离散数学

第二章 谓词逻辑

第一章回顾

重点掌握

1

1、联结词
2、常用公式
3、范式及其应用
4、推理

一般掌握

2

代入规则
替换规则

了解

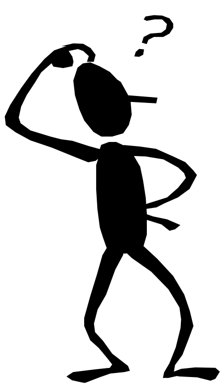
3

联结词的完备集的理解和学习

对偶原理

谓词逻辑的引入

- 在命题逻辑中，试进行下列推理:
  - “苏格拉底三段论”：
  - 凡人都是要死的，　　P
  - 苏格拉底是人，　　　Q
  - 所以苏格拉底是要死的。R



$$(P \wedge Q) \rightarrow R$$

命题逻辑中，命题被当作一个基本的，不可分割的单位，只研究由原子命题和联接词所组成的复合命题，没有研究命题内部的内部结构以及命题之间的内在关系。

- 类似的还有很多，例如：
  - 所有的人都要呼吸，李华是人，所以李华要呼吸
  - 所有的正整数都大于**0**，**3**是正整数，所以**3**大于**0**

- 本章介绍的谓词逻辑，对原子命题的成份、结构和原子命题间的共同特性等作了进一步分析。
- 引入了个体词、谓词、量词、谓词公式等概念，在此基础上研究谓词公式间的等值关系和蕴含关系，并且对命题逻辑中的推理规则进行扩充和进行谓词演绎。

本章内容

- 谓词、个体、量词
- 合式谓词公式
- 自由变元和约束变元
- 含有量词的等价式和永真蕴含式
- 谓词逻辑中的推理理论
- 前束范式、斯柯林范式

2.1谓词演算

本质上是把数学中的逻辑论证加以符号化。

- 原子命题被分解为**谓词**和**个体**两部分。
- 个体：可以独立存在的事物，描述的对象 。
  - 老师，计算机，证书，道德，智商等。
- 谓词：用来刻划个体的性质或个体之间关系的词称为谓词
  - 刻划一个个体性质的词称为一元谓词；
  - 刻划n个个体之间关系的词称为n元谓词。

谓词和个体

- 例：
  - （1）李明是学生；
  - （2）张亮比陈华高；
  - （3）陈华坐在张亮与李明之间。

  - 个体：李明，张亮，陈华
  - 谓词：…是学生； …比…高； …坐在…和…之间
  - 一元谓词： …是学生
  - 二元谓词： …比…高
  - 三元谓词： …坐在…和…之间

谓词和个体

（1）李明是学生；

（2）张亮比陈华高；

（3）陈华坐在张亮与李明之间。

- 一般用大写的英文字母表示谓词，而用小写的英文字母表示个体。
- a：李明；b：张亮；c：陈华
- Q：…是学生；P：…比…高；R：…坐在…和…之间
- 上述命题可分别表示为$Q(a)$,$P(b,c)$,$R(c,b,a)$
- 一般地，由n个个体和n元谓词所组成的命题可表示为$F(a_1,a_2,\ldots,a_n)$,其中F表示n元谓词，$a_1,a_2,\ldots,a_n$分别表示n个个体。
- 注意：$a_1,a_2,\ldots,a_n$的排列次序是重要的。

谓词和个体

- 对于$F(a_1, a_2, \dots, a_n)$，如果括号内的个体是抽象的可变化的，那么$F(a_1, a_2, \dots, a_n)$称为*n*元原子谓词公式或*n*元命题函数。

- 注意：命题的*n*元谓词表示形式和*n*元命题函数不同?
  - a：张明。
  - 命题函数：$P(x)$　　x是学生。
  - 谓词表示形式：$P(a)$　张明是学生。

个体域

任何个体的变化都有一个范围，这个变化范围称为个体域(或论域)。

- 个体域可以是有限的，也可以是无限的。所有个体域的总和叫作全总个体域。以某个个体域为变化范围的变元叫个体变元。
- 个体域的变换范围影响到谓词公式的真假
- $R(x)$：x是大连理工大学软件学院的学生.
  - 如果x的讨论范围是大工软件学院某个班级的学生　永真
  - 如果x的讨论范围是某个幼儿园里的小朋友　永假
  - 如果x的讨论范围是大连的所有市民　可满足

