



# 离散数学

数理逻辑部分知识要点回顾

# 数理逻辑

- 第一章 命题逻辑
- 第二章 谓词逻辑

# 第一章学习要求

- 掌握命题、命题联结词及简单命题的符号化；
- 理解命题变元、命题公式及其真值表；
- 掌握永真式、矛盾式与可满足式及其判定
- 熟记等价式与永真蕴含式，带入规则与替换规则；
- 掌握范式与主范式及其求解方法；理解主范式的用途与应用；
- 掌握推理的形式结构及证明方法。

# 逻辑联结词及其真值

- 原子命题
- 复合命题
  - 逻辑否定 **Negation**
  - 逻辑合取 **Conjunction**
  - 析取 **Disconjunction**
  - 单条件 **Conditional**
  - 双条件 **Double conditional**
  - 异或 **Exclusive or Xor**
  - 联接词
- 真值表  $\neg \wedge \vee \rightarrow \leftrightarrow \nabla$

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$	$P \nabla Q$
0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0

- 注意**优先次序**  $\neg \wedge \vee \rightarrow \leftrightarrow$

# 命题逻辑

- 掌握命题的符号化方法
  - 注意 $\forall$ 和 $\exists$
  - 注意连接词 $\rightarrow$ 的使用

3.  $Q \rightarrow P$ ,  $\neg P \rightarrow \neg Q$ ,  $\neg Q \rightarrow \neg P$  分别称为命题  $P \rightarrow Q$  的逆命题、反命题、逆反命题

► 仅当你去我才逗留。

► 解：  $P$ ：我逗留，  $Q$ ：你去

$P$  仅当  $Q$  翻译成  $P \rightarrow Q$

**逆命题：** 如果你去，那么我逗留。

**反命题：** 如果我不逗留，那么你没去。

**逆反命题：** 如果你没去，那么我不逗留。

# 命题逻辑

- 掌握**命题的符号化**
  - 注意逻辑连接词的使用，尤其是 $\rightarrow$
- $P \rightarrow Q$ 
  - 如果 $P$ ，则 $Q$
  - 只要 $P$ ，就 $Q$
  - $P$ 仅当 $Q$
  - 只有 $Q$ ，才 $P$
  - 除非 $Q$ ，才 $P$

## 1.3 公式的等价性

- **定义：** 设 $A$ 、 $B$ 是两个命题公式， $P_1, P_2, \dots, P_n$ 是出现在 $A$ 和 $B$ 中的所有命题变元。如果对于 $P_1, P_2, \dots, P_n$ 的 $2^n$ 个真值指派中的每一组，公式 $A$ 和 $B$ 的真值相同，则称 $A$ 和 $B$ 等价。记作 $A \Leftrightarrow B$ 。
- 判断公式等价方法：
  - 真值表法
  - 等价公式变换



# 基本的等价公式

$$E_1 \quad P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$$

$$E_2 \quad P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$$

$$E_3 \quad P \Leftrightarrow Q \Leftrightarrow Q \Leftrightarrow P$$

交换律

$$E_4 \quad (P \vee Q) \vee R \Leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$$

$$E_5 \quad (P \wedge Q) \wedge R \Leftrightarrow P \wedge (Q \wedge R)$$

$$E_6 \quad (P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow R \Leftrightarrow P \Leftrightarrow (Q \Leftrightarrow R)$$

结合律

$$E_7 \quad P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

$$E_8 \quad P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

$$E_9 \quad P \rightarrow (Q \rightarrow R) \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$$

分配律

# 基本的等价公式

$$E_{10} \quad \neg \neg P \Leftrightarrow P \quad \text{双重否定律}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_{11} \quad \neg (P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q \\ E_{12} \quad \neg (P \vee Q) \Leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q \end{array} \right\}$$

德·摩根定律

$$E_{13} \quad \neg (P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow P \nabla Q$$

$$E_{14} \quad P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg Q \rightarrow \neg P \quad \text{逆反律}$$

$$E_{15} \quad \neg P \Leftrightarrow \neg Q \Leftrightarrow P \Leftrightarrow Q$$

$$\left. \begin{array}{l} E_{16} \quad P \wedge P \Leftrightarrow P \\ E_{17} \quad P \vee P \Leftrightarrow P \end{array} \right\} \quad \text{等幂律}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_{18} \quad P \wedge \neg P \Leftrightarrow F \\ E_{19} \quad P \vee \neg P \Leftrightarrow T \end{array} \right\} \quad \text{否定律}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_{20} \quad P \wedge T \Leftrightarrow P \\ E_{23} \quad P \vee F \Leftrightarrow P \end{array} \right\} \quad \text{同一律}$$

