

Hoofdstuk 34

Essential University Physics

Richard Wolfson
2nd Edition

Deeltjes en Golven

Particles and Waves

De SOLVAY conferentie (Brussel 1927)



The **International Solvay Institutes for Physics and Chemistry**, located in [Brussels](#), were founded by the [Belgian industrialist Ernest Solvay](#) in 1912, following the historic invitation-only 1911 *Conseil Solvay*, considered a turning point in the world of [physics](#). The Institutes coordinate conferences, workshops, seminars, and colloquia.

Perhaps the most famous conference was the October 1927 Fifth Solvay International Conference on [Electrons and Photons](#), where the world's most notable physicists met to discuss the newly formulated quantum theory. The leading figures were [Albert Einstein](#) and [Niels Bohr](#). 17 of the 29 attendees were or became [Nobel Prize](#) winners, including [Marie Curie](#), who alone among them, had won Nobel Prizes in two separate scientific disciplines.

© Wikipedia

2

34.1 Van Klassieke Fysica naar Quantumfysica

- Materie is niet oneindig deelbaar:
 - molecule → atomen → elektronen, protonen, neutronen → quarks.
- Is energie oneindig deelbaar?
 - Vb.: voorwerp kan alle mogelijke waarden voor de kinetische energie hebben.
- Experimenten (o.a. zwarte straling, foto-elektrisch effect) tonen aan dat ook energie niet oneindig deelbaar is!

34.2 Zwarte Straling

- Een voorwerp dat electromagnetische straling volledig absorbeert wordt een **zwarte straler (blackbody)** genoemd.
-
- Een zwarte straler heeft (bij lage temperatuur) een zwart uitzicht omdat het alle licht absorbeert. Wanneer een zwarte straler echter wordt opgewarmd, zendt deze **“zwarte” straling (blackbody radiation)** uit over een zeker bereik van golflengten.

34.1 Van Klassieke Fysica naar Quantumfysica

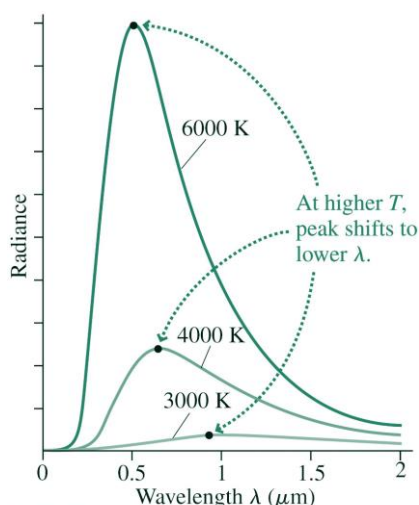
- In de [natuurkunde](#) is een **zwarte straler** of **zwart lichaam** (Engels: *black body*) een geïdealiseerd object dat alle [elektromagnetische straling](#) die erop valt, [absorbeert](#) (en dus niets [reflecteert](#)). Door de absorptie van deze energie wordt de temperatuur van dit object hoger dan de omgevingstemperatuur. Deze warmte wordt aan de omgeving afgegeven in de vorm van elektromagnetische straling. Bij lage temperaturen zal de hoeveelheid (zichtbaar) licht verwaarloosbaar zijn en de straling voornamelijk in de vorm van infrarode straling zijn, bij zeer hoge temperaturen wordt het object roodgloeiend of witheet. In theorie zal een zwarte straler altijd op alle golflengten uitzenden. Een zwarte straler is een 'ideale uitzender' en zendt, gegeven de temperatuur, de **maximaal mogelijke hoeveelheid energie** per oppervlakte-eenheid uit op elke [golflengte](#)

• (cfr Wikipedia : https://nl.wikipedia.org/wiki/Zwarte_straler)

5

34.2 Zwarte Straling

- Het spectrum van een zwarte straler heeft volgende vorm:



© 2012 Pearson Education, Inc.

