第四章 二元关系

大连理工大学软件学院

回顾

- 集合的定义
- 集合的描述
- 内涵与外延
- 集合的基数
- 集合间的关系
  - 相等
  - 包含、真包含
- 全集
- 补集
- 子集、幂集

回顾

- **集合的运算**
  - **交、并、差分、对称差**
  - **运算的性质**
  - **集合运算的40条规律**

- 包含排斥原理

回顾—数学符号的书写与阅读

数学公式的读法(Pronunciation of mathematical expressions)

1 逻辑(Logic)

$\exists$ there exists

$\forall$ for all

$p \Rightarrow q$ p implies q / if p, then q

$p \Leftrightarrow q$ p if and only if q

p is equivalent to q

p and q are equivalent

回顾

数学公式的读法(Pronunciation of mathematical expressions)

2 集合(Sets)

$x \in A$　x belongs to A / x is an element (or a member) of A

$x \notin A$　x does not belong to A / x is not an element (or a member) of A

$A \subset B$　A is contained in B / A is a subset of B

$A \supset B$　A contains B / B is a subset of A

$A \cap B$　A cap B / A meet B/ A intersection B

$A \cup B$　A cup B/ A join B / A union B

$A - B$　A minus B/the difference between A and B

$A \times B$　A cross B / the Cartesian product of A and B(A与B的笛卡尔积)

回顾

数学公式的读法(Pronunciation of mathematical expressions)

3 实数(Real numbers)

$x+1$	x plus one
$x-1$	x minus one
$x\pm1$	x plus or minus one
xy	xy / x multiplied by y
$(x-y)(x+y)$	x minus y, x plus y
$\frac{x}{y}$	x over y
$=$	the equals sign
$x=5$	x equals 5 / x is equal to 5
$x\neq5$	x (is) not equal to 5
$x\equiv y$	x is equivalent to (or identical with) y

回顾

数学公式的读法(Pronunciation of mathematical expressions)

3 实数(Real numbers)

$x>y$	**x is greater than y**
$x\geq y$	**x is greater than or equal to y**
$x< y$	**x is less than y**
$x\leq y$	**x is less than or equal to y**
$0<x<1$	**zero is less than x is less than 1**
$0\leq x\leq 1$	**zero is less than or equal to x is less than or equal to 1**
$\lvert x\rvert$	**mod x / modulus x**
x^2	**x squared / x (raised) to the power 2**
x^3	**x cubed**
x^4	**x to the fourth / x to the power four**
x^n	**x to the nth / x to the power n**
x^{-n}	**x to the (power) minus n**

回顾

数学公式的读法(Pronunciation of mathematical expressions)

3 实数(Real numbers)

$n!$ n factorial

$(x+y)^2$ x plus y all squared

x_i x_i / x subscript i / x suffix i / x sub i

$\sum_{i=1}^{n} a_i$ **the sum from i equals one to n a_i / the sum as i runs from 1 to n of the a_i**

$\left(\frac{x}{y}\right)^2$ **x over y all squared**

$\hat{x}$ **x hat** $\bar{x}$ **x bar** $\tilde{x}$ **x tilde**

回顾

数学公式的读法(Pronunciation of mathematical expressions)

4 线性代数(Linear algebra)

$\|\|A\|\|$	**the norm (or modulus) of x**
$\overrightarrow{OA}$	**OA / vector OA**
$\overset{\frown}{\mathrm{OA}}$	**OA / the length of the segment OA**
A^T	**A transpose / the transpose of A**
A^{-1}	**A inverse / the inverse of A**

回顾

数学公式的读法(Pronunciation of mathematical expressions)

5 函数(Functions)

f(x)	fx / f of x / the function f of x
$f : S \to T$	a function f from S to T
$x \mapsto y$	x maps to y / x is sent (or mapped) to y
$f'(x)$	f prime x / f dash x / the (rst) derivative of f with respect to x
$f''(x)$	f double–prime x / f double–dash x / the second derivative of f with respect to x
$f'''(x)$	f triple–prime x / f triple–dash x / the third derivative of f with respect to x
$F^{(4)}(x)$	four x / the fourth derivative of f with respect to x
ln y	log y to the base e / log to the base e of y / natural log (of) y

回顾

数学公式的读法(Pronunciation of mathematical expressions)

5 函数(Functions)

$\frac{\partial f}{\partial x_1}$ **the partial (derivative) of f with respect to x1**

$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}$ **the second partial (derivative) of f with respect to x1**