# 基本的等价公式

$$\left. \begin{array}{l} E_{21} \quad P \wedge F \Leftrightarrow F \\ E_{22} \quad P \vee T \Leftrightarrow T \end{array} \right\} \text{零律}$$

$$E_{24} \quad P \leftrightarrow T \Leftrightarrow P$$

$$E_{25} \quad P \leftrightarrow F \Leftrightarrow \neg P$$

$$E_{26} \quad P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$$

$$E_{27} \quad P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$$

$$E_{28} \quad P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \quad \text{输出律}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_{29} \quad P \wedge (P \vee Q) \Leftrightarrow P \\ E_{30} \quad P \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow P \end{array} \right\} \text{吸收律}$$

# 公式的等价性

- 基本的等价公式 **30**条

- **替换规则**：设 $A'$ 是公式 $A$ 的子公式， $B'$ 是一命题公式且 $A' \Leftrightarrow B'$ ，将 $A$ 中的 $A'$ 用 $B'$ 来取代，则所得到的是一个新公式，记为 $B$ ，且 $A \Leftrightarrow B$ 。

- **带入规则**

- 在一个重言式中，某个命题变元出现的**每一处均代以同一个公式**后，所得到的新的公式仍是重言式，这条规则称之为带入规则。

# 1.4重言式和永真蕴含式

- 重言式

- 给定一个命题公式，若无论对其中的命题变元作何种真值指派，其对应的真值永为 $T$ ，则称该命题公式为重言式或永真式。

- 永假式

- 给定一个命题公式，若无论对其中的命题变元作何种真值指派，其对应的真值永为 $F$ ，则称该命题公式为永假式或矛盾式。

- 至少存在一组真值指派使命题公式取值为 $T$ 的命题公式，称为可满足的。

# 永真蕴含式

- **定义**：当且仅当 $A \rightarrow B$ 是一个**永真式**时，称 $A$ 永真蕴含 $B$ ，记作 $A \Rightarrow B$ 。
- 要证明 $A$ 永真蕴含 $B$ ，只需要证明 $A \rightarrow B$ 是一个永真式
  - 假定前件 $A$ 是真，若能推出后件 $B$ 必为真，则 $A \rightarrow B$ 永真，于是  $A \Rightarrow B$ 。
  - 假定后件 $B$ 是假，若能推出前件 $A$ 必为假，则 $A \rightarrow B$ 永真，于是 $A \Rightarrow B$ 。

# 常用永真蕴含式

$$\left. \begin{array}{l} I_1 \quad P \wedge Q \Rightarrow P \\ I_2 \quad P \wedge Q \Rightarrow Q \end{array} \right\} \text{化简式}$$

$$\left. \begin{array}{l} I_3 \quad P \Rightarrow P \vee Q \\ I_4 \quad Q \Rightarrow P \vee Q \end{array} \right\} \text{附加式}$$

$$I_5 \quad \neg P \Rightarrow P \rightarrow Q$$

$$I_6 \quad Q \Rightarrow P \rightarrow Q$$

$$I_7 \quad \neg (P \rightarrow Q) \Rightarrow P$$

$$I_8 \quad \neg (P \rightarrow Q) \Rightarrow \neg Q$$

$$I_9 \quad \neg P, P \vee Q \Rightarrow Q \quad \text{析取三段论}$$

$$I_{10} \quad P, P \rightarrow Q \Rightarrow Q \quad \text{假言推论}$$

$$I_{11} \quad \neg Q, P \rightarrow Q \Rightarrow \neg P \quad \text{拒取式}$$

$$I_{12} \quad P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \Rightarrow P \rightarrow R \quad \text{假言三段论}$$

$$I_{13} \quad P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow R \Rightarrow R \quad \text{二难推论}$$