© Johan D'heer

- Opm: radiance (radiantie) = uitgestraald vermogen per oppervlakte-eenheid en per eenheid van golflengte-interval.
- Het spectrum vertoont een maximum, en is asymmetrisch rond dit maximum.
- De distributie van de golflengten is enkel afhankelijk van de temperatuur, niet van het materiaal van de zwarte straler.

6

34.2 Zwarte Straling

- Het spectrum van een zwarte straler heeft volgende kenmerken (eerst uit experimentele waarnemingen, pas later bewezen via de stralingswet van Planck):
 - Het totaal uitgestraald vermogen **P is evenredig met T^4** en wordt gegeven door de **wet van Stefan-Boltzmann**:

$$P_{\text{blackbody}} = \sigma AT^4, \quad \sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

σ : Stefan-Boltzmann constant

- Het maximum van de uitgestraalde golflengten is omgekeerd evenredig met de temperatuur - **Wet van Wien**:

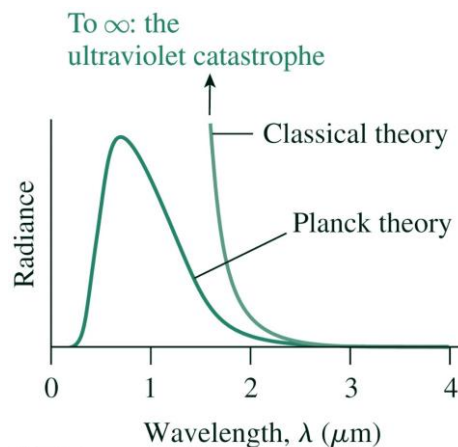
$$\lambda_{\text{peak}} T = 2,898 \text{ mm} \cdot \text{K}, \quad \lambda_{\text{median}} T = 4,11 \text{ mm} \cdot \text{K}$$

© Johan D'heer

7

34.2 Ultraviolet Catastrophe

- Klassieke fysica: een heet voorwerp zendt elektromagnetische straling van alle golflengten (*thermische straling*), waarbij de hoeveelheid uitgezonden stralings-energie oneindig groot wordt als de golflengte naar nul gaat.
- Volgens klassieke fysica wordt radiantie oneindig voor korte golflengten.
- Kan niet!
De "**ultraviolet catastrofe**"!
- Experimenteel: radiantie bereikt maximum en gaat dan naar nul voor korte golflengten.



© Johan D'heer

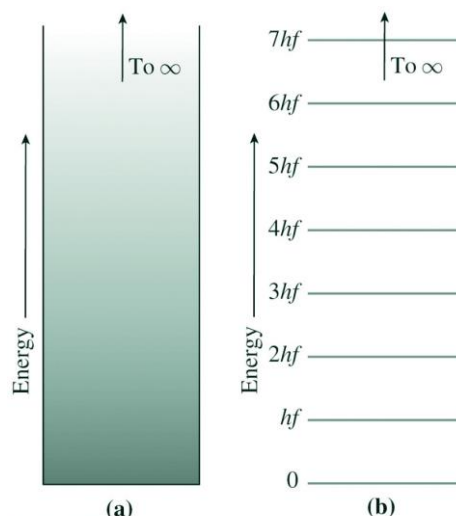
8

34.2 De Oplossing van Planck

- Uit het werk van Planck volgt dat de energie van vibrerende molecule welke de straling uitzenden, in veelvouden van een **fundamentele eenheid hf** moet voorkomen:

$$E = nhf, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

- f is de vibratiefrequentie.
- $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ is de **constante van Planck**, een natuurconstante die de “korreligheid” van de fysische realiteit op kleine schaal beschrijft.



