

# Compilers

Bert De Saffel

Master in de Industriële Wetenschappen: Informatica Academiejaar 2018–2019

Gecompileerd op 13 juni 2019



# Inhoudsopgave

Ι	eorie	5	
1	Inle	iding	6
	1.1	Compilers	6
	1.2	Basiswerking compilers	6
	1.3	Abstract Syntax Tree	7
		1.3.1 Contextvrije grammatica's	7
		1.3.2 Opbouw AST	8
		1.3.3 Interpreter	10
<b>2</b>	Lex	icale Analyse	11
	2.1	Lexicale tokens	11
	2.2	Eindige automaten	11
	2.3	Opbouw deterministische eindige automaat $\dots \dots \dots \dots \dots \dots$	13
		2.3.1 Conversie NFA naar DFA	15
3	Par	sing	17
	3.1	Inleiding	17
	3.2	Context-vrije grammatica	17
		3.2.1 Afleiden van een zin $\hdots$	17
		3.2.2 Ambigue grammatica	18
		3.2.3 Grammatica disambiguëren	20
	3.3	Predictive Parsing	20
		3.3.1 First and follow sets	21
		3.3.2 Opstellen Predictive Parsing Tabel	23
		3.3.3 LL(1) Parsers	23

INHOUDSOPGAVE 2

		3.3.4	Error Recovery	24
	3.4	LR(k)	parser	25
		3.4.1	LR(0) parser	25
		3.4.2	SLR parser	27
		3.4.3	LR(1) parser	27
		3.4.4	LALR(1) parser	28
4	Abs	stracte	syntax	30
	4.1	Seman	ntische acties	30
	4.2	Abstra	act Parse Tree Construction	33
		4.2.1	Posities	33
5	Sen	nantisc	che analyse	34
	5.1	Symbo	ooltabellen	34
		5.1.1	Efficiëntere symbooltabellen	35
	5.2	Type	Checking	36
		5.2.1	Expressies	36
		5.2.2	Variabelen	36
		5.2.3	Declaraties	37
6	Act	ivation	n Records	38
	6.1	Stack	Frames	39
		6.1.1	Static Link	39
		6.1.2	Escapes	39
	6.2	Frame	es in de Tiger compiler	41
		6.2.1	Frame Interface	41
		6.2.2	Creatie en initialisatie van frames	41
		6.2.3	Escapes berekenen	42
		6.2.4	Temporaries en Labels	42
7	Inte	ermedi	ate Representations	43
	7.1	AST r	naar IRT	44
	7.2	Omzet	tting enkelvoudige veranderlijken	44
8	Bas	isblokl	ken en traces	46
	8.1	Canon	nical trees	46

INHOUDSOPGAVE 3

	8.2	Linearizeren	46
	8.3	Basic blocks	46
		8.3.1 Traces aanmaken	. 46
9	Inst	ructieselectie	48
	9.1	Boompatronen	. 48
	9.2	Algoritmen voor instructieselectie	48
		9.2.1 Maximal Munch	. 48
		9.2.2 Dynamisch programmeren	. 50
10	Live	eness analyse	51
	10.1	Control Flow Graphs	51
	10.2	Least Fixed Point & Conservativiteit	54
	10.3	Statische approximatie	54
	10.4	Interference Graph	54
11	Reg	isterallocatie	56
	11.1	Register Coalescing	. 56
<b>12</b>	Data	a Flow Analysis	58
	12.1	Analyse en transformaties	. 58
	12.2	Verschillende dataflow analyses	. 59
		12.2.1 Reaching definitions	. 59
		12.2.2 Available expressions	. 60
		12.2.3 Reaching expressions	. 60
		12.2.4 Liveness analyse	. 60
	12.3	Optimalisaties	60
	12.4	Snellere analyses	61
	12.5	Incrementele analyses	62
		12.5.1 Value Numbering	. 62
		12.5.2 Incremente livenessanalyse	. 62
	12.6	Alias Analysis	62
13	Loo	p Optimizations	63
	13.1	Dominators	64
		13.1.1 Header loops	65

INHOUDSOPGAVE 4

		13.1.2 Loop preheader	65
	13.2	Loop Invariant Computations	65
	13.3	Inductieveranderlijken	66
	13.4	Loop unrolling	67
14	Stat	ic Single-Assignment	68
	14.1	Aggressive Dead Code Elimination	70
15	Sche	eduling and Software Pipelining	71
	15.1	VLIW architecturen	71
		15.1.1 Reservation Table	71
		15.1.2 List Scheduling	71
	15.2	Software Pipelining	72
II	O	efeningensessies	73
16	Oefe	eningensessie 1	74
	16.1	Oefening 3.6 p85	74
	16.2	Voorbeeldexamenvraag	75
	16.3	Oefening 3.13 p86	76
17	Oefe	eningensessie 2	<b>7</b> 8
	17.1	Oefening 6.3 p147	78
	17.2	Oefening 8.6 p190	78
	17.3	Oefening 9.1 p217	79
18	Oefe	eningensessie 3	81
	18.1	Oefening 10.1 p223	81
	18.2	Oefening 11.3 p263	82
	18.3	Oefening 17.5 p408 (licht gewijzigd)	83
19	Oefe	eningensessie 4	86
	19.1	Oefening Scheduling	86
	19.2	Oefening 18.1 p431	86
	19.3	Oefening Static Single Assignment	87

## Deel I

## Theorie

## Hoofdstuk 1

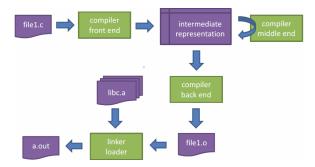
## Inleiding

### 1.1 Compilers

Voorbeelden van functies die een statische compiler moet bevatten:

- Broncode omzetten in uitvoerbare fouten:
  - o met dezelfde semantiek
  - o zo snel mogelijk
  - o en/of zo compact, debugbaar, portable, veilig, ... mogelijk
  - en linkbaar.
- Syntaxfouten moeten herkent worden.

### 1.2 Basiswerking compilers



Figuur 1.1: De basiswerking van een compiler.

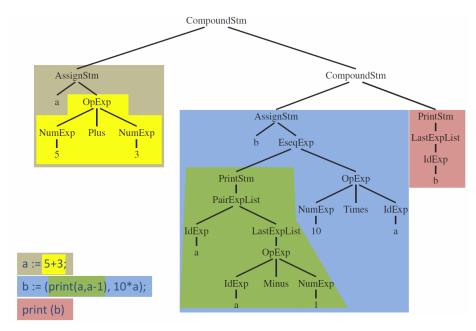
Op figuur 1.1 is de vereenvoudigde basiswerking van een compiler te zien. Een C bestand wordt eerst door de compiler front end gestuurd, die het bestand zal omvormen tot een intermediaire representatie. Deze representatie wordt dan door de compiler back end gestuurd om zo assembly of objectcode te genereren. De linker loader zal deze objectcode samenvoegen met eventuele andere libraries om zo een uitvoerbaar programma te hebben.

Q: Waarom wordt de front end en back end opgesplitst?

A: Op die manier is de compiler modulair: Enerzijds moet bij een andere programmeertaal enkel de front end aangepast worden en anderzijds moet bij het wijzigen van de architectuur (de onderliggende processor) enkel de back end aangepast worden.

#### 1.3 Abstract Syntax Tree

De eerste stap van elke compiler is het omvormen van de broncode naar een **Abstract Syntax Tree (AST)**. Veronderstel volgende code, en de daarbijhorende AST die te zien zijn op figuur 1.2. Elke knoop van een AST stelt een bepaalde geldige operatie voor, die afhankelijk is van de gekozen programmeertaal.



Figuur 1.2: De boomvoorstelling van een eenvoudig, lusloos programma. De gekleurde deelbomen komen overeen met de gekleurde segmenten in de code zelf. Als toekenningsoperator wordt er gekozen voor := dat vanaf nu als één geheel moet beschouwd worden.

#### 1.3.1 Contextvrije grammatica's

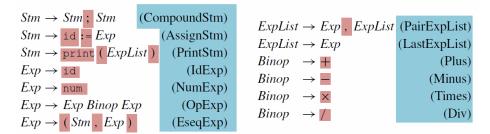
Om een AST op te stellen moet de notie van **tokens** ingevoerd worden. Een token is eenvoudig gezien een bepaald symbool dat een betekenis heeft. De tokens van de code uit figuur 1.2 zijn te zien in tabel 1.1 Uit de theorie van de generatieve grammatica's weten we dat er zowel terminale als niet-terminale tokens bestaan:

- Terminale tokens zijn symbolen die een blad voorstellen in de AST. Deze tokens hebben als eigenschap dat ze geen verdere tokens kunnen genereren en vormen dan ook het alfabet van het programma.
- Niet-terminale tokens, kortweg niet-terminalen genoemd, zijn de regels die de taal definiëren en zijn de niet-bladeren van de AST. Niet-terminalen hebben als eigenschap dat ze letters van het alfabet kunnen genereren.

symbolen(ascii)	token	waarde
a	id	string a
:=	:=	
5	num	integer 5
+ 3	+	
3	num	integer 3
;	;	
b	id	string b
(	(	
print	print	
-	-	
*	*	
	whitespace	

Tabel 1.1: De tokens die voorkomen uit het programma van figuur 1.2

Op figuur 1.3 zijn een aantal terminalen en niet-terminalen te zien. De niet-terminale token CompoundStm bestaat bijvoorbeeld uit twee Stm tokens, gescheiden door een punt komma. Deze twee Stm tokens kunnen in deze vereenvoudigde programmeertaal enkel een CompoundStm, AssignStm of PrintStm zijn. Bij AssignStm wordt er een terminale token verwacht in de vorm van een variabele identifier, gevolgd door de toekenningsoperator en een Exp token. Enkel deze Exp kan nog vier vormen aanneemen: IdExp, NumExp, enz... Dit wordt uitgewerkt voor de eerste toekenningsoperatie



Figuur 1.3: De rood omkaderde symbolen zijn terminalen terwijl de blauw omkaderde niet-terminalen zijn.

uit figuur 1.2 en is te zien op figuur 1.4.

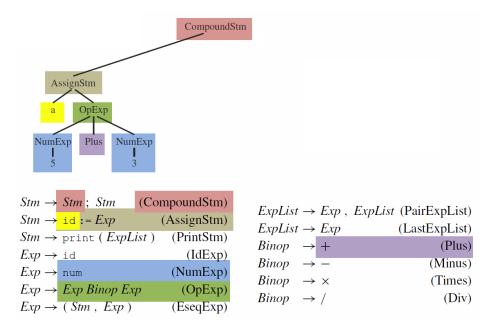
#### 1.3.2 Opbouw AST

Een AST kan nu bottom-up opgemaakt worden door volgende procedure uit te voeren:

1. Voor elke mogelijke knoop moet er een struct gemaakt worden zoals bijvoorbeeld:

- 2. Elke struct moet bestaan uit
  - een enum voor het precieze token te bepalen,
  - een union voor de verschillende combinaties van tokens in het rechter lid en,
  - pointers naar kindknopen.

Dit wordt geïllustreerd in code 1.1.



Figuur 1.4: Illustratie van contextvrije grammatica op de eerste toekenningsoperatie uit figuur 1.2.

```
typedef char * string;
typedef struct A_stm_ * A_stm;
typedef struct A_exp_ * A_exp;
typedef struct A_expList_ * A_expList;

struct A_stm_ {
        enum {A_compoundStm, A_assignStm, A_printStm} kind;
        union {
            struct {A_stm stm1, stm2;} compound;
            struct {string id; A_exp exp;} assign;
            struct {A_expList exps;} print;
        } u;
};
```

Listing 1.1: Voorbeeld van een struct voor een AST.

3. In de constructor worden de knopen aangemaakt, zoals te zien in code 1.2.

```
 \begin{array}{lll} A\_stm & A\_compoundStm(A\_stm & stm1 \,, & A\_stm & stm2) \{ \\ & A\_stm & s & = & malloc(sizeof(*s)); \\ & s->kind & = & A\_compoundStm; \\ & s->u.compound.stm1 & = & stm1; \\ & s->u.compound.stm2 & = & stm2; \\ & return & s; \\ \} \end{array}
```

Listing 1.2: Voorbeeld van een constructor voor een AST.

Op deze manier zou de boom uit figuur 1.2 hardgecodeerd kunnen worden, wat natuurlijk geen goede manier is. Het is de taak van een lexer en parser om de constructie van een AST te automatiseren, die respectievelijk in hoofdstuk 2 en 3 behandelt worden.

#### 1.3.3 Interpreter

Uit een AST kan een eenvoudige interpreter geschreven worden. Dit stuk is informatief, en wordt niet gevraagd op het examen.

- Door de boom postorder diepte-eerst te overlopen, wordt de boom in de juiste manier behandelt.
- Het bijhouden van de waarden van variabelen kan via een gelinkte lijst:

```
typedef struct table * Table_;
struct table {string id; int value; Table_ tail;};
Table_ Table(string id; int value; Table_ tail) {
          Table_ t = malloc(sizeof(*t));
          t->id = id;
          t->value = value;
          t->tail = tail;
          return t;
}
```

• Stel nu dat dit de eerste drie regels van een programma zijn:

```
a := 2;
b := 3;
a := 3;
```

- Voor de eerste toekenning bevat de gelinkte lijst slechts één knoop met als sleutel a en waarde 2.
- Bij de tweede toekenning wordt de originele gelinkte lijst meegegeven via de variabele *tail*. Na deze constructor zal de gelinkte lijst twee knopen bevatten.
- Na deze constructor bevat de gelinkte lijst drie knopen. Merk op dat er twee knopen zijn met sleutel a, maar dat ze elk een verschillende waarde hebben. Aangezien een nieuwe knoop vooraan wordt toegevoegd, zal de interpreter enkel de meest recentste waarde opvragen.

### Hoofdstuk 2

## Lexicale Analyse

#### 2.1 Lexicale tokens

• Herkennen van een reeks opeenvolgende karakters die een geheel vormen volgens de syntax van een programmeertaal, zoals o.a:

```
sleutelwoorden: int, float, for, new, ...
identifiers: foo, n14, variabelenaam
getallen: -37, 0x16L, 10.4, ...
operatoren: +, -, *, &, &&, ...
andere tokens: { } "; /* */ / ( ) [ ]
```

• Veronderstel volgende code:

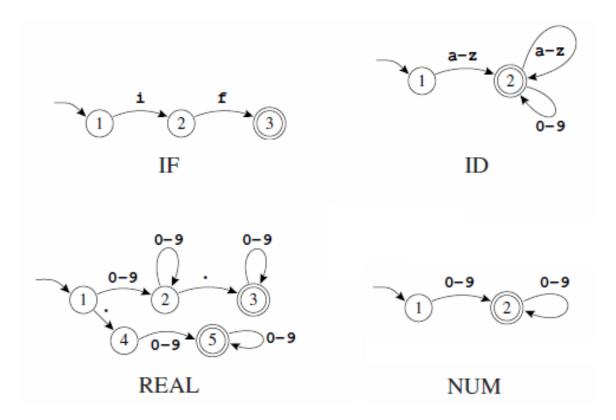
dan worden volgende tokens gegenereerd, waarbij dat sommige tokens een attribuut hebben: FLOAT ID(match0) LPAREN CHAR STAR ID(s) RPAREN LBRACE IF LPAREN BANG ID (strncmp) LPAREN ID(s) COMMA STRING(''0.0'') COMMA NUM(3) RPAREN RPAREN RETURN REAL(0.0) SEMI RBRACE EOF

### 2.2 Eindige automaten

• Er wordt met reguliere expressie gewerkt om te omschrijven welke karaktersequentie met een bepaald token overeenstemmen:

```
\begin{array}{ll} if & \{\text{return IF;}\}\\ [a-z][a-z0-9]* & \{\text{return ID;}\}\\ [0-9]+ & \{\text{return NUM;}\}\\ ([0-9]+"."[0-9]*)|([0-9]*"."[0-9]+) & \{\text{return REAL;}\}\\ \end{array}
```

Tabel 2.1: Reguliere expressies voor een aantal tokens.

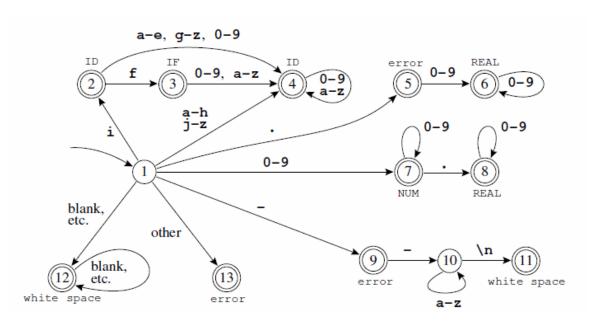


Figuur 2.1: Eindige automaten voor lexicale tokens.

- Met behulp van de <u>constructie van Thompson</u> kan een **niet-deterministische automaat** (NFA) opgebouwd worden uit een reguliere expressie. Op figuur 2.1 zijn de <u>eindige automaten</u> te zien van de reguliere expressies uit tabel 2.1.
- Deze individuele automaten kunnen samengevoegd worden tot een gecombineerde automaat, te zien op figuur 2.2

In dit geval is de gecombineerde automaat al een **deterministische eindige automaat** (**DFA**) aangezien elke mogelijke staat slechts één transitie heeft voor elke input. Het doel van lexicale analyse is om een DFA op te stellen zodat de tokens op een efficiënte manier kunnen bepaald worden. Een DFA wordt doorgaans geïmplementeerd als een transitietabel:

```
int edges [][256] = \{ /* \dots 0 \ 1 \ 2 \dots - \dots e \ f \ g \ h \ i \ j \dots */
/* state 0 */
                                  7 7 7
/* state 1 */
                                          \dots 9 \dots 4 4 4 4 2 4 \dots \}
                                          \dots \ 0 \ \dots \ 4 \ 3 \ 4 \ 4 \ 4 \ \dots \}
/* state 2 */
                                  4\ 4\ 4
/* state 3 */
                                  4\ 4\ 4\ \dots\ 0\ \dots\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ \dots\}
  state 4 */
                              \dots 4 4 4 \dots 0 \dots 4 4 4 4 4 \dots \}
  state 5 */
                              \dots 6 6 6 \dots 0 \dots 0 0 0 0 0 0 \dots \}
                               \dots \ 6 \ 6 \ 6 \ \dots \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \} \ ,
  state 6 */
/* state 7 */
                              \dots 7 7 7 \dots 0 \dots 0 0 0 0 0 0 \dots \}
                              \dots 8 8 8 \dots 0 \dots 0 0 0 0 0 0 \dots \}
/* state 8 */
   ... */
};
```

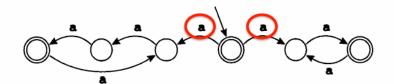


Figuur 2.2: Combinatie van eindige automaten.