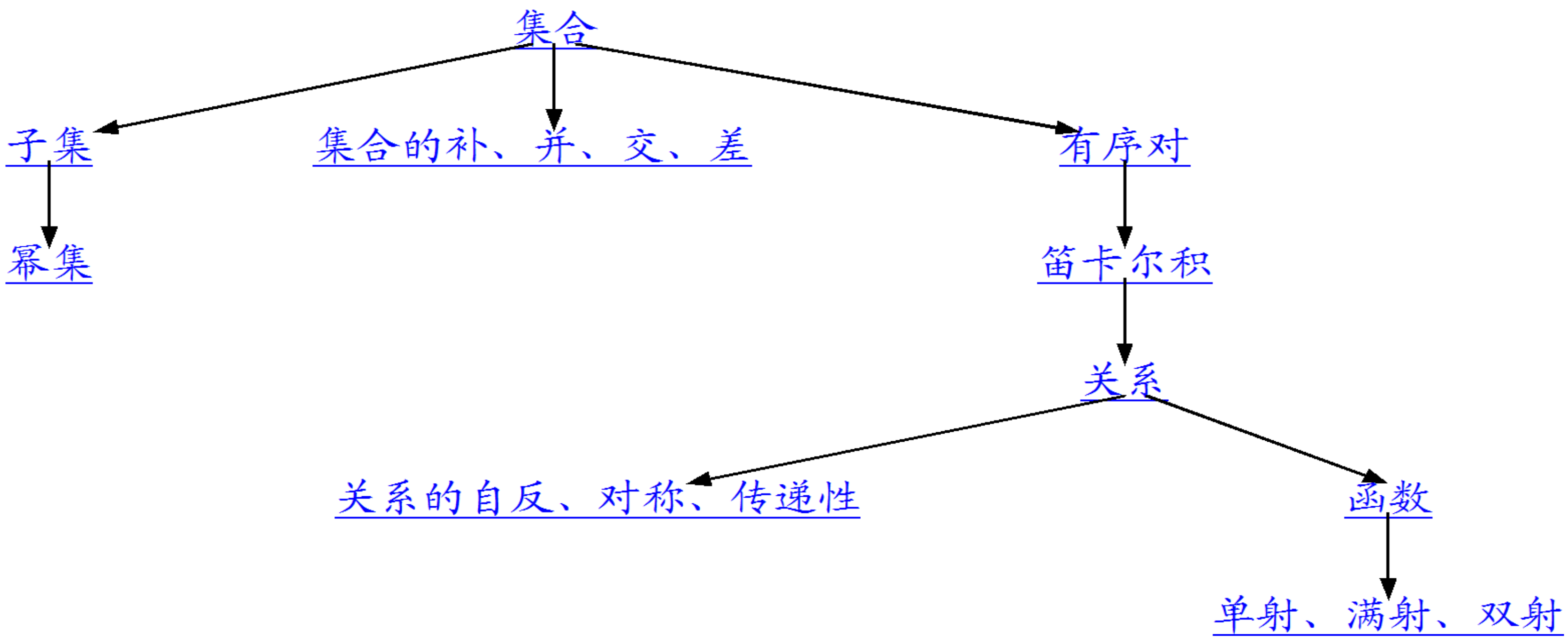
$\int_0^\infty$ **the integral from zero to infinity**

$\lim_{x \to +0}$ **the limit as x approaches zero from above**

第四章 二元关系

- 本章讨论的关系（主要是二元关系），它仍然是一种集合，但它是比前一章更为复杂的集合。
- 关系是笛卡尔乘积的子集，它的元素是有序二元组的形式，这些有序二元组中的两个元素来自于两个不同或者相同的集合。因此，关系是建立在其它集合基础之上的集合。
- 关系中的有序二元组反映了不同集合中元素与元素之间的关系，或者同一集合中元素之间的关系。本章首先讨论关系的基本表达形式，然后给出关系的运算，最后讨论几种常用的关系。

