FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR

Hoofdstuk 14

Essential University Physics

Richard Wolfson

2nd Edition

Golven

Wave Motion

UNIVERSITEIT GENT

14.1 Wat is een Golf?

Je gooit een steen in het water. De golven verspreiden zich in cirkels naar buiten. Welke bewering is juist?

a) De golven nemen water mee naar buiten en dus ook energie.
b) De golven doen het water enkel op en neer bewegen, er gaat geen water en dus ook geen energie naar buiten.
c) De golven laten het water op en neer gaan, er gaat geen water naar buiten maar er gaat wél energie naar buiten

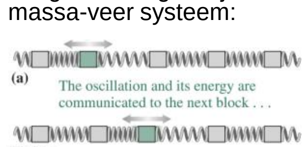
14.1 Wat is een Golf?

- Een **golf** is een verstoring die zich voortplant en energie transporteert maar geen materie.
  - **Mechanische golven** zijn verstoringen van een materiële middenstof.
    - De middenstof beweegt lokaal kort rond een evenwichts-toestand als de golf voorbij komt, maar de middenstof wordt niet mee verplaatst met de golf.
    - De golf plant zich voort omdat de lokale verstoring van de middenstof wordt doorgegeven aan aanpalende delen van de middenstof.
  - **Elektromagnetische golven**, zoals bvb. licht, hebben geen materiële middenstof nodig.
    - Toch hebben ze vele eigenschappen gemeen met mechanische golven.

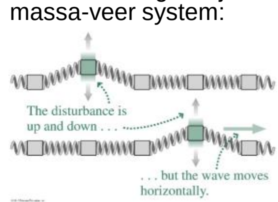
14.1 Longitudinale en Transversale Golven

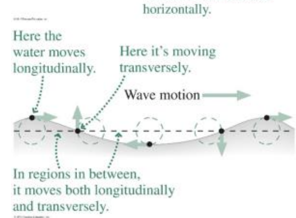
- Bij een **longitudinale golf**, is de verstoring parallel met de voortplantingsrichting van de golf.
- Bij een **transversale golf**, is de verstoring loodrecht op de voortplantingsrichting van de golf.
- Bij sommige golven, bvb. oppervlaktegolven op water, komen zowel longitudinale als transversale bewegingen voor.

Longitudinale golf bij een massa-veer systeem:



Transversale golf bij een massa-veer system:





14.1 Enkele Grootheden bij Golven

- De maximale uitwijking van de verstoring door de golf noemt men de **amplitude** *A* van de golf.
- De vorm van de verstoring (= de **golfvorm**) kan willekeurig zijn:
  een puls (a), een continue golf (b), een golftrein (c), enz.

(a)

(c)

(b)

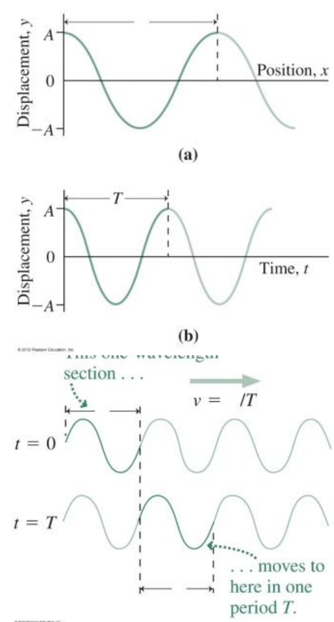
14.1 Enkele Grootheden bij Golven

- **Golflengte** λ is de afstand waarover een golf zich herhaalt in de ruimte.
- **Periode** *T* is de tijd nodig voor een complete cyclus van de golf op een bepaalde plaats.
- **Frequentie** $f = 1/T$
- **Golfsnelheid** is de snelheid waarmee de golf zich voortplant:

$$v = \lambda / T = \lambda f$$

- Hoekfrequentie en golfgetal :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad en \quad kv = \omega$$



14.2 Golfvergelijking

- Iedere golf voldoet aan een de **golfvergelijking**, die voor elke golf dezelfde vorm heeft

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

- Hierbij is *y* de verstoring, *x* de plaatscoördinaat van de verstoring en *t* de tijd.
- *v* stelt de snelheid voor van de golf. Deze is afhankelijk van de middenstof waarin de golf zich voortplant.
- Elke golf moet voldoen aan deze partiële differentiaal-vergelijking:
  - de verstoring *y* hangt af van plaats *x* en tijd *t*.

14.2 Golfvergelijking

- Iedere golf voldoet aan de **golfvergelijking**, die voor elke golf dezelfde vorm heeft

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

- Stel ***y(0,t) = f(t)*** dan moet ***y(x,t) = f(t-x/v)*** zijn (*x/v* is de tijd nodig om van *x=0* naar *x=x* te gaan)
  Stel f' de afgeleide van f naar haar argument
- Dan is $\frac{\delta y}{\delta x} = (-\frac{1}{v})f' \quad en \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} f''$

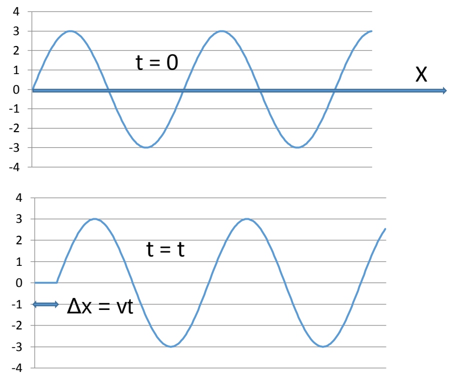
  en $\frac{\delta y}{\delta t} = f' \quad en \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = f''$

  waaruit $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$

14.2 Golfvergelijking : harmonische golf

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

- Stel bv
  y(x,t=0) =A sin(kx)
  Dan moet
  y(x,t) = A sin[k(x-vt)]
  dit is een verschuiving
  over Δx = vt
  Met kv = ω wordt dit
  y(x,t) = A sin[kx- ωt]



Vul als oefening de golfvorm $y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$ eens in de golfvergelijking in en ga na wat het resultaat is.