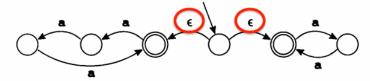
#### 2.3 Opbouw deterministische eindige automaat

• We starten met een reguliere expressie, die een bepaald token voorstelt:

• Zoals vermeld zal de constructie van Thompson een niet-deterministische automaat aanmaken van een bepaalde reguliere expressie. Er bestaat de kans dat deze automaat deterministisch is, maar dat is niet altijd zo. In het geval van bovenstaande reguliere expressie ziet de automaat er uit zoals op figuur 2.3 of figuur 2.4.



Figuur 2.3: Een niet-deterministische eindige automaat.



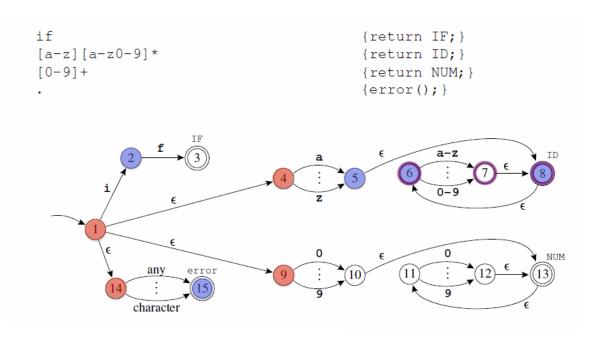
Figuur 2.4: Een niet-deterministische eindige automaat waarbij de eerste transitie kan gebeuren zonder een symbool te verwerken.

Welke richting moeten we nu uit bij aaaaaaa voor de eerste a? Bij een niet-deterministische automaat moeten we gokken welke de juiste zal zijn.

• Gelukkig kan ook een DFA opgebouwd worden uit een NFA via de <u>deelverzamelingconstructie</u>. Op die manier kan een DFA opgebouwd worden door (i) enkel de reguliere expressies handmatig

te definiëren, (ii) algoritmisch deze reguliere expressies om te vormen tot een NFA, en (iii) algoritmisch deze NFA om te vormen tot een DFA.

• Veronderstel de reguliere expressies en de daarbijhorende NFA in figuur 2.5.

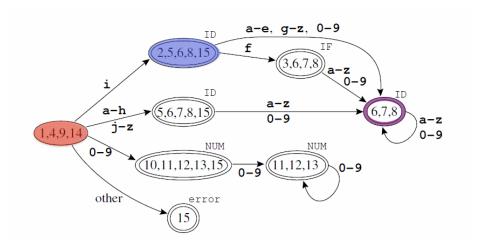


Figuur 2.5: Een aantal reguliere expressies en de daarbijhorende NFA.

Stel dat we nu de string in moeten checken:

- 1. Zonder teken op te eten kunnen we in 1 komen en in zijn  $\epsilon$ -closure:  $\{1, 4, 9, 14\}$ .
- 2. Vanuit  $\{1, 4, 9, 14\}$  kunnen we voor i naar  $\{2, 5, 6, 8, 15\}$ .
- 3. Vanuit  $\{2, 5, 6, 8, 15\}$  kunnen we voor n naar  $\{6, 7, 8\}$ .
- 4. Daarvan is 8 een aanvaardingstoestand voor ID.

Op die manier bekomen we de DFA uit figuur 2.6.



Figuur 2.6: De NFA uit figuur 2.5 geconverteerd naar een DFA.

#### 2.3.1 Conversie NFA naar DFA

- Drie functies:
  - 1. edge(s, c) = alle NFA staten bereikbaar uit toestand s over pijlen met transitiesymbool <math>c.
  - 2. **closure(S)** = de kleinste verzameling van staten die bereikbaar zijn voor het transitiesymbool  $\epsilon$  voor elke staat in S:

$$T = S \cup \bigg(\bigcup_{s \in T} \mathbf{edge}(s, \epsilon)\bigg)$$

Q: Waarom moet dit de kleinste verzameling zijn?

A: De volledige verzameling van toestanden voldoet ook aan deze vergelijking, en dat is een triviaal geval.

Via iteratie kan T berekent worden:

$$\begin{split} T &\leftarrow S \\ \mathbf{repeat} \\ T' &\leftarrow T \\ T &\leftarrow T' \cup (\bigcup_{s \in T'} \mathbf{edge}(s, \epsilon)) \\ \mathbf{until} \ T &= T' \end{split}$$

o Dit is een voorbeeld van een fixpoint algoritme. Dit wil zeggen dat uiteindelijk f(x) = x geldig is. In het voorbeeld van de functie closure(S), hier genoteerd als F(x), is dit zeker waar:

$$F(\epsilon) = S$$
 
$$F(S) = \dots$$
 
$$F(F(S)) = \dots$$
 
$$\dots$$
 
$$F(F(F(\dots))) = T$$
 
$$F(T) = T$$

- o Aangezien dat uiteindelijk F(T) = T en dat er maar een eindig aantal staten zijn zal het algoritme zeker stoppen.
- 3. Veronderstel dat we ons bevinden in een set  $d = \{s_i, s_k, s_l\}$  van NFA staten  $s_i, s_k$  en  $s_l$ . Startend vanuit d en het symbool c, bekomen we een nieuwe set van NFA staten:

$$\mathbf{DFA}\mathbf{edge}(\mathbf{D}, \ \mathbf{c}) = \mathbf{closure}\bigg(\bigcup_{s \in D} \mathbf{edge}(s, c)\bigg)$$

Via deze functie, de startstaat  $s_1$  en input string  $c_1, ..., c_k$  kan de NFA simulatie als volgt geschreven worden:

```
\begin{aligned} d &\leftarrow \mathbf{closure}(\{s_1\}) \\ \mathbf{for} \ i &\leftarrow 1 \ \mathbf{to} \ k \\ d &\leftarrow \mathbf{DFAedge}(d, c_i) \end{aligned}
```

• De combinatie van deze drie functies leiden tot het algoritme om een NFA om te zetten naar een DFA:

```
\begin{array}{l} \mathrm{states}[0] \leftarrow \{\}; \\ \mathrm{states}[1] \leftarrow \mathbf{closure}(\{s_1\}); \\ p \leftarrow 1; \quad j \leftarrow 0; \\ \mathbf{while} \ j \leq p \\ \mathbf{foreach} \ c \in \Sigma \\ e \leftarrow \mathbf{DFAedge}(\mathrm{states}[j], c) \\ \mathbf{if} \ e == \mathrm{states}[\mathbf{i}] \ \text{for some} \ i \leq p \\ \mathbf{then} \ \mathrm{trans}[\mathbf{j}, \mathbf{c}] \leftarrow i \\ \mathbf{else} \ p \leftarrow p+1 \\ \mathbf{states}[\mathbf{p}] \leftarrow e \\ \mathbf{states}[\mathbf{j}, \mathbf{c}] \leftarrow p \\ j \leftarrow j+1 \end{array}
```

De gegenereerde DFA is suboptimaal: vanuit sommige toestanden worden identiek dezelfde strings aanvaard. Volgende optimalisaties kunnen nog doorgevoerd worden:

o Knopen samenvoegen waarvoor geldt dat

$$\forall c \in \Sigma : trans[s_1, c] = trans[s_2, c]$$

 $\circ\,$  Staten  $s_1$ en  $s_2$ zijn equivalent als ze beiden niet finaal of finaal zijn voor dezelfde tokens.

## Hoofdstuk 3

## **Parsing**

#### 3.1 Inleiding

Het basisidee van parsing is om een string van tokens te analyseren en kijken of deze syntactisch geldig zijn.

**Q:** Waarom gaan we context-vrije grammatica gebruiken in plaats van reguliere expressies om de tokens van een lexer te parsen?

A: Reguliere expressies kan geen recursie uitdrukken. Ook kan de eis voor gebalanceerde haakjes niet uitgedrukt worden met reguliere expressies.

### 3.2 Context-vrije grammatica

- Een taal is een verzameling strings.
- Een string is een eindige sequentie symbolen uit een alfabet.
- Analogie met een parser:
  - o De broncode levert de strings op via lexicale analyse.
  - o De lexicale tokens zijn de symbolen.
  - o Het alfabet is de verzameling tokentypes die gegenereerd worden door de lexicale analyzer.
- De taal van een context-vrije bevat alle strings die met productieregels kan afgeleidt worden.
- Context-vrije grammatica definieert de syntax van de taal.

#### 3.2.1 Afleiden van een zin

Grammatica 3.1 toont een voorbeeldsyntax voor lusloze programma's. Een voorbeeld van een zin is:

$$id := num ; id := id + (id := num + num, id)$$
 (3.1)

die bijvoorbeeld afgeleidt is door de lexer van:

$$a := 7; b := c + (d := 5 + 6, d)$$

```
1 S \rightarrow S; S

2 S \rightarrow \text{id} := E

3 S \rightarrow \text{print} (L)

4 E \rightarrow \text{id}

5 E \rightarrow \text{num}

6 E \rightarrow E + E

7 E \rightarrow (S, E)

8 L \rightarrow E

9 L \rightarrow L, E
```

Grammatica 3.1: Een syntax voor een lusloos programma.

Het afleiden van een zin start altijd met een startsymbool, die twee vormen kan aannemen:

- 1. Het startsymbool kan enerzijds het eerste symbool zijn.
- 2. Anderzijds wordt het startsymbool expliciet aangeduid zoals bijvoorbeeld  $P \to S$ \$, met \$ het stopsymbool.

```
\begin{array}{l} \underline{S}\\ \underline{S}\\ ; \underline{S}\\ ; \underline{id}:=\underline{E}\\ \\ \underline{id}:=\underline{E}\\ ; \underline{id}:=\underline{E}\\ \\ \underline{id}:=\underline{num}\\ ; \underline{id}:=\underline{E}\\ \\ \underline{id}:=\underline{num}\\ ; \underline{id}:=\underline{E}\\ \\ \underline{id}:=\underline{num}\\ ; \underline{id}:=\underline{E}+\underline{E}\\ \\ \underline{id}:=\underline{num}\\ ; \underline{id}:=\underline{E}+(\underline{S},\underline{E})\\ \\ \underline{id}:=\underline{num}\\ ; \underline{id}:=\underline{id}+(\underline{S},\underline{E})\\ \\ \underline{id}:=\underline{num}\\ ; \underline{id}:=\underline{id}+(\underline{id}:=\underline{E},\underline{E})\\ \\ \underline{id}:=\underline{num}\\ ; \underline{id}:=\underline{id}+(\underline{id}:=\underline{E}+\underline{E},\underline{E})\\ \\ \underline{id}:=\underline{num}\\ ; \underline{id}:=\underline{id}+(\underline{id}:=\underline{E}+\underline{E},\underline{id})\\ \\ \underline{id}:=\underline{num}\\ ; \underline{id}:=\underline{id}+(\underline{id}:=\underline{num}+\underline{E},\underline{id})\\ \\ \underline{id}:=\underline{num}\\ ; \underline{id}:=\underline{num}\\ \\\underline{id}:=\underline{num}\\ \\\underline{id}
```

Code 3.1 toont een illustratie van hoe het afleidingsproces te werk gaat, toegepast op voorbeeldzin 3.1. Bij elke iteratie wordt het niet-terminale token dat onderlijnt is verwerkt.

```
Q: Is dit een linkse of een rechtste afleiding?

A: Geen van beide, omdat zowel de meest linkse als de meeste rechtse token verwerkt kan worden.
```

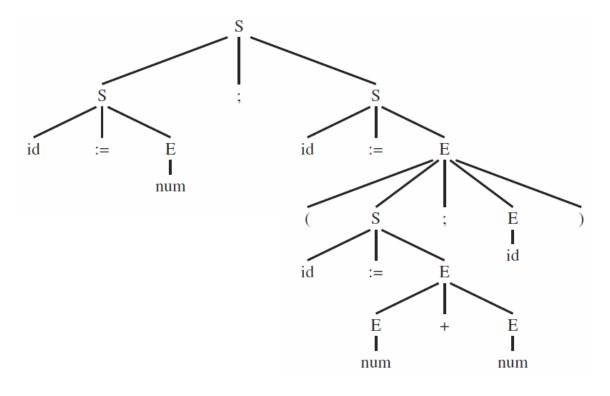
Figuur 3.2 toont de bijhorende parse tree. Hier zijn de bladeren ook een verzameling van terminale tokens. De taak van een parser is om de bijhorende boom op te stellen, uitgaande van enkel de bladeren.

#### 3.2.2 Ambigue grammatica

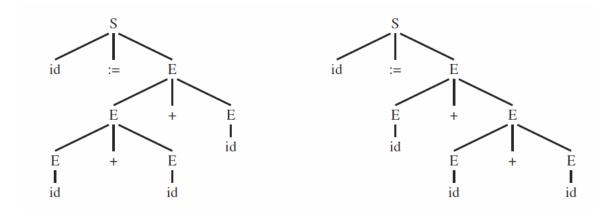
Q: Stel dat we Grammatica 3.1 hebben. Wat gebeurt er voor het statement (zonder rode of blauwe haakjes) a := (x + (y) + z)?

A: Dit is een voorbeeld van een ambigue grammatica. Aan de hand van de grammatica is het onmogelijk om slechts één parse tree op te bouwen. Figuur 3.3 toont beide parse trees voor het statement. Bij de linkse boom worden de rode haakjes gebruikt terwijl be de rechtse boom de blauwe haakjes gebruikt worden.

Bij een plus-operatie is dit niet heel belangrijk aangezien het toch associatief is, maar bij niet-associatieve operaties is dit duidelijk niet goed.



Figuur 3.2: De bijhorende parse tree voor voorbeeldzin 3.1.



Figuur 3.3: Voor Grammatica 3.1 kunnen er twee parse trees opgebouwd worden voor het statement a := x + y + z.

#### 3.2.3 Grammatica disambiguëren

Een grammatica hoeft niet perse de regels van de wiskunde te volgen. Daarom is het automatiseren ook moeilijk, omdat het afhangt van welke semantiek gewenst is. Er kan bijvoorbeeld gesteld worden dat:

- \* en / voorrang heeft op + en -,
- a + b + c = (a + b) + c, dus + is links associatief.

Om dit te realiseren worden er **expressie**, **termen** en **factoren** ingevoerd. Op die manier kan Grammatica 3.4 omgevormd worden tot 3.5.

$$E \rightarrow \text{id}$$
  
 $E \rightarrow \text{num}$   
 $E \rightarrow E * E$   
 $E \rightarrow E / E$   
 $E \rightarrow E + E$   
 $E \rightarrow E - E$   
 $E \rightarrow (E)$ 

Grammatica 3.4: Een ambigue grammatica. Hier wordt de regel dat \* en / voorrang heeft op + en - niet gerespecteerd.

$$E \rightarrow E + T$$
  $T \rightarrow T * F$   $F \rightarrow \text{id}$   $E \rightarrow E - T$   $T \rightarrow T / F$   $F \rightarrow \text{num}$   $E \rightarrow T$   $T \rightarrow F$   $F \rightarrow (E)$ 

Grammatica 3.5: Grammatica 3.4 kan hervormt worden, door termen T en factoren F in te voeren. Deze termen dwingen de volgorde van operaties en associativiteit vast.

### 3.3 Predictive Parsing

Sommige grammatica's kunnen eenvoudig geparsed worden met een **recursive descent parser**. Voor elke niet-terminal is er een overeenkomstige functie. In elke functie is er een switch clause voor elke productieregel die door de niet-terminal kan gegenereerd worden. Niet-terminals worden recursief aangeroepen terwijl terminals verwerkt worden.

Code 3.2 toont een voorbeld van zo een recursive descent parser toegepast op Grammatica 3.6.

enum token {IF, THEN, ELSE, BEGIN, END, PRINT, SEMI, NUM, EQ}; extern enum token getToken(void);

enum token tok;

```
S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S
S \rightarrow \text{begin } S L
S \rightarrow \text{print } E
L \rightarrow \text{end}
L \rightarrow \text{; } S L
E \rightarrow \text{num} = \text{num}
```

#### Grammatica 3.6:

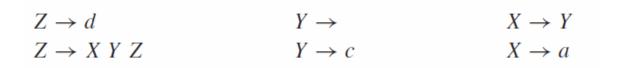
```
void advance() {tok = getToken();}
void \ eat(enum \ Token \ t) \ \{if \ (tok = t) \ advance(); \ else \ error(); \}
void S(void) {switch(tok){
                     eat(IF); E(); eat(THEN); S(); eat(ELSE); S(); break;
        case BEGIN: eat(BEGIN); S(); L(); break;
        case PRINT: eat(PRINT); E(); break;
         default:
                     error();
}}
void L(void) {switch(tok){
        case END:
                    eat(END); break;
        case SEMI: eat(SEMI); S(); L(); break;
         default:
                    error();
}}
void E(void) {
        eat (NUM); eat (EQ); eat (NUM);
}
```

Listing 3.2: Een recursive descent parser gebaseerd op Grammatica 3.6

Een recursive descent parser werkt enkel als het eerste terminale symbool van een subexpressie genoeg informatie oplevert. Om dit te bepalen worden FIRST sets geïntroduceerd.