$$I_{14} \quad P \rightarrow Q \Rightarrow R \vee P \rightarrow R \vee Q$$

$$I_{15} \quad P \rightarrow Q \Rightarrow R \wedge P \rightarrow R \wedge Q$$

$$I_{16} \quad P, Q \Rightarrow P \wedge Q$$

## 1.5 范式和判定问题

- 掌握析取范式和合取范式的求解方法
- **重点掌握**主析取范式和主合取范式的**求解方法**
- 掌握使用主范式**判断公式类型**的方法



# 命题演算的推理——直接证法

- **直接证明法**：使用**推理规则**和给定的**等价式**及**永真蕴涵式**进行推导证明。
- **推理规则**：
  - **规则P**：在推导过程中，任何时候都可以引入前提。**引入一个前提**称为使用一次**P规则**。
  - **规则T**：在推导中，如果前面有一个或多个公式**永真蕴含公式S**，则可以把公式**S**引进推导过程中。换句话说，**引进前面推导过程中的推理结果**称为使用**T规则**。

# 直接证法

- 推理规则:

- **CP规则**: 如果能从 **$R$** 和前提集合中推导出 **$S$** 来, 则就能够从前提集合中推导出 **$R \rightarrow S$** 。
- 换句话说, 当**结论**是 **$R \rightarrow S$** 的形式的时候, 可以把**结论**的**前件 **$R$**** 当作一个**附加前提**使用, 并且它和前提一起若能推出结论的后件 **$S$** , 则问题得证

# 反证法

- **3. 间接证明法（反证法）**

- 推理规则：

- **$F$ 规则**：如果前提集合和 $\neg S$ 不相容，那么可以从前提集合中推出 $S$ 。
- 当要证明的结论比较简单，而仅仅使用前提推导不明显时，可考虑使用间接证明法即 **$F$ 规则**，以使推导过程变得简捷。

# 命题演算的逻辑推理

- **重点掌握**：使用我们介绍的等价式和蕴含式及四条规则进行正确的推理。
  - 推理规则：
    - 规则 ***P***
    - 规则 ***T***
    - ***CP***规则
    - ***F***规则
  - 常用的等价式和永真蕴含式

# 第二章 谓词逻辑

- 谓词、个体、量词
- 合式谓词公式
- 自由变元和约束变元
- 含有量词的等价式和永真蕴含式
- 谓词逻辑中的推理理论
- 前束范式、斯柯林范式

# 第二章 谓词逻辑 要求

- 理解谓词、个体、量词的概念
  - 注意个体域对公式真值的影响
- 掌握谓词公式的翻译
  - 符号化的原则：全称量词对应逻辑联结词 $\rightarrow$ ，存在量词对应逻辑联结词 $\wedge$
- 掌握量词辖域、约束变元和自由变元的判定
- 范式
  - 前束范式：概念、求解方法
  - 斯克林范式：概念

## 第二章 谓词逻辑 要求

- 掌握带有量词的等价式和永真蕴含式
- 重点掌握谓词逻辑的推理
  - 约束变元的改名，自由变元的带入、取代规则等
  - 量词的增加和删除规则：**US, ES, UG, EG**  
注意每种规则的使用条件
  - 注意：带有存在量词的前提要首先引入，即规则尽量提前使用，以保证规则使用的有效性

## 2.1谓词演算

- 原子命题被分解为**谓词**和**个体**两部分。
- **个体**：可以独立存在的事物，描述的对象。
- **谓词**：用来刻划个体的**性质**或个体之间**关系**的词称为谓词

任何**个体**的变化都有一个**范围**，这个变化范围称为**个体域(或论域)**。

**个体域**的变换范围影响到谓词公式的**真假**



# 量词

- 符号“ $(\forall x)P(x)$ ”表示命题：“对于个体域中所有个体 $x$ ，谓词 $P(x)$ 均为 $T$ ”。其中“ $(\forall x)$ ”叫作**全称量词**，读作“对于所有的 $x$ ”。
- 符号“ $(\exists x)P(x)$ ”表示命题：“在个体域中存在某些个体使谓词 $P(x)$ 为 $T$ ”其中“ $(\exists x)$ ”叫作**存在量词**，读作“存在 $x$ ”。
- 每个量词后面的**最短公式**，称为**量词的辖域**。
- **约束变元**：一个变元若出现在包含这个变元的量词(全称量词或存在量词)的辖域之内，则该变元称为**约束变元**，其出现称为**约束出现**。
- **自由变元**：变元的非约束出现叫作**自由出现**，该变元叫作**自由变元**。