回顾



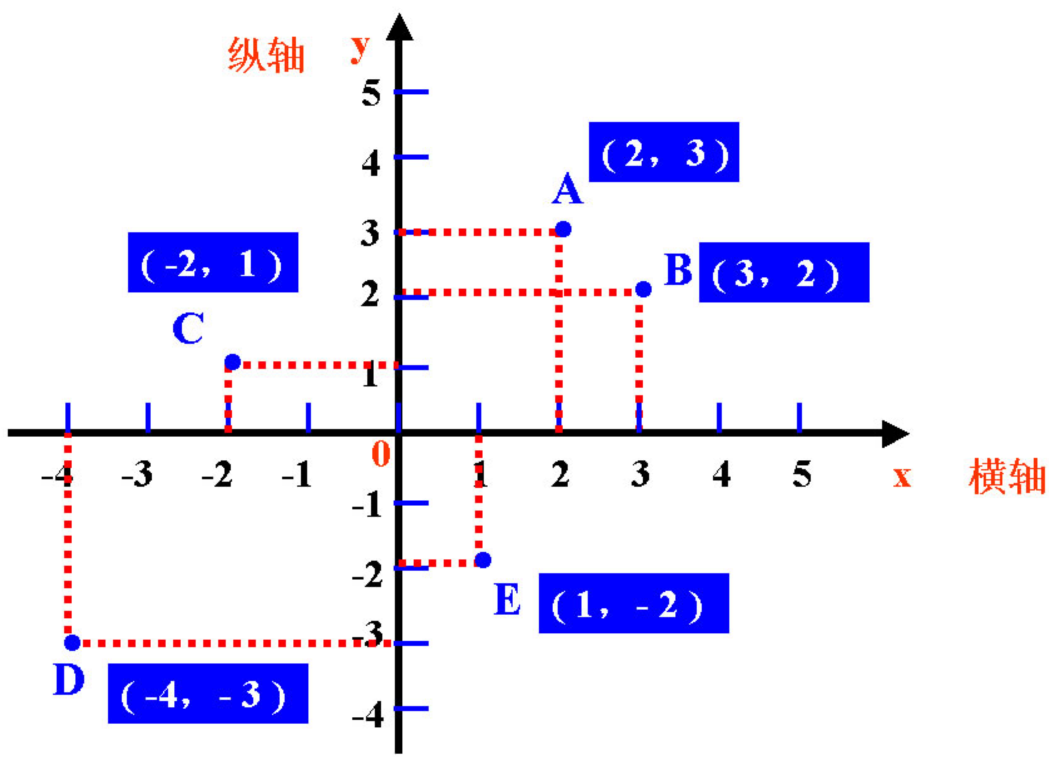
主要内容

- 序偶与笛卡尔乘积
- 关系的基本概念
- 关系的性质
- 关系的表示
- 关系的运算
- 合成关系的关系图、关系矩阵
- 特殊关系：等价关系和划分，相容关系和覆盖，偏序关系和哈斯图等。

4.1 多重序元与笛卡尔乘积

一、序偶

- 定义：由两个具有固定次序的客体组成的序列，称序偶，记作$< x, y >$。



$$\{2,3\} = \{3,2\}$$

$$< 2,3 > \neq < 3,2 >$$

一、序偶

序偶的相等：

$$x, y = a, b \ \ ((x = a) \ (y = b))$$

- 序偶<***a*,*b***>中，***a***称为第一元素，***b***称为第二元素。
- 两个元素不一定来自同一个集合，他们可以代表不同类型的**事物**。

二、多重序元

- 定义：***n*重序元**是一个**序偶**，它的第一元素是**(*n*-1)重序元**。

- **3重序元：**$\langle\langle x, y\rangle, z\rangle$，简单记作$\langle x, y, z\rangle$
- ***n*重序元：**$\langle\langle x_1, x_2, \cdots x_{n-1}\rangle, x_n\rangle$

- ***n*重序元的相等：**

$$\langle\langle x_1, x_2, \cdots x_{n-1}\rangle, x_n\rangle = \langle\langle a_1, a_2, \cdots a_{n-1}\rangle, a_n\rangle \Leftrightarrow$$

$$((x_1 = a_1) \land (x_2 = a_2) \land \cdots \land (x_n = a_n))$$

三、笛卡尔乘积

- 定义：设A和B是任意两个集合。若序偶的第一个元素是A的一个元素，第二个元素是B的一个元素，则所有这样的序偶集合，称为A和B的笛卡尔乘积，记作$A \times B$，即

$$A \times B = \{\langle x, y\rangle | x \in A \land y \in B\}$$

- 若A中有m个元素，B中有n个元素，A和B的笛卡尔乘积中元素个数为?

$$m \times n$$

例：设$A=\{\alpha,\beta\}, B=\{1,2\}$，求$A\times B, B\times A, A\times A, (A\times B)\bigcap(B\times A)$.

解：

$$A\times B=\{\langle\alpha,1\rangle,\langle\alpha,2\rangle,\langle\beta,1\rangle,\langle\beta,2\rangle\}$$
$$B\times A=\{\langle 1,\alpha\rangle,\langle 2,\alpha\rangle,\langle 1,\beta\rangle,\langle 2,\beta\rangle\}$$
$$A\times A=\{\langle\alpha,\alpha\rangle,\langle\beta,\beta\rangle,\langle\alpha,\beta\rangle,\langle\beta,\alpha\rangle\}$$
$$(A\times B)\cap(B\times A)=\emptyset$$

三、迪卡尔乘积

例：设$A=\{\alpha,\beta\}, B=\{1,2\}$和$C=\{c\}$，试求$(A\times B)\times C$和$A\times(B\times C)$

解:$(A\times B)\times C=\{\langle\alpha,1\rangle,\langle\alpha,2\rangle,\langle\beta,1\rangle,\langle\beta,2\rangle\}\times\{c\}$

$=\{\langle\langle\alpha,1\rangle,c\rangle,\langle\langle\alpha,2\rangle,c\rangle,\langle\langle\beta,1\rangle,c\rangle,\langle\langle\beta,2\rangle,c\rangle\}$