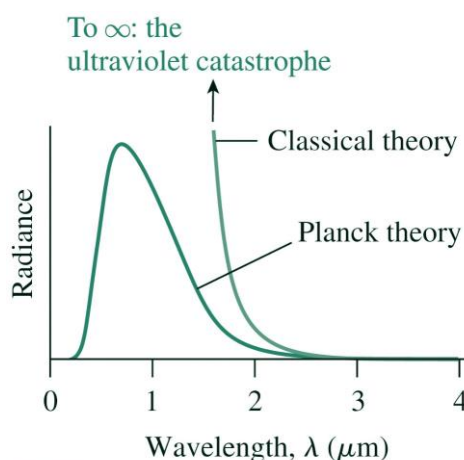
© Johan D'heer

9

34.2 De Oplossing van Planck

- In 1900 lost Max Planck de “UV catastrofe” op met een nieuwe formule voor de golflengtedistributie van de uitgestraalde energie.
- Planck's formule is volledig in overeenstemming met de experimentele resultaten.

$$R(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)}$$



© Johan D'heer

10

34.2 Oefening : Planck → Wien

- Bewijs uit de stralingswet van Planck de verschuivingswet van Wien

$$R(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)}$$

→

$$\lambda_{\text{peak}} T = 2,898 \text{ mm} \cdot \text{K}$$

- Oplossing :
 stel $x = hc/\lambda kT$
 stel afgeleide naar $x = 0$
 → $x = 5(1 - e^{-x})$: zgn. transcendente vergelijking
 → iteratieve oplossing ... → $x_{\text{peak}} = 4,965$ → $\lambda_{\text{peak}} T = \dots$

11

34.2 Oefening : Planck → Stefan-Boltzman

- Bewijs uit de stralingswet van Planck dat het totaal uitgestraald vermogen voor een zwart lichaam evenredig is met T^4

$$R(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)}$$

→

$$P_{\text{blackbody}} = \sigma AT^4, \quad \sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

- Oplossing :
 stel $x = hc/\lambda kT$
 voer dit in in de integraal en zet de constanten voorop
 (integraal niet verder proberen uitwerken)

12

34.2 Oefening : zonne-energie

De oppervlaktetemperatuur van de zon (=zwarte straler) is 5800K.

→ afstanden : $r_z = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$; $r_A = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $r_{AZ} = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ m}$;

Bereken :

- De totale energie per sec (resp. per dag) door de zon uitgezonden
- De golflengte waarbij het meeste energie wordt uitgezonden
- De intensiteit van de zonnestraling in de buurt van de aarde
- De totale hoeveelheid zonne-energie die per sec (resp. per dag) op de aarde invalt
- Het verlies aan massa van de zon (per dag) ($E = mc^2$)
- (opm : elektriciteitsverbruik in België per dag $\sim 10^{15} \text{ J}$)

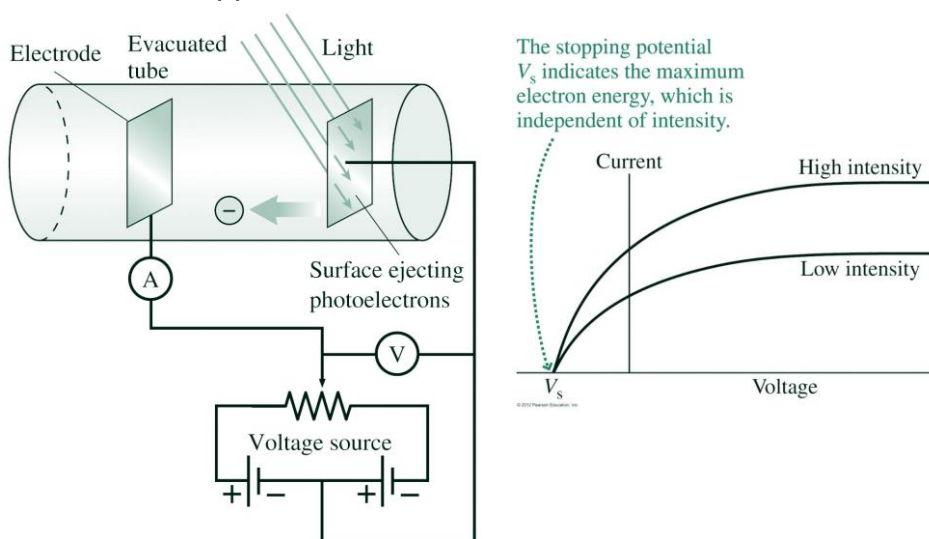
$$\lambda_{\text{peak}} T = 2,898 \text{ mm} \cdot \text{K}$$

$$P_{\text{blackbody}} = \sigma AT^4, \quad \sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

13

34.3 Het Fotoelektrisch Effect

- Het **fotoelektrisch effect** is het vrijkomen van elektronen uit een metaaloppervlak dat beschienen wordt met licht.