# 含有量词的等价式和永真蕴含式

- 量词转换律

$$\neg(\forall x)(P(x)) \Leftrightarrow (\exists x)\neg P(x)$$

$$\neg(\exists x)(P(x)) \Leftrightarrow (\forall x)\neg P(x)$$

# 量词辖域扩张及收缩律

$$\forall x A(x) \vee P \Leftrightarrow \forall x (A(x) \vee P)$$

$$(\forall x) A(x) \wedge P \Leftrightarrow (\forall x) (A(x) \wedge P)$$

$$(\exists x) A(x) \vee P \Leftrightarrow (\exists x) (A(x) \vee P)$$

$$(\exists x) A(x) \wedge P \Leftrightarrow (\exists x) (A(x) \wedge P)$$

# 量词分配律

- 全称量词对 $\wedge$ 满足分配律，存在量词对 $\vee$ 满足分配律。

$$\forall x(A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow \forall xA(x) \wedge \forall xB(x)$$

$$\exists x(A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \exists xA(x) \vee \exists xB(x)$$

- 全称量词对 $\vee$ ，存在量词对 $\wedge$ 不满足分配律。

# 重要等价式和永真蕴含式

$$E_{31} \quad (\exists x)(A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow (\exists x)A(x) \vee (\exists x)B(x)$$

$$E_{32} \quad (\forall x)(A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow (\forall x)A(x) \wedge (\forall x)B(x)$$

$$E_{33} \quad \neg(\exists x)A(x) \Leftrightarrow (\forall x)\neg A(x)$$

$$E_{34} \quad \neg(\forall x)A(x) \Leftrightarrow (\exists x)\neg A(x)$$

$$E_{35} \quad (\forall x)A(x) \vee P \Leftrightarrow (\forall x)(A(x) \vee P)$$

$$E_{36} \quad (\forall x)A(x) \wedge P \Leftrightarrow (\forall x)(A(x) \wedge P)$$

# 重要等价式和永真蕴含式

$$E_{37} \quad (\exists x)A(x) \vee P \Leftrightarrow (\exists x)(A(x) \vee P)$$

$$E_{38} \quad (\exists x)A(x) \wedge P \Leftrightarrow (\exists x)(A(x) \wedge P)$$

$$E_{39} \quad (\forall x)A(x) \rightarrow B \Leftrightarrow (\exists x)(A(x) \rightarrow B)$$

$$E_{40} \quad (\exists x)A(x) \rightarrow B \Leftrightarrow (\forall x)(A(x) \rightarrow B)$$

$$E_{41} \quad A \rightarrow (\forall x)B(x) \Leftrightarrow (\forall x)(A \rightarrow B(x))$$

$$E_{42} \quad A \rightarrow (\exists x)B(x) \Leftrightarrow (\exists x)(A \rightarrow B(x))$$

$$E_{43} \quad (\exists x)(A(x) \rightarrow B(x)) \Leftrightarrow (\forall x)A(x) \rightarrow (\exists x)B(x)$$

# 重要等价式和永真蕴含式

$$I_{17} \quad (\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x) \Rightarrow (\forall x)(A(x) \vee B(x))$$

$$I_{18} \quad (\exists x)(A(x) \wedge B(x)) \Rightarrow (\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$$

$$I_{19} \quad (\exists x)A(x) \rightarrow (\forall x)B(x) \Rightarrow (\forall x)(A(x) \rightarrow B(x))$$

$$I_{20} \quad (\forall x)(A(x) \rightarrow B(x)) \Rightarrow (\forall x)A(x) \rightarrow (\forall x)B(x)$$

## 2.2谓词逻辑中的推理规则

- 谓词逻辑求解实际问题
  - 步骤：
    - 根据问题的需要定义一组谓词
    - 将实际问题符号化
    - 使用推理规则有效推理
- 注意：
  - 符号化的原则：全称量词对应逻辑联结词 $\rightarrow$ ，存在量词对应逻辑联结词 $\wedge$
  - 推理时首先引入带存在量词的前提，以保证“*ES*”规则的有效性



