姓 名:__________

学 号:__________

院 系:__________

_____级_____班

教 师:__________

线 订 装

大 连 理 工 大 学

课 程 名 称: 工科数学分析基础 2 试卷: A 考试形式: 闭卷

授课院(系): 数学科学学院 考试日期: 2019 年 5 月 14 日 试卷共 6 页

题 号	一	二	三	四	五	六	七				总 分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得 分											

得分	

一、 填空题 (每题 6 分, 共 30 分)

1. 设 $z=x^3f(xy,\dfrac{y}{x})$, 且 f 具有二阶连续偏导数, 则 $\dfrac{\partial z}{\partial y}=$ ____________________, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$ ______________________.

2. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to 1}}\left(1+\dfrac{1}{xy}\right)^{\frac{x^3y}{x^2+y^2}}=$ __________, 级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{1}{2^n(n+1)}$ 的和为 __________.

3. 曲线 $\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=6\\ x+y+z=0\end{cases}$ 在点 $M(1,-2,1)$ 处的切线方程为 ______________, 法平面方程为 __________________.

4. 函数 $u=\ln(x+\sqrt{y^2+z^2})$ 在 $A(1,0,1)$ 点处的梯度 $\mathbf{grad}\,u|_A=$ ______________, 沿 A 点指向 $B(3,-2,2)$ 点方向的方向导数为 ______________.

5. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x, & 0\le x\le\dfrac{1}{2}\\ 2(1-x), & \dfrac{1}{2}<x\le 1\end{cases}$, 而 $S(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n\cos n\pi x$, 其中 $a_n=2\int_0^1 f(x)\cos n\pi x\,\mathrm{d}x\ \ (n=0,1,2\cdots)$, 则 $S(-\dfrac{5}{2})=$ ________, $S(9)=$ ________.

得分	

二、 单项选择题 (每题 4 分, 共 20 分)

1. 设线性无关的函数 y_1, y_2, y_3 都是方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 的解, C_1, C_2 为任意常数, 则该非齐次方程的通解是 (　)

(A) $C_1y_1+C_2y_2+y_3$　　(B) $C_1y_1+C_2y_2-(C_1+C_2)y_3$

(C) $C_1y_1+C_2y_2+(1-C_1-C_2)y_3$　　(D) $C_1y_1+C_2y_2-(1-C_1-C_2)y_3$

2. 设 $z=\begin{cases} xy\sin\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\neq(0,0) \\ 0, & (x,y)=(0,0) \end{cases}$, 则该函数在 $(0,0)$ 点 (　)

(A) 不连续　　(B) 连续但偏导数不存在

(C) 连续且偏导数存在但不可微　　(D) 可微

3. 二元函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处可微的一个充分条件是 (　)

(A) $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}[f(x,y)-f(0,0)]=0$

(B) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x,0)-f(0,0)}{x}=0$, 且 $\lim\limits_{y\to0}\dfrac{f(0,y)-f(0,0)}{y}=0$

(C) $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{f(x,y)-f(0,0)}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$

(D) $\lim\limits_{x\to0}[f'_x(x,0)-f'_x(0,0)]=0$, 且 $\lim\limits_{y\to0}[f'_y(0,y)-f'_y(0,0)]=0$

4. 设有命题

(1) 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛, 则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n}}a_n$ 收敛.

(2) 若正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 满足 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}<1\ (n=1,2\cdots)$, 则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛.

(3) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}=1$, 则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 同敛散.

(4) 若 $a_n\le b_n\le c_n\ (n=1,2\cdots)$ 且 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}c_n$ 都收敛, 则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 收敛.

则上述命题中正确的个数为 (　)

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

5. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n(3^n+(-2)^n)}$ 的收敛域为 (　)

(A) $[-3,3)$　　(B) $(-3,3]$　　(C) $(-2,2)$　　(D) $[-2,2]$

得分	

三、 (10分) 求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 2xe^x$ 的通解.

得分	

四、 (10分) 求二元函数 $z = f(x, y) = x^2 y(4 - x - y)$ 在由直线 $x + y = 6$, x 轴和 y 轴所围成的闭区域 D 上的极值、最大值和最小值.

得分	

五、 (10分) 设函数 $z = z(x, y)$ 具有二阶连续偏导数, 变换 $\begin{cases} u = x + ay \\ v = x + by \end{cases}$

可把方程 $3\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ 简化为 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} = 0$, 求常数 a, b.

得分	

六、 (10分) 将函数 $f(x) = x^2$, $x \in [-1, 1]$ 展开为以 2 为周期的傅里叶级数, 并由此求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n^2}$ 的和.

得分	

七、 (10分) 将函数 $f(x) = \arctan\dfrac{1-2x}{1+2x}$ 展开成 x 的幂级数, 并求级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{2n+1}$ 的和.