14

34.3 Het Fotoelektrisch Effect

- *Volgens klassieke fysica:*
 - Het duurt enige tijd (bij lage lichtintensiteit) voor de elektronen genoeg energie hebben geabsorbeerd om vrij te komen.
 - Energie van elektronen hangt af van de lichtintensiteit.
 - De kleur (golflengte) van het licht is niet belangrijk.
- *Experimenteel:*
 - Elektronen komen onmiddellijk vrij.
 - Energie van elektronen onafhankelijk van lichtintensiteit.
 - Energie elektronen hangt af van kleur licht (dus golflengte). Er komen geen elektronen vrij als de golflengte groter is dan een bepaalde max. golflengte, afhankelijk van het metaal.

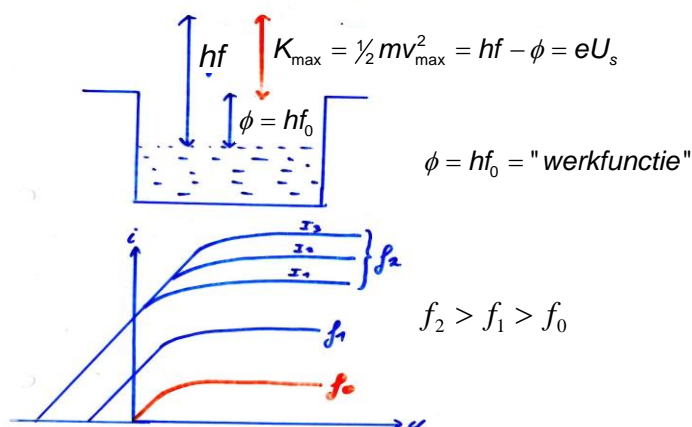
© Johan D'heer

15

34.3 De Oplossing van Einstein (1905)

$$K_{\max} = hf - \phi = hf - hf_0 = eU_s$$

Het Fotoelektrisch Effect



16

34.3 De Oplossing van Einstein (1905)

- De energie van het licht komt in deeltjesachtige “bundels”, quanta of **fotonen** genoemd.
- De energie van één enkel foton is $E = hf$, met f de frequentie van het licht en h de constante van Planck.
- Hoe intenser het licht, hoe meer fotonen—maar de energie van elk foton afzonderlijk houdt geen verband met de intensiteit van het licht.
- Elk materiaal heeft een minimale energie nodig, de **werkfunctie** ϕ , om een elektron te kunnen vrijmaken.
- De maximale kin. energie van de vrijgekomen elektronen is

$$K_{\max} = hf - \phi$$

- K_{\max} hangt enkel af van de fotonenergie (dus van de frequentie van het licht), niet van de lichtintensiteit.

© Johan D'heer

17

Table 34.1 Work Functions

Element (Symbol)	ϕ (eV)
Silver (Ag)	4.26
Aluminum (Al)	4.28
Cesium (Cs)	2.14
Copper (Cu)	4.65
Potassium (K)	2.30
Sodium (Na)	2.75
Nickel (Ni)	5.15
Silicon (Si)	4.85