8. 试找出下列推导过程中的错误，  
并问结论是否有效？如果有效，写  
出正确的推导过程

{1}	( 1 )	$(\forall x)P(x) \rightarrow Q(x)$	P
{1}	( 2 )	$P(x) \rightarrow Q(x)$	US , ( 1 )
{3}	( 3 )	$(\exists x)P(x)$	P
{3}	( 4 )	$P(x)$	ES , (3)
{1 , 3}	( 5 )	$Q(x)$	T , ( 2 ) , ( 4 ) 和 $I_{10}$
{1 , 3}	( 6 )	$(\exists x)Q(x)$	EG , ( 5 )

8. 试找出下列推导过程中的错误，并问结论是否有效？如果有效，写出正确的推导过程

► 修改之后：

{1}	(1)	$(\exists x)P(x)$	P
{1}	(2)	$P(a)$	ES (1)
{3}	(3)	$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$	P
{3}	(4)	$P(a) \rightarrow Q(a)$	US (3)
{1,3}	(5)	$Q(a)$	T, (2) (4), $I_{10}$
{1,3}	(6)	$(\exists x)Q(x)$	EG (5)

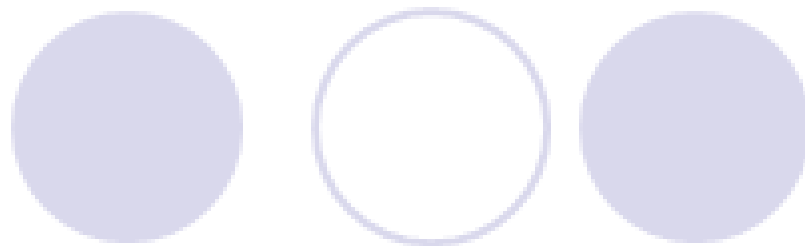
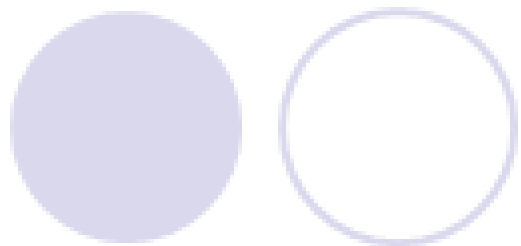
## 2.3谓词公式的范式

- 定义：对任一谓词公式 $F$ ，如果其中所有量词均非否定的出现在公式的最前面，且它们的辖域为整个公式，则称公式 $F$ 为前束范式。
- 任意一个公式都可以转化成与之等价的前束范式，方法：
  - ① 消去公式中的联结词 $\leftrightarrow$ 和 $\rightarrow$ ，
  - ② 将公式内的否定符号深入到谓词变元前并化简到谓词变元前只有一个否定号；
  - ③ 利用改名、代入规则使所有的约束变元均不同名，且使自由变元与约束变元亦不同名；
  - ④ 扩充量词的辖域至整个公式。

# 斯柯林范式

- 定义：如果前束范式中所有的存在量词均在全称量词之前，则称这种形式为斯柯林范式。

$$(\exists x)(\exists z)(\forall y)(P(x, y) \vee Q(y, z) \vee R(y))$$



# 数理逻辑的应用

# 1. 基于布尔逻辑的信息检索

- 基于布尔逻辑的的信息检索也称为布尔逻辑搜索，指利用布尔逻辑运算符连接各个检索词构成逻辑检索式，然后由计算机进行相应运算，以找出所需信息的方法。
- 常用的布尔逻辑运算符包含“与”、“或”、“非”和一些位置运算符。

# 1.基于布尔逻辑的信息检索

- 逻辑与：符号“+”或者空格



大连理工 软件学院



All



Maps



Images



News



Videos



More

Settings

Tools

About 4,600,000 results (0.60 seconds)

ssdut.dlut.edu.cn ▼ [Translate this page](#)

## 大连理工大学软件学院(新)

9月8日, [软件学院](#)召开全体教职工大会, 开展新学期“教师第一... 2020-09-10. 新冠疫情时期中的江苏省招生宣传纪实 (线下篇 ...