$A\times(B\times C)=\{\alpha,\beta\}\times\{\langle 1,c\rangle,\langle 2,c\rangle\}$

$=\{\langle\alpha,\langle 1,c\rangle\rangle,\langle\alpha,\langle 2,c\rangle\rangle,\langle\beta,\langle 1,c\rangle\rangle,\langle\beta,\langle 2,c\rangle\rangle\}$

可见

$$(A\times B)\times C\neq A\times(B\times C)$$

三、迪卡尔乘积

定理：设有A,B,C三个集合，则

$$(a)\ A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$$

$$(b)\ A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$$

$$(c)\ (A\cup B)\times C=(A\times C)\cup(B\times C)$$

$$(d)\ (A\cap B)\times C=(A\times C)\cap(B\times C)$$

证：设$\langle x,y\rangle$是$A\times(B\cup C)$的任意元素，根据$\wedge$对$\vee$的分配律，有：

$$\langle x,y\rangle\in A\times(B\cup C)$$
$$\Leftrightarrow x\in A\wedge y\in B\cup C$$
$$\Leftrightarrow x\in A\wedge(y\in B\vee y\in C)$$
$$\Leftrightarrow (x\in A\wedge y\in B)\vee(x\in A)\wedge y\in C)$$
$$\Leftrightarrow \langle x,y\rangle\in A\times B\vee\langle x,y\rangle\in A\times C$$
$$\Leftrightarrow \langle x,y\rangle\in(A\times B)\cup(A\times C)$$

得证。

n个集合的迪卡尔乘积

定义：集合$A_1, A_2, \cdots, A_n$的笛卡尔乘积可以表示成

$$\underset{i\in I_n}{\times} A_i = A_1 \times A_2 \times \cdots A_n$$

$$= ((A_1 \times A_2) \times A_3) \times \cdots \times A_n$$

$$= \{\langle x_1, x_2, \cdots, x_n \rangle \mid x_1 \in A_1 \wedge x_2 \in A_2 \wedge \cdots \wedge x_n \in A_n\}$$

集合A的笛卡尔乘积$A \times A$记作A^2，类推

$$A \times A \times A = A^3$$

如果所有的集合A_i都是有限集合，则他们笛卡尔乘积的基数为：

$$|A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n| = |A_1||A_2|\cdots|A_n|$$

4.2关系的基本概念

一、关系的定义

定义：设$n \in I_+$且$A_1, A_2, \cdots, A_n$为**n**个任意集合，

$$\boldsymbol{R \subseteq \mathop{\mathrm{X}}_{i=1}^{n} A_i}$$

(a) 称***R***为$A_1, A_2, \cdots, A_n$间的***n*元关系**；

(b) 若***n*=2**，则称***R***为$\boldsymbol{A_1}$到$\boldsymbol{A_2}$的**二元关系**；

(c) 若$R = \varnothing$，则称***R***为**空关系**；若$R = \mathop{\times}\limits_{i=1}^{n} A_i$，则称***R***为**全关系**；

(d) 若$A_1 = A_2 = \cdots = A_n = A$，则称***R***为***A***上的***n*元关系**。

一、关系的定义

例：令 $R_1 = \{\langle 2n \rangle \mid n \in N\}$

$$R_2 = \{\langle n, 2n \rangle \mid n \in N\}$$

$$R_3 = \{\langle n, m, k \rangle \mid n, m, k \in N \wedge n^2 + m^2 = k^2\}$$

则称$\boldsymbol{R_1}$是$\boldsymbol{N}$上的一元关系，$\boldsymbol{R_2}$是$\boldsymbol{N}$上的二元关系，$\boldsymbol{R_3}$是$\boldsymbol{N}$上的三元关系。

如无特殊指定，“关系”概指二元关系。

若序偶$\langle x, y \rangle$属于$\boldsymbol{R}$，则记作$\langle x, y \rangle \in R$或$xRy$，否则，记作$\langle x, y \rangle \notin R$或 $x\not{R}y$ 。

一、关系的定义

例：设集合*A*={*a*,*b*},*B*={2,5,8}

则 $A\times B=\{\langle a,2\rangle,\langle a,5\rangle,\langle a,8\rangle,\langle b,2\rangle,\langle b,5\rangle,\langle b,8\rangle\}$

令 $\rho_1=\{\langle a,2\rangle,\langle b,2\rangle,\langle b,8\rangle\}$　　$\rho_2=\{\langle a,5\rangle\}$

