

# 大 连 理 工 大 学

姓 名: \_\_\_\_\_

学 号: \_\_\_\_\_

院 系: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_ 级 \_\_\_\_ 班

教 师: \_\_\_\_\_

课 程 名 称: \_\_\_\_\_ 高等数学A 2 \_\_\_\_\_ 试卷: \_\_\_\_\_ A \_\_\_\_\_ 考试形式: \_\_\_\_\_ 闭卷 \_\_\_\_\_

授课院(系): \_\_\_\_\_ 数学科学学院 \_\_\_\_\_ 考试日期: \_\_\_\_\_ 2019 年 5 月 14 日 \_\_\_\_\_ 试卷共 \_\_\_\_\_ 6 \_\_\_\_\_ 页

题 号	一	二	三	四	五	六	七				总 分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得 分											

得 分	
-----	--

一、 填空题 (每题 6 分, 共 30 分)

1. 设  $z = x^3 f(xy, \frac{y}{x})$ , 且  $f$  具有二阶连续偏导数, 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$  \_\_\_\_\_,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  \_\_\_\_\_.

2. 极限  $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 1}} \left(1 + \frac{1}{xy}\right)^{\frac{x^3 y}{x^2 + y^2}} =$  \_\_\_\_\_, 级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n(n+1)}$  的和为 \_\_\_\_\_.

3. 曲线  $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$  在点  $M(1, -2, 1)$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_,

法平面方程为 \_\_\_\_\_.

4. 函数  $u = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2})$  在  $A(1, 0, 1)$  点处的梯度  $\mathbf{grad} u|_A =$  \_\_\_\_\_, 沿  $A$  点指向  $B(3, -2, 2)$  点方向的方向导数为 \_\_\_\_\_.

5. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 2(1-x), & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$ , 而  $S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\pi x$ , 其中

$a_n = 2 \int_0^1 f(x) \cos n\pi x \, dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$ , 则  $S(-\frac{5}{2}) =$  \_\_\_\_\_,  $S(9) =$  \_\_\_\_\_.

得分	
----	--

二、单项选择题 (每题 4 分, 共 20 分)

1. 设  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  均为非零向量, 则肯定与  $\mathbf{a}$  不垂直的向量是 ( )

- (A)  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  (B)  $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b}$   
 (C)  $\mathbf{a} + (\mathbf{a} \times \mathbf{c}) \times \mathbf{a}$  (D)  $\mathbf{b} - \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\|\mathbf{a}\|^2} \mathbf{a}$

2. 设  $z = \begin{cases} xy \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ , 则该函数在  $(0, 0)$  点 ( )

- (A) 不连续 (B) 连续但偏导数不存在  
 (C) 连续且偏导数存在但不可微 (D) 可微

3. 二元函数  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处可微的一个充分条件是 ( )

- (A)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} [f(x, y) - f(0, 0)] = 0$   
 (B)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x, 0) - f(0, 0)}{x} = 0$ , 且  $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{f(0, y) - f(0, 0)}{y} = 0$   
 (C)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{f(x, y) - f(0, 0)}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$   
 (D)  $\lim_{x \rightarrow 0} [f'_x(x, 0) - f'_x(0, 0)] = 0$ , 且  $\lim_{y \rightarrow 0} [f'_y(0, y) - f'_y(0, 0)] = 0$

4. 设有命题

- (1) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} a_n$  收敛.  
 (2) 若正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  满足  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), 则  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  收敛.  
 (3) 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  与  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  同敛散.  
 (4) 若  $a_n \leq b_n \leq c_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) 且  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  与  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$  都收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  收敛.

则上述命题中正确的个数为 ( )

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

5. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(3^n + (-2)^n)}$  的收敛域为 ( )

- (A)  $[-3, 3)$  (B)  $(-3, 3]$  (C)  $(-2, 2)$  (D)  $[-2, 2]$

得分	
----	--

三、 (10分) 在经过直线  $\begin{cases} 2x + y - 3z + 2 = 0 \\ 5x + 5y - 4z + 3 = 0 \end{cases}$  的平面中, 求两个互相垂直的平面, 其中一个经过点  $(4, -3, 1)$ .

得分	
----	--

四、 (10分) 求二元函数  $z = f(x, y) = x^2y(4 - x - y)$  在由直线  $x + y = 6$ ,  $x$  轴和  $y$  轴所围成的闭区域  $D$  上的极值、最大值和最小值.

得分	
----	--

五、 (10分) 设函数  $z = z(x, y)$  具有二阶连续偏导数, 变换  $\begin{cases} u = x + ay \\ v = x + by \end{cases}$

可把方程  $3\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  简化为  $\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} = 0$ , 求常数  $a, b$ .

得分	
----	--

六、(10分) 将函数  $f(x) = x^2$ ,  $x \in [-1, 1]$  展开为以 2 为周期的傅里叶级数, 并由此求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$  的和.

得分	
----	--

七、(10分) 将函数  $f(x) = \arctan \frac{1-2x}{1+2x}$  展开成  $x$  的幂级数, 并求级数

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$  的和.