[师资队伍](#) · [本科生通知](#) · [教师信息](#) · [大连理工大学](#)

You've visited this page many times. Last visit: 9/4/20

ssdut.dlut.edu.cn › szdw › szgk ▼ [Translate this page](#)

## 师资概况-大连理工大学软件学院(新)

[学院](#)围绕建设目标, 积极打造一支人才培养与学科协调发展, 富于创新、和谐、开放的高水平工程研究型国际化专职教师队伍, 以国内外业界高水平兼职教师为 ...

drise.dlut.edu.cn ▼ [Translate this page](#)

## 大连理工大学中日国际软件学院 (新)

“中日合作办学模式下国际化[软件](#)人才培养体系”荣获2018年国家级教学成果二等奖。一流学习环境: [学院](#)坐落于[大连理工](#)大学开发区校区, 依山傍海, 环境优美。拥有 ...

# 1.基于布尔逻辑的信息检索

- 逻辑或：“**OR**”或者符号“**|**”表示



大连理工OR软件学院



All



Images



News



Maps



Videos



More

Settings

Tools

About 8,160,000 results (0.65 seconds)

ssdut.dlut.edu.cn ▾ [Translate this page](#)

## 大连理工大学软件学院(新)

9月8日, 软件学院召开全体教职工大会, 开展新学期“教师第一... 2020-09-10. 新冠疫情时期中的江苏省招生宣传纪实 (线下篇 ...

[师资队伍](#) · [大连理工大学](#) · [本科生通知](#) · [教师信息](#)

You've visited this page many times. Last visit: 9/4/20

www.dlut.edu.cn ▾ [Translate this page](#)

## 大连理工大学

首页; 9学校概况; 3学部院系; 6人才培养; 6科学研究; 5学科建设; 4师资队伍; 8招生就业; 3合作交流; 18公共服务. 学校概况. 学校简介 · 现任领导 · 历任领导 · 历史沿革 ...

[大连理工大学研究生院](#) · [校园电子邮箱](#) · [大连凌水主校区](#) · [组织机构](#)

You visited this page on 8/25/20.

ssdut.dlut.edu.cn › szdw › szgk ▾ [Translate this page](#)

## 师资概况-大连理工大学软件学院(新)



# 1. 基于布尔逻辑的信息检索

- 逻辑非：用减号“-”表示



大连理工-软件学院



All

Images

News

Maps

Videos

More

Settings

Tools

About 12,600,000 results (0.82 seconds)

ms.dlut.edu.cn ▾ [Translate this page](#)

## 正版软件管理与服务平台(大连理工大学)

您好, 欢迎来到**大连理工**大学正版软件平台! 平台首页软件下载帮助中心. 激活成功数:19295 注册人数:20602. 温馨提示: 关于Adobe系列软件出现序列号已被吊销的 ...

[软件下载](#) [下载平提供的正版 ...](#) · [Acrobat Pro DC PDF 文档编辑](#) · [查看解决方案](#)

vehicle.dlut.edu.cn ▾ [Translate this page](#)

## 大连理工大学运载工程与力学学部(New)

[本科生活动] 2020-09-08; (转) **大连理工**大学2020年秋季学期研究生新... [研究生活动] 2020-09-07; 关于选聘运载学部2020级朋辈班导生的通知 [本科生活动] ...

gs.dlut.edu.cn ▾ [Translate this page](#)

## 大连理工大学研究生院 (新)

[首页](#) · [机构设置](#) · [研院简介](#) · [机构设置](#) · [机构人员](#) · [院系工作人员](#) · [研究生招生](#) · [研究生招生](#) · [研究生培养](#) · [培养过程管理](#) · [学位管理](#) · [研究生教育管理](#)

## 2.谓词逻辑的应用—人工智能

- 人工智能（Artificial Intelligence）是一种使用计算机模拟人类智能的技术。
- 随着人工智能发展的需求,各种各样的逻辑也随之产生,各种逻辑相互之间的特性是不同的,甚至是对立的。逻辑学大体上可分为传统逻辑、标准逻辑和非标准逻辑