© Johan D'heer 9

14.2 Enkelvoudige Harmonische Golven

- Een **enkelvoudige harmonische golf** heeft een sinusoïdale vorm.
  – Een enkelvoudige harmonische golf wordt beschreven door een sinusoïdale functie van plaats en tijd:
  $y(x,t) = A\cos(kx \mp \omega t)$ of $y(x,t) = A\sin(kx \mp \omega t)$
    - $-$: golf plant zich voort in de positieve *x*-richting.
    - $+$: golf plant zich voort in de negative *x*-richting.
    - *y* meet de verstoring door de golf op plaats *x* en tijd *t.*
    - $k = 2\pi/\lambda$ is het **golfgetal**, een maat voor het tempo waarmee de golf varieert in de *ruimte.*
    - $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ is de **hoekfrequentie**, een maat voor het tempo waarmee de golf varieert in de *tijd.*
    - De **golfsnelheid** is $v = \lambda f = \lambda / T = \omega / k$. (of $k = \omega / v$)

© Johan D'heer 10

14.2 Enkelvoudige Harmonische Golven

- Een **enkelvoudige harmonische golf** heeft een sinusoïdale vorm.

Met $k = 2\pi / \lambda$; $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$ en $v = \lambda f = \lambda$ / T $= \omega / k$

kan de de functie

$$y(x,t) = A\cos(kx \mp \omega t)$$

ook worden herschreven onder volgende vormen

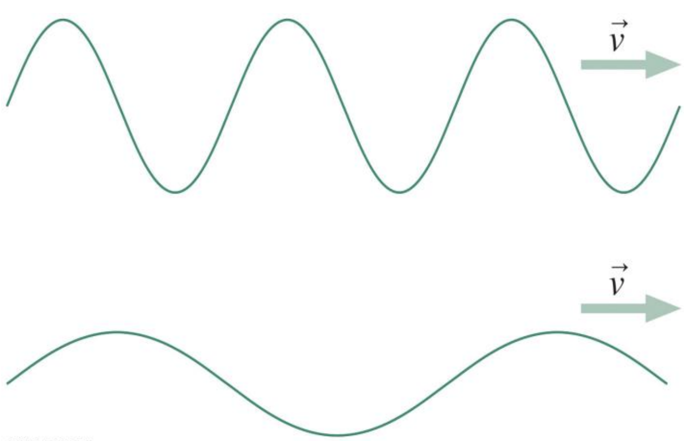
$$y(x,t) = A\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{t}{T}\right)$$

$$y(x,t) = A\cos k(x \mp vt)$$

$$y(x,t) = A\cos \omega\left(\frac{x}{v} \mp t\right)$$

14.2 Enkelvoudige Harmonische Golven

Deze twee golven hebben dezelfde snelheid. Hoe verhouden zich hun golfgetallen, hoekfrequenties, en periodes?



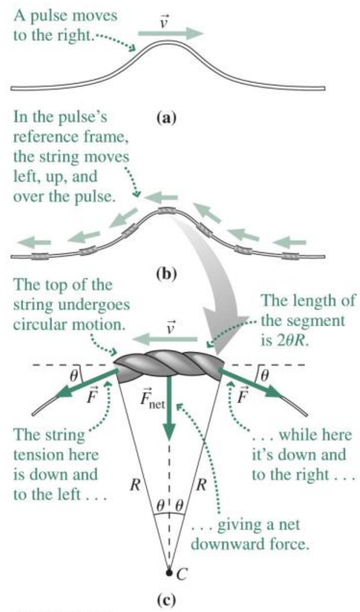
< of > of =	
λ_1	λ_2
T_1	T_2
f_1	f_2
ω_1	ω_2
k_1	k_2

$v_1 = v_2$

14.3 Golven op Snaren

- Bij snaren, vezels, lange veren, kabels, draden, enz., is de **spankracht** de kracht die zorgt voor de voortplanting van de transversale golf.
- Bekijk dit vanuit een assenkruis dat meebeweegt met de golfpiek, dan beweegt er tov dit assenkruis wél massa met snelheid v.
- Op de top van de puls is dat voor een stukje **massa m** met openingshoek 2θ een cirkelbeweging met een zekere straal R, middelpunt C en massa

$$m = M\frac{dl}{l} = \frac{M}{l}dl = \mu dl = \mu(2\theta R)$$



© 2012 Pearson Education, Inc.

14.3 Golven op Snaren

- De nettokracht op dat stukje massa is naar C gericht, en voor kleine hoeken θ gelijk aan

$$2(F\sin\vartheta) \approx 2F\vartheta$$

  - 2de wet van Newton geeft:

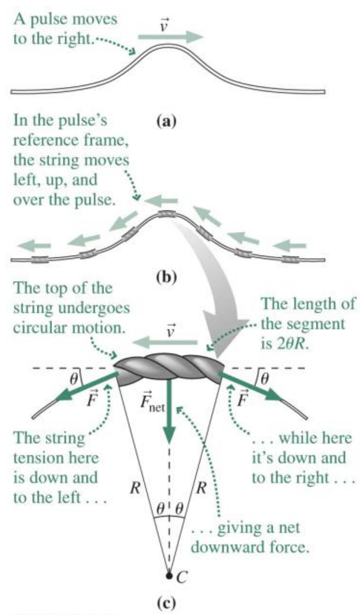
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$2F\theta = \frac{mv^2}{R} = \frac{2\theta R\mu v^2}{R} = 2\theta\mu v^2$$

  met F de spankracht en μ de massa per lengte-eenheid.

  - De "speed" van de golven is (voor kleine amplituden)

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$



© 2012 Pearson Education, Inc.

14.3 Vermogen en Intensiteit van een Golf

- Het vermogen dat een (willekeurige) golf meedraagt is de energie die per tijdseenheid door de bron van de golven wordt uitgestraald.
- **Dit vermogen is evenredig met de golfsnelheid en het kwadraat van de amplitude.**
  - Details hangen af van het soort golf; voor golven op een snaar is het gemiddeld vermogen $\overline{P} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$
  - (bewijs Wolfson : niet kennen)
- De energie uitgezonden door de bron verspreidt zich in de ruimte naarmate de golf zich in de ruimte verspreidt.
  - Vb.: Een puntbron zendt in alle richtingen golven uit. Na een tijd t is deze energie “uitgesmeerd” over een boloppervlak met straal $r = v \cdot t$.