#### 3.3.1 First and follow sets

Om de begrippen first set en follow set uit te leggen wordt Grammatica 3.7 gebruikt.



Grammatica 3.7:

•  $\operatorname{nullable}(X) \to \operatorname{boolean}$ : true als X de lege string kan afleiden. We zien dat  $\operatorname{nullable}(Y)$  zeker waar is voor Grammatica 3.7. We kunnen echter vanuit X ook naar de lege string gaan via  $X \to Y \to \epsilon$ , maar niet vanuit Z.

	nullable	$\operatorname{FIRST}$	FOLLOW
X	yes		
Y	yes		
$\mathbf{Z}$	no		

• FIRST( $\gamma$ ): verzameling terminals waarmee strings kunnen beginnen die van expressie  $\gamma$  kunnen afgeleid worden.

Uitgewerkt voor de drie symbolen:

- X: Vanuit X zijn er twee mogelijkheden:  $X \to a$  en  $X \to Y$ . We zien dat a een terminal is dus die behoort al zeker tot de FIRST set. Vanuit Y kan ook nog de lege string en c bereikt worden. Hieruit volgt FIRST $(X) = \{a \ c\}$ .
- Y: Vanuit Y kan enkel c bereikt worden:  $FIRST(Y) = \{c\}$ .
- Z: In eerste instantie kan Z direct d bereiken, dus die zit zeker in de FIRST set. Aangezien ook de productieregel  $Z \to X$  Y Z bestaat en zowel X als Y nullable zijn, kan zowel de FIRST set van X als van Y overgenomen worden zodat FIRST(Z) =  $\{a \ c \ d\}$

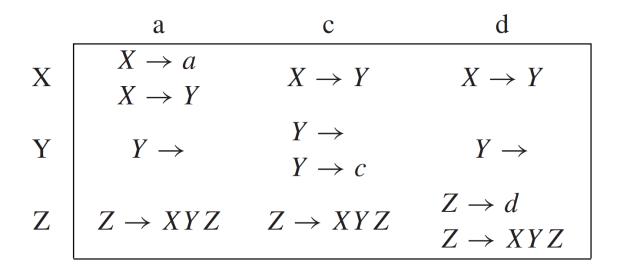
	nullable	FIRST	FOLLOW
X	yes	ас	
Y	yes	$^{\mathrm{c}}$	
$\mathbf{Z}$	no	a c d	

- FOLLOW(X): is de verzameling van terminals t die meteen op X kunnen volgen, dus waarvoor de afleiding Xt bestaat. Uitgewerkt voor de drie symbolen:
  - X: De regel  $Z \to XYZ$  legt vast dat X door Y en Z kan gevolgd worden. De terminalen dat Y en Z kunnen genereren zijn respectievelijk c en d zodat die zeker al in de FOLLOW set zitten van X. Dezelfde regel  $Z \to XYZ$  kan ook XYXYZ genereren. Als Y de lege string afleidt, dan kan de eerste X gevolgd worden door de tweede X die a kan afleiden. De terminaal a zit dus ook in de FOLLOW set van X zodat FOLLOW $(X) = \{a \ c \ d\}$ .
  - Y: Dezelfde redenering geldt voor Y: aangezien Z een recursieve definitie is en het alle andere niet-terminalen bevat, is  $\mathtt{FOLLOW}(Y) = \{a \ c \ d\}$ .
  - Z: Er is geen enkele productie waarbij er een terminaal of niet-terminaal na Z komt. Daarom is de FOLLOW set van Z leeg.

	nullable	FIRST	FOLLOW
X	yes	ас	a c d
Y	yes	$\mathbf{c}$	a c d
$\mathbf{Z}$	no	a c d	

Algoritme 3.3 is een fixpoint algoritme die de first, follow en nullable berekent.

```
\begin{array}{l} \textbf{for each terminal symbol Z} \\ \textbf{FIRST}[\textbf{Z}] \leftarrow \{\textbf{Z}\} \\ \textbf{repeat} \\ \textbf{for each production } X \rightarrow Y_1Y_2...Y_k \\ \textbf{for each } i \text{ from 1 to } k \text{ , each } j \text{ from } i+1 \text{ to } k \text{ ,} \\ \textbf{if all the } Y_i \text{ are nullable} \\ \textbf{then nullable}[\textbf{X}] \leftarrow \textbf{true} \\ \textbf{if } Y_1 \cdots Y_{i-1} \text{ are all nullable} \\ \textbf{then FIRST}[\textbf{X}] \leftarrow \textbf{FIRST}[\textbf{X}] \cup \textbf{FIRST}[Y_i] \end{array}
```



Figuur 3.8: Predictive parsing tabel voor 3.7

```
\begin{array}{c} \textbf{if } Y_{i+1}\cdots Y_k \ \text{ are all nullable} \\ \textbf{then } \textbf{FOLLOW}[Y_i] \leftarrow \textbf{FOLLOW}[Y_i] \ \cup \ \textbf{FOLLOW}[X] \\ \textbf{if } Y_{i+1}\cdots Y_{j-1} \ \text{ are all nullable} \\ \textbf{then } \textbf{FOLLOW}[Y_i] \leftarrow \textbf{FOLLOW}[Y_i] \ \cup \ \textbf{FIRST}[Y_i] \\ \textbf{until } \textbf{FIRST}, \ \textbf{FOLLOW} \ \text{ and nullable} \ \text{ did not change in this iteration} \\ \textbf{Listing } 3.3 \text{: } \textbf{Iteratieve berekening van } \textbf{FIRST}, \ \textbf{FOLLOW} \ \text{ en nullable} \\ \end{array}
```

#### 3.3.2 Opstellen Predictive Parsing Tabel

Stel dat we een niet-terminaal X hebben en een volgende input token T, hoe kan de beste productieregel gekozen worden? De informatie kan geëncodeerd worden in een twee-dimensionale predictive parsing tabel. De tabel wordt opgesteld door elke productie  $X \to \gamma$  in rij X en kolom T te zetten voor elke  $T \in \texttt{FIRST}(\gamma)$ . Ook als  $\gamma$  nullable is, wordt de productie in rij X en kolom T geplaatst voor elke  $T \in \texttt{FOLLOW}[X]$ . Figuur 3.8 toont de bijhorende tabel voor grammatica 3.7.

Uitbreiden definitie van first naar strings:

- FIRST( $W\gamma$ ) = FIRST(W) als niet nullable(W)
- $FIRST(W\gamma) = FIRST(W) \cup FIRST(\gamma)$

Aangezien er meerdere producties zijn per cel, zal predictive parsing niet werken. Dit komt overeen met het feit dat de grammatica ambigue is.

#### 3.3.3 LL(1) Parsers

Grammatica's waarbij de predictive parsing tabellen geen duplicate entries per cel bevat worden LL(1) grammatica's genoemd. Een recursive-descent parser is een voorbeeld van een LL(1) parser.

• Elk vak in de tabel bevat slechts 1 productieregel.

- Left-to-right parse: begin vooraan in broncode en verwerk van links naar rechts.
- Leftmost-derivation:
- 1-symbol lookahead: Er wordt slechts één symbool vooraf bekeken.
- LL(*k*):
  - o k symbolen vooraf bekijken. De first sets bevatten sequenties van k terminals.
- ! Mogelijke problemen:
  - Linkse recursie.
    - $\diamond$  **Probleem**: Veronderstel volgende grammatica:

$$E \to E + T$$
$$E \to T$$

Er zullen duplicate waarden in de predictive parsing tabel voorkomen omdat  $FIRST(T) \in FIRST(E + T)$ 

- $\diamond$  Oorzaak: E verschijnt als eerste symbool in de rechterkant van een E-productie.
- Oplossing: Herschrijf de productie met rechtse recursie.

$$E \to TE'$$

$$E' \to +TE'$$

$$E' \to$$

- Linkse factorisatie.
  - ♦ **Probleem**: De parser kan geen onderscheid maken tussen twee gelijkaardige strings.

$$S \to \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S$$
  
 $S \to \text{if } E \text{ then } S$ 

♦ **Oplossing**: Neem het gelijkaardige stuk samen en introduceer nieuwe niet-terminalen die de afwijkingen beschrijven.

$$S \to \text{if } E \text{ then } SX$$
  
 $X \to X \to \text{else } S$ 

- Error recovery is mogelijk.
- ! Beslissing nemen na k symbolen blijft een zwakte.

#### 3.3.4 Error Recovery

Probleem: pseudocode voor error. We willen geen compiler die geen nuttige foutboodschappen kan geven. Compiler mag ook niet stoppen bij eerste fout, omdat meerdere fouten nog verder kunnen voorkomen.

- Gewoon een print statement = vrij slechte methode aangezien er geen tokens opgegeten worden. De parser doet voort alsof hij F en T' al geparsed heeft. De parser komt in foute toestand.
- Print statement combineren met de skipto functie, die tokens zal opeten totdat er een token tegenkomt die in de follow set zit. Alle karakters die niet in de follow zitten, zal nog deel uitmaken van de subexpressie.

#### 3.4 LR(k) parser

Het probleem met LL(k) parsers is dat ze moeten voorspellen welke productieregel dat ze moeten gebruiken op basis van de eerste k tokens. Een LR(k) parser stelt dit uit tot dat de k input tokens overeenkomen met een complete productieregel.

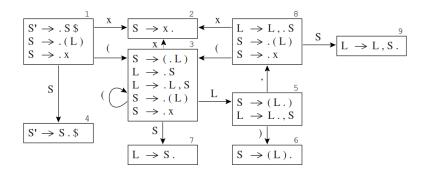
- Left-to-right parse.
- Rightmost-derivation.
- k-token lookahead.
- Werkt met een inputstroom en een stapel.
- Twee mogelijke acties:
  - Shift: verplaats een token van de inputstroom op een stapel.
  - o **Reduce:** kies een regel  $X \to ABC$ ; Stel dat de stapel [C, B, A] bevat, kunnen deze alle drie gepopt en vervangen worden door X.
- Toestandsautomaat:
  - Stapel houdt token bij en toestand.
  - $\circ$  Toestand en k lookahead symbolen in de input bepalen de volgende actie.
  - o Implementeren aan de hand van een toestandstransitietabel.

#### 3.4.1 LR(0) parser

Eerst en vooral moet de toestandsautomaat opgesteld worden. De toestandsautomaat voor een LR(0) bestaat uit toestanden die elk een aantal **items** kan bevatten. Een item bestaat uit een **productieregel** en de **positie** (aangegeven met een punt). De toestandsautomaat voor grammatica 3.9 wordt gedemonstreerd op figuur 3.10. De eerste toestand bevat altijd de startproductie S'. In dit geval is dat de productieregel  $S' \mapsto S$ \$. Er wordt een puntje geplaatst voor de S om aan te tonen dat deze S nog niet op de stapel zit. Als er een puntje staat voor een niet-terminaal, moeten alle productieregels voor die niet-terminaal ook opgenomen worden. Voor elke productieregel in een toestand, kan de volgende token op de stapel geplaatst worden en moet er dus een nieuwe toestand aangemaakt worden per token. Het puntje verschuift dan voorbij de token die op de stapel geplaatst wordt. Als er in dit geval terug een puntje staat voor een niet-terminaal (bv. toestand 3,  $S \mapsto (.L)$ ) moet opnieuw de bijhorende productieregels van die niet-terminaal ook in de toestand opgenomen worden. Als er een puntje op het einde staat (bv. toestand 2), dan kan de reductie actie toegepast worden. De overeenkomstige productieregel wordt toegepast en alle bijhorende tokens worden van de stapel genomen.

Grammatica 3.9:

Op die manier kan direct shift-reduce conflicten herkent worden. Als er in een toestand een productieregel is met een puntje op het einde, maar ook een productieregel zonder puntje op het einde, dan



Figuur 3.10: LR(0) toestanden voor grammatica 3.9

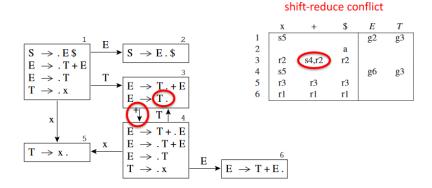
is er een **shift-reduce** conflict. Voor grammatica 3.9 wordt de LR(0) **parsetabel** getoond in tabel 3.1. Deze tabel beschrijft dezelfde informatie. Een **shift** wordt voorgesteld door s. In toestand 3 kan x op de stapel geplaatst worden, en moet er naar toestand 2 gegaan worden. Een **reduce** wordt voorgesteld door een r. Bij een LR(0) parser moet de reductieregel voor eender welke volgende terminaal uitgevoerd worden (aangezien 0 lookahead symbols). In toestand 6 wordt productieregel 1 toegepast. Als er een niet-terminaal de volgende token is, wordt niet de shift, maar de **goto** operatie gebruikt, aangeduid met een g. In toestand 8 kan naar toestand 9 gegaan worden door S te verwerken. In de tabel kunnen ook shift-reduce conflicten gezien worden als er in één cel zowel een shift als reduce operatie staat.

	(	)	$\mathbf{x}$	,	\$	$\mid$ S	$\mathbf{L}$
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6		s8			
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

Tabel 3.1: LR(0) parsetabel voor grammatica 3.9

Grammatica 3.9 is een geldige LR(0) grammatica aangezien er geen shift-reduce conflicten zijn bij de LR(0) parsetabel. Voor grammatica 3.11 bestaat er geen geldige LR(0) parser. Op figuur 3.12 worden de shift-reduce conflicten voorgesteld in zowel de tabel als de toestandsautomaat.

Grammatica 3.11:



Figuur 3.12: Shift-reduce conflicten bij een LR(0) parser

#### 3.4.2 SLR parser

Een LR(0) parser heeft als nadeel dat de reductie voor elke terminaal moet uitgevoerd worden. Een SLR parser minimaliseerd dit door enkel reducties voor  $A \mapsto \alpha$  toe te voegen voor terminalen die in de follow set zitten van A. Een SLR parser is geen echte lookahead parser want enkel voor het vullen van de tabel wordt lookahead gebruikt. De SLR parsetabel voor grammatica 3.11 wordt getoond op tabel 3.2.

	x	+	\$	Ε	$\mathbf{T}$
1	s5			g2	g3
2					
3		s4	r2		
4	s5			g6	g3
4 5		r3	r3		
6			r1		

Tabel 3.2: SLR parsetabel voor grammatica 3.11.

#### 3.4.3 LR(1) parser

Bij zowel LR(0) als SLR wordt er geen gebruik gemaakt van lookahead symbols. Bij een LR(1) parser wordt er 1 token als lookahead gebruikt. De toestandsautomaten zien er ook een beetje anders uit. Een item bevat nu niet alleen de **productieregel** en **positie**, maar ook het **lookahead symbool**. Een item  $A \mapsto \alpha.\beta, x$  toont aan dat  $\alpha$  op de stack zit, en dat de volgende string van de inputstroom kan afgeleidt worden van  $\beta x$ . Bij de eerste staat van de toestandsautomaat wordt opnieuw eerst de startproductie  $S \mapsto S$ \$ opgenomen. Die heeft als lookahead symbool ?, om dat de EOF marker niet op de stapel zal geplaatst worden. Zoals bij de LR(0) toestandenautomaat, wordt ook de positie aangeduid met een punt. Nu volgt het **Closure(I)** algoritme. Dit is een fixed point algoritme die de toestand zal uitbreiden met nieuwe productieregels.

```
Closure (I) = repeat for any item (A \mapsto \alpha.X\beta, \zeta) for any production X \mapsto \gamma for any \omega \in FIRST(\beta\zeta) I \leftarrow I \cup \{(X \mapsto .\gamma, \omega)\} until I does not change
```

return I

In woorden uitgelegd:

- 1. De eerste for-loop overloopt elke productieregel waarbij er een puntje staat voor een nietterminaal X. Deze X wordt gevolgd door een string  $\beta$ . De string  $\alpha$  is minder relevant aangezien die ook de lege string kan zijn. Het symbool  $\zeta$  is het lookahead symbool voor deze productieregel.
- 2. De tweede for-loop overloopt elke productieregel van de gevonden niet-terminaal  $X, X \mapsto \gamma$ .
- 3. Dan moet de FIRST set bepaald worden van  $\beta \zeta$ . Voor elk van deze terminalen  $\omega$  in de first set wordt de productieregel  $X \mapsto .\gamma, \omega$  toegevoegd.

Verder verloopt het opbouwen van de toestandsautomaat zoals bij een gewone LR(0) parser. Toepassing van dit algoritme geeft de toestandsautomaat zoals op figuur 3.14.

Grammatica 3.13:

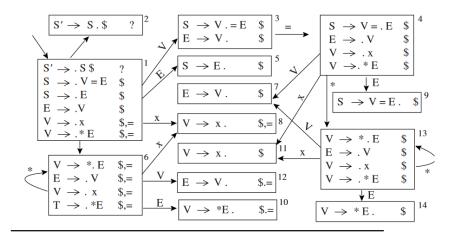
De **reduce** wordt nu enkel toegepast bij de terminalen die als look-ahead bij die productieregel zijn. De parsetabel wordt getoond op tabel 3.3.

	x	*	=	\$	$\mid$ S	$\mathbf{E}$	V
1	s8	s6			g2	g5	g3
$1 \\ 2 \\ 3$				a			
			s4	r3			
$\frac{4}{5}$	s11	s13				g9	g7
5				r2			
6	s8	s6				g10	g12
6 7 8 9				r3			
8			r4	r4			
9				r1			
10			r5	r5			
11				r4			
12			r3	r3			
13	s11	s13				g14	g7
_14				r5			

Tabel 3.3: LR(1) parsetabel voor grammatica 3.11.