谓词的阶

- 在谓词$P(x_1,x_2,\cdots,x_n)$中，如果个体变元是一些简单的事物，那么***P***为一阶谓词；
- 若个体变元中有一些是一阶谓词，那么***P***为二阶谓词；二阶以上递推。

本门课程仅研究
一阶谓词

量词

- 使用前面介绍的谓词和个体变元，还不足以描述自然界的所有命题。
- 例：
  - 描述命题“所有的正整数都大于0”以及命题“有些正整数是素数”。
- 量词的引入：量词指在命题里表示数量的词。

全称量词∀

- 符号“$(\forall x)P(x)$”表示命题：“对于个体域中所有个体x，谓词$P(x)$均为T”。其中“$(\forall x)$”叫作全称量词，读作“对于所有的x”。
- 谓词$P(x)$称为全称量词的辖域或作用范围。
- 例如：
  - 所有的人都是要死的
    - 令$D(x)$：x是要死的。
    - 则命题可表示为：$(\forall x)D(x)$
    - 取个体域为全体人的集合，是真命题。
  - 所有的正整数都是素数；
    - 令$P(x)$：x是素数
    - 则命题可表示成：$(\forall x)P(x)$
    - 取个体域为正整数集，是假命题。

存在量词$\exists$

- 符号“$(\exists x)P(x)$”表示命题：“在个体域中存在某些个体使谓词$P(x)$为T”其中“$(\exists x)$”叫作**存在量词**，读作“存在x”。
- 谓词$P(x)$称为存在量词的**辖域**或作用范围。
- 例如：
  - 有些正整数是素数；
    - 令 $P(x)$：x 是素数
    - 则命题可表示成：$(\exists x)P(x)$
    - 取个体域为正整数集，是真命题。

量词

- 量词本身不是一个独立的逻辑概念，可以用∧，∨联结词取代。
  - 设个体域 $\boldsymbol{S}$: $\boldsymbol{S}=\{\boldsymbol{a_1},\boldsymbol{a_2},\ldots,\boldsymbol{a_n}\}$，谓词可以表示成以下形式：

$$(\forall x)A(x) \Leftrightarrow A(a_1) \wedge A(a_2) \wedge \cdots \wedge A(a_n)$$

$$(\exists x)A(x) \Leftrightarrow A(a_1) \vee A(a_2) \vee \cdots \vee A(a_n)$$

- 由量词确定的命题真值与个体域有关。
  - 令 $\boldsymbol{P(x)}$：$\boldsymbol{x}$ 是素数
  - 则 $(\forall \boldsymbol{x})\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$ ，如果取个体域为素数集，为真；如果个体域为整数集，为假。

量词

以后不加强调个体域
均指全总个体域

- 为了方便起见，个体域一律用全总个体域，每个个体变元的真正变化范围则用一个特性谓词来刻划。
- 注意：对于全称量词应使用单条件逻辑联结词；对于存在量词应使用逻辑联结词合取。
  - ***R*(*x*): *x*是自然数；*P*(*x*): *x*大于0.**

$$(\forall x)(R(x) \rightarrow P(x))$$

$$(\exists x)(R(x) \wedge P(x))$$

量词

- 全称量词和存在量词不仅可以单独出现，还可以**组合形式出现**。
- 对于二元谓词***P*(*x*,*y*)**，可能有以下几种量化的可能：

$$(\forall x)(\forall y)P(x,y),(\forall x)(\exists y)P(x,y)$$

$$(\exists x)(\forall y)P(x,y),(\exists x)(\exists y)P(x,y)$$

$$(\forall y)(\forall x)P(x,y),(\exists y)(\forall x)P(x,y)$$

$$(\forall y)(\exists x)P(x,y),(\exists y)(\exists x)P(x,y)$$

组合量词的含义

- 设$A(x,y)$表示x,y同姓， x的个体域是1班同学，y的个体域是2班同学。

翻译时从左向右

  - $(\forall x)(\forall y)A(x,y)$：
    - 1班任何一个同学与2班的所有同学同姓；
  - $(\forall y)(\forall x)A(x,y)$：
    - 2班任何一个同学与1班的所有同学同姓；
  - $(\forall x)(\exists y)A(x,y)$：
    - 对1班的任意一个同学，2班都有人跟他同姓；
  - $(\exists y)(\forall x)A(x,y)$ ：
    - 存在一个2班同学和1班的所有同学同姓。