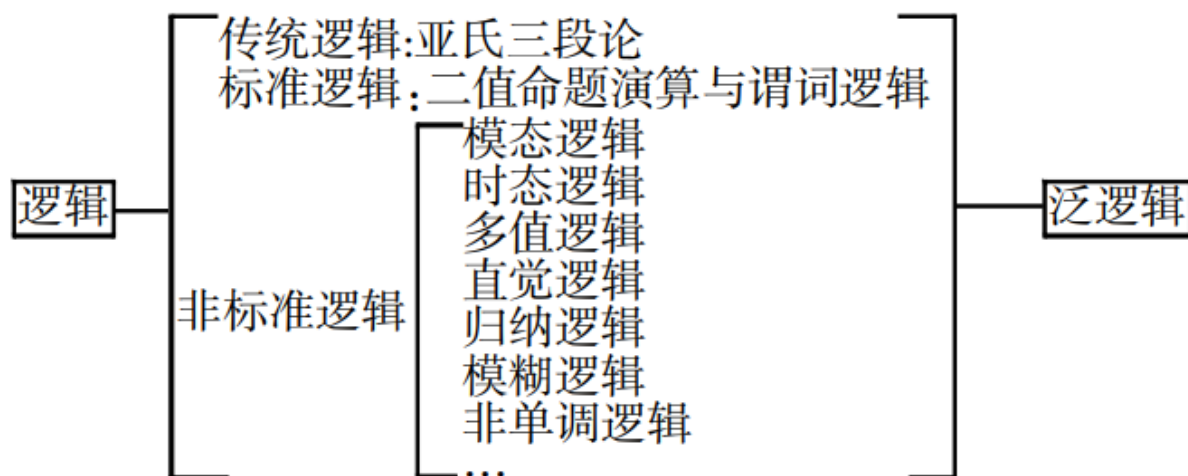


图 1 逻辑学的分类

## 2.谓词逻辑的应用—人工智能

- 人工智能的产生与发展和逻辑学的发展密不可分。逻辑学为人工智能的研究提供了根本观点与方法，而逻辑方法则是人工智能研究中的主要形式化工具。
  - 在人工智能的实现过程中，知识有着至关重要的作用，如何运用知识进行推理并解决问题是研究人工智能的重要课题。
  - 要想获取并应用知识，首先需要能够对知识进行正确有效的表示。因此，知识表示是实现人工智能的首要问题和基本技术。

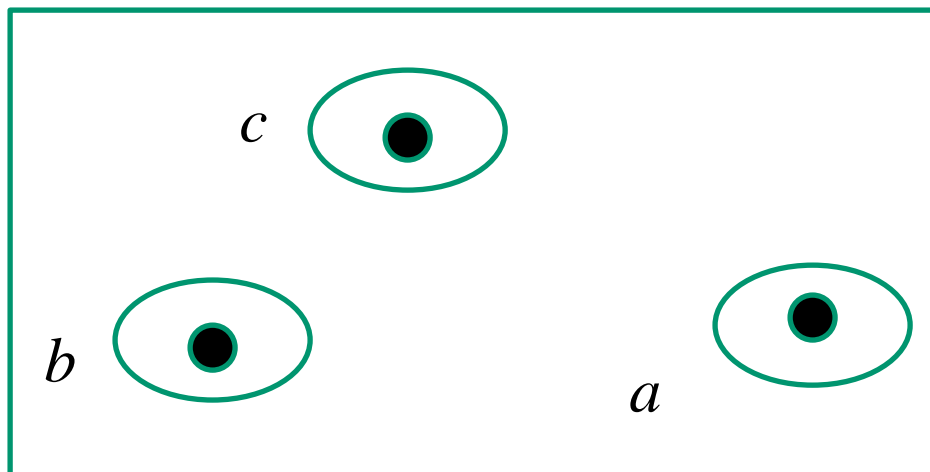
## 2.6谓词逻辑的应用—人工智能

- 谓词逻辑是应用于人工智能中最重要的一种知识表示方法。
- 常被用来表述描述性语句，并可以有效地存储到计算机中进行处理。
- 在人工智能的知识表示中，谓词逻辑不但可以用来形式化地描述自然语言和数学知识等，还可以对智能行为过程进行描述。

- 猴子吃香蕉问题：

- 设房内 $a$ 处有一只猴子，
- 一串香蕉挂在 $c$ 处天花板上，猴子够不着，
- $b$ 处有一个箱子，猴子从 $a$ 处出发把箱子从 $b$ 处搬到 $c$ 处，爬上箱子，摘下香蕉，回到 $a$ 处。