14.3 Vermogen en Intensiteit van een Golf

- Golfoppervlakken zijn oppervlakken waarvan alle punten op hetzelfde ogenblik dezelfde uitwijking hebben, vb. golftop (crest) of golfdal (through).
- De **intensiteit** van een golf is het vermogen per eenheidsoppervlak ⊥ op de voortplantingsrichting.
  - Bij een **vlakke golf** blijft de intensiteit constant.
    - Vlakke golven zijn een goede benadering voor reële golven ver van hun bron.
  - Een **sferische golf** plant zich voort in drie dimensies waardoor de intensiteit omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand tot de bron: $I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$

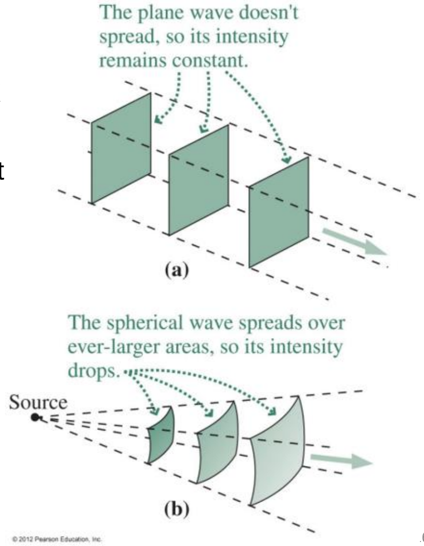


Table 14.1 Wave Intensities

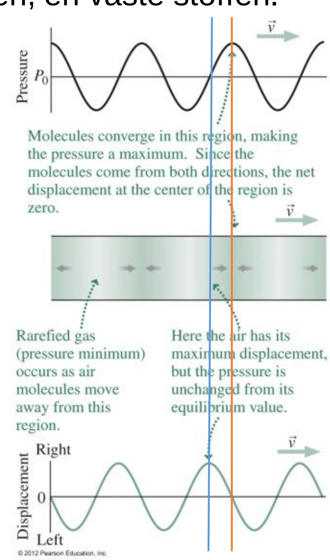
Wave	Intensity, W/m^2
Sound, 4 m from loud rock band	1
Sound, jet aircraft at 50 m	10
Sound, whisper at 1 m	$\boxed{10^{-10}}$
Light, sunlight at Earth's orbit	1368
Light, sunlight at Jupiter's orbit	50
Light, 1 m from typical camera flash	4000
Light, at target of laser fusion experiment	$\boxed{10^{18}}$
TV signal, 5 km from 50-kW transmitter	1.6×10^{-4}
Microwaves, inside microwave oven	6000
Earthquake wave, 5 km from Richter 7.0 quake	4×10^{4}

14.4 Geluid

- Geluidsgolven zijn longitudinale mechanische golven die zich voortplanten in gassen, vloeistoffen, en vaste stoffen.
  - Geluidsgolven in lucht veroorzaken kleine veranderingen in luchtdruk en dichtheid als gevolg van de heen-en-weer beweging van de luchtmoleculen als de golf voorbij komt.
  - Voor geluidsgolven in gassen is $v = \sqrt{\dfrac{\gamma p}{\rho}}$
  - p = druk van het gas, ρ = dichtheid gas
  - γ voor één-atomige gassen = 5/3
  - γ voor twee-atomige gassen = 7/5

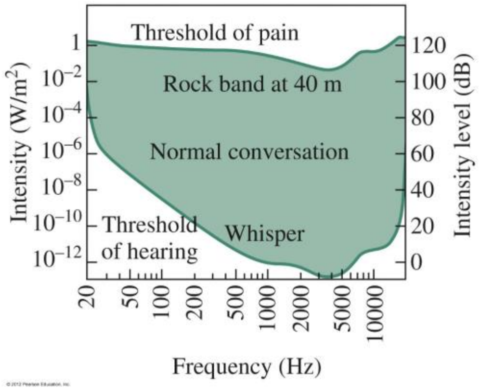
Vb : Lucht in normale omstandigheden :
p = 1013 hPa; ρ = 1,29 kg/m³; γ = 7/5
➔ v = ? … = 332 m/s

Vb : je laat een steen vallen in een ravijn en na 6s hoor je een plof : hoe diep is die ravijn? ➔ 152 m



14.4 Geluid

- Het menselijk oor reageert op een breed gebied van geluidsintensiteiten (10^{-12} tot 1 W/m^2) en frequenties (20 Hz tot 20 kHz).
- f < 20 Hz: infrasoon geluid.
- f > 20 kHz: ultrasoon geluid.



- Daarom meet men het **geluidsniveau** (= sterkte van het geluid) in **decibels (dB)**, een logarithmische eenheid gebaseerd op vergelijking met een referentie intensiteit $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 (kleinste waarneembare intensiteit door menselijk oor):

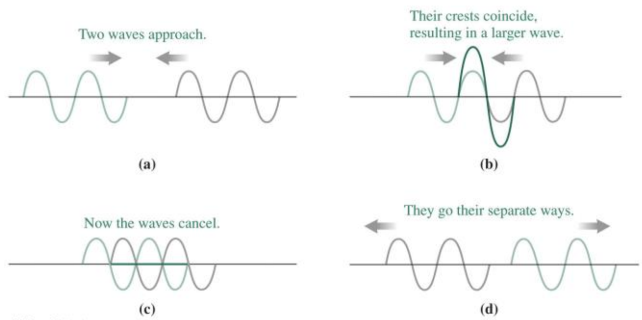
$$\beta = 10 \log\left(I/I_0\right).$$

TABLE 16–2
Intensity of Various Sounds

Source of the Sound	Sound Level (dB)	Intensity (W/m^2)
Jet plane at 30 m	140	100
Threshold of pain	120	1
Loud rock concert	120	1
Siren at 30 m	100	1×10^{-2}
Truck traffic	90	1×10^{-3}
Busy street traffic	80	1×10^{-4}
Noisy restaurant	70	1×10^{-5}
Talk, at 50 cm	65	3×10^{-6}
Quiet radio	40	1×10^{-8}
Whisper	30	1×10^{-9}
Rustle of leaves	10	1×10^{-11}
Threshold of hearing	0	1×10^{-12}

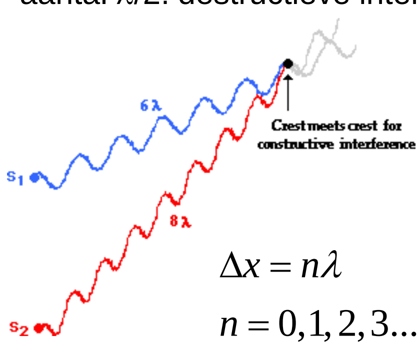
14.5 Interferentie van Golven

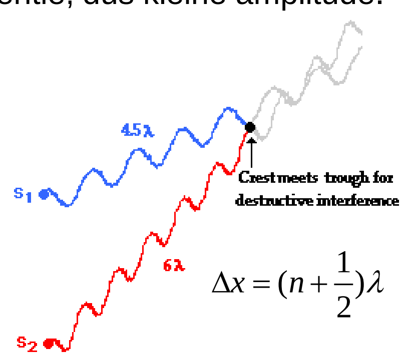
- In tegenstelling tot deeltjes kunnen twee golven op dezelfde plaats en op hetzelfde ogenblik zijn.
- In dit geval zullen ze **interfereren.**
  - In meeste gevallen: **superpositie** van golven (optellen van de uitwijkingen van de golven).
    - Golftoppen vallen samen: **constructieve** interferentie.
    - Golftop en golfdal vallen samen: **destructieve** interferentie.