$$(\forall x)(\exists y)A(x,y) \neq (\exists y)(\forall x)A(x,y)$$

合式谓词公式

- 若P为不能再分解的n元谓词变元，$x_1,x_2,\ldots,x_n$是个体变元，则称$P(x_1,x_2,\ldots x_n)$为<u>原子公式或原子谓词公式</u>。当$n=0$时，P表示命题变元即原子命题公式。所以，命题逻辑实际上是谓词逻辑的特例。
- 由原子谓词公式出发，通过命题联结词，可以组成复合谓词公式，叫<u>分子谓词公式</u>。

合式谓词公式

- 定义：
  - （1）原子谓词公式是合式的公式；
  - （2）若A是合式的公式，则$\neg A$也是合式的公式；
  - （3）若A和B都是合式的公式，则$A \land B$，$A \lor B$，$A \rightarrow B$,$A \leftrightarrow B$ 也都是合式的公式；
  - （4） 如果A是合式的公式，x是任意变元，且A中无$(\forall x)$或$(\exists x)$出现，则$(\forall x)A(x)$和$(\exists x)A(x)$都是合式的公式；
  - （5）当且仅当有限次使用规则（1）～（4）由逻辑联结词、圆括号构成的有意义的字符串是合式的公式。

自由变元和约束变元

- 在谓词公式中，如果有形如$(\forall x)A(x)$或者$(\exists x)A(x)$，则称它们是x的约束部分。
- 每个量词后面的最短公式，称为量词的辖域。
- 约束变元：一个变元若出现在包含这个变元的量词(全称量词或存在量词)的辖域之内，则该变元称为约束变元，其出现称为约束出现。
- 自由变元：变元的非约束出现叫作自由出现，该变元叫作自由变元。

自由变元和约束变元

- 例：说明以下各式量词的辖域与变元的约束情况。

1. $(\forall x)P(x,y)$
2. $(\forall x)\big(P(x,y)\rightarrow(\exists y)Q(x,y)\big)$
3. $(\forall x)(\forall y)\big(P(x,y)\wedge Q(y,z)\big)\wedge(\exists x)P(x,y)$
4. $\Big((\forall x)\big(P(x)\wedge(\exists x)Q(x,z)\big)\rightarrow(\exists y)R(x,y)\Big)\vee Q(x,y)$

自由变元和约束变元

- 从约束变元的概念可知，谓词$P(x)$的量化，就是从变元x的整个个体域着眼，对性质$P(x)$所作的一个全称判断或特称判断。其结果是将谓词变成一个命题。因此，$(\forall x)$和$(\exists x)$可以看成消元运算。
- 对n元谓词$P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$量化后，假设有k个自由变元，则降为k元谓词。

$(\forall x)P(x, y, z)$ 二元谓词

$(\exists y)(\forall x)(P(x, y, z))$ 一元谓词

自由变元和约束变元

- 一般情况下给定一个谓词公式$A(x)$，仅表明在该公式中只有一个自由变元，但并不限制在该公式中还存在若干约束变元。
- 以下各式都可以写成$A(x)$：

$$(1)\ (\forall y)(P(y) \wedge Q(x,y))$$

$$(2)\ (\forall x)R(x) \vee S(x)$$

$$(3)\ (\exists y)S(y) \to S(x)$$

$$(4)\ (\forall y)P(x,y) \vee Q(x)$$

谓词公式的解释

- 在命题逻辑中对一个公式的解释，是对每个命题变元进行取值指派，如果公式有n个变元，则有2^n种解释。
- 谓词公式的解释，涉及到命题变元、谓词变元、个体变元、符号函数……

真值表法不可行

谓词公式的解释

- 定义：设A的个体域是D，如果用一组谓词常量、命题常量和D中的个体及函数符号（将它们简记为I）代换公式A中相应的变元，则该公式A转化成一个命题，可以确定其真值（记作P）。称I为公式A在D中的解释（或指派），称P为公式A关于解释I的真值。
  - 永真
  - 永假
  - 可满足