- 请用谓词表示法来描述该问题以及猴子的行动过程。



• (1) 定义描述环境状态的谓词

- ① **AT**(  $x$  ,  $w$  ):  $x$ 在 $w$ 处, 个体域 $x \in \{\text{monkey}\}$ ,  
 $w \in \{a, b, c\}$ ;
- ② **HOLD**(  $x$  ,  $t$  ):  $x$ 手中拿着 $t$ , 个体域 $t \in \{\text{box}, \text{banana}\}$ ;
- ③ **EMPTY**(  $x$  ):  $x$ 手中是空的;
- ④ **ON**(  $t$  ,  $y$  ):  $t$ 在 $y$ 处, 个体域 $y \in \{b, c, \text{centre}\}$ ;
- ⑤ **CLEAR**(  $y$  ):  $y$ 上是空的;
- ⑥ **BOX**(  $u$  ):  $u$ 是箱子, 个体域 $u \in \{\text{box}\}$ ;
- ⑦ **BANANA**(  $v$  ):  $v$ 是香蕉, 个体域 $v \in \{\text{banana}\}$ ;

- (2) 使用谓词、联接词和量词来表示环境状态问题的初始状态可表示为:

$$S_0: \text{AT}(\text{monkey}, a) \wedge \text{EMPTY}(\text{monkey}) \wedge \text{ON}(\text{box}, b) \wedge \text{ON}(\text{banana}, \text{center}) \wedge \text{CLEAR}(c) \wedge \text{BOX}(\text{box}) \wedge \text{BANANA}(\text{banana})$$

- 要达到的目标状态为:

$$S_g: \text{AT}(\text{monkey}, a) \wedge \text{HOLD}(\text{monkey}, \text{banana}) \wedge \text{ON}(\text{box}, c) \wedge \text{CLEAR}(\text{center}) \wedge \text{CLEAR}(b) \wedge \text{BOX}(\text{box}) \wedge \text{BANANA}(\text{banana})$$

- (3) 从初始状态到目标状态的**转化**，猴子需要完成一系列操作，定义**操作类谓词**表示它的**动作**
  - ① **WALK**(  $m, n$ ): 猴子从 $m$ 走到 $n$ 处，个体域 $m, n \in \{a, b, c\}$ ;
  - ② **CARRY**(  $s, r$ ): 猴子在 $r$ 处拿到 $s$ ，个体域 $r \in \{b, \text{centre}\}, s \in \{\text{box}, \text{banana}\}$ ;
  - ③ **CLIMB**(  $u, c$ ): 猴子在 $c$ 处爬上 $u$ ;
- 这三个操作也分别用**条件和动作**表示。**条件**是为完成相应操作而必须具备的前提，当具备时激活操作动作，通过从动作前**删除或增加**谓词公式来描述动作后的状态。以第一个动作为例：
- **WALK**(  $m, n$ ): 猴子从 $m$ 走到 $n$ 处，个体域 $m, n \in \{a, b, c\}$ 
  - 条件: **AT**( monkey,  $m$ );
  - 动作: 删除: **AT**(monkey,  $m$ ); 增加: **AT**(monkey,  $n$ );



- （4）按照**行动计划**，一步步执行操作，进行**状态替换**，直至目标状态。本部分替换过程省略，读者可以自行代换。
- 通过上面的例子，我们可以归纳出用**谓词逻辑**表示具体**知识**的步骤：
  - （1）将给定命题中的**量词**、**个体词**和**谓词**分析出来，并将谓词用特定的**符号**表示；
  - （2）运用**逻辑连接符**来表示原命题中所含子命题之间的**复合关系**；
  - （3）构造出该命题所对应的形式化的**表达公式**。

- 对于描述智能行为过程的知识，则需要分别定义描述环境状态的谓词和表示动作的操作谓词。
  - 通过使用谓词、联接词和量词来表示各个环节的环境的状态。
  - 并按照活动的计划，使用操作类谓词，一步步转化状态，直到完成从初始状态到目标状态的转化。
- 运用谓词逻辑的方法，就可以将自然语言、数学知识乃至行为知识进行形式化进而输入到计算机中，建立计算机系统的知识库，方便进行问题求解和机器定理证明。人工智能和知识表示也是谓词逻辑方法重要的应用领域。