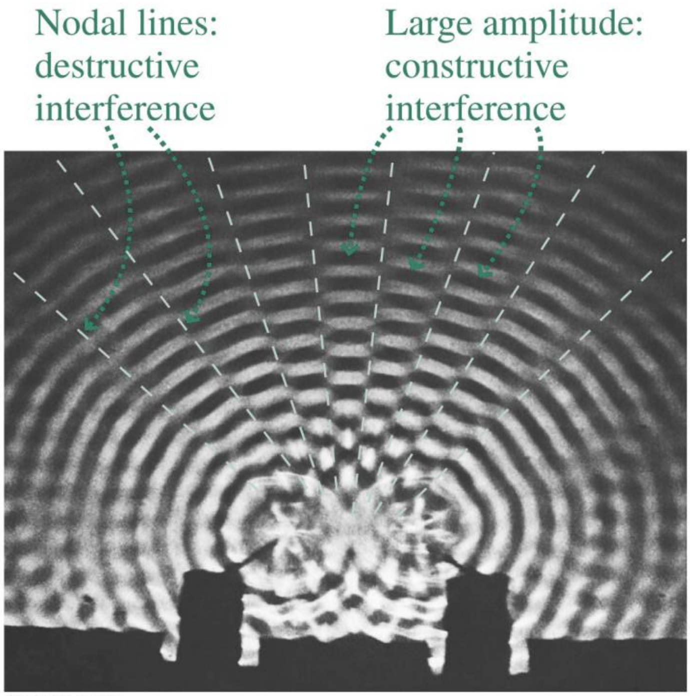


14.5 Interferentie Verschijnselen

- Interferentie bij golven afkomstig van twee bronnen dicht bij elkaar die golven met dezelfde fase en frequentie uitzenden: patroon van grote- en kleine-amplitude golven.
- Op plaatsen waar het wegverschil plaats-bronnen = geheel aantal λ: constructieve interferentie, dus grote amplitude.
- Op plaatsen waar het wegverschil plaats-bronnen = oneven aantal λ/2: destructieve interferentie, dus kleine amplitude.

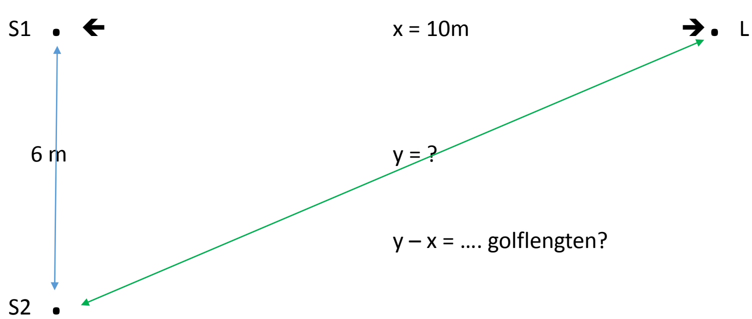






14.5 Interferentie Verschijnselen

Twee stereoboxen op 6m van elkaar
Luisteraar op 10m van S1; loodrecht op S1-S2
Voor welke frequenties hoort hij maximale, resp. minimale intensiteit?

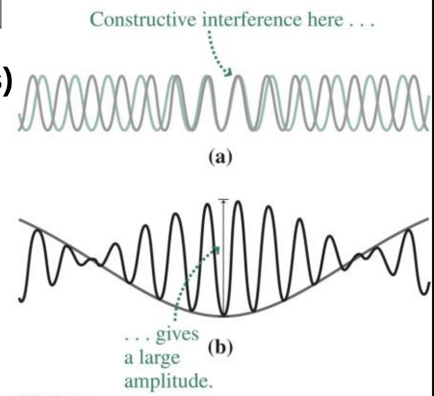


14.5 Interferentie Verschijnselen $f_1 \approx f_2$

- Wanneer golven met lichtjes verschillende frequenties interfereren krijg je afwisselend constructieve en destructieve interferentie: $f_1 \approx f_2$
- De ontstane golf heeft een tijds-variërende amplitude en dus zal de intensiteit op een willekeurige plaats varieren.

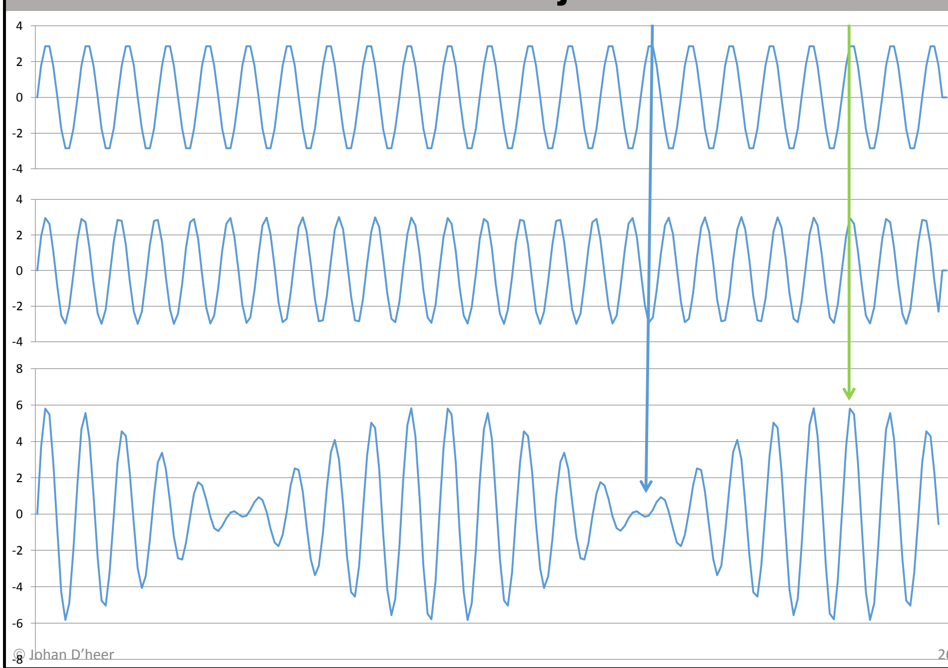
$$y(t) = 2A\cos\left[\tfrac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t\right]\cos\left[\tfrac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t\right]$$