谓词公式的解释

- 给定两个谓词公式A和B，D是它们共同的个体域，若$A \to B$在D中是永真式，则称遍及D有$A \Rightarrow B$；
- 若D是全总个体域，则称$A \Rightarrow B$;
- 若$A \Rightarrow B$且$B \Rightarrow A$，则称$A \Leftrightarrow B$。
- 命题逻辑中的恒等式和永真蕴含式全部可以推广到谓词逻辑中。

$$I'_1 : P(x) \wedge Q(x, y) \Rightarrow P(x)$$

$$E'_{10} : \neg\neg P(x_1, x_2, \ldots, x_n) \Leftrightarrow P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

含有量词的等价式和永真蕴含式

- 量词转换律
  - 例：设$P(x)$：x今天来上课。$x \in$软件工程系**22**级**5**班全体同学。
  - $(\forall x)(P(x))$：所有同学今天都来上课了。
  - $\neg(\forall x)(P(x))$：不是所有人今天都来上课了。
  - $(\exists x)\neg P(x)$：今天有人没有来上课。

$$\boxed{\neg(\forall x)(P(x)) \Leftrightarrow (\exists x)\neg P(x)}$$

  - $(\exists x)(P(x))$：有人今天来上课了。
  - $\neg(\exists x)(P(x))$：没有人今天来上课。
  - $(\forall x)\neg P(x)$：所有的人今天都没有来上课。

$$\boxed{\neg(\exists x)(P(x)) \Leftrightarrow (\forall x)\neg P(x)}$$

量词转换律

$$\boxed{\begin{array}{l}\neg(\forall x)(A(x)) \Leftrightarrow (\exists x)\neg A(x) \\ \neg(\exists x)(A(x)) \Leftrightarrow (\forall x)\neg A(x)\end{array}}$$

（其中**A(x)**是任意的公式）

证明： 设个体域 $E=\{a_{1,}a_{2,}\cdots,a_n\}$,则

由于 $(\exists x)A(x) \Leftrightarrow A(a_1)\vee A(a_2)\vee\cdots\vee A(a_n)$

$(\forall x)A(x) \Leftrightarrow A(a_1)\wedge A(a_2)\wedge\cdots\wedge A(a_n)$

$$\neg\forall xA(x) \Leftrightarrow \neg(A(a_1)\wedge A(a_2)\wedge\ldots.\wedge A(a_n))$$

$$\Leftrightarrow \neg A(a_1)\vee\neg A(a_2)\vee\ldots.\vee\neg A(a_n)$$

$$\Leftrightarrow \exists x\neg A(x)$$

$$\neg\exists xA(x) \Leftrightarrow \neg(A(a_1)\vee A(a_2)\vee\ldots.\vee A(a_n))$$

$$\Leftrightarrow \neg A(a_1)\wedge\neg A(a_2)\wedge\ldots.\wedge\neg A(a_n)$$

$$\Leftrightarrow \forall x\neg A(x)$$

量词辖域扩张及收缩律

$$\forall x A(x) \vee P \Leftrightarrow \forall x (A(x) \vee P)$$

$$(\forall x) A(x) \wedge P \Leftrightarrow (\forall x)(A(x) \wedge P)$$

$$(\exists x) A(x) \vee P \Leftrightarrow (\exists x)(A(x) \vee P)$$

$$(\exists x) A(x) \wedge P \Leftrightarrow (\exists x)(A(x) \wedge P)$$

证明：仅对第一个式子证明，其余类推。

$$\begin{aligned}(\forall x) A(x) \vee P &\Leftrightarrow (A(a_1) \wedge A(a_2) \wedge \ldots \wedge A(a_n)) \vee P \\ &\Leftrightarrow (A(a_1) \vee P) \wedge (A(a_2) \vee P) \wedge \ldots \wedge (A(a_n) \vee P) \\ &\Leftrightarrow (\forall x)(A(x) \vee P)\end{aligned}$$

量词分配律

- 全称量词对∧满足分配律，存在量词对∨满足分配律。

$$\boxed{\begin{array}{l}\forall x(A(x)\wedge B(x))\Leftrightarrow\forall xA(x)\wedge\forall xB(x)\\ \exists x(A(x)\vee B(x))\Leftrightarrow\exists xA(x)\vee\exists xB(x)\end{array}}$$