则 ρ_1,ρ_2 均是由**A**到**B**的关系。

同理，$\rho_3=\{\langle 2,a\rangle,\langle 5,b\rangle\}\subseteq B\times A$

则 ρ_3 是由**B**到**A**的关系。

同理，$\rho_4=\{\langle 2,2\rangle,\langle 5,8\rangle\}\subseteq B\times B$

则 ρ_4 是由**B**到**B**的关系。

一、关系的定义

例：设集合A=\{2,3,5,9\}，试给出集合A上的小于或等于关系，大于或等于关系。

解：令集合A上的小于或等于关系为R_1，大于或等于关系为R_2，根据定义有：

$$R_1=\{\langle 2,2\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 5,5\rangle,\langle 9,9\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 2,5\rangle,\langle 2,9\rangle,\langle 3,5\rangle,\langle 3,9\rangle,\langle 5,9\rangle\}$$
$$R_2=\{\langle 2,2\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 5,5\rangle,\langle 9,9\rangle,\langle 3,2\rangle,\langle 5,2\rangle,\langle 9,2\rangle,\langle 5,3\rangle,\langle 9,3\rangle,\langle 9,5\rangle\}$$

二、关系的相等

定义：设R_1为$A_1, A_2, \ldots, A_n$间的n元关系，R_2为$B_1, B_2, \ldots, B_m$间的m元关系，如果：

（1）$n=m$

（2）若$1 \le i \le n$ ，则 $A_i = B_i$

（3）把R_1和R_2作为集合看，$R_1=R_2$。

则称n元关系R_1和m元关系R_2相等，记作$R_1=R_2$

二、关系的相等

例：设R_1为从Z到I_+的二元关系，R_2和R_3都是I上的二元关系

$$R_1 = \{\langle n, m\rangle \mid n \in Z \wedge m \in I_+ \wedge m = n+1\}$$

$$R_2 = \{\langle n, n+1\rangle \mid n \in I \wedge n \geq 0\}$$

$$R_3 = \{\langle |n|, |n|+1\rangle \mid n \in I\}$$

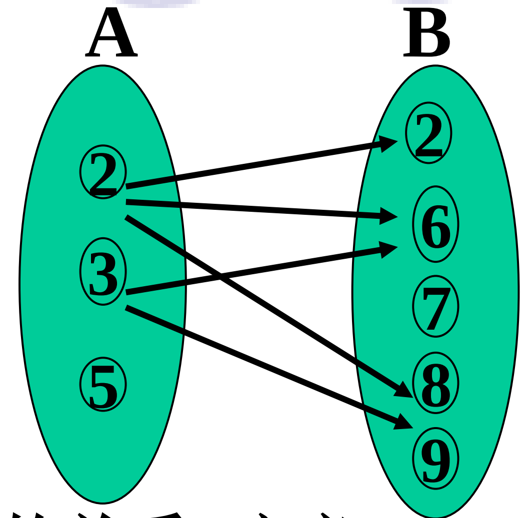
从集合的观点来看，$R_1=R_2=R_3$。

但是就二元关系来说，$R_2=R_3$，不等于R_1。

三、关系的定义域和值域

关系***R***(从***A***到***B***的关系)的定义域(简称为域)定义为：

$$D(R)=\{x \mid (\exists y)(\langle x, y\rangle \in R)\}$$



关系***R***的值域定义为：

$$R(R)=\{y \mid (\exists x)(\langle x, y\rangle \in R)\}$$

显然，有$D(R) \subseteq A, R(R) \subseteq B$

例：设*A*={2,3,5},*B*={2,6,7,8,9}，由*A*到*B*的关系*R*定义为：当且仅当*a*整除*b*时，有*aRb*。

可得: $R=\{\langle 2,2\rangle,\langle 2,6\rangle,\langle 2,8\rangle,\langle 3,6\rangle,\langle 3,9\rangle\}$

D(R)={2,3}

R(R)={2,6,8,9}

四、关系的性质

定义：设***R***为***A***上的二元关系

(1)若对每个$x \in A$，皆有$\langle x, x\rangle \in R$，则称***R***为自反的。用式子来表述即是：

$$\boldsymbol{R}\text{是自反的} \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \to \langle x, x\rangle \in R)$$

(2)若对每个$x \in A$，皆有$\langle x, x\rangle \notin R$，则称***R***为反自反的。用式子来表述即是：

$$\boldsymbol{R}\text{是反自反的} \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \to \langle x, x\rangle \notin R)$$

四、关系的性质

(3) 对任意的$x, y \in A$，若$\langle x, y\rangle \in R$，则$\langle y, x\rangle \in R$，就称$\boldsymbol{R}$为**对称的**。用式子来表述即是：

$\boldsymbol{R}$是对称的$\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)(x, y \in A \wedge \langle x, y\rangle \in R \rightarrow \langle y, x\rangle \in R)$

(4) 对任意的$x, y \in A$，若$\langle x, y\rangle \in R$且$\langle y, x\rangle \in R$， 则$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y}$，就称$\boldsymbol{R}$为**反对称的**。用式子来表述即是：