- Dit noemt men **zwevingen (beats)**
- De frequentie waarmee de amplitude varieert = verschil van de frequenties. $= \Delta f = | f_1 - f_2 |$
- De frequentie van de golf is de gemiddelde : $f = \dfrac{f_1 + f_2}{2}$
- cos a + cos b = 2 cos ((a+b)/2) cos)(a-b)/2)



25

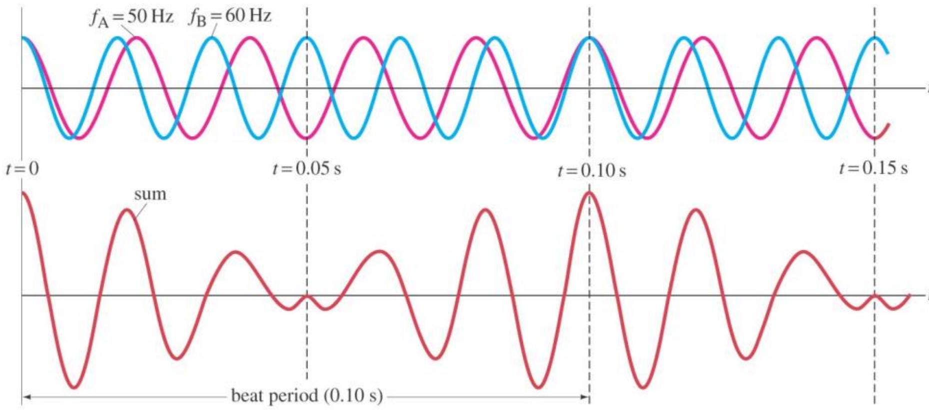
14.5 Interferentie Verschijnselen $f_1 \approx f_2$



© Johan D'heer

26

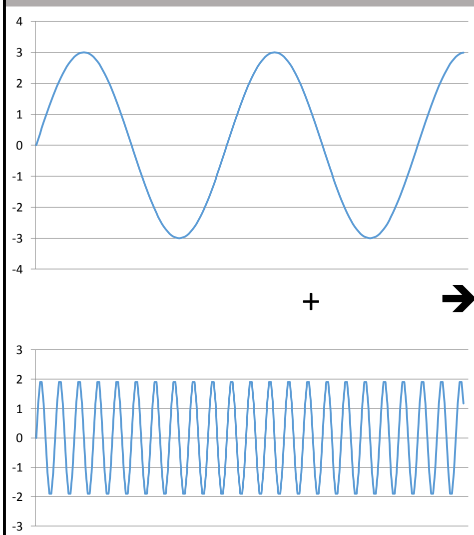
14.5 Interferentie Verschijnselen $f_1 \approx f_2$

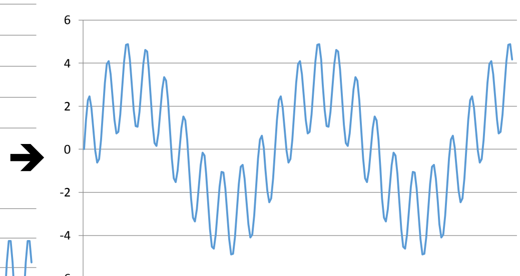


Amplitudeverandering op een bepaalde plaats bij zwevingen.

Δf = 10Hz ➔ $T_{zweving}$ = 0,10 s

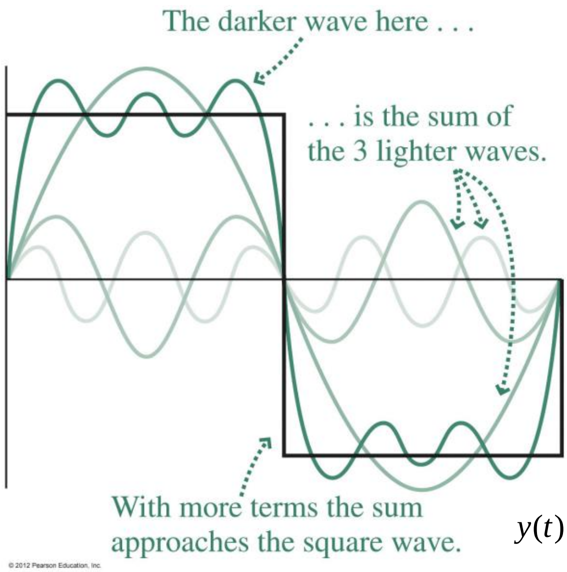
14.5 Interferentie Verschijnselen $f_1 \ll f_2$





De eigenschappen van beide golven (frequentie, amplitude) zijn in de samengestelde golf terug te vinden,

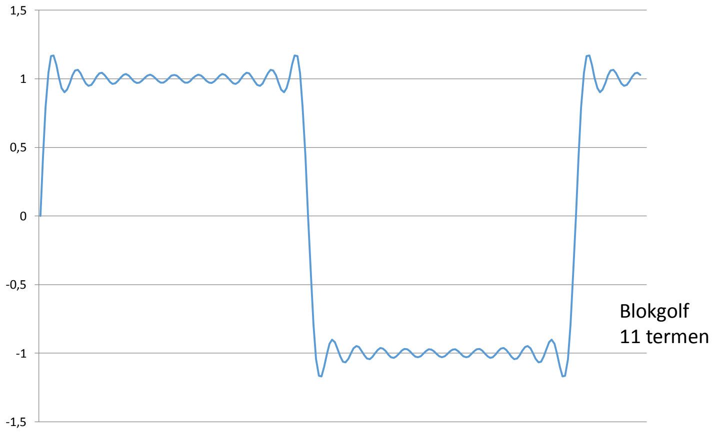
14.5 Interferentie Verschijnselen : Fourier



$$y(t)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}A\sin((2\,\mathrm{n}-1)\omega t)$$