#### 3.4.4 LALR(1) parser

Een LR(1) parsetabel kan vrij groot worden, met veel staten. Een kleinere tabel kan bekomen worden door items samen te voegen die identiek zijn behalve voor de lookahead verzameling. Zo wordt de LALR(1) parser bekomen. Zo bevatten staten 6 en 13 op figuur 3.14 dezelfde productieregels en ze verschillen enkel in lookahead symbolen. Die kunnen samengevoegd worden. De resulterende LALR(1) parsetabel is te zien in tabel 3.4. De reduce acties worden enkel toegepast op de symbolen die in de lookahead set zitten.



Figuur 3.14: De LR(1) parsetabel voor grammatica 3.13. Productieregels die meerdere malen voorkomen met verschillende lookahead symbolen, worden samengevoegd (bv staat 6 en 13). Op die manier bevat elk item nu een verzameling lookahead symbolen.

	x	*	=	\$	S	$\mathbf{E}$	$V \mid$
1	s8	s6			g2	g5	g3
$\frac{2}{3}$				a			
3			s4	r3			
$\frac{4}{5}$	s8	s6				g9	g7
5				r2			
6	s8	s6				g10	g7
7			r3	r3			
8			r4	r4			
9				r1			
10			r5	r5			

Tabel 3.4: LALR(1) parsetabel voor grammatica 3.11.

## Hoofdstuk 4

## Abstracte syntax

De parse tree herkent strings van een bepaalde grammatica, maar het geeft geen betekenis aan deze strings. De abstract syntax tree kent semantische acties toe aan statements. De abstract syntax tree wordt

#### 4.1 Semantische acties

Een parser voert syntactische acties uit zoals shift en reduce. Een semantische actie heeft betrekking tot de betekenis van de expressies. Een aantal voorbeelden van het bepalen van semantische waarden:

- Het type van het linkerlid bepalen van de expressie a = 5 + 3.
- Terminals en niet-terminals hebben semantische waarden van een bepaald type.

In een recursive-descent parser zijn de semantische acties de returnwaarden van de parsingfunctie. Voor elke terminaal en niet-terminaal symbool, wordt er een **type** geassocieerd van semantische waarden. Een eenvoudige rekenmachine wordt kan op deze manier geïnterpreteerd worden, uitgewerkt op grammatica 4.1 in code 4.1.

$$S \rightarrow E \$$$

$$T \rightarrow F T'$$

$$E \rightarrow T E'$$

$$T' \rightarrow *F T'$$

$$F \rightarrow \text{id}$$

$$T' \rightarrow *F T'$$

$$F \rightarrow \text{num}$$

$$E' \rightarrow +T E'$$

$$E' \rightarrow -T E'$$

$$T' \rightarrow /F T'$$

$$T' \rightarrow F \rightarrow (E)$$

Grammatica 4.1:

enum token {EOF, ID, NUM, PLUS, MINUS, ...};
union tokenval {string id; int num; ...};

```
enum token tok;
union tokenval tokval;
int lookup(string id) { ... }
void eatOrSkipTo(int expected, int* stop){
  if (tok == expected) eat (expected);
  else {printf(...); skipto(stop)}
}
int F_follow[] = { PLUS, TIMES, RPAREN, EOF, -1 };
int F(void) {switch (tok) {
                {int i = lookup(tokval.id); advance(); return i;}
  case ID:
  case NUM:
                {int i = tokval.num; advance(); return u;}
  case LPAREN: eat(LPAREN); int i = E(); eatOrSkipTo(RPAREN, F_follow);
                return i; }
  case EOF:
  {\tt default}:
                printf("expected ID, NUM, or left-paren");
                skipto (F_follow);
                return 0;
  }}
int T_{\text{follow}}[] = \{ \text{ PLUS, RPAREN, EOF, } -1 \};
int T(void) {switch (tok) {
  case ID: case NUM: case LPAREN: return Tprime(F());
  default: printf("expected ID, NUM, or left-paren");
           skipto (T_follow);
           return 0;
 }}
int Tprime(int a) {switch (tok) {
  case TIMES: eat(TIMES); return Tprime(a*F());
  case PLUS: case RPAREN: case EOF: return a;
  default: ...
  }}
```

Listing 4.1: Recursive-descent parser voor grammatica 4.1.

De tokens ID en NUM moeten respectievelijk waarden van type string en int bevatten. De functie lookup kan een waarde zoeken voor een identifier. Zowel E, T als F is van type int.

In plaats van dit handmatig te doen, kan een tool gebruikt worden die dit genereerd zoals Yacc (look ahead left-to-right parser generator), zoals te zien in code 4.2.

```
%{ declarations of yylex and yyerror %}
%union {int num; string id;}
%token <num> INT
%token <id> ID
%type <num> exp
%start exp
%left PLUS MINUS
%left TIMES
%left UMINUS
%%
```

```
\begin{array}{lll} \exp &: \text{ INT } & \{\$\$ = \$1;\} \\ & | \exp & \text{PLUS exp} & \{\$\$ = \$1 + \$3;\} \\ & | \exp & \text{MINUS exp} & \{\$\$ = \$1 - \$3;\} \\ & | \exp & \text{TIMES exp} & \{\$\$ = \$1 * \$3;\} \\ & | & \text{MINUS exp} & \% \text{prec UMINUS } \{\$\$ = - \$2;\} \\ & & \text{Listing 4.2: Yacc.} \end{array}
```

Figuur 4.2 toont een LR parse van een string, gebruik makend van code 4.2.

Stack				Input						Action
				1	+	2	*	3	\$	shift
1 INT					+	2	*	3	\$	reduce
1 exp					+	2	*	3	\$	shift
1 exp	+					2	*	3	\$	shift
1 exp	+	2 INT					*	3	\$	reduce
1 exp	+	2 exp					*	3	\$	shift
1		2	*					3	\$	shift
exp 1	+	exp 2		3					\$	reduce
exp 1	+	exp 2	*	INT 3	$\frac{1}{1}$				\$	reduce
exp 1	+	exp 6	*	exp					Ş	reduce
exp	+	exp							\$	reduce
7 exp									\$	accept

Figuur 4.2: Parsen met een semantische stack.

Interpreteren met behulp van semantische acties is dus zeer haalbaar. In feite kan compilatie ook uitgevoerd worden met semantische acties, maar wordt in de praktijk afgeraden:

- ! De analyse zou enkel uitgevoerd kunnen worden in de volgorde waarin de inputstream geparsed wordt.
- ! Code wordt gegenereerd op basis van de parse tree, maar zo een tree is niet geschikt. Er zit te veel nutteloze informatie in zoals de := operator, en dient eerder om de syntax uit te drukken en niet de semantiek.

#### 4.2 Abstract Parse Tree Construction

$$S 
ightarrow S$$
;  $S$   $L 
ightarrow$   $S 
ightarrow \mathrm{id} := E$   $L 
ightarrow L$   $E 
ightarrow \mathrm{id}$   $B 
ightarrow +$   $E 
ightarrow \mathrm{num}$   $B 
ightarrow E 
ightarrow E B E$   $B 
ightarrow imes E 
ightarrow S$ ,  $E 
ightarrow S$ ,  $E 
ightarrow S$ ,  $E 
ightarrow S$ 

Grammatica 4.3:

Grammatica 4.3 is ambigue want de binaire operatoren specificeren geen associativiteit. Dit is geen probleem aangezien de parser dit al beslist heeft. De grammatica die de abstract syntax tree gebruikt mag wel ambigue zijn aangezien die dient om de semantiek te definiëren.

#### 4.2.1 Posities

Als je tree opbouwt, wordt deze geanalyseerd om bijvoorbeeld types te checken. Bij foutboodschappen moet de compiler weten waar in de inputstroom deze fout gegenereerd wordt. Er kan een **positiestack** bijgehouden worden die de positie van elke token bevat.

### Hoofdstuk 5

## Semantische analyse

Semantische analyse is het proces van een compiler dat:

- definities van variabelen mapt op hun waarden,
- controleert dat elke expressie een correct type heeft,
- de abstract syntax tree omvormt zodat deze bruikbaar wordt om machinecode te genereren.

#### 5.1 Symbooltabellen

```
int b = 0;
extern int a;
void foobar(float b){
  if(b == 0.0){
    char * b = malloc(1);
    *b = 0;
  }
}
```

Listing 5.1: Het scopeprobleem.

In code 5.1 wordt er een nullbyte weggeschreven naar b. Is dit een string, float, 32 bit integer of 64 bit integer? Het algemene probleem is dat er verschillende scopes zijn, en binnen elke scope kan dezelfde variabele identifier gebruikt worden. Via **symbooltabellen** wordt dit efficiënt opgelost. Een symbooltabel bestaat uit een **omgeving**  $\sigma_i$  en een verzameling **bindings**:

$$\sigma_1 = \{g \mapsto string, a \mapsto int\}$$

Elke omgeving  $\sigma_i$  bestaat uit de samenstelling van zijn specifieke bindings en eventueel de bindings van andere  $\sigma_j$  voor  $j \neq i$ . De specifieke bindings van  $\sigma_i$  hebben voorrang op de bindings van elke andere  $\sigma_j$ .

De omgevingen kunnen voor de code uit figuur 5.1 gedefinieerd worden als:

```
bestaande omgeving: \sigma_0

functiedeclaratie: \sigma_1 = \sigma_0 + \{a \mapsto int, b \mapsto int, c \mapsto int\}

regel 3: \sigma_2 = \sigma_1 + \{j \mapsto int\}

regel 4: \sigma_3 = \sigma_2 + \{a \mapsto string\}
```

Figuur 5.1:

- ! De + operatie bij twee omgevingen is hier niet commutatief. De precieze betekenis hangt af van de scoping regels van een taal.
- Er zijn twee mogelijke implementaties:
  - Imperatieve implementatie: Er is slechts één omgeving  $\sigma$  die aangepast wordt naar  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , ... wanneer dit nodig is. Een **destructieve update** zal  $\sigma_1$  vernietigen wanneer  $\sigma_2$  vereist is, maar kan via de **undo stack** terug naar  $\sigma_1$  gaan. Dit kan bijvoorbeeld geïmplementeerd worden met een hashtabel. De operatie  $\sigma' = \sigma + \{a \mapsto \tau\}$  wordt geïmplementeerd door de sleutel a met waarde  $\tau$  toe te voegen aan de hashtabel. Om  $\sigma$  te bekomen wordt de sleutel a dan verwijderd. Dit werkt natuurlijk alleen als er toegevoegd wordt op een stacksgewijze manier.
  - Functionele implementatie: In deze implementatie wordt de originele  $\sigma$  onaangetast en wordt er een nieuwe datastructuur voor  $\sigma'$  gemaakt. Dit kan ook met hashtabellen geïmplementeerd worden, maar wordt eerder met binaire zoekboomen, eventueel gebalanceerd, geïmplementeerd.

#### 5.1.1 Efficiëntere symbooltabellen

Er zijn een aantal manieren om symbooltabellen te verbeteren:

- In plaats van strings bij te houden in de hashtabel of zoekboom kunnen er pointers bijgehouden worden. Dit vermijdt te veel stringoperaties.
- Een andere tabel houdt wel nog deze strings bij, waarnaar kan gerefereerd worden.
- Enkel tijdens het opbouwen van de tabellen wordt er met strings gewerkt.
- Stapel houdt scopes bij en aangemaakte symbolen bij imperatieve tabellen:
  - o push beginScope bij binnengaan scope.
  - o push elk symbool bij declaratie in scope.
  - o bij verlaten van de scope: pop tot aan beginScope.

### 5.2 Type Checking

Kijken of de gebruikte veranderlijken:

- gedeclareerd zijn
- ze van het juiste type zijn
- of de types van expressies correct zijn

Door de abstract syntax tree in postorder te overlopen kan dit geïmplementeerd worden. Er zullen altijd eerst declaraties bezocht worden. Er zijn verschillende visitors voor zowel variabelen, expressies als declaraties:

### 5.2.1 Expressies

Type Checking expressies wordt uitgevoerd op de abstract syntax tree. Er wordt gekeken of subexpressies het juiste type hebben, en bepalen dan ook het resulterende type.

```
struct expty {Tr_exp exp; Ty_ty ty;};
{\tt struct\ expty\ expTy(Tr\_exp\ exp\,,\ Ty\_ty\ ty)\ \{}
  struct expty e; e.exp=exp; e.ty=ty; return e;
struct expty transExp(S_table venv, S_table tenv, A_exp a) {
  switch (a->kind) {
    case A_opExp: {
      A_{oper oper} = a \rightarrow u.op.oper;
      struct expty left = transExp(venv, tenv, a->u.op.left);
      struct expty right = transExp(venv, tenv, a->u.op.right);
      if (oper = A_plusOp) {
         if (left.ty->kind != Ty_int)
          EM_error(a->U.op.left->pos, "integer required");
        if (right.ty->kind != Ty_int)
          EM_error(a->U.op.right->pos, "integer required");
        return expTy(NULL, Ty_int());
     }
    }
 }
}
```

#### 5.2.2 Variabelen

De binding variabelen worden opgezocht in de symbooltabel.

```
case A_simpleVar: {
    E_enventry x = S_look(venv, v->u.simple);
    if(x && x->kind == E_varEntry)
        return expTy(NULL, actaul_ty(x->u.var.ty));
    else {
        EM_error(v->pos, "undefined variabele %s", S_name(v->u.simple));
        return expTy(NULL, Ty_int());
    }
}
case A_fieldVar: ...
}
```

### 5.2.3 Declaraties

# **Activation Records**

Er is een overstap nodig naar een neutrale voorstelling die onafhankelijk is van de oorspronkelijke taal. Er is wel een probleem: zelfs de omzetting van de abstract syntax tree naar deze neutrale voorstelling is afhankelijk van de architectuur waarvoor gecompileerd wordt. Bijvoorbeeld het statement \*p++ in C is anders voor 32-bit of 64-bit systemen. Het doel is om de taalspecifieke Abstract Syntax Tree om te vormen naar een taalonafhankelijke Intermediate Representation Tree.

Bij de meeste talen worden er lokale variabelen gecreëerd bij het aanroepen van een functie. Meerdere instanties van een functie kunnen bestaan en hebben elk hun eigen instanties van lokale variabelen.

```
\begin{array}{lll} function & f(x:\ int) : \ int = \\ let & var \ y := x + x \\ & in \ if \ y < 10 \\ & & then \ f(y) \\ & & else \ y - 1 \end{array}
```

Een instantie van x wordt aangemaakt elke keer dat f opgeroepen wordt. Door de recursiviteit kunnen er meerdere instanties van x bestaan. Een functieoproep heeft een last-in-first-out (LIFO) gedrag. Alle lokale variabelen binnen een functie worden vernietigd op het moment dat deze functie verlaten wordt. De gebruikte datastructuur is dus een **stack**.

Een hogere orde functie is een functie waarin:

- een andere functie aanwezig is.
- een functie heeft als returnwaarde.
- Voorbeeld:

```
fun f(x) =
  let fun g(y) = x + y
  in g
  end

val b = f(3)
 val j = f(4)

val z = h(5)
 val w = j(7)
```

✓ Zulke functies worden niet besproken in deze cursus.

### 6.1 Stack Frames

- Een normale stack kent twee operaties: push en pop.
- Problemen:
  - o Lokale variabelen worden in grote hoeveelheden op de stack geplaatst.
  - o Lokale variabelen zijn niet altijd geïnitialiseerd.
  - Ook al zijn de variabele gepushed, is er nog steeds random access nodig.
- Oplossing: De stack als een array beschouwen met een speciaal register de stack pointer. Elke lokatie na de stack pointer is rommel, alles ervoor is gealloceerd.
- Het gebied op de stack voor een functie f die zijn lokale variabelen, parameters, returnadres en andere temporaries bevat wordt een activation record of stack frame genoemd.

Wat is het verschill tussen een caller-safed register en een callee-saved register?

Gaat F de waarde R1 overschrijven of niet? Als dit onbepaald is, is het geen geldige code. Een callee-saved register is de restrictie dat F deze waarde niet kan aanpassen. Een caller-safed register legt de restrictie op aan de caller van F. De assembly moet dan uitgebreidt worden:

Een deel van de registers worden caller-safed gemaakt, de rest is dan callee-safed. Dit wordt manueel vastgelegd. De compiler kan dan oproepen optimaliseren.

#### 6.1.1 Static Link

De stack kan ook argumenten bevatten die meegegeven worden aan de functie. Een static link is vooral belangrijk bij geneste en recursieve functies. In program 6.3 (slide 6) moet de variabele output in elke frame beschikbaar zijn. De static link bevat een pointer naar de buitenste functie, zodat deze variabele in elke geneste functie beschikbaar is.

#### 6.1.2 Escapes

Een variable escapet uit een stack frame als:

- hij passed-by-reference wordt.
- of zijn adres genomen wordt.
- of hij geaccessed wordt vanuit een geneste functie.

Een veranderlijke is memory-resident (in het geheugen steken) als

		† higher addresses
	argument n	
incoming		previous
arguments		frame
	argument 2	
	argument 1	
frame pointer $\rightarrow$	static link	
	local	
	variables	
	variables	
	return address	
	temporaries	
		current
	saved	frame
	registers	
	argument m	
outgoing		
arguments	•	
	argument 2	
	argument 1	
stack pointer $\rightarrow$	static link	
		next
		frame
		Llower addresses
		↓ lower addresses

Figuur 6.1: Een stack frame.

- hij escapet
- of niet in een register past
- of een array is
- of er geen vrij register is

Welke parameters moeten op de stack frame zitten en welke niet? Stel volgende functie:

```
int f(int x, int y){
  f(x);
  g(&x);
  return x + y;
}
```

Als de functieoproepen f en g er niet zijn, dan moeten x en y niet op de stack. Bij de functie f hangt het af of dat f de parameter aanpast. Bij de functie g moet x zeker in het geheugen zitten en zal dus niet op de stack komen.

```
int f(int x, int y) {

p = &x;

}
```

### 6.2 Frames in de Tiger compiler

#### 6.2.1 Frame Interface

Er is een abstracte representatie nodig van een frame want deze hangt af van de architectuur. Deze komt in frame.h.