$\boldsymbol{R}$是反对称的

$$\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)(x, y \in A \wedge \langle x, y\rangle \in R \wedge \langle y, x\rangle \in R \rightarrow x = y)$$

四、关系的性质

- **(5)** 对任意的$x, y, z \in A$，若$\langle x, y\rangle \in R$且$\langle y, z\rangle \in R$ 则 $\langle x, z\rangle \in R$， 就称***R***为可传递的。用式子来表述即是：

R是可传递的$\Leftrightarrow$ $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(x, y, z \in A \wedge \langle x, y\rangle \in R \wedge \langle y, z\rangle \in R \rightarrow \langle x, z\rangle \in R)$

- **(6)** 存在$x, y, z \in A$，并且$\langle x, y\rangle \in R$且$\langle y, z\rangle \in R$而 $\langle x, z\rangle \notin R$， 就称***R***为不可传递的。用式子来表述即是

R是不可传递的 $\Leftrightarrow$ $(\exists x)(\exists y)(\exists z)(\langle x, y\rangle \in R \wedge \langle y, z\rangle \in R \wedge \langle x, z\rangle \notin R)$

四、关系的性质

例1：考虑自然数集合上的普通相等关系“=”，大于关系“>”和大于等于关系“≥”具有的性质。

解：(1) “=”关系是自反的、对称的、反对称的、可传递的；

(2)“>”关系是反自反的、反对称的、可传递的；

(3)“≥”关系是自反的、反对称的、可传递的。

例2：空集上的二元关系的性质。

自反的、对称的、反对称的、反自反的、可传递的

区分概念：空关系vs空集上的关系

空关系：对于任何集合A, 称空集为A上的空关系.

性质：若A非空，空关系是反自反的，对称的，反对称的，可传递的；

若A是空集，该空关系是自反的，反自反的，对称的，反对称的，可传递的

空集上的关系：自反的，反自反的，对称的，反对称的，可传递的。在空集上可定义任意元关系。

集合的压缩和开拓

定义：设$\boldsymbol{R}$为集合$\boldsymbol{A}$上的二元关系且$\boldsymbol{S} \subseteq \boldsymbol{A}$，则称$\boldsymbol{S}$上的二元关系$\boldsymbol{R} \cap (\boldsymbol{S} \times \boldsymbol{S})$为$\boldsymbol{R}$在$\boldsymbol{S}$上的压缩，记为$\boldsymbol{R}|\boldsymbol{S}$， 并称$\boldsymbol{R}$为$R|S$在$\boldsymbol{A}$上的开拓。

定理：设$\boldsymbol{R}$为$\boldsymbol{A}$的二元关系且$S \subseteq A$，那么：

(1)若$\boldsymbol{R}$是自反的，则$R|S$也是自反的；

(2)若$\boldsymbol{R}$是反自反的，则$R|S$也是反自反的；

(3)若$\boldsymbol{R}$是对称的，则$R|S$也是对称的；

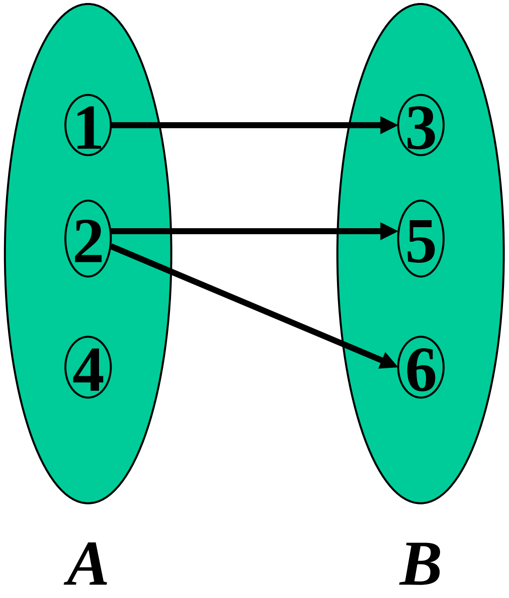
(4)若$\boldsymbol{R}$是反对称的，则$R|S$也是反对称的；

(5)若$\boldsymbol{R}$是可传递的，则$R|S$也是可传递的；

4.3关系的表示

- 一、关系图
- 定义：设A和B为任意的非空有限集，R为任意一个从A到B的二元关系。以$A \cup B$中的每个元素为结点，对每个$\langle x, y \rangle \in R \wedge x \in A \wedge y \in B$皆画一条从$x$到$y$的有向边，这样得到的一个图称为关系$R$的关系图
- 例：$A = \{1, 2, 4\}$; $B = \{3, 5, 6\}$;