29

14.5 Interferentie Verschijnselen : Fourier

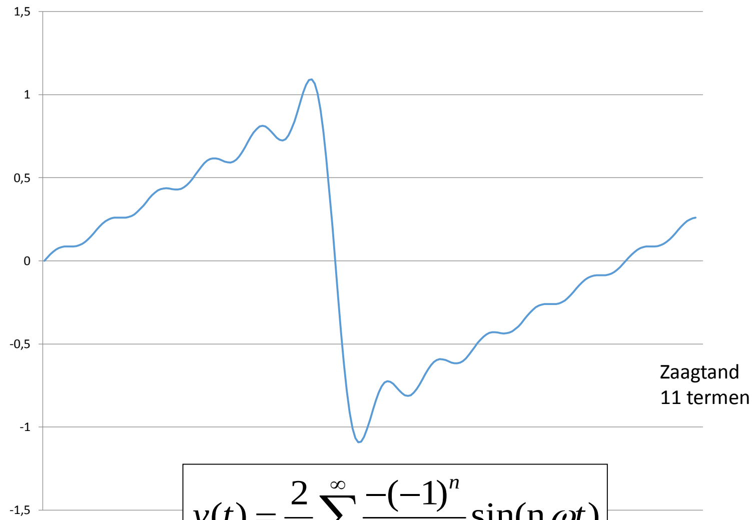


$$y(t)=\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}\sin((2\,\mathrm{n}-1)\omega t)$$

Zie ook : https://nl.wikipedia.org/wiki/Fourierreeks

30

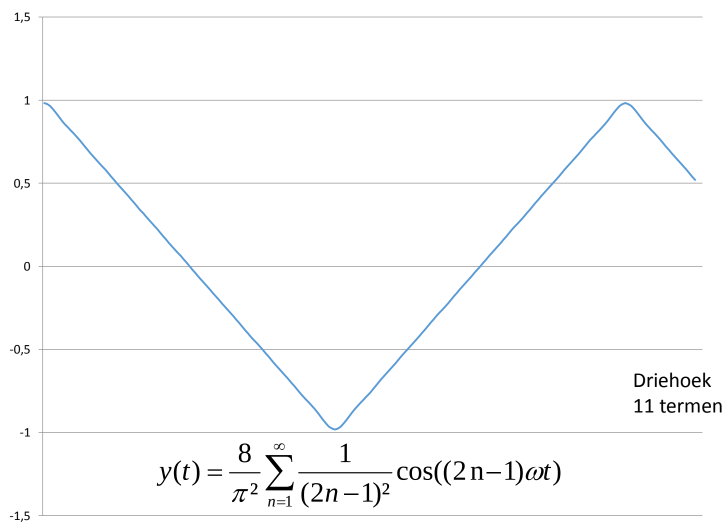
14.5 Interferentie Verschijnselen : Fourier



$$y(t) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{-(-1)^n}{n}\sin(\mathrm{n}\,\omega t)$$

Zie ook : https://nl.wikipedia.org/wiki/Fourierreeks

14.5 Interferentie Verschijnselen : Fourier



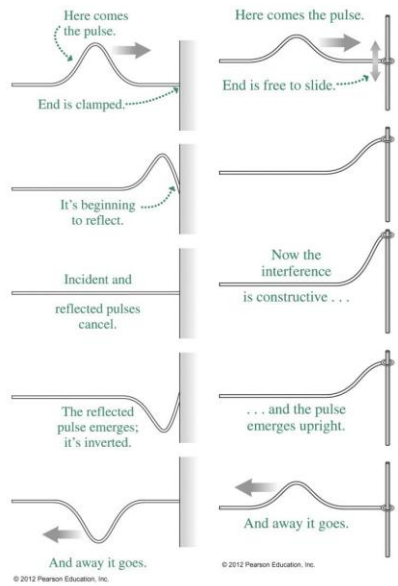
$$y(t) = \frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\cos((2\,\mathrm{n}-1)\omega t)$$

Zie ook : https://nl.wikipedia.org/wiki/Fourierreeks

14.6 Terugkaatsing van Golven

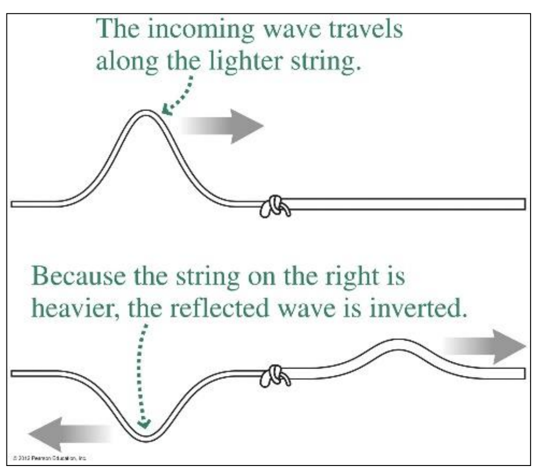
- Golven worden gereflecteerd aan de scheiding tussen twee verschillende middenstoffen.
  - De teruggekaatste golf interfereert met de invallende golf.
  - Terugkaatsing aan **vast uiteinde**: teruggekaatste golf keert om.
  - Terugkaatsing aan **los (vrij) uiteinde**: teruggekaatste golf behoud oorspronkelijke vorm.

Vast uiteinde | Vrij uiteinde



14.6 Terugkaatsing van Golven

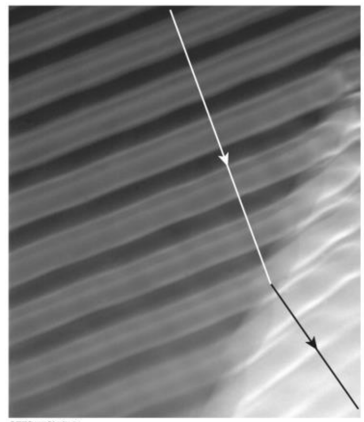
- Golven worden gereflecteerd aan de scheiding tussen twee verschillende middenstoffen.
  - Meestal wordt een golf gedeeltelijk gereflecteerd en gedeeltelijk doorgelaten aan de scheiding tussen verschillende media.



14.6 Gedeeltelijke Terugkaatsing en Breking

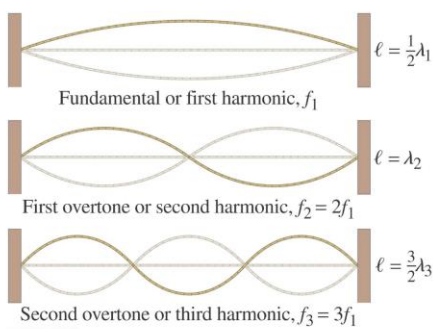
- Gedeeltelijke terugkaatsing van licht aan de scheiding tussen lucht en glas.

- Golven vallen schuin in op een oppervlak, dan **breking** (= verandering van voortplantingsrichting).



