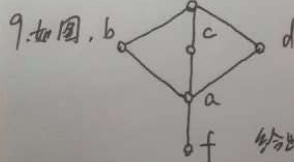


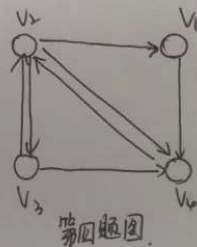


一、填空题 (30分, 每空2分) A卷.

1. 设 $A = \{2, 4, 8\}$, A 上的二元运算 $*$ 定义为: $a * b = a$ 和 b 的最小公倍数, 则在代数系统 $\langle A, * \rangle$ 中, 单位元是 2, 零元是 8.
2. 设 a 是 10 阶群的生成元, 则 a^8 是 10 阶元素.
3. 当 $|G| = 6$ 时, 群 $\langle G, * \rangle$ 只能有 1 个非平凡子群, 不能有 2 个子群, 子群为 $\{e, a^3\}$.
4. 设 $\langle G, * \rangle$ 是一个群, $a, b, x \in G$, 若 $a * x = b$, 则 $x = \underline{a^{-1} * b}$, 若 $a * x = a * b$, 则 $x = \underline{b}$.
5. $\forall x (\forall y (Q(x, y) \rightarrow P(x)))$ 的前束范式为 $\forall x (P(x))$.
6. 设 $A = \{a, b, c, d\}$, R 为 A 上的二元关系 $R = \{\langle b, a \rangle, \langle a, d \rangle, \langle c, c \rangle\}$, 则 R 的传递闭包 $\{\langle b, a \rangle, \langle a, d \rangle, \langle c, c \rangle, \langle b, d \rangle\}$.
7. 设无向图 G 有 10 条边, 且每个顶点的度数都是 2, 则图 G 有 10 个顶点. (填) 10.
8. 设 $|X| = n, |Y| = m$, 则 (1) 从 X 到 Y 有 m^n 个不同的函数.
(2) 当 n, m 满足 $n = m$ 时, 存在双射.
(3) 有 $m!$ 个不同的双射.



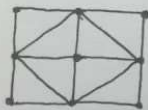
给出格 L , 则 e 的补元是 f .



第四题图

二、选择题 (20分, 每题2分).

1. 素数阶群一定是 ()
A. 交换群. B. 置换群. C. 循环群. D. 对称群.
2. 在自然数集 N 上, 下列哪些运算是可结合的 ()
A. $a * b = a - b$ B. $a * b = a + b + ab$ C. $a * b = a + 3b$ D. $a * b = |a - b|$
3. 下图中是哈密尔顿图的是 ()



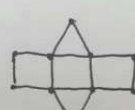
A.



B.



C.



D.

4. 具有 6 个顶点, 10 条边的连通简单平面图中, 面 (指内部) 的个数为 ()
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
5. 有限布尔代数的元素个数一定等于 ()
A. 偶数 B. 奇数 C. 4 的倍数 D. 2 的整数次幂



6. 设 $S = \{a, b, c\}$, $P(S)$ 为 S 的幂集。群 G 为 $\langle P(S), \oplus \rangle$, 其中, \oplus 为集合对称差运算, 则方程 $\{a, b\} \oplus x = \{a, c\}$ 的解为 ()。
- A. $\{b, c\}$ B. $\{a, b, c\}$ C. $\{a, c\}$ D. \emptyset
7. 在下述公式中不是永真式的为 ()
- A. $P \rightarrow (P \vee Q)$ B. $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$ C. $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow (Q \rightarrow (P \rightarrow R))$ D. $(P \vee Q) \rightarrow P$
8. 设 $P = \{x | (x+1) \leq 9 \wedge x \in \mathbb{R}\}$, $Q = \{x | 5 \leq x^2 + 6 \wedge x \in \mathbb{R}\}$, 则 () 是正确的。
- A. $Q \subset P$ B. $Q \supset P$ C. $P \subset Q$ D. $P = Q$
9. 在一棵树中有 9 片树叶, 3 个 3 度结点, 其余都是 4 度结点, 则该树有 () 个 4 度结点。
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
10. 下列语句中是命题的有 ()。
- A. 请求帮助 B. $x+7 > 6$ C. 2 是整数 D. 好大的雪呀!

三. 求公式 $(P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$ 的主析取范式和主合取范式并给出公式类型 (5分)

三. 求公式 $(P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$ 的主析取范式和主合取范式并给出公式类型 (5分)

四. 求出图中有向图 G 的邻接矩阵 A , 找出从 V_4 到 V_1 长度为 2 和 4 的路径 (仅用顶点、序列表示), 用计算 A^2, A^3, A^4 来验证得到的结论 (10分)

五. 设正整数的序偶集合 $A = \{ \langle x, y \rangle | x, y \text{ 是正整数} \}$ 在 A 上定义二元关系 R 如下: $\langle \langle x, y \rangle, \langle u, v \rangle \rangle \in R \Leftrightarrow x + v = y + u$, 证明 R 是一个等价关系。(10分)

六. 符号化命题“有理数和无理数都是实数, 虚数不是实数, 因此, 虚数既不是有理数, 也不是无理数。”并用演绎方法证明上面推理。(20分): $Q(x)$: x 是有理数; $W(x)$: x 是无理数; $P(x)$: x 是实数; $L(x)$: x 是虚数

(共 10 分, 其中符号化 4 分, 推理 6 分)。

七. 班长选举中, 班委会的每个职位只能由一人担任, 不可兼任, 且王小红、李强、丁金生三位同学被选进了班委会, 该班的甲、乙、丙三名同学猜测:

甲说: 王小红为班长, 李强为生活委员。

乙说: 丁金生为班长, 王小红为生活委员。

丙说: 李强为班长, 王小红为学习委员。

班委会将 2 名单公布后发现, 甲、乙、丙三人恰好猜对了一半, 问三人各担任什么职位 (要求: 用等值演算求解) (7分)。

八. 某次会议有 20 人参加, 其中每人至少有 10 个朋友, 这 20 人拟围一桌入席, 用图论知识说明是否可能每人邻座的都是朋友? 并说明理由。(8分)