证明：仅证明第一个式子。

$$(\forall x)(A(x)\wedge B(x))$$

$$\Leftrightarrow(A(a_1)\wedge B(a_1))\wedge(A(a_2)\wedge B(a_2))\wedge\ldots\wedge(A(a_n)\wedge B(a_n))$$

$$\Leftrightarrow(A(a_1)\wedge A(a_2)\wedge\ldots\wedge A(a_n))\wedge(B(a_1)\wedge B(a_2)\wedge\ldots\wedge B(a_n))$$

$$\Leftrightarrow(\forall x)A(x)\wedge(\forall x)B(x)$$

量词分配律

- 全称量词对$\vee$，存在量词对$\wedge$ 不满足分配律。
- 例：个体域是人的集合。

  $A(x)$：x是女人。　$B(x)$：x是男人。

  $(\forall x)(A(x) \vee B(x))$　为真

  $(\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x)$　为假

  $(\exists x)(A(x) \wedge B(x))$　为假

  $(\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$　为真

- 仅满足：$(\exists x)(A(x) \wedge B(x)) \Rightarrow (\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$

  $(\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x) \Rightarrow (\forall x)(A(x) \vee B(x))$

- 为正确理解上面第二式。设
  - $A(x)$:x会用左手拿筷子吃饭
  - $B(x)$: x会用右手拿筷子吃饭

重要等价式和永真蕴含式

E_{31} $(\exists x)(A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow (\exists x)A(x) \vee (\exists x)B(x)$

E_{32} $(\forall x)(A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow (\forall x)A(x) \wedge (\forall x)B(x)$

E_{33} $\neg(\exists x)A(x) \Leftrightarrow (\forall x)\neg A(x)$

E_{34} $\neg(\forall x)A(x) \Leftrightarrow (\exists x)\neg A(x)$

E_{35} $(\forall x)A(x) \vee P \Leftrightarrow (\forall x)(A(x) \vee P)$

E_{36} $(\forall x)A(x) \wedge P \Leftrightarrow (\forall x)(A(x) \wedge P)$

重要等价式和永真蕴含式

$$E_{37}\quad (\exists x)A(x)\vee P \Leftrightarrow (\exists x)(A(x)\vee P)$$

$$E_{38}\quad (\exists x)A(x)\wedge P \Leftrightarrow (\exists x)(A(x)\wedge P)$$

$$E_{39}\quad (\forall x)A(x)\rightarrow B \Leftrightarrow (\exists x)(A(x)\rightarrow B)$$

$$E_{40}\quad (\exists x)A(x)\rightarrow B \Leftrightarrow (\forall x)(A(x)\rightarrow B)$$

$$E_{41}\quad A\rightarrow (\forall x)B(x) \Leftrightarrow (\forall x)(A\rightarrow B(x))$$

$$E_{42}\quad A\rightarrow (\exists x)B(x) \Leftrightarrow (\exists x)(A\rightarrow B(x))$$

$$E_{43}\quad (\exists x)(A(x)\rightarrow B(x)) \Leftrightarrow (\forall x)A(x)\rightarrow (\exists x)B(x)$$

重要等价式和永真蕴含式

$$I_{17} \quad (\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x) \Rightarrow (\forall x)(A(x) \vee B(x))$$

$$I_{18} \quad (\exists x)(A(x) \wedge B(x)) \Rightarrow (\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$$

$$I_{19} \quad (\exists x)A(x) \rightarrow (\forall x)B(x) \Rightarrow (\forall x)(A(x) \rightarrow B(x))$$

$$I_{20} \quad (\forall x)(A(x) \rightarrow B(x)) \Rightarrow (\forall x)A(x) \rightarrow (\forall x)B(x)$$

量词交换式

$B_1 \quad (\forall x)(\forall y)P(x,y) \Leftrightarrow (\forall y)(\forall x)P(x,y)$

$B_2 \quad (\forall x)(\forall y)P(x,y) \Rightarrow (\exists y)(\forall x)P(x,y)$

$B_3 \quad (\forall y)(\forall x)P(x,y) \Rightarrow (\exists x)(\forall y)P(x,y)$

$B_4 \quad (\exists y)(\forall x)P(x,y) \Rightarrow (\forall x)(\exists y)P(x,y)$

$B_5 \quad (\exists x)(\forall y)P(x,y) \Rightarrow (\forall y)(\exists x)P(x,y)$