14.7 Staande Golven

- Golven beperkt tot een bepaald gebied van een middenstof reflecteren aan de grenzen van dit gebied.
- Gevolg: door interferentie van de heen en weer gaande golven ontstaan **staande golven** welke oscilleren maar zich niet voortplanten.
- De afmetingen van de middenstof laten slechts enkele discrete waarden van de golflengte en de frequentie toe.
  - Vb.: snaar vastgeklemd aan beide uiteinden.
  - De uiteinden van de snaar kunnen niet bewegen.
  - Ieder punt van de snaar zal een harmonische beweging uitvoeren loodrecht op de snaar en met een amplitude die afhankelijk is van de plaats van het punt op de snaar.



14.7 Staande Golven

- De plaatsen waar de snaar maximaal trilt zijn de **buikpunten (antinodes)**.
- De plaatsen waar de snaar niet trilt zijn de **knooppunten (nodes)**.
- De toegelaten golven noemt men **harmonieken**.
- De kleinste harmoniek (m = 1 of 0) noemt men de **grondtoon**, de volgende harmonieken zijn de **boventonen** (eerste boventoon, tweede boventoon, enz.).
- Er geldt altijd:
  - **Afstand tussen twee knooppunten of buikpunten = $\lambda/2$.**
  - **Afstand tussen een buik- en een knooppunt = $\lambda/4$.**
- Hiermee kan men op eenvoudige wijze de toegelaten golflengten en frequenties berekenen.

14.7 Staande Golven

Voor een snaar, vastgeklemd aan beide uiteinden, moet de lengte een geheel aantal halve golflengten zijn:

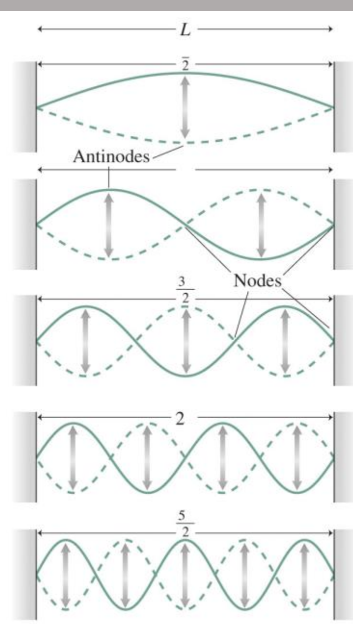
$$L = m\frac{\lambda}{2} \quad met \quad m = 1, 2, 3, \ldots$$

De toegelaten frequenties zijn dan:

$$f = m\frac{V_t}{2L} \quad met \quad m = 1, 2, 3, \ldots$$

Hierbij is V_t de snelheid van de tranversale golven op de snaar.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$



14.7 Staande Golven

Voor een snaar, vastgeklemd aan <u>één uiteinde</u>, moet de lengte een oneven aantal kwart golflengten zijn:

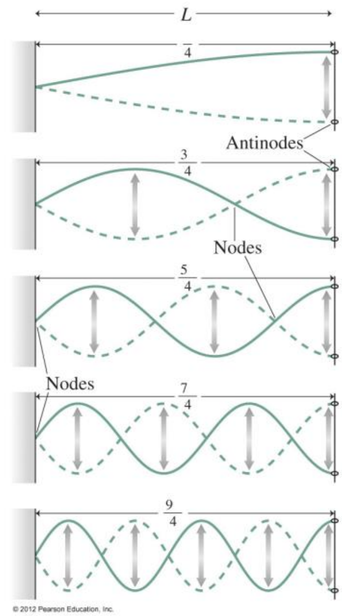
$$L = (2m+1)\frac{\lambda}{4} \quad met\ m = 0,1,2,\ldots$$

De toegelaten frequenties zijn dan:

$$f = (2m+1)\frac{V_t}{4L} \quad met\ m = 1,2,3,\ldots$$

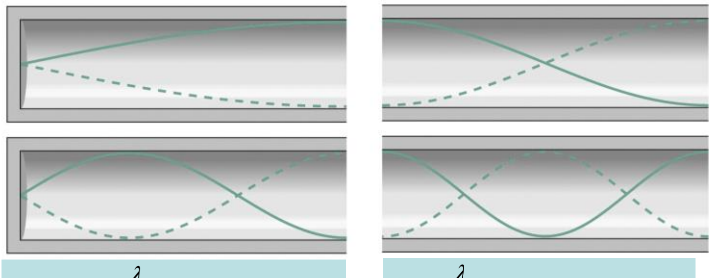
Hierbij is V_t de snelheid van de tranversale golven op de snaar.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$



14.7 Staande Golven in Muziekinstrumenten

- Snaarinstrumenten zijn te vergelijken met snaren: de lengte van de snaar bepaalt de toegelaten golflengten en, tesamen met de golfsnelheid, de toegelaten frequenties.
- Blaasinstrumenten zijn luchtkolommen met geluidsgolven in de luchtkolommen.
  - Blaasinstrumenten zijn open aan één uiteinde of aan beide uiteinden.
  - De plaats waar het instrument wordt aangeblazen is een buik!



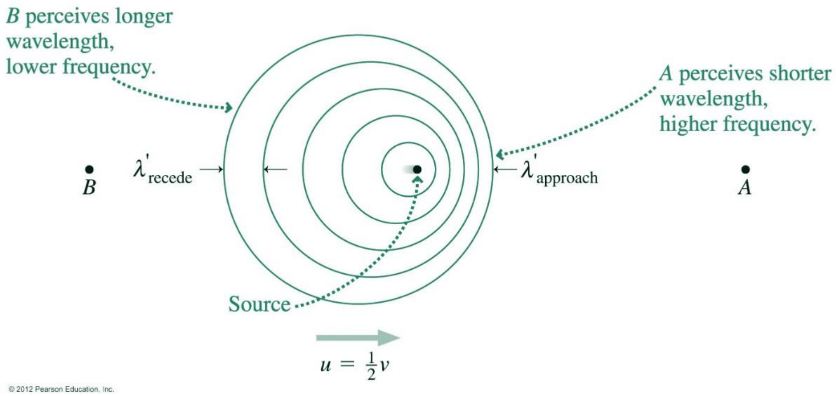
$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$$

$$L = (2m+1)\frac{\lambda}{4} \quad met\ m = 0,1,2,\ldots$$

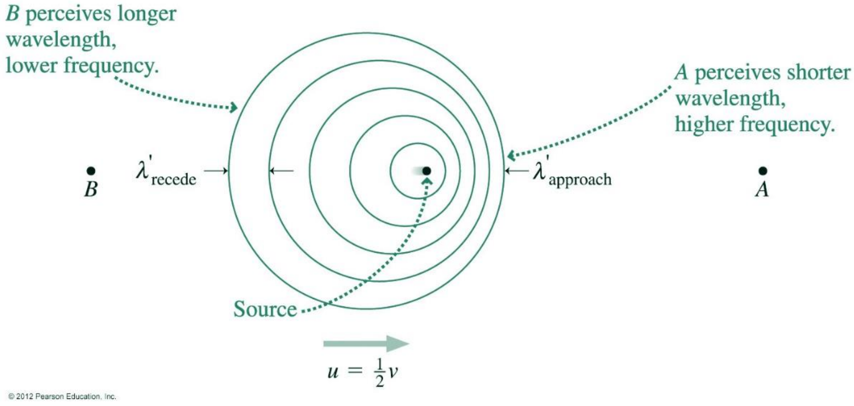
$$L = m\frac{\lambda}{2} \quad met \quad m = 1,2,3,\ldots$$