- F\_frame: datastructuur die een frame voorstelt.
- F\_access: datastructuur die specifieert hoe lokale variabelen moeten geaccesseerd worden (register of geheugen).
- F\_accessList: Lijst van F\_access structuren.
- newFrame(Temp\_label name, U\_boolList formals): formals bevat booleans die voor elke parameter aangeeft of hij deze escapet moet worden of niet.
- allocLocal( $F_f$ rame f, bool escape): maakt plaats voor nieuwe veranderlijke in frame f, en eventueel wordt hij in het geheugen geplaatst in plaats van de stack.

Voorbeeld:

```
F_Frame frame = F_frame(g, U_BoolList(TRUE, U_BoolList(FALSE, U_BoolList(FALSE, NULL))))
```

#### 6.2.2 Creatie en initialisatie van frames

Bij Pentium moet alles op de stack. In MIPS wordt standaard de eerste 3 argumenten in registers gestoken, maar  $x_1$  escapet dus wordt hij in het geheugen bewaard.

	Pentium	MIPS	Sparc
1	InFrame(8)	${\tt InFrame}(0)$	InFrame(68)
Formals 2	InFrame(12)	InReg $\left(t_{157} ight)$	InReg $(t_{157})$
3	InFrame(16)	InReg $\left(t_{158} ight)$	InReg $(t_{158})$
	$M[\operatorname{sp} + 0] \leftarrow fp$	$sp \leftarrow sp - K$	save %sp,-K,%sp
View	$fp \leftarrow sp$	$M[\operatorname{sp} + K + 0] \leftarrow \operatorname{r2}$	<i>M</i> [fp + 68] ← i0
Shift	$sp \leftarrow sp - K$	$t_{157} \leftarrow r4$	<i>t</i> <sub>157</sub> ← i1
		$t_{158} \leftarrow \texttt{r5}$	<i>t</i> <sub>158</sub> ← i2

Figuur 6.2: Formele parameters voor  $g(x_1, x_2, x_3)$  waarbij  $x_1$  escapes.

### 6.2.3 Escapes berekenen

Een variable escapet uit een stack frame als:

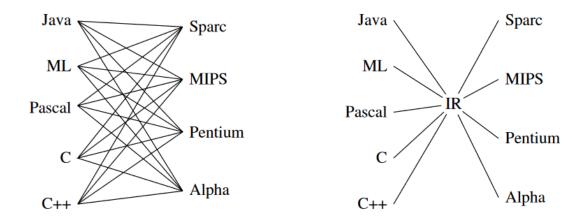
- hij passed-by-reference wordt.
- of zijn adres genomen wordt.
- of hij geaccessed wordt vanuit een geneste functie.

Pass-by-reference of het nemen van een referentie is direct zichtbaar in de Abstract Syntax Tree. Om na te gaan of hij geaccessed wordt vanuit een geneste functie wordt de Abstract Syntax Tree recursief overlopen met een symbooltabel (omgeving), maar hier zijn alle veranderlijken gebonden aan booleans: escapes of niet. Deze stap wordt voor semantische analyse en na parsing gedaan. Dus tussen deze twee stappen worden de escapes berekent. Het kan ook efficiënter, maar zien we niet in deze cursus.

#### 6.2.4 Temporaries en Labels

- Een temporary is een waarde die tijdelijk in een nog te bepalen register wordt bewaard.
- Een label is een nog onbekend adres waarde code of statisch gealloceerde data zal terecht komen. Bijvoorbeeld string = "een string" wordt statisch gealloceerd.
- Er is ook een aparte interface temp.h.

# Intermediate Representations



Figuur 7.1: Compilers voor vijf talen en vier architecturen: (links) geen IR, (rechts) met IR.

### Een goede IR moet:

- makkelijk te produceren zijn door de compiler frontend
- makkelijk zijn om er echte machinecode van te genereren
- een duidelijke, eenvoudige betekenis hebben

Een IR-tree is een eenvoudige abstractie van machine-instructies. Het lijkt heel goed op een Abstract Syntax Tree maar is taal-onafhankelijk en werkt met temporaries in plaats van variabelen.

Typen van expressies  $(T_exp)$ :

- CONST(i): integer constante i
- NAME(n): assembly label n
- TEMP(t): virtueel register t
- BINOP(o,  $e_1$ ,  $e_2$ ):  $e_1$  o  $e_2$  met o=+,-,\*,/,... Hier wordt  $e_1$  altijd eerst geëvalueerd.

- MEM(e): De inhoud van w bytes op e schrijven of lezen.
- CALL(f,  $l_1,...,l_n$ ): roep f op met argumenten  $l_i$ . De volgorde van de argumenten is van belang.
- ESEQ(s, e): evalueer s voor neveneffecten, dan e als resultaat.

#### Typen van statements:

- MOVE (TEMP t, e): evalueer e en wijs toe aan temp t.
- MOVE (MEM $(e_1)$ ,  $e_2$ ): evalueer  $e_1$  tot adres a, evalueer  $e_2$  en schijf het in de w bytes vanaf a.
- EXP(e): evalueer e en negeer het resultaat.
- JUMP(e, labs): evalueer e tot een adres en spring er naar. labs is een lijst met mogelijke doelen.
- CJUMP $(o, e_1, e_2, t, f)$ : Conditionele sprong met relationele operator o toegepast op  $e_1$  en  $e_2$ . Afhankelijk van het resultaat wordt er naar t of f gesprongen.
- SEQ $(s_1, s_2)$ : sequentie van statements

### 7.1 AST naar IRT

Er is geen 1-op-1 mapping van A\_EXP naar T\_EXP. Sommige expressies hebben geen return value en worden beter gerepresenteerd door T\_STM. Andere expressies met logische operators zoals a>b worden beter voorgesteld als een conditionele jump: een combinatie van T\_STM en twee TEMP\_LABEL adressen.

Q: Waarom staan er NULL pointers (slide 13)?

A: We weten nog niet naar waar we moeten springen. Er moeten labels inkomen, maar we kennen ze nog niet. Voorlopig dienen die dus als placeholders.

patchlist bevat de labels (in gelinkte lijst vorm) in geval van true en geval van false. De constructor bevat het hele pad in de IR tree naar het lege veld vanaf de root van het statement ( $s_1$  in voorbeeld). Als de waarde 0 of 1 in flag moet komen kan de expressie geconverteerd worden naar een andere expressies. Program 7.3: steek 1 in temporary, als we false uitkomen wordt 0 in temporary gestoken. De doPatch functie kent een label toe aan een bepaald veld in de boom.

## 7.2 Omzetting enkelvoudige veranderlijken

+ symbool is dereference operator

l-values:

- kan links in een toewijzing voorkomen
- verwijst naar een locatie

#### r-values:

• kan enkel rechts in een toewijzing voorkomen

• verwijst impliciet naar een waarde

### scalar:

• Waarde die slechts één geheugenwoord bevat.

# Basisblokken en traces

Probleem met IR tree: soms is volgorde van uitvoering in de tree niet bepaald. We zouden de knopen van de IR tree kunnen herordenen.

Ander probleem: in een functiecall kan een parameter ook een functiecall zijn. De binneste functiecall moet eerst uitgevoerd worden.

Het is nog niet gemakkelijk om machinecode te genereren.

### 8.1 Canonical trees

### 8.2 Linearizeren

Door associativiteit kan de tree omgevormd worden tot een lijst van statements. Onder elke statement kunnen complexe expressies hangen in de vorm van subtrees.

### 8.3 Basic blocks

Algemene definitie: een sequentie van statements. Als één statement uitgevoerd wordt, moeten alle andere statements van dit block uitgevoerd worden. Een basic block start met een LABEL statement en eindigt met een JUMP of CJUMP statement.

#### 8.3.1 Traces aanmaken

Een trace is een sequentie van basisblokken die mogelijk na elkaar uitgevoerd kunnen worden. De trace kan nog opgekuist worden zodat het false pad van een basisblok gevolgd wordt door zijn opvolger binnen een trace.

- Als een CJUMP gevolgd wordt door zijn true label kan de true en false labels omgewisseld worden. De sprongconditie moet ook geïnverteerd worden.
- Als een CJUMP niet gevolgd wordt door één van zijn labels: Vervang

 $\mathtt{CJUMP}(cond, a, b, t, f)$ 

door

$$\begin{split} & \texttt{CJUMP}(cond, a, b, t, f) \\ & \texttt{LABEL}(f') \\ & \texttt{JUMP}(\texttt{NAME}f) \end{split}$$

# Instructieselectie

De meeste architecturen hebben complexere instructies dan degene die in de IR tree gegeven zijn. Bijna elke architectuur kan een add en een fetch uitvoeren in één enkele instructie.

### 9.1 Boompatronen

Een machine-instructie is een fragment van de IR tree. Deze fragmenten worden **boompatronen** genoemd. Instructieselectie is dan het proces om de IR tree te bedekken met een minimaal aantal patronen.

Figuur 9.1 toont de instructieset van een *uitgevonden* architectuur, **Jouette**. Elke instructie boven de dubbele lijn genereert een waarde in een register. De instructies onder de dubbele lijn bewaren niets in het register. Elke instructie heeft één of meerdere boompatronen.

Nu moet een IR tree bedekt worden met deze boompatronen. Dit heet ook tiling en geen enkele tile mag overlappen. Op figuur 9.2 worden twee bomen, die identiek zijn, op een andere manier bedekt.

De beste bedekking is degene die het minst 'kost'. Enerzijds kan dit het aantal instructies zijn en anderzijds de tijd die één instructie in beslag neemt. Een **optimale bedekking** wordt gedefinieerd als de bedekking waarbij:

- 1. optimum criterium: de totale kost minimaal is;
- 2. **optimaal criterium**: twee aaneensluitende tiles niet gecombineerd kunnen worden tot één tile met lagere kost.

Wanneer het optimum criteria voldaan wordt, is het optimaal criteria ook automatisch voldaan. Andersom geldt het niet.

## 9.2 Algoritmen voor instructieselectie

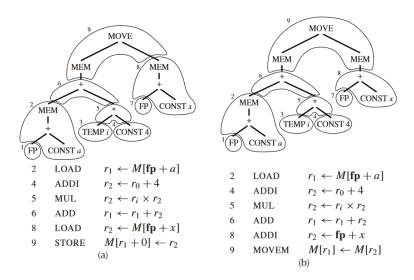
#### 9.2.1 Maximal Munch

Het algoritme voor optimale bedekking heet Maximal Munch:

1. Begin bij de wortel van de boom en zoek de grootste tile dat past. De grootste tile is degene

Name	Effect	Trees
_	$r_i$	TEMP
ADD	$r_i \leftarrow r_j + r_k$	<u></u>
MUL	$r_i \leftarrow r_j \times r_k$	
SUB	$r_i \leftarrow r_j - r_k$	
DIV	$r_i \leftarrow r_j/r_k$	
ADDI	$r_i \leftarrow r_j + c$	+ + CONST CONST CONST
SUBI	$r_i \leftarrow r_j - c$	CONST
LOAD	$r_i \leftarrow M[r_j + c]$	MEM MEM MEM MEM I I I I I I I I I I I I
STORE	$M[r_j + c] \leftarrow r_i$	MOVE MOVE MOVE MOVE  MEM MEM MEM MEM  I I CONST  CONST CONST
MOVEM	$M[r_j] \leftarrow M[r_i]$	MOVE MEM MEM I I

Figuur 9.1: Geheugen -en rekenoperaties. De notatie M[x] geeft het processorwoord op adress x.



Figuur 9.2: Een boom kan op meerdere manieren bedekt worden.

RISC 32 registers Weining registers Weining registers Memory-memory architectuur 3-adresinstructies: R1  $\rightarrow$  R2 op R3 1 adresseermode Vaste instructielengte CISC weining registers Memory-memory architectuur 2-adresinstructies: R1  $\rightarrow$  R1 op R2 veel adresseermodes variabele instructielengte

met het meest knopen. Als er meerdere tiles zijn met hetzelfde aantal knopen, wordt er random gekozen.

- 2. Bedek de wortel, en eventueel andere knopen, met deze tile.
- 3. Er onstaan nu deelbomen, waarop hetzelfde principe kan toegepast worden.

### 9.2.2 Dynamisch programmeren

De optimale bedekking is NP-compleet. Het Maximal Munch algoritme zal altijd aan het optimaal criterium voldoen, maar niet aan het optimum criterium. Om het optimum criterium toch te laten voldoen, wordt dynamisch programmeren gebruikt. In deze versie krijgt elke knoop een kost die gelijk is aan de som van de laagste instructiekosten van de deelboom waarvan de knoop wortel is, bedekt kan worden. Het algoritme loopt nu als volgt:

- 1. Bereken de kost van elke knoop bottom-up. De kost van een knoop n wordt bepaald door eerst de kost van zijn kinderen, kleinkinderen, enz... te bepalen.
- 2. Elke tile wordt nu gematched tegen node n. Voor elke tile t met kost c that op n gelegd kan worden zullen er nul of meer deelbomen  $d_i$  zijn die overeenkomen met de bladeren van deze tiles. Een blad van een tile zijn knopen waaraan een deelboom kan aangehangen worden. De kost  $c_i$  van elke deelboom is reeds gekend, dus de kost van tile t is  $c + \sum c_i$ .
- 3. Voor elke tile  $t_i$  dat n kan bedekken, diegene met de minimale kost wordt gekozen.

# Liveness analyse

Dit is een vorm van een dataflow analyse. Hoofdstuk 12 bespreekt andere dataflow analyses.

### 10.1 Control Flow Graphs

Een Control Flow Graph (CFG) is een niet-lineaire voorstelling van de assemblycode die uitgevoerd wordt. Elke instructie wordt een knoop in de CFG.

**Q:** Hoeveel registers zijn er nodig om de temporaries a, b en c bij te houden voor het programma in figuur 10.1? De variabele c is een parameter die meegegeven wordt aan de functie.

A: Eerst afvragen waar in het programma de waarde van deze variabelen een rol kunnen spelen.

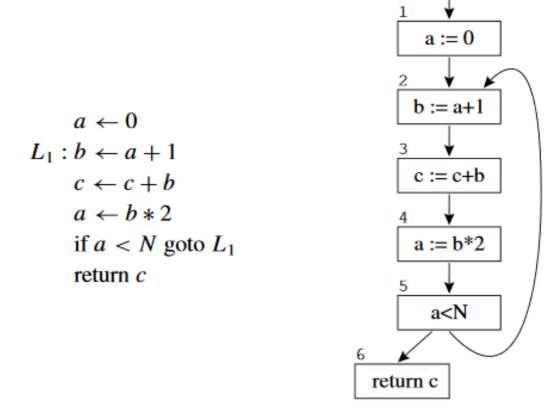
Voor de variabele a kan nagegaan worden waar de waarde nodig is. Er is sprake van vijf verschillende sets:

- in set: De in set geeft voor instructie x de variabelen die nodig zijn van instructie x 1. Zo is in  $[2] = \{a, c\}$ .
- out set: De out set geeft voor instructie x de variabelen die nodig zijn voor instructie x + 1. Zo is out $[1] = \{a, c\}$ .
- def set: De def set geeft voor instructie x de variabelen die gedeclareerd worden door instructie x. Zo is  $def[1] = \{a\}$ .
- use set: De use set geeft voor instructiex de variabelen die gebruikt worden door instructiex. Zo is use[2] = {a, b}.
- succ set: De succesor set geeft voor instructie x de instructies die op instructie x kunnen volgen. Zo is succ $[5] = \{2, 6\}$ .

Figuur 10.2 toont de verschillende locaties waar de waarde van a vereist is.

De in en out sets kunnen bekomen worden met volgende vergelijking:

$$in[n] = use[n] \cup (out[n] - def[n])$$
  
 $out[n] = \bigcup_{s \in succ[n]} in[s]$ 



Figuur 10.1: De CFG van een programma.

Via de in en out set kan de liveness range van elke variabele bepaald worden:

$$in[1] = \{c\}$$

$$out[1] = \{a, c\}$$

$$in[2] = \{a, c\}$$

$$out[2] = \{b, c\}$$

$$in[3] = \{b, c\}$$

$$out[3] = \{b, c\}$$

$$in[4] = \{b, c\}$$

$$out[4] = \{a, c\}$$

$$in[5] = \{a, c\}$$

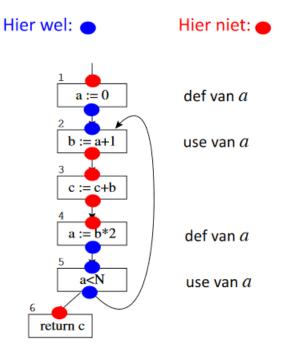
$$out[5] = \{a, c\}$$

$$out[6] = \{c\}$$

Dit kan gevisualiseerd worden in de CFG (figuur 10.3).

De vergelijking kan opgelost worden via een algoritme.

• Iteratief algoritme



Figuur 10.2: De plaatsen waar de waarde van a een rol speelt.

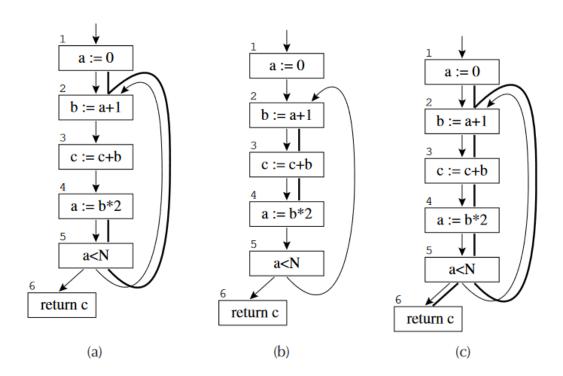
- Itereer over alle blokken in de graaf in omgekeerde volgorde (van onder naar boven).
  - o Maak kopie van de in en out sets
  - o Bereken de nieuwe in set
  - o Bereken de nieuwe out set
- Blijf dit doen zolang er een set gewijzigd wordt.