$B_6 \quad (\forall x)(\exists y)P(x,y) \Rightarrow (\exists y)(\exists x)P(x,y)$

$B_7 \quad (\forall y)(\exists x)P(x,y) \Rightarrow (\exists x)(\exists y)P(x,y)$

$B_8 \quad (\exists x)(\exists y)P(x,y) \Leftrightarrow (\exists y)(\exists x)P(x,y)$

记忆规律

$$
\begin{tikzcd}
& (\forall x)(\forall y) \arrow[r, leftrightarrow, "B_1"'] \arrow[dl, "B_2"] & (\forall y)(\forall x) \arrow[dr, "B_3"] & \\
(\exists y)(\forall x) \arrow[d, "B_4"] & & & (\exists x)(\forall y) \arrow[d, "B_5"'] \\
(\forall x)(\exists y) \arrow[dr, "B_6"] & & & (\forall y)(\exists x) \arrow[dl, "B_7"'] \\
& (\exists y)(\exists x) \arrow[r, leftrightarrow, "B_8"] & (\exists x)(\exists y) &
\end{tikzcd}
$$

2.2谓词逻辑中的推理规则

- 谓词公式的翻译
- 推理规则

谓词公式的翻译

- 任何整数都是实数。
  - $P(x)$：x是整数；
  - $Q(x)$：x是实数。
  - 符号化为：$(\forall x)(P(x) \to Q(x))$
- 没有不犯错误的人。
  - $P(x)$：x是人；
  - $Q(x)$：x犯错误。
  - 符号化为：$\neg(\exists x)(P(x) \wedge \neg Q(x))$
  - 或符号化为：$(\forall x)(P(x) \to Q(x))$

谓词公式的翻译

- 有一个大于**10**的偶数。
  - $P(x)$：x**>10**；
  - $Q(x)$：x是偶数。
  - 符号化为：$(\exists x)(P(x)\wedge Q(x))$
- 每个学生都要锻炼身体。
  - $P(x)$：x是学生；
  - $Q(x)$：x锻炼身体。
  - 符号化为：$(\forall x)(P(x)\rightarrow Q(x))$
  - 不能符号化为：$(\forall x)(P(x)\wedge Q(x))$

- 有的狮子不爱喝咖啡。
  - $P(x)$：x是狮子；
  - $Q(x)$：x爱喝咖啡。
  - 符号化为：

$$(\exists x)(P(x) \wedge \neg Q(x))$$

  - 不能符号化为：

$$(\exists x)(P(x) \to \neg Q(x))$$

谓词公式的翻译

- 不管黑猫白猫，抓住老鼠就是好猫。
  - $P(x)$：x是黑猫。
  - $Q(x)$：x是白猫。
  - $R(x)$：x是抓住老鼠的猫。
  - $G(x)$：x是好猫。
  - 符号化为： $(\forall x)(R(x)\wedge(P(x)\vee Q(x))\rightarrow G(x))$
- 有些人对某些食物过敏。
  - $A(x)$：x是人。
  - $B(x)$：x是食物。
  - $C(x,y)$：x对y过敏。
  - 符号化为： $(\exists x)(\exists y)(A(x)\wedge B(y)\wedge C(x,y))$

谓词公式的翻译

- 一切人不是一样高。
  - $P(x)$：x是人。
  - $Q(x,y)$：x与y一样高。
  - $R(x,y)$：x与y是不一样。
  - 符号化为：$(\forall x)(\forall y)((P(x)\wedge P(y)\wedge R(x,y))\rightarrow \neg Q(x,y))$
- 不是一切人都一样高。
  - 符号化为：$\neg\forall x\forall y((P(x)\wedge P(y)\wedge R(x,y))\rightarrow Q(x,y))$
  - 或：$\exists x\exists y(P(x)\wedge P(y)\wedge R(x,y)\wedge\neg Q(x,y))$

谓词公式的翻译

符号化：没有只爱江山不爱美人的英雄

$Hero(x)$：x是英雄

$Love(x,y)$：x爱y

符号化为：

$$(\forall x)(Hero(x) \wedge Love(x, \text{江山}) \to Love(x, \text{美人}))$$

或

$$\neg(\exists x)(Hero(x) \wedge Love(x, \text{江山}) \wedge \neg Love(x, \text{美人}))$$

作业

- P47
- 1,2