14.8 Het Dopplereffect

- Wanneer de bron van een golf beweegt door de middenstof waarin de golf zich voortplant, zal een stilstaande waarnemer een verandering van frequentie en golflengte waarnemen.
  - De frequentie neemt toe voor een naderende bron.
  - De frequentie neemt af voor een bron die zich verwijdert.



14.8 Het Dopplereffect



$$\lambda' = \lambda \pm \mathrm{u}_B \mathrm{T} = vT \pm u_B T = (v \pm u_B)T \quad => \quad \frac{v}{f'} = (v \pm u_B)\frac{1}{f} \quad => \quad \frac{f'}{f} = \frac{v}{v \pm u_B}$$

De waargenomen frequenties worden gegeven door $f' = f/(1 \pm u_B/v)$.

- Met u_B de snelheid van de bron en v de golfsnelheid.

14.8 Het Dopplereffect

- Wanneer de waarnemer zich door de middenstof beweegt zal hij/zij een andere frequentie waarnemen naargelang hij/zij zich naar de bron of weg van de bron van de golven beweegt.
  – De frequentie neemt toe bij naderen van de bron: tijd tussen twee opeenvolgende golftoppen die de waarnemer bereiken is korter, m.a.w. waargenomen T is kleiner.
  – De frequentie neemt af bij zich verwijderen van de bron: de tijd tussen twee opeenvolgende golftoppen die de waarnemer bereiken is groter m.a.w. de waargenomen T is groter.

$$\frac{1}{f'} = T' = \frac{\lambda}{v \pm u_w} = \frac{vT}{v \pm u_w} = \frac{1}{f}\frac{v}{v \pm u_w} \quad \Rightarrow \quad f' = f\,\frac{v \pm u_w}{v}$$

  – De waargenomen frequenties worden gegeven door

$$f' = f\left(1 \pm u_W / v\right).$$

    - Met u_W de snelheid van de waarnemer en v de golfsnelheid.

 43

14.8 Het Dopplereffect

- Beide formules kan men combineren in volgende formule voor de waargenomen frequentie:

$$f' = f\left(\frac{v + u_W}{v - u_B}\right)$$

- Hierbij dienen de snelheden u_W en u_B positief gerekend te worden in de richting van het andere object (naderen), en negatief in de tegenovergestelde richting (verwijderen).
  – Vb1.: geluidsbron rechts van waarnemer beweegt naar rechts met snelheid 5 m/s en waarnemer beweegt naar rechts met snelheid 7 m/s.
    $u_B = -5$ m/s en $u_W = +7$ m/s
  – Vb2.: geluidsbron rechts van waarnemer beweegt naar links met snelheid 5 m/s en waarnemer beweegt naar links met snelheid 7 m/s.
    $u_B = +5$ m/s en $u_W = -7$ m/s

(*) Bij stilstaande bron en terugkaatsing aan bewegend voorwerp (vb.: politie-radar (elm golven!)): tweemaal Dopplershift (voorwerp is eerst "waarnemer" en is dan "bron")

 44

14.8 Het Dopplereffect : elm golven

Gezien elektromagnetische golven geen medium nodig hebben om zich in voort te planten kan men ook niet spreken van de snelheid (van bron of waarnemer) t.o.v. dit medium.
Van belang is enkel de snelheid van bron en waarnemer t.o.v. elkaar (zie relativiteitstheorie). De frequentieshift wordt dan (met c de lichtsnelheid)

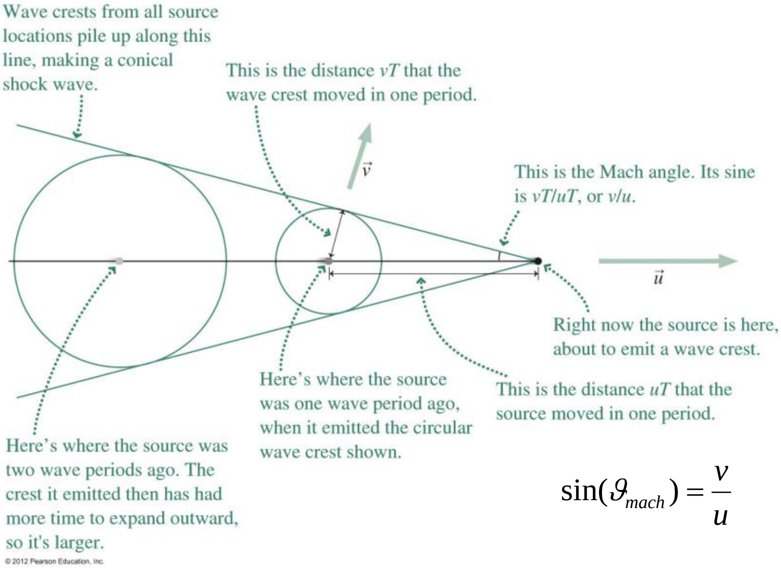
$$\boxed{f' = f\sqrt{\frac{c+u}{c-u}}}$$

Waarbij de relatieve snelheid u van bron t.o.v. de waarnemer positief te nemen is als ze elkaar naderen, negatief als ze zich van elkaar verwijderen.
Wanneer **u << c** (bv snelheid wagen << lichtsnelheid) is bij goede benadering $f' \approx f(1+\frac{u}{c}) \quad of \quad \frac{\Delta f}{f} \approx \frac{u}{c}$

Bij radardetectie wordt via "zwevingen" Δf bepaald en daaruit u.
Let wel op de opmerking (*) uit een voorgaande slide!

45

14.8 Schokgolven : $v_{bron} > v_{golf}$



$$\sin(\vartheta_{mach}) = \frac{v}{u}$$

 46