#### Complexiteit:

- $\bullet$  Stel programmagrootte: N statements.
- $\bullet$  Elk statement kan maar 1 veranderlijke updaten, dus maximum N veranderlijken.
- De set operatie is O(N).
- De for loop is dan  $O(N^2)$ .
- In elke iteratie minsten 1 element toevoegen door een monotone update, dus max  $2N^2$  iteraties van de repeat loop.
- Complexiteit:  $O(N^4)$ .
- In realiteit is het bijna lineair.

### Voorstellingen van sets:

- Eenvoudigste voorstelling van een set: bitvectoren. Bijvoorbeeld 64 bits, als bit 3 op 1 staat, zit 3de temporary in de s
- Als er te veel temporaries zijn kan gelinkte lijst gebruikt worden.



Figuur 10.3: Liveness van de variabelen a, b en c.

### 10.2 Least Fixed Point & Conservativiteit

Er zijn meerdere oplossingen van de liveness vergelijkingen. De meest conservatieve oplossing zet alle variabelen op live bij elke instructie.

 $\mathbf{Q}$ : Kan Y een probleem geven? Kan Z een probleem geven? (Slide 13)

A: De Y analyse zal nog steeds een correct programma opleveren, maar het is niet optimaal. De Z analyse zal registers overschrijven.

Een analyse is conservatief als het gedrag van het programma niet gewijzigd wordt.

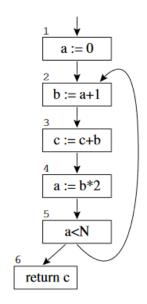
## 10.3 Statische approximatie

Er is een verschil tussen dynamische liveness en statische liveness:

- Dynamische liveness: Een variabele a is dynamisch live in node n als er een instructie van het programma bestaat van n naar een use van a dat niet door een def van a gaat.
- Statische liveness: Een variabele a is statisch live in node n als er een pad bestaat van controleflow verbindingen van n naar een use van a dat niet door een def van a gaat.

## 10.4 Interference Graph

We zijn enkel geïnteresseerd welke sets meerdere veranderlijken bevat. De interference graph verbindt knopen die samen kunnen voorkomen.



			X		
	use	def	in	out	
1		a	c	ac	
2	a	b	ac	bc	
3	bc	c	bc	bc	
4	b	a	bc	ac	
5	a		ac	ac	
6	c		c		

a x b x c x x	(b)	a b c	1
c x x		X X	
(a) Matrix (b) Graph	(b) Graph	x x (a) Matrix	с

FIGURE 10.9. Representations of interference.

---

# Registerallocatie

Graph coloring om registers te alloceren in een interference graph.

Met sommige knopen geen rekening houden (by h, want er zullen toch twee kleuren overblijven want heeft maar 2 buren).

- 1. Vereenvoudig de graaf door continue knopen met een graad < k weg te laten. Steek ze op een stack.
- 2. Pop and color: selecteer een kleur en voeg knoop terug toe met die kleur aan de graaf.

### 11.1 Register Coalescing

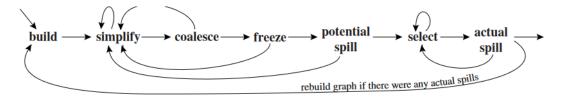
Knopen die kopieën bevatten proberen samen te voegen als die het kleuren hoogstwaarschijnlijk niet bemoeilijken.

Twee heuristieken die het kleuren zeker niet moeilijker maken:

- $\bullet$ heuristiek van Briggs: als samengevoegde knoop minder dan K buren van significante graad heeft
- heuristiek van George: Elke buur t van a is ofwel een buur van b ofwel niet van significante graad.

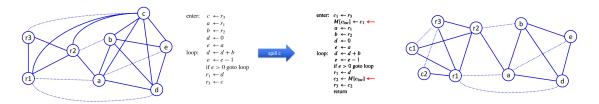
Figuur 11.1 illustreert het algoritme en bestaat uit een aantal operaties.

• Build: Construeer de interferentiegraaf en markeer elke knoop als move-related of non-move-related. Een move-related knoop is een knoop dat ofwel het doel of de bron is van een move instructie.



Figuur 11.1: Graafkleuring met coalescing.

- Simplify: Verwijder iteratief één non-move-related knoop die graad minder dan K heeft.
- Coalesce: Pas conservative coalescing toe op de gereduceerde graaf met behulp van Briggs of George. Simplify en Coalesce wordt uitgevoerd tot dat er
- Freeze: Als zowel *simplify* als *coalesce* niet toepasbaar zijn, wordt er een *move-related* knoop bevrozen. Dit heeft als gevolg dat elke *move-related* verbinding naar die knoop geschrapt wordt. Nu wordt Simplify en Coalesce uitgevoerd.
- Potential Spill: Als er geen knopen zijn met een graad kleiner dan K, een knoop wordt geselecteerd en wordt een potential spill.
- Select: Pop de hele stack en ken kleuren toe aan de knopen.
- Actual spill: Als er een knoop niet gekleurd kan worden, wordt het een echte *spill*. Het programma moet herschreven worden, maar door de variabele in het geheugen op te slaan. De graaf wordt ook opnieuw opgebouwd (figuur 11.2).



Figuur 11.2: De knoop c was eerst een potentiële spill, maar kon niet meer gekleurd worden. Het programma moet herschreven worden zodat er twee nieuwe temporaries  $c_1$  en  $c_2$  ontstaan, die elk een kortere liveness range hebben dan de originele c waardoor er minder interferentie is met andere temporaries.

# **Data Flow Analysis**

Compilers maken programma's kleiner, sneller. Zelfs perfecte C + + code kan nog steeds verbeterd worden. Een ontwerper van een programmeertaal gaat ervan uit dat een compiler veel under the hood functies heeft.

### 12.1 Analyse en transformaties

- Verzamel informatie
- Controleer de eigenschappen (precondities)
- Voer de transformatie uit

Interproceduraal = van meerdere procedures informatie verzamelen zodat een functie eigenschappen kan bevatten van andere functies.

Lokaal = slechts één blok wordt bekeken in een functie

Globaal = alle blokken in een functie wordt bekeken

```
a = 1
b = a
a = 2
```

c = a

Welke waarde zit in c?

Flow insensitief = slechts één eigenschap bijhouden per variabele.

```
a = ?

b = ?
```

Flow sensitief = per blok in het programma eigenschappen bijhouden

```
a1 = 1

b = a1

a2 = 2

c = a2
```

als een blok van meerdere paden kan bereikt worden, kan een variabele meerdere waarden aannemen. Pad insensitief = geen rekening houden met het pad, zodat we niet weten welke waarde een variabele heeft

Pad sensitief = Wel rekening houden met de verschillende paden

Voorbeeld slide 4

- Javacode
- In veld f van type A kan ofwel object van type B of C zitten.
- De toString() methode kan ofwel die van B of van C oproepen. Maar het is duidelijk dat het van type B is, dus er is iets fout gelopen in de analyse.
- Voeg virtuele klassen A1 en A2 toe die beiden een attribuut f hebben die respectievelijk een object van type B en C kunnen hebben.
- Het object o zal nu zeker weten dat de toString() van object B opgeroepen moet worden.

Niet altijd nuttig om zo sensitief mogelijk te gaan = te veel geheugen nodig.

### 12.2 Verschillende dataflow analyses

### 12.2.1 Reaching definitions

- Nagaan of een toekenning aan een temporary t de waarde van t op een andere punt in het programma wijzigt.
- $\bullet$  Een **niet-ambigue** definitie van t is een statement van de vorm:
  - $otin t \leftarrow a + b$ , of
  - $\circ$   $t \leftarrow M[a];$
  - $\circ$  Een niet-ambigue definitie d bereikt een statement u zals er een pad van d naar u bestaat waarop geen niet-ambigue definitie van t voorkomt.
- Een ambigue definitie is een statement dat al dan niet een waarde aan t toekent. Er wordt verondersteld dat elke definitie niet-ambigue is.
- Om de reaching definitions te bepalen wordt er gebruik gemaakt van een **gen**[n] set en **kill**[n] set, die beiden een lijst van statements bevat voor elk statement.
  - Een statement  $d_1: t \leftarrow x \oplus y$  genereert de definitie  $d_1$ , want elke andere definitie van  $d_1$  die dit statement bereikt wordt toch ongedaan gemaakt.
  - Een statement  $d_1: t \leftarrow x \oplus y$  kills elke andere definitie van t want elke andere definitie van t is ongeldig na dit statement.
- Via gen en kill kunnen de in[n] set en out[n] set bepaald worden; de set van definities die respectievelijk het begin en einde van een statement n bereiken. Deze sets kunnen bepaald worden door de dataflow vergelijkingen.

$$in[n] = \bigcup_{p \in pred[n]} out[p]$$
$$out[n] = gen[n] \cup (in[n] - kill[n])$$

- Deze vergelijkingen moeten **voorwaards** opgelost worden (in volgorde van programma, in tegenstelling tot liveness analyse, die in omgekeerde volgorde werkt).
- Met behulp van reaching definitions kan bijvoorbeeld nagegaan worden of een variabele uninitialized is, of variabelen vervangen door constanten (constant propagation).

### 12.2.2 Available expressions

- Nagaan of een bepaalde expressie meerdere malen berekend wordt met dezelfde parameters.
- Een expressie  $x \oplus y$  is available (bereikbaar) in statement n als er op elk pad van het begin van het programma tot aan n als:
  - o de expressie minstens éénmaal berekend wordt, en
  - $\circ$  als er geen definities zijn van x of y vanaf de laatste keer dat de expressie berekend wordt.
- Ook hier zijn er gen[n] en kill[n] sets, maar in plaats van definities bevat het nu expressies.
- Opnieuw worden de **in**[n] en **out**[n] sets bepaald; de set van expressies die respectievelijk het begin en einde van een statement n bereiken. Het enige verschil met reaching definitions is dat nu de **intersectie** genomen wordt in plaats van de **unie**. Dit is nodig omdat de expressie op elk pad berekend moet worden.

$$\begin{split} in[n] &= \bigcap_{p \in pred[n]} out[p] \\ out[n] &= gen[n] \cup (in[n] - kill[n]) \end{split}$$

- Deze vergelijkingen moeten ook voorwaards opgelost worden.
- ! Omdat we met de intersectie werken (zal sets kleiner maken), moet de **out** set geïnitialiseerd worden als de volledige set van expressies.

### 12.2.3 Reaching expressions

Hetzelfde als reaching definitions, maar met expressies.

#### 12.2.4 Liveness analyse

- Zelfde als hoofdstuk 10.
- Maar use[n] = gen[n] en def[n] = kill[n].
- Logisch aangezien elke use liveness genereert, en elke def liveness killt.

### 12.3 Optimalisaties

- Common-subexpression elimination
  - In plaats van nieuwe berekeningen uit te voeren, gebruik het resultaat van vorige berekeningen.
  - Formeel: voor een statement  $s:t\leftarrow x\oplus y$  waarbij de expressie  $x\oplus y$  available is, kan de bewerking voor s geëlimineerd worden.

#### • Algoritme:

- 1. Bereken de reaching expressions voor s.
- 2. Voor elke statement n in de reaching expression set van s:
  - $\diamond$  Kies een nieuwe temporary w
  - ♦ Herschrijf:

$$n: w \leftarrow x \oplus y$$
$$n': v \leftarrow w$$

Statement s kan nu herschreven worden:

$$s: t \leftarrow w$$

- Met constant propagation worden sommige assignments vereenvoudigd.
- Constant propagation
  - Stel een statement  $d: t \leftarrow c$  waarbij c een constante is.
  - $\circ$  Stel een andere statement  $n :\leftarrow t \oplus x$
  - $\circ$  Als statement d statement n bereikt, en er geen definities van t het statement n bereiken, dan kan t vervangen worden door de constante waarde.
- Copy propagation
  - $\circ$  Zelfde princiepe als constant propagation, maar met een variabele z.
  - ! Waarom niet gewoon coalescing tijdens register allocation?
    - Omdat sommige optimalisatiemogelijkheden verdwijnen
- Dead code elimination
  - o Ergens een definitie die nooit gebruikt wordt
  - Statement schrappen.

Deze optimalisaties worden iteratief uitgevoerd: het toepassen van een optimalisatie laat nieuwe optimalisaties toe.

### 12.4 Snellere analyses

- 1. Bitvectors
- 2. Slechts voor elk basic blok toepassen (statements samenvoegen die slechts 1 successor en 1 predecessor hebben).
  - Voorbeeld reaching definitions

$$\begin{aligned} out[n] &= gen[n] \cup (in[n] - kill[n]) \\ out[n] &= gen[n] \cup ((gen[p] \cup (in[p] - kill[p])) - kill[n]) \\ out[n] &= gen[n] \cup (gen[p] - kill[n]) \cup (in[p] - (kill[p] \cup kill[n])) \end{aligned}$$

Voor een knoop pn dat knoop p en n combineert, dan komt dit neer op:

$$gen[pn] = gen[n] \cup (gen[p] - kill[n])$$
  
 $kill[pn] = kill[p] \cup kill[n]$ 

- 3. Volgorde van toepassen aanpassen (zie algoritme onderaan slide 15)
- 4. Er wordt enkel de out set bijhouden, de inset wordt telkens opnieuw berekend omdat die vaak kleiner zijn, zodat er minder geheugen nodig is om al de sets bij te houden.
- 5. chains
  - use def = bijhouden van alle reaching definitions van een temporary
  - def use = omgekeerd
- 6. Work-list algoritme houdt bij waar er nog berekeningen nodig kunnen zijn. (algoritme 17.6)

### 12.5 Incrementele analyses

Elke transformatie heeft invloed op resultaten van de analyse. Moeten we dan de hele analyse opniew doen? Als z dood is, moet van onder naar boven elke keer het statement verwijderd worden bij elke iteratie.

#### 12.5.1 Value Numbering

Elke expressie een nummer geven en hergebruiken van die expressies.

### 12.5.2 Incremente livenessanalyse

Veel te moeilijk om te implementeren, wordt bijna nooit gebruikt.

### 12.6 Alias Analysis

Niet in detail te kennen

Kunnen p en q naar hetzelfde object wijzen (may-alias informatie)? Wijst p en q naar hetzelfde object (must-alias informatie)?

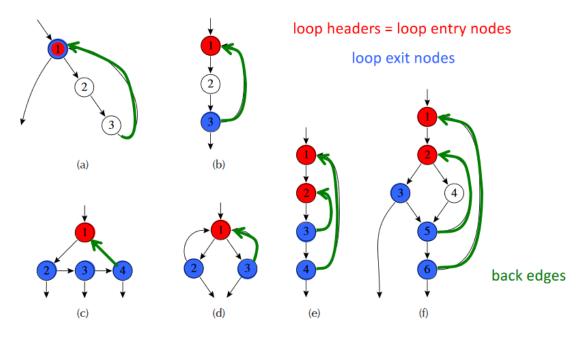
Een zeer moeilijke analyse en hebben maar een beperkte precisie (in by C en C++)

Herordenen van geheugenoperaties: waarom is dit van zo een groot belang? voor parallelisatie.

# **Loop Optimizations**

Formele definitie van een lus in een CFG: verzameling knopen S met daarin een header h met volgende eigenschappen:

- Vanuit elke knoop in S is er een pad dat naar h leidt.
- Vanuit h is er een pad naar elke knoop in S.
- $\bullet$  Er is geen enkele andere knoop buiten S die naar een knoop in S wijst, behalve h.



Figuur 13.1: Voorbeelden van lussen; in elk geval is 1 de header knoop.

De knopen in een lus vormen een strongly connected component: vanuit één knoop in de lus kan elke andere knoop in de lus bereikt worden. De **back edge** is de verbinding die een knoop naar de header verbindt

Reduceerbaarheid = niet te kennen. Enkel weten dat lussen volledig overlappen of helemaal niet. Ze kunnen niet deels overlappen.

### 13.1 Dominators

- Veronderstel 1 startknoop  $s_0$  van de CFG.
- Knoop d domineert knoop n als elk pad van  $s_0$  naar n door d gaat.
- Eenvoudig berekenen met data flow analyse.

$$D[s_0] = \{s_0\}, \qquad D[n] = \{n\} \cup \left(\bigcap_{p \in pred[n]} D[p]\right) \text{ for } n \neq s_0$$

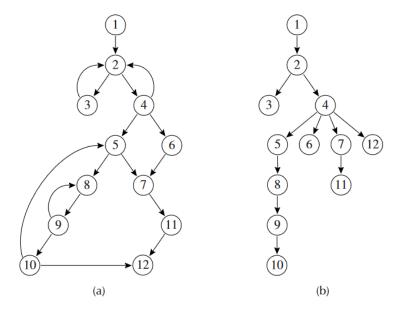
Aangezien de intersectie berekend wordt moet dit algoritme geïnitialiseerd worden met maximale sets.

• In plaats van data flow analyse kan ook de dominator tree opgesteld worden. De dominator set van een knoop is dan de opeenvolging van ouderknopen.

Eigenschappen van een dominator:

- Transitief:  $a \text{ dom } b \text{ en } b \text{ dom } c \to a \text{ dom } c$ .
- Als e dom n en d dom n, dan e dom d of d dom e.
- Elke knoop n heeft een unieke immediate dominator idom(n).
  - o idom $(n) \neq n$ .
  - o idom(n) domineert n.
  - o idom(n) domineert geen andere dominator van n.