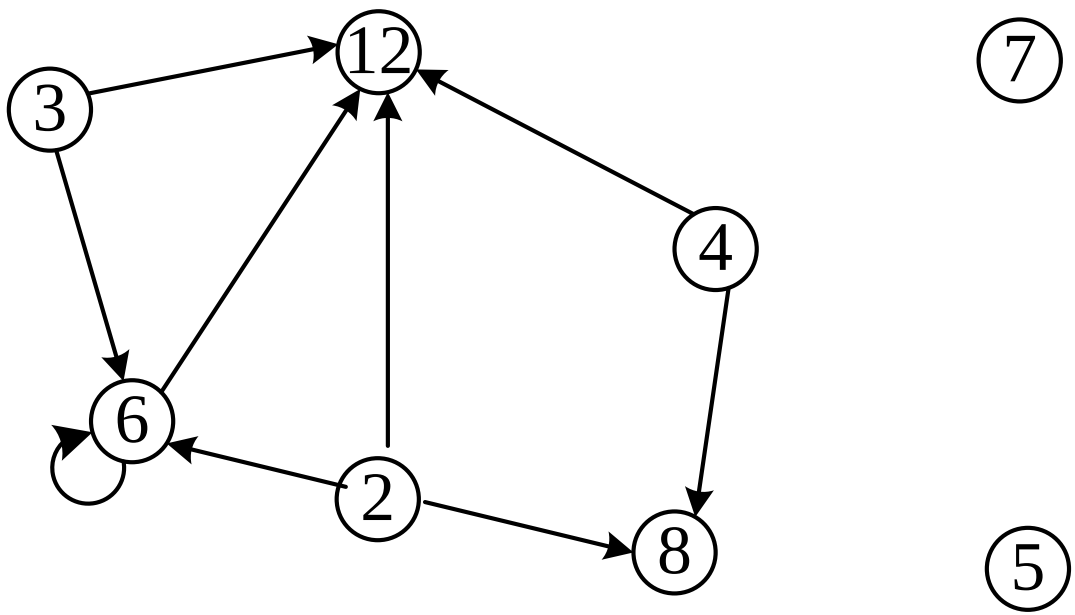
关系$R = \{\langle 1, 3\rangle, \langle 2, 6\rangle, \langle 2, 5\rangle\}$



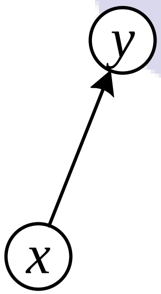
一、关系图

- 例：设$\boldsymbol{A} = \{\mathbf{2,3,4,5,6}\}$，$\boldsymbol{B} = \{\mathbf{6,7,8\ ,12}\}$，从$\boldsymbol{A}$到$\boldsymbol{B}$的二元关系$\boldsymbol{R}$为$R = \{\langle x, y\rangle | x \in A \wedge y \in B \wedge x$整除$y\}$，画出其关系图。
- 解：先求出$\boldsymbol{R}$

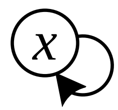
$$R = \{\langle 2,6\rangle, \langle 2,8\rangle, \langle 2,12\rangle, \langle 3,6\rangle, \langle 3,12\rangle, \langle 4,8\rangle, \langle 4,12\rangle, \langle 6,6\rangle, \langle 6,12\rangle\}$$



