$\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R$	0
0	0	1	$\neg P \wedge \neg Q \wedge R$	1
0	1	0	$\neg P \wedge Q \wedge \neg R$	0
0	1	1	$\neg P \wedge Q \wedge R$	1
1	0	0	$P \wedge \neg Q \wedge \neg R$	0
1	0	1	$P \wedge \neg Q \wedge R$	1
1	1	0	$P \wedge Q \wedge \neg R$	1
1	1	1	$P \wedge Q \wedge R$	1

主合取范式

- 定义1.6-6： 在含n个变元的基本和中，若每个变元与其否定不同时存在，而二者之一必出现且仅出现一次，则称这种基本和为极大项。
- 例：
  - 两个命题变元P、Q的极大项为

[illegible]

- n个变元，极大项个数2^n

主合取范式

- 假定有***P***、***Q***、***R***三个变元

$P \vee Q \vee R$	— 000	0
$P \vee Q \vee \neg R$	— 001	1
$P \vee \neg Q \vee R$	— 010	2
$P \vee \neg Q \vee \neg R$	— 011	3
$\neg P \vee Q \vee R$	— 100	4
$\neg P \vee Q \vee \neg R$	— 101	5
$\neg P \vee \neg Q \vee R$	— 110	6
$\neg P \vee \neg Q \vee \neg R$	— 111	7

- 每个极大项只有一组真值指派使其为F
- 任何两个极大项的析取必为真（因为在2^n种真值指派中，只有一个极大项取值为假）
- 所有极大项的合取必为假。

主合取范式

- 定义**1.6-7**：一个由极大项的积组成的公式，如果与命题公式*A*等价，则称它是公式*A*的主合取范式。

- 对任何命题公式(永真式除外)都可求得与其等价的主合取范式，而且主合取范式的形式唯一。

主合取范式

- 求主合取范式的方法：
  ① 先化成与其等价的合取范式；
  ② 若合取范式的基本和中同一命题变元出现多次，则将其化成只出现一次；
  ③ 去掉合取范式中所有为永真式的基本和，即去掉基本和中含有形如$P \vee \neg P$的子公式的那些基本和；
  ④ 若合取范式中缺少某一命题变元如*P*，则可用公式$(P \wedge \neg P) \vee Q \Leftrightarrow Q$将命题变元*P*补充进去，并利用分配律展开，然后合并相同的基本和

主合取范式

- $A \Leftrightarrow P \wedge Q \vee R \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee R$

$\Leftrightarrow (P \vee R) \wedge (Q \vee R)$

$\Leftrightarrow \big((P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q)\big) \wedge \big((Q \vee R) \vee (P \wedge \neg P)\big)$

$\Leftrightarrow (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee R)$

$\wedge (\neg P \vee Q \vee R)$

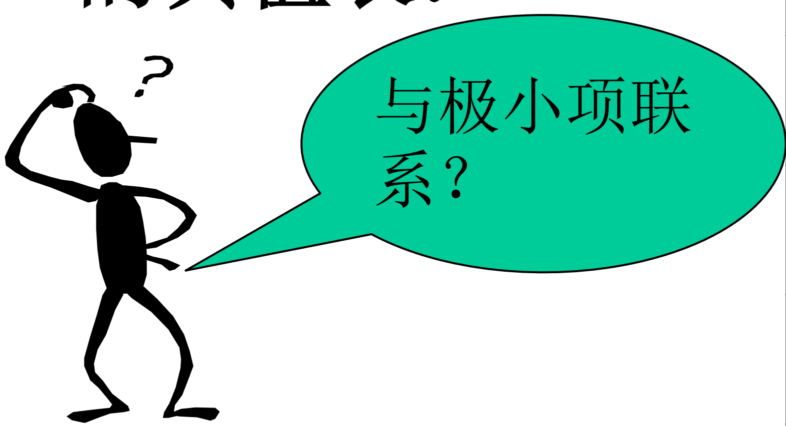
$\Leftrightarrow (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R)$

$\Leftrightarrow M_0 \wedge M_2 \wedge M_4$

$\Leftrightarrow \prod(0，2，4)$

主合取范式

- 主合取范式和真值表的关系：
- 右图为$A = P \wedge Q \vee R$ $\Leftrightarrow$ $\prod(0，2，4)$对应的真值表：



P	Q	R	极大项	$P \wedge Q \vee R$
0	0	0	$P \vee Q \vee R$	0
0	0	1	$P \vee Q \vee \neg R$	1
0	1	0	$P \vee \neg Q \vee R$	0
0	1	1	$P \vee \neg Q \vee \neg R$	1
1	0	0	$\neg P \vee Q \vee R$	0
1	0	1	$\neg P \vee Q \vee \neg R$	1
1	1	0	$\neg P \vee \neg Q \vee R$	1
1	1	1	$\neg P \vee \neg Q \vee \neg R$	1

极小项和极大项的关系

- 极小项m_i和极大项M_i有下列的关系：

$$m_i \Leftrightarrow \neg M_i$$
$$M_i \Leftrightarrow \neg m_i$$

- 二者可以互相转化
- $\boldsymbol{A} \Leftrightarrow \prod(0,2,4) \Leftrightarrow \sum(1,3,5,6,7)$

由合取（析取）范式求主析取（合取）范式

- 二者可以互相转化
- 已知公式*A*的主合取范式为：

$$(P\vee Q\vee \neg R)\wedge(P\vee \neg Q\vee \neg R)$$

- 求主析取范式。
- 解：
  - *A*的主合取范式为$M_1\wedge M_3$，可知*A*的主析取范式为$\sum(0,2,4,5,6,7)$
  - 于是可直接写出*A*的主析取范式

$$(\neg P\wedge \neg Q\wedge \neg R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge \neg R)\vee(P\wedge \neg Q\wedge \neg R)$$
$$\vee(P\wedge \neg Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge \neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)$$

主析取范式和主合取范式

- 一个命题公式是永真式， 它的命题变元的所有极小项均出现在其主析取范式中，不存在与其等价的主合取范式；
- 一个命题公式是永假式，它的命题变元的所有极大项均出现在其主合取范式中，不存在与其等价的主析取范式；
- 一个命题公式是可满足的，它既有与其等价的主析取范式，也有与其等价的主合取范式.

主析取范式和主合取范式

- 例:求下列公式的主范式: （$P \to \neg Q) \to \neg R$
- 解: $(P \to \neg Q) \to \neg R$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q) \vee \neg R$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee \neg R$$

$$\Leftrightarrow (P \vee \neg R) \wedge (Q \vee \neg R)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee \neg R \vee (Q \wedge \neg Q)) \wedge (Q \vee \neg R \vee (P \wedge \neg P))$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R)) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R)$$

$\Leftrightarrow \prod(1,3,5)$ /*其中∏表示求合取*/

$\Leftrightarrow \sum(0,2,4,6,7)$ /*即该公式是可满足的，应存在与其等价的主析取范式*/

主析取范式和主合取范式

- 例：求下列命题公式的主范式：

$$(P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg S)$$

- 解：$(P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg S)$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge R \wedge S) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R \wedge \neg S)$$

$$\vee (\neg P \wedge Q \wedge R \wedge \neg S) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R \wedge \neg S)$$

$$\Leftrightarrow \sum(11, 10, 6, 4)$$ /*这里∑代表析取*/

$$\Leftrightarrow \prod(0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 15)$$

- 从上面的解题过程中我们可以看出，如果与一个命题公式等价的一种主范式一经求出，另一种形式立刻可以得出，除非是永真（或永假）式。

作业

- 第一章习题
  - 16
  - 17(1)(3)
  - 18(2)(4)