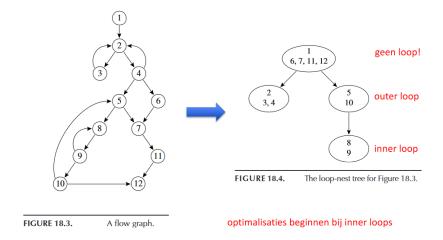
De graaf waarin elke knoop n van de CFG in voorkomt en waarbij er een verbinding is tussen n en idom(n) wordt een **dominator tree** genoemd (figuur 13.2).



Figuur 13.2: (a) Een CFG; (b) de corresponderende dominator tree.

### 13.1.1 Header loops

- Een natuurlijke loop van een back edge  $n \to h$ , waarbij h dom n, is de verzameling knopen x zodat h elke x domineert en er een pad is van x naar n zonder h.
- $\bullet$  Een header h kan header zijn van meerdere lussen.
- Loops kunnen genest zijn.
- ullet Een loop-nest tree geeft aan welke knopen op welk loopniveau ze zitten. Voor een flow-graaf G kan deze als volgt opgebouwd worden:
  - $\circ$  Bepaal de dominators van G.
  - o Bouw de dominator tree.
  - o Zoek alle natuurlijke loops, en dus ook alle loop-header knopen.
  - o Voor elke loop header h, voeg de natuurlijke loops van h samen in een enkelvoudige loop, loop[h].
  - o Bouw de loop-nest tree, zodat  $h_1$  boven  $h_2$  is als  $h_2$  zich bevindt in  $loop[h_1]$ .



Figuur 13.3: Een flow-graph en de bijhorende loop-nest tree.

### 13.1.2 Loop preheader

- Algemene code die voor een lus moet uitgevoerd worden.
- Resulteert in een extra knoop p, met de verbinding  $p \to h$ .
- Handig als er meerdere paden naar de header van de lus zijn.

### 13.2 Loop Invariant Computations

- Berekeningen die altijd dezelfde waarde hebben kunnen eventueel buiten de lus geplaatst worden.
- ! Soms is het herberekenen wel beter dan registers te gebruiken.
- Een definitie  $d: t \leftarrow a_1 \oplus a_2$  is loop-invariant als voor elke  $a_i$ :

- $\circ$   $a_i$  een constante is;
- $\circ$  alle definities van  $a_i$  die d bereiken zich buiten de lus bevinden;
- o of de enige definitie van  $a_i$ , die d bereikt, loop-invariant is.
- Stel dat  $d: t \leftarrow a_1 \oplus a_2$  loop-invariant is, dan mag deze buiten de lus (in de loop preheader) geplaatst worden op drie voorwaarden:
  - 1. Het is de enige definitie van t in de lus,
  - 2. d domineert elke loop exit waarbij t live-out is,
  - 3. t is niet live-out bij de preheader.

	conditioneel	niet de	t levend bij
	uitgevoerd	enige definitie	ingaan lus
$L_0$	$L_0$	$L_0$	$L_0$
$\begin{bmatrix} L_0 \\ t & \leftarrow 0 \end{bmatrix}$	$t \leftarrow 0$	$t \leftarrow 0$	$t \leftarrow 0$
$L_1$	$\mid L_1 \mid$	$\mid L_1 \mid$	$L_1$
$i \leftarrow i+1$	if $i \ge N$ goto $L_2$	$i \leftarrow i+1$	$M[j] \leftarrow t$
$\begin{array}{ccc} t & \leftarrow t + 1 \\ t & \leftarrow a \oplus b \end{array}$	$i \leftarrow i+1$	$t \leftarrow a \oplus b$	$i \leftarrow i+1$
$M[i] \leftarrow t$	$t \leftarrow a \oplus b$	$M[i] \leftarrow t$	$t \leftarrow a \oplus b$
$\inf_{i \in N} \frac{i}{i} = i$	$M[i] \leftarrow t$	$t \leftarrow 0$	$M[i] \leftarrow t$
$L_2$	goto $L_1$	$M[j] \leftarrow t$	if $i < N$ goto $L_1$
$\begin{bmatrix} L_2 \\ x & \leftarrow t \end{bmatrix}$	$\mid L_2 \mid$	if $i < N$ goto $L_1$	$L_2$
<i>x</i>	$x \leftarrow t$	$L_2$	$x \leftarrow t$
(a) Hoist	(b) Don't	(c) Don't	(d) Don't

Figuur 13.4: Voorbeelden voor de operatie  $t \leftarrow a \oplus b$  Slechts als de drie criteria voldaan zijn mag de operatie buiten de lus geplaatst wordt, en is enkel van toepassing op (a).

Oppassen met side-effects: exceptions, pointer dereferencing

## 13.3 Inductieveranderlijken

- Een inductieveranderlijke is een variabele dat geïncrementeerd of gedecrementeerd wordt met een vaste waarde bij elke iteratie van een lus.
- Twee soorten:
  - 1. Basisinductieveranderlijke: Een variabele i is een basisinductieveranderlijke in een lus L met header h als de enige definities van i in L één van volgende vormen heeft, met c een constante:
    - $\begin{array}{c} \circ \ i \leftarrow i + c \\ \circ \ i \leftarrow i c \end{array}$
  - 2. Afgeleide inductieveranderlijke: Een varaiabele k is een afgeleide inductieveranderlijke in lus L als:
    - (a) Er slechts één definitie van k binnen L is, en één van de volgende vormen heeft:

$$\begin{array}{ccc} \circ & k \leftarrow j \cdot c \\ \circ & k \leftarrow j + d \end{array}$$

Hierbij is j een inductievariabele en c, d zijn loop-invariant.

- (b) en als j een afgeleide inductieveranderlijke is in de familie i, dan:
  - i. de enige definitie van j dat k bereikt bevindt zich in L,
  - ii. en er is geen definitie van i op elk pad tussen de definitie van j en k.

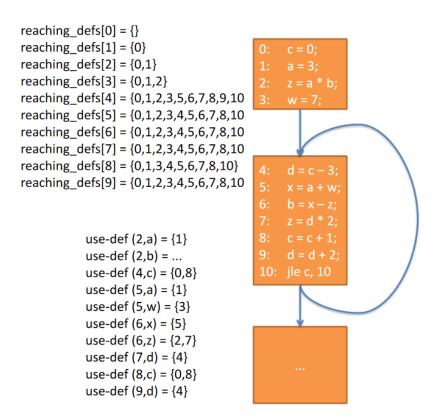
### 13.4 Loop unrolling

- Gegeven een lus L met header h en back edges  $s_i \to h$ , de loop kan dan gekopieerd worden:
  - 1. Kopieer alle knopen om een lus L' te maken met header h' en back edges  $s_i' \to h'$ .
  - 2. Verander alle back edges in L van  $s_i \to h$  naar  $s_i \to h'.$
  - 3. Verander alle back edges in L' van  $s_i' \to h$  naar  $s_i' \to h.$

# Static Single-Assignment

Dient om eenvoudiger Data-Flow analyse te doen. Maar er moet wel eerst Control-flow analyse gedaan worden.

Er zijn meerdere manieren om te bepalen welke definities van variabalen er bereikbaar zijn in een statement. Op figuur 14.1 wordt een voorbeeldprogramma getoond. Men zou de reaching definitions, of nog beter, de use-def chains kunnen bepalen. Maar dit heeft als nadeel dat er verzamelingen van meerdere elementen nog steeds mogelijk zijn.



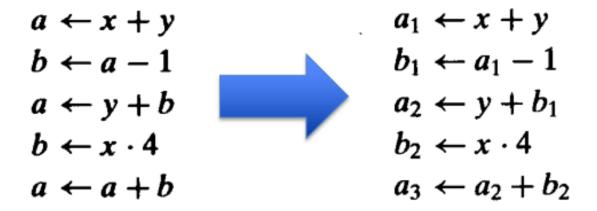
Figuur 14.1: De reaching definitions en use-def chains van een voorbeeldprogramma.

In het ideale geval zou elke variabele slechts één definitie heeft, dit wordt Static Single Assignment

Form genoemd.

#### Voordelen:

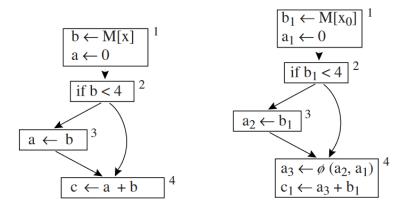
- Slechts 1 def in elke use set.
- Elke veranderlijke wordt slechts op 1 plaats in het programma gedefinieerd.



Figuur 14.2: Omvormen programmacode naar SSA.

- De dataverloopanalyse wordt gemakkelijker.
- De analyses verlopen nu lineair.
- $\bullet$  Ontkoppeling veranderlijken met dezelfde naam. De programmeur heeft zelf drie keer de variabele a gebruikt, maar kan even goed andere variabelenamen zijn.

In een straight-line programma is het vrij eenvoudig om te omvorming door te voeren. Wanneer conditionele spronge plaatsvinden is het vaak moeilijker. Daarom wordt er een  $\phi(a_1, a_2)$ -functie geïntroduceerd. De  $\phi$ -functie in figuur 14.3 geeft  $a_2$  terug als het programma van blok 3 komt en  $a_1$  als het programma van blok 2 komt.



Figuur 14.3: (a) Een programma met controleverloop dat samenkomt; (b) het programma omgezet naar SSA.

Hoe  $\phi$ -functie wegwerken? Voeg move operaties toe na blok 3 en 2 die respectievelijk  $a_2$  en  $a_1$  in  $a_3$  steken.

Wanneer  $\phi$ -functie toevoegen?

- $a_i = \phi(a_1, ..., a_n)$  is nodig in blok z als
  - $\circ$  a gedefinieerd wordt in blok x
  - o a gedefinieerd wordt in blok  $y \neq x$
  - o Pad van pijlen van x naar z  $(P_{xz})$  is niet leeg

  - o  $P_{xz}$  en Pyz hebben enkel z gemeen
  - o z mag ook midden in  $P_{xz}$  of  $P_{yz}$  maar niet in beide
- Wanneer een knoop x een definitie van variabele a bezit, dan moet voor elke knoop z in de dominantiegrens van x een  $\phi$ -functie aangemaakt worden voor a.

Een dominantiegrens van een knoop x is een verzameling knopen w waarvoor geldt dat x een predecessor van w domineert maar w zelf niet strikt domineert.

Dominantiegrens moet enkel kunnen aangetoond worden op figuur, niet het algoritme kennen.

### 14.1 Aggressive Dead Code Elimination

Eenvoudige variant nadeel: ontdekt geen useless veranderlijken (na sterktereductie)

Aggresieve variant nadeel: stel je stored A in het geheugen (STORE A) Er zijn twee bovenliggende blokken die iets verschillend aan A toekennen. Boven deze twee blokken is er een conditionele jump die bepaald welke van de twee toekenningen uitgevoerd wordt. Er moet ook controleafhankelijkheden bijgehouden worden.

# Scheduling and Software Pipelining

### 15.1 VLIW architecturen

- Meerdere, gespecialiseerde instructieslots (voor parallellisme)
- Vaste, manifeste latenties instructies
- Statisch schedule door compilter te bepalen

Stel dat MUL R3 drie cycli duurt,

Hoe wordt de statische schedule bepaald? Data dependence graph: een graaf waarin afhankelijkheden gemodelleerd worden.

Drie typen afhankelijkheden:

- Read afer write:
- Write after read:
- Write after write:

#### 15.1.1 Reservation Table

### 15.1.2 List Scheduling

De data ready set bevat knopen die niet afhankelijk meer zijn van voorgaande instructies. Voor elke knoop in de data ready set wordt er via een heuristiek de plaats in de tabel bepaald.

Welke keuze maken uit knopen in de data ready set?

- Kritisch pad
- Slack: de knopen met het minst keuzemogelijkheden krijgt voorrang.
- Resource availability: stel dat je 3 loads moet uitvoeren, en die kunnen maar op 1 slot uitgevoerd worden, dan is het niet interessant om andere instructies op die slots te steken.
- Fan-out in data dependence graph: De knopen die meer kinderen hebben krijgen voorrang

#### 15.2 Software Pipelining

```
for(i = 0; i < 4; i++){
    // some code

    // some code

    // some code
}</pre>
```

Elk stukje code bestaat uit drie instructies. Als we ze allemaal achter elkaar uitvoeren krijgen we 4\*9=36 cycli. In een VLIW architectuur met drie slots kunnen deze stukjes code parrallel uitgevoerd worden. We krijgen dan 3\*6=18 cycli. Voor de eerste 2 en laatste 2 iteraties moeten ervoor gezorgd worden dat ze niet uitgevoerd worden. Ook het probleem van data overschrijving moet opgelost worden.

De lus (bij epilogue en prologue) wordt maar 2 maal uitgevoerd.

```
\label{eq:for_constraints} \begin{array}{lll} \text{for} \, (\, i \, = \, 0\,; & i \, < \, N; & i \, + \, + \,) \{ \\ & x \, = \, a \, [\, i \, ]\,; \\ & y \, = \, b \, [\, i \, ]\,; \\ & t1 \, = \, x \, - \, y\,; \\ & t2 \, = \, x \, + \, y\,; \\ & t \, = \, t1 \, * \, t2\,; \\ & c \, [\, i \, ] \, = \, t\,; \end{array}
```

Om de 2 cycli (initiation interval) de code opnieuw uitvoeren (tabel)

Hoe initiation interval bepalen?

```
minII = max(minResourceII, minRecurrenceII)
```

minResourceII: niet meer operaties per II cycli dan er slots zijn voor dat soort operaties (bv 8 MUL opdrachten maar er is maar 1 multiply unit, dus zeker 8 cycli)

minRecurrenceII: als operaties in verschillende iteraties afhankelijk zijn

# Deel II Oefeningensessies

# Oefeningensessie 1

#### Oefening 3.6 p85 16.1

Gegeven de volgende grammatica:

$$B \mapsto Bv$$

$$B \mapsto w$$

$$D \mapsto EF$$

 $S\mapsto uBDz$ 

$$E \mapsto y$$

$$E \mapsto$$

$$F \mapsto x$$

$$F \mapsto$$

#### 1. Bereken nullable, FIRST en FOLLOW.

	nullable	FIRST	FOLLOW
S	nee	{ u }	/
В	nee	{ w }	{ x, y, v, z }
D	ja	{ x, y }	{ z }
E	ja	{ y }	{ x, z }
F	ja	{ x }	{ z }

#### 2. Construeer de LL(1) parsingtabel.

	u	$\mathbf{z}$	v	W	У	X
S	$S \mapsto uBDz$					
В				$B \mapsto w, B \mapsto Bv$		
D		$D\mapsto EF$			$D\mapsto EF$	$D \mapsto EF$
E		$E \mapsto$			$E \mapsto y$	$E \mapsto$
F		$F \mapsto$				$F \mapsto x$

#### 3. Toon aan dat dit geen LL(1) parser is.

Als we B aan het parsen zijn, en het eerstvolgende token is een w dan weten we niet welke productieregel toegepast moet worden.

# 4. Wijzig de grammatica zo weinig mogelijk om een LL(1) grammatica te hebben dat dezelfde taal aanvaardt.

Door de linkse recursiviteit van de productieregel  $B \mapsto Bv$ , kunnen volgende veranderingen ingevoerd worden:

$$B \mapsto wB'$$
$$B' \mapsto vB'$$
$$B' \mapsto$$

#### 16.2 Voorbeeldexamenvraag

Gegeven de reguliere expressie S = ab + c.

1. Schrijf een (ambigue) grammatica voor S met tokens a, b en c.

$$1. S' \mapsto S\&$$

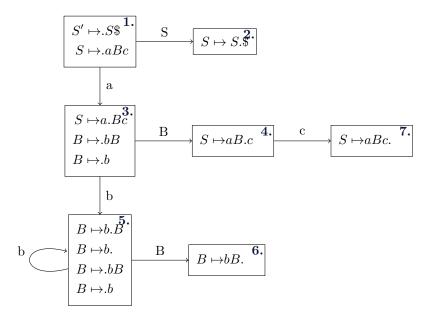
$$2. S \mapsto aBc$$

$$3. B \mapsto bB$$

$$4. B \mapsto b$$

#### 2. Geef de LR(0) statentabel en LR(0) parsingtabel.

Altijd de closure nemen van productieregel van niet-terminal waar het puntje voor staat. dus alle productieregels opnemen in toestand van die niet-terminal. Uiteindelijk moet elk puntje op het einde staan.



#### 3. Zijn er conflicten? Waarom wel of niet?

Er is een shift-reduce conflict voor toestand 5 en token b. Dit komt omdat de gekozen grammatica ambigue is.

	a	b	c	\$	S	В
1	s3				$g2^1$	
2						
3		$s5^2$				g4
4			s7			
5	$r3^3$	$_{ m s5,r3}$	r3	r3		g6
6	r2	r2	r2	r2		
7	r1	r1	r1	r1		

4. Construeer een niet-ambigue LL parsingtabel die deze expressie herkent. Indien nodig, maak eerst de originele grammatica niet-ambigue.

