

保密★启用前

2020-2021 学年第一学期期末考试

《工科数学分析基础 1》

A 卷

考生注意事项

1. 答题前，考生须在试题册指定位置上填写考生学号和考生姓名。
2. 在答题卡指定位置上填写考试科目、考生姓名和考生学号，并涂写考生学号信息。  
特别提醒 由于答题卡上学号只设了九位空格，所以请 2020 级学生在答题卡上填涂学号时，去掉最前面的“20”。例如，如果学号为 20201234567，则填涂 201234567。其它年级的同学填涂完整的学号。
3. 第一题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，其它题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效：在草稿纸、试题册上答题无效。
4. 填（书）写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
5. 考试结束，将答题卡和试题册按规定交回。

（以下信息考生必须认真填写）

|      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 考生学号 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 考生姓名 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

一、选择题 每小题 3 分, 共 45 分. 下列每题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的, 请将答案涂写在答题卡上.

1、点  $x = 0$  是函数  $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$  的 ( )

- (A) 可去间断点. (B) 跳跃间断点.  
(C) 无穷间断点. (D) 振荡间断点.

2、设  $f(x)$  为不恒等于零的奇函数, 且  $f'(0)$  存在, 则函数  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$  ( )

- (A) 在点  $x = 0$  处左极限不存在. (B) 有跳跃间断点  $x = 0$ .  
(C) 在点  $x = 0$  处右极限不存在. (D) 有可去间断点  $x = 0$ .

3、设  $f(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} x \left(1 + \frac{1}{t}\right)^{2tx}$ , 则  $f'(x) =$  ( )

- (A)  $(1 + 2x)e^{2x}$ . (B)  $(1 + x)e^x$ . (C)  $xe^{2x}$ . (D) 1.

4、函数  $f(x) = \cos \frac{1}{x}$  在以下哪个区间不一致连续? ( )

- (A)  $(0, 1)$ . (B)  $(1, 2)$ . (C)  $[2, 3]$ . (D)  $(3, +\infty)$ .

5、设函数  $y = y(x)$  由方程  $2^{xy} = x + y$  所确定, 则  $\frac{dy}{dx}|_{x=0} =$  ( )

- (A)  $\ln 2 - 1$ . (B)  $\ln 2 + 1$ . (C)  $-1$ . (D) 0.

6、设  $\begin{cases} x = f'(t) \\ y = tf'(t) - f(t) \end{cases}$ , 其中  $f(t)$  有二阶连续导数, 且  $f''(t) \neq 0$ , 则  $\frac{d^2y}{dx^2} =$  ( )

- (A)  $f''(t) + tf'''(t)$ . (B) 1. (C)  $\frac{t}{f''(t)}$ . (D)  $\frac{1}{f''(t)}$ .

7、设函数  $f(x) = xe^x$ , 则  $f^{(2020)}(0) =$  ( )

- (A) 2019. (B) 2020. (C) 2021. (D) 0.

8、设周期为 4 的函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内可导, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = -1$ , 则曲

线  $y = f(x)$  在点  $(5, f(5))$  处的斜率为 ( )

- (A) 1. (B)  $-1$ . (C) 2. (D)  $-2$ .

9、函数  $f(x) = \int_0^x \frac{2t-1}{t^2-t+1} dt$  在  $[-1, 1]$  上的最大值为 ( )

- (A)  $\ln \frac{3}{4}$ . (B)  $\ln \frac{3}{2}$ . (C) 0. (D)  $\ln 3$ .

10、定积分  $\int_0^{\pi} 2e^x \sin x \, dx = (\quad)$

- (A)  $-e^{\pi} + 1$ . (B)  $-e^{\pi} - 1$ . (C)  $e^{\pi} + 1$ . (D)  $e^{\pi} - 1$ .

11、定积分  $\int_{\pi}^{2\pi} \sin^4 x \, dx = (\quad)$

- (A)  $\frac{\pi}{2}$ . (B)  $\frac{3\pi}{8}$ . (C)  $\frac{\pi}{4}$ . (D)  $\frac{\pi}{8}$ .

12、定积分  $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{2x+1}} \, dx = (\quad)$

- (A)  $\frac{5}{3}$ . (B)  $\frac{10}{3}$ . (C) 5. (D)  $\frac{20}{3}$ .

13、心形线  $r = 1 + \cos \theta$  (极坐标系下的方程) 所围平面图形的面积为  $(\quad)$

- (A)  $\frac{3\pi}{8}$ . (B)  $\frac{3\pi}{4}$ . (C)  $\frac{3\pi}{2}$ . (D)  $3\pi$ .

14、函数  $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + 1$  在  $(0, +\infty)$  内的零点个数为  $(\quad)$

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

15、微分方程  $\frac{dy}{dx} = \cos x \cdot \csc y$  的通解为  $(\quad)$

- (A)  $\sin x + \cos y = c$ . (B)  $\sin x - \cos y = c$ .  
(C)  $\cos x - \sin y = c$ . (D)  $\cos x + \sin y = c$ .

二、(15 分) 求解微分方程初值问题  $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{2x^2+y^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$ .

三、(15 分) 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2) - \ln(1+\sin^2 x)}{(e^x - 1)\sin^3 x}$ .

四、(15 分) 设函数  $f(x)$  在  $[-\pi, \pi]$  上连续.

(1) 证明:  $\int_0^{\pi} x f(\sin x) \, dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) \, dx$ .

(2) 当  $f(x) = \frac{x}{1+\cos^2 x} + \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin x \, dx$  时, 利用(1)的结论求  $f(x)$ .

五、(10 分) 设函数  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上二阶可导, 且  $|f''(x)| \leq 1$ . 已知  $f(x)$  在  $(0, 1)$  内取到最大值  $\frac{1}{4}$ . 证明:  $|f(0)| + |f(1)| \leq 1$ .