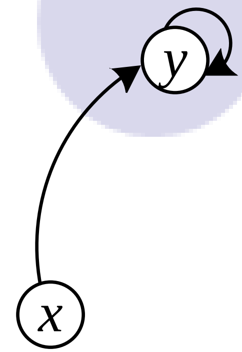
一、关系图



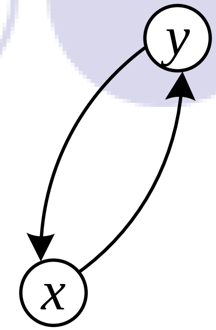
xRy



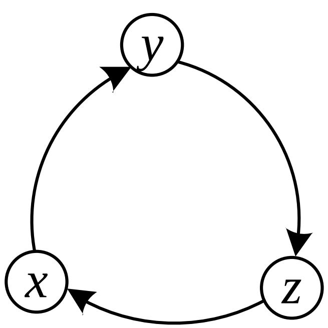
xRx



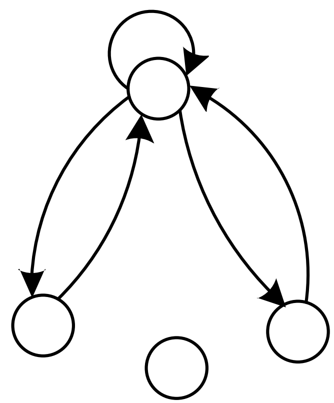
$xRy \wedge yRy$



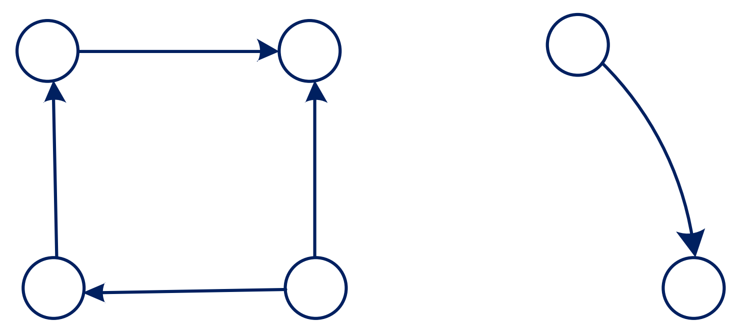
$xRy \wedge yRx$



$xRy \wedge yRz \wedge zRx$



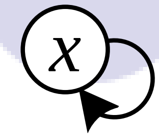
对称关系



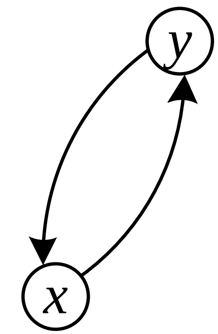
反对称关系

利用关系图判断关系的性质

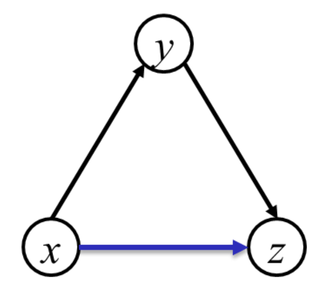
- R是自反的：关系图中每个结点都有自圈



- R是反自反的：关系图中每个结点都无自圈
- R是对称的：关系图任意两个结点间若存在有向边，那么必有双向的有向边



- R是反对称的：关系图中任意两个结点间必无双向边
- R是可传递的：关系图中任意的x和y、y和z之间存在有向边，则x和z之间也存在有向边



- R是不可传递的：关系图中存在x和y、y和z之间存在有向边，则x和z之间没有有向边

二、关系矩阵

- **定义：** 给定两个有限集合$X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$和$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$，$R$是从$X$到$Y$的二元关系，如果有：

$$r_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{如果} < x_i, y_j > \in R \\ 0 & \text{如果} < x_i, y_j > \notin R \end{cases}$$

则称$[r_{ij}]_{|X\cup Y|\times|X\cup Y|}$是$R$的关系矩阵，记作$M_R$

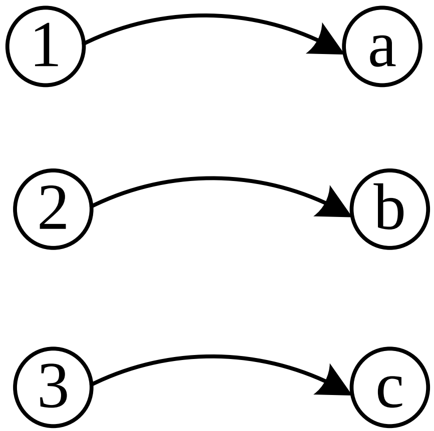
- **例：** 设$A = \{1,2,3,4\}$，R为定义在A上的二元关系，$R = \{<2,1>, <3,1>, <3,2>, <4,1>\}$，写出关系矩阵。

$$M_R = [r_{ij}]_{4\times4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

二、关系矩阵

- 例：设$\boldsymbol{A}=\{\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{3}\}$,$\boldsymbol{B}=\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$，$\boldsymbol{R}$是$\boldsymbol{A}$到$\boldsymbol{B}$的二元关系，并且$R=\{\langle 1,a\rangle,\langle 2,b\rangle,\langle 3,c\rangle\}$，试画出$\boldsymbol{R}$的关系图，给出关系矩阵。

$$M_R=[r_{ij}]_{6\times 6}=\begin{array}{c} \\ 1\\ 2\\ 3\\ a\\ b\\ c \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & a & b & c \end{array}\\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



二、关系矩阵

- 如果关系矩阵主对角线上的记入值全为1，则R是自反的；
- 如果主对角线上的记入值全为0，则R是反自反的；
- 如果矩阵关于主对角线是对称的，则R是对称的；
- 如果矩阵关于主对角线是反对称的，(亦即$r_{ij}=1$时则一定有$r_{ji}=0$),则R是反对称的；
- 如果对于任意的i,j,k, $r_{ij}=1$并且$r_{jk}=1$时一定有$r_{ik}=1$，则R是可传递的；
- 如果存在i,j,k, $r_{ij}=1$并且$r_{jk}=1$时，有r_{ik}不等于1，则R是不可传递的；

回顾

- 序偶$\langle x, y\rangle$
- 笛卡尔积
- 关系的定义，二元关系
  - 笛卡尔积–构成集合（子集）
- 关系的性质
  - 自反，反自反，对称，反对称，传递，不可传递
- 关系相等
- 关系压缩与开拓

- 作业：第四章习题
- **1-10**（每个题的奇数小题）