Grammatica herschrijven:

$$S \mapsto aBc$$

$$B \mapsto bB'$$

$$B' \mapsto$$

$$B' \mapsto B$$

nullable, FIRST en FOLLOW bepalen:

	nullable	FIRST	FOLLOW
S	nee	{ a }	/
В	nee	{ b }	{ c }
В'	ja	{ b }	{ c }

LL(1) parsing table opstellen:

	a	b	c
S	$S \mapsto aBc$		
В		$B \mapsto bB'$	
В'		$B' \mapsto B$	$B' \mapsto$

## 16.3 Oefening 3.13 p86

Toon aan dat de volgende grammatica LALR(1) is maar niet SLR:

$$0:S\mapsto X\&$$

$$1:X\mapsto Ma$$

$$2:X\mapsto bMc$$

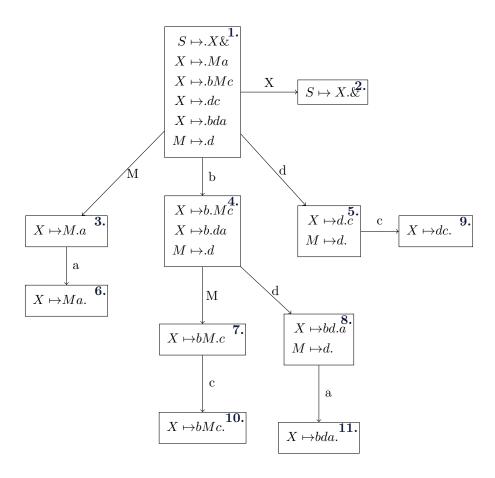
$$3:X\mapsto dc$$

$$4:X\mapsto bda$$

$$5:M\mapsto d$$

Zowel een SLR als een LALR parser maken gebruik van een LR(0) statentabel, deze wordt eerst opgesteld.

Een grammatica is LALR(1) of SLR indien respectievelijk de LALR(1) en SLR parsetabellen geen shift-reduce conflicten bevat. Een SLR parsetabel wordt bijna identiek hetzelfde opgesteld als een



LR(0) parsetabel. Het enige verschil is dat reduce acties enkel geplaatst worden bij de terminalen die in de FOLLOW set zitten.

Een LALR(1) parsetabel wordt opgesteld door eerst de LR(1) parsetabel op te bouwen. Daarna worden staten samengevoegd die dezelfde productieregels bevat, maar waarbij de lookahead tokens eventueel verschillen. De reduce acties worden enkel toegepast op de terminalen die in de lookahead set zitten.

# Oefeningensessie 2

#### 17.1 Oefening 6.3 p147

Geef voor elk van de veranderlijken a, b, c, d, e in het volgende programma aan of ze in het geheugen of in een register moeten bewaard worden, en waarom.

```
\begin{array}{ll} \text{int } f(\text{int } a, \text{ int } b) \{ \\ & \text{int } c[3], \ d, \ e; \\ & d = a + 1; \\ & e = g(c, \&b); \\ & \text{return } e + c[1] + b; \\ \} \end{array}
```

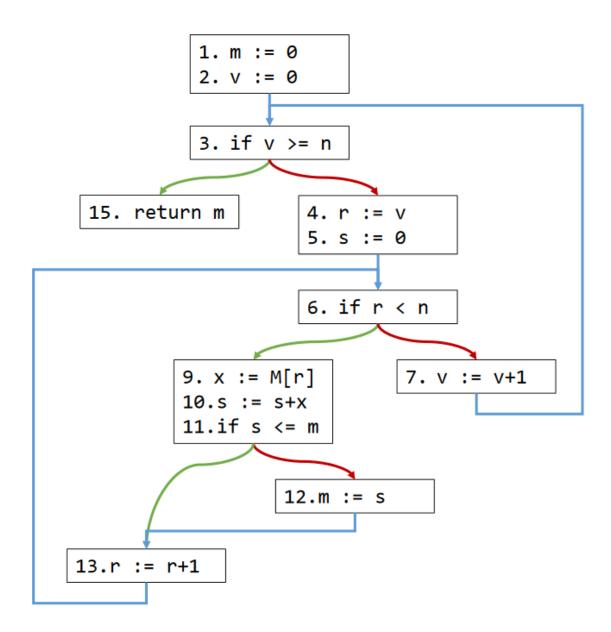
variabele	locatie	reden
$\overline{a}$	register	de variabele wordt enkel lokaal in de functie gebruikt
b	geheugen	het adres van b wordt opgevraagd en escapet dus de stack
c	geheugen	een array zit altijd in het geheugen
d	register	de variabele wordt enkel lokaal in de functie gebruikt
e	register	de variabele wordt enkel lokaal in de functie gebruikt

## 17.2 Oefening 8.6 p190

Deel het volgende programma op in basisblokken.

```
1
          m := 0
          v := 0
3
                                goto 15
          if v >= n:
          r := v
          s := 0
          if r < n:
                                goto 9
          \mathbf{v} \; := \; \mathbf{v} \; + \; \mathbf{1}
7
8
          goto 3
9
          x := M[r]
10
          s \ := \ s \ + \ x
11
          if s \ll m:
                                 goto 13
12
          m := s
```

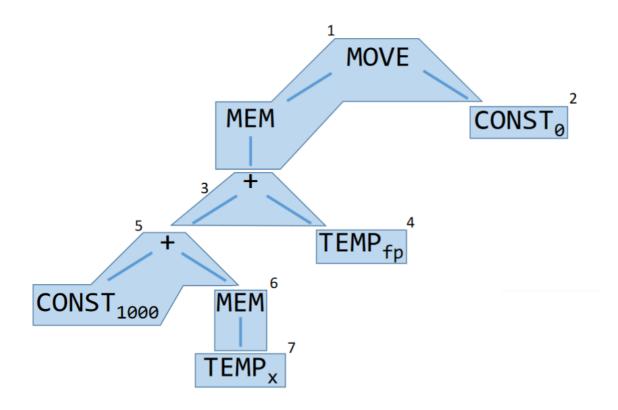
```
\begin{array}{lll} 13 & & r := r+1 \\ 14 & & \text{goto } 6 \\ 15 & & \text{return } m \end{array}
```

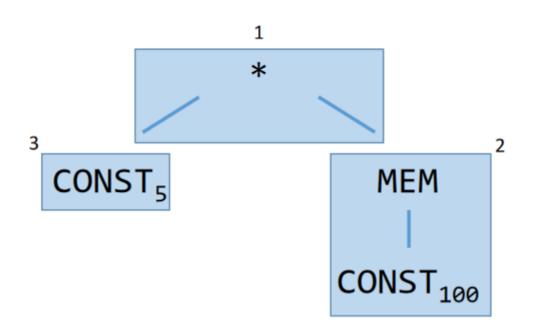


## 17.3 Oefening 9.1 p217

Teken de boom voor volgende expressies en genereer *Jouette*-machine instructies via het Maximal Munch algoritme. Omcirkel de tiles en nummer ze in volgorde dat ze in het algoritme geplaatst worden.

- 1.  $\texttt{MOVE}(\texttt{MEM}(+(+(\texttt{CONST}_{1000},\texttt{MEM}(\texttt{TEMP}_x)), \texttt{TEMP}_{fp}))$ ,  $\texttt{CONST}_0)$
- 2.  $BINOP(MUL, CONST_5, MEM(CONST_{100}))$





# Oefeningensessie 3

#### 18.1 Oefening 10.1 p223

Gegeven het volgende programma:

```
1
         m := 0
2
         v := 0
3
         if v >= n:
                            goto 15
4
         r := v
5
         s \ := \ 0
6
         if r < n:
                            goto 9
7
         v := v + 1
8
         goto 3
9
         x := M[r]
10
         s \ := \ s \ + \ x
                            goto 13
11
         if s \ll m:
12
         m := s
13
         r := r + 1
14
         goto 6
15
         return m
```

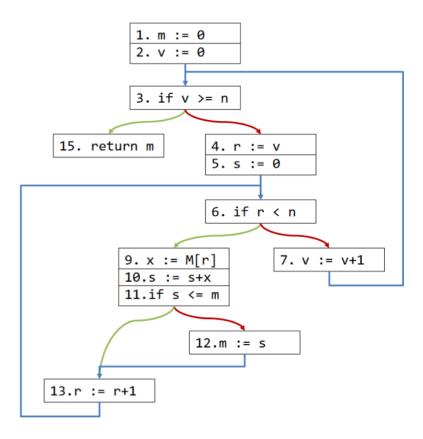
#### 1. Teken de CFG. (figuur 18.1)

Dit is dezelfde graaf als degene die de basisblokken voorstelt met het enige verschil dat elke instructie nu ook een apart blok is.

#### 2. Bereken de in en out sets voor elk statement. (tabel 18.1)

Best in reverse order uitvoeren (begin vanaf laatste statement), anders kan het veel langer duren. Bereken eerst de out set, en daarna de in set want de in set is afhankelijk van de out set van dezelfde instructie.

3. Teken de register-interferentiegraaf. (tabel 18.1)



Figuur 18.1: De CFG.

#### 18.2 Oefening 11.3 p263

Beschouw de graaf op figuur 18.2. De volle lijnstukken stellen interferenties voor en de gestreepte lijnen een MOVE.

- 1. Kleur de graaf zonder coalescing en k=4. Toon de select-stack die de volgorde aangeeft waarin knopen verwijderd worden. Is er een potentiële spill? Is er een echte spill? (Figuur 18.3) De knoop g was een potentiële spill, maar de graaf kon nog steeds helemaal gekleurd worden dus was het geen echte spill.
- 2. Kleur de graaf met conservative coalescing en k=4. Wanneer wordt Briggs of George gebruikt? Is er een potentiële spill? Is er een echte spill?

	Succ	Use	Def	Out	In	Out	In
15	/	m			m		m
13	6	$\mathbf{r}$	r		$\mathbf{r}$	m,r,s,v,n	$_{\mathrm{m,r,s,v,n}}$
12	13	$\mathbf{s}$	m	r	$_{\rm r,s}$	m,r,s,v,n	$_{\rm r,s,v,n}$
11	12,13	$_{\rm s,m}$		r,s	$_{\mathrm{m,r,s}}$	m,r,s,v,n	$_{\rm m,r,s,v,n}$
10	11	$_{s,x}$	$\mathbf{s}$	m,r,s	$_{m,r,s,x}$	m,r,s,v,n	m,r,s,v,n,x
9	10	$\mathbf{r}$	x	m,r,s,x	$_{\mathrm{m,r,s}}$	m,r,s,v,n,x	$_{\rm m,r,s,v,n}$
7	3	$\mathbf{v}$	v		v	m,v,n	$_{\mathrm{m,v,n}}$
6	7,9	$_{\rm r,n}$		m,r,s,v	$_{\rm m,r,s,v}$ n	m,r,s,v,n	$_{\mathrm{m,r,s,v,n}}$
5	6		$\mathbf{s}$	m,r,s,v,n	$_{\rm m,r,v,n}$	m,r,s,v,n	$_{\mathrm{m,r,v,n}}$
4	5	$\mathbf{v}$	r	m,r,v,n	$_{\mathrm{m,v,n}}$	m,r,v,n	$_{\mathrm{m,v,n}}$
3	4,15	$_{\rm v,n}$		m,v,n	$_{\mathrm{m,v,n}}$	m,v,n	$_{\mathrm{m,v,n}}$
2	3		v	m,v,n	$_{\mathrm{m,n}}$	m,v,n	$_{\mathrm{m,n}}$
1	2		m	m,n	n	m,n	n
	m r	s v	7 n	X			

	m	r	$\mathbf{s}$	$\mathbf{v}$	n	X
m		X	X	X	X	X
r	x		X	$\mathbf{x}$	$\mathbf{x}$	X
s	x	$\mathbf{x}$		$\mathbf{x}$	X	X
v	X	$\mathbf{x}$	$\mathbf{x}$		X	$\mathbf{x}$
n	x	X	X	$\mathbf{x}$		X
x	x	$\mathbf{x}$	$\mathbf{X}$	$\mathbf{X}$	$\mathbf{X}$	

Tabel 18.1: De in en out sets + de interferentiematrix.

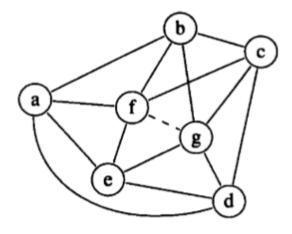
## 18.3 Oefening 17.5 p408 (licht gewijzigd)

Gegeven het volgende programma:

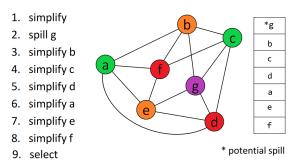
- $1. \quad y := x$
- 2. z := 1
- 3. if y = 0: goto 7
- $4. \quad z := z * y$
- 5. y := y 1
- 6. goto 3
- 7. y := 0
  - 1. Teken de CFG. (Figuur 18.4)
  - 2. Bereken de *reaching definitions* waarbij het resultaat van elke iteratie getoond wordt. Hoeveel iteraties zijn er nodig. Er zijn 3 iteraties nodig (want laatste iteratie verandert niets meer). (Tabel 18.2)

	Pred	Gen	Kill	In	Out	In	Out
1	/	1	5,7	/	1	/	1
2	1	2	4	1	$^{1,2}$	1	1,2
3	$^{2,5}$	/	/	1,2	$^{1,2}$	1,2,4,5	1,2,4,5
4	3	4	2	1,2	$^{1,4}$	1,2,4,5	1,4,5
5	4	5	1,7	1,4	$^{4,5}$	1,4,5	4,5
7	3	7	1,5	1,2	$^{2,7}$	1,2,4,5	2,4,7

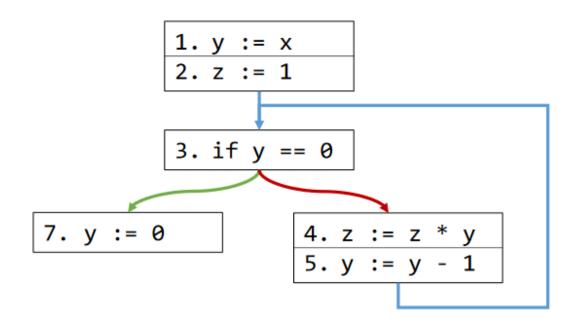
Tabel 18.2: De reaching definition tabel.



Figuur 18.2:



Figuur 18.3:



Figuur 18.4: De CFG.

# Oefeningensessie 4

#### 19.1 Oefening Scheduling

Gegeven de volgende machinecode:

```
ld r1, [0x8000]
          1d r2, [0x8004]
b
          add r3, r1, 1
d
          mul r4, r1, r2
          sal\ r5\;,\; r2\;,\; 1
          lea r6, [0x8000 + r4]
f
          div r7, r5, r3
          add\ r8\;,\;\;r6\;,\;\;r3
h
          mul
                    r9, r4, r7
          lea r10, [0x8000 + r5]
          add\ r11\;,\;\; r9\;,\;\; r8
1
          add\ r12\;,\; r9\;,\; r10
          ld r13, [r12]
_{\mathrm{m}}
          st [r11], r13
```

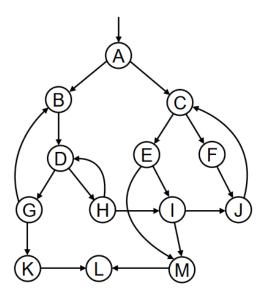
Veronderstel ook geen geheugenafhankelijkheden, en de volgende cycli:

Instructie	Cycli
ld, st, mul	2
div	3
add, lea, sal	1

- 1. Geef de data dependence graph.
- 2. Schedule het basisblok op een 3-slot VLIW architectuur met 3 pipeline stages (OF, FU en WB) met operand forwarding.

#### 19.2 Oefening 18.1 p431

Gegeven de volgende flow graph



Figuur 19.1:

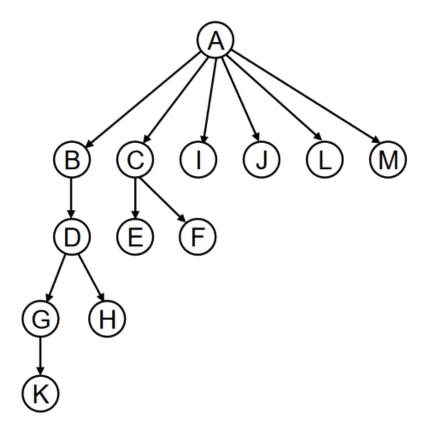
1. Bepaal de dominators van elke node.

Knoop	Iteratie 1	Iteratie 2
A	{A}	{A}
В	$\{A, B\}$	$\{A, B\}$
С	{A, C}	{A, C}
D	$\{A, B, D\}$	$\{A, B, D\}$
E	$\{A, C, E\}$	$\{A, C, E\}$
F	$\{A, C, F\}$	$\{A, C, F\}$
G	$\{A, B, D, G\}$	$\{A, B, D, G\}$
H	$\{A, B, D, H\}$	$\{A, B, D, H\}$
I	$\{A, I\}$	$\{A, I\}$
J	$\{A, J\}$	{A, J
K	$\{A, B, D, G, K\}$	$\{A, B, D, G, K\}$
L	${A, B, D, G, K, L}$	$\{A, L\}$
M	$\{A, M\}$	{A, M}

- 2. Geef de immediate dominator tree (figuur 19.2).
- 3. Identificeer de verzameling van nodes van elke natuurlijke lus.
  - (a) De back edge  $G \to B$  is een natuurlijke lus met als header B en  $S = \{B, D, G, H\}$ .
  - (b) De back edge  $H \to D$  is een natuurlijke lus met als header D en  $S = \{D, H\}$ .
  - (c) De back edge  $J \to C$  is geen natuurlijke lus want C is geen dominator van J.

# 19.3 Oefening Static Single Assignment

Gegegeven het volgende programma:



Figuur 19.2:

```
void check_chars(int nchars, char *a, char *p) {
1
2
         int i, j;
3
      i = j = nchars;
      4
        if (a[i] = p[j]) {
5
6
         i --;
         j ---;
7
         if (j = 3) break;
8
9
        } else {
10
          if (nchars -j + 1 > floor(a[i])) {
            i = i + nchars - j + 1;
11
12
            continue;
          }
13
14
          e\,l\,s\,e
15
           i = i + ceil(a[i]);
16
          j = nchars;
           }
17
18
19
   }
```

- 1. Bouw de CFG en toon de expressies in elke knoop.
- 2. Bouw de dominator tree.
- 3. Bereken de dominance frontier van de while en if knopen.

4. Maak gebruik van de dominance frontier om te bepalen waar er  $\phi$  kopen toegevoegd moeten worden.