© Johan D'heer

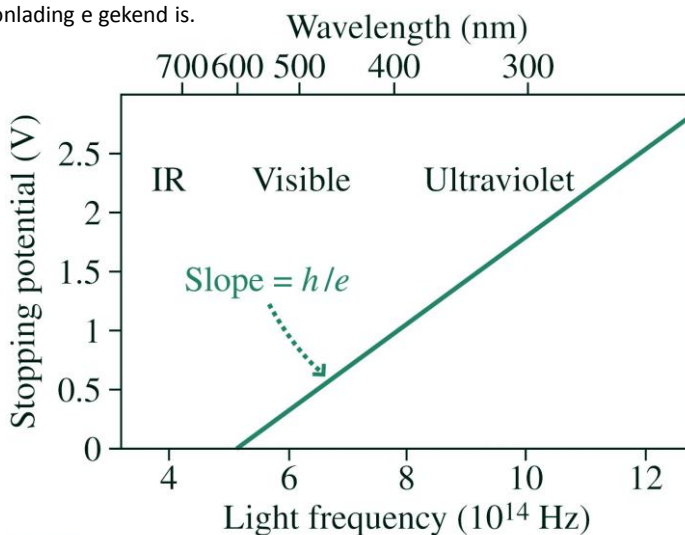
© 2012 Pearson Education, Inc.

18

34.3 De Oplossing van Einstein

$$K_{\max} = eU_s = hf - \phi \rightarrow U_s = (h/e)f - (\phi/e)$$

Met dit experiment kan uit de rico (h/e) de cte van Planck (h) worden bepaald als de elektronlading e gekend is.



© Johan D'heer

© 2012 Pearson Education, Inc.

19

Conceptvraag

- Monochromatic light strikes a metal surface and electrons are ejected from the metal. If the intensity of the light is increased, what will happen to the ejection rate and maximum energy of the electrons?
 - A) greater ejection rate; same maximum energy
 - B) same ejection rate; greater maximum energy
 - C) greater ejection rate; greater maximum energy
 - D) same ejection rate; same maximum energy

© Johan D'heer

20

Conceptvraag

- A beam of red light and a beam of violet light each deliver the same power on a surface. For which beam is the number of photons hitting the surface per second the greatest?
 - A) the red beam
 - B) the violet beam
 - C) It is the same for both beams.

© Johan D'heer

21

34.3 Golf-Deeltje Dualiteit

- Energie van electromagnetische golven is op dezelfde wijze gekwantiseerd als de atomaire vibraties in de theorie van de zwarte straling door Planck.
 - Vermits $f\lambda = c$, is de energie van een kwantum electromagnetische straling (een foton) $E = hf = hc/\lambda$.
- Uit de bevindingen van Einstein volgt dat licht zowel een deeltjes-karakter als een golf-karakter heeft.
 - Dit is een voorbeeld van de **golf-deeltje dualiteit**, wat een centrale rol speelt in de zgn. kwantumfysica.
 - Een foton heeft ook een impuls $p = hf/c = h/\lambda$ (zie 33.7)
 - Opm.: Einstein kreeg in 1921 de Nobelprijs voor de verklaring van het fotoelektrisch effect (en niet voor zijn relativiteitstheorie).
 - Max Planck had in 1918 reeds de Nobelprijs gekregen voor de ontdekking van het “elementair energiequantum hf ”

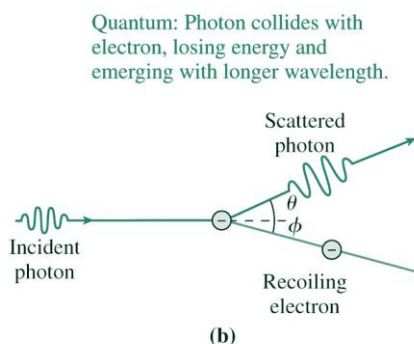
© Johan D'heer

22

34.3 Het Compton Effect

Elektromagnetische straling interageert met elektronen alsof deze elm straling uit deeltjes bestond die een elastische botsing ondergaan met de (stilstaande) elektronen (behoud van impuls en behoud van kinetische energie) $\rightarrow hf_0 = hf + KE(\text{elektron})$
De frequentie wordt kleiner, de golflengte wordt groter.

Dit fenomeen, waargenomen in 1923, was een duidelijk bewijs van het "deeltjeskarakter" van fotonen.



Compton shift (verschuiving) :
$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

Compton verstrooiing met gamma straling wordt gebruikt voor onderzoek naar de structuur van materie, o.a. in de geneeskunde (beenderstructuur en defecten)

23

34.4 Atomen en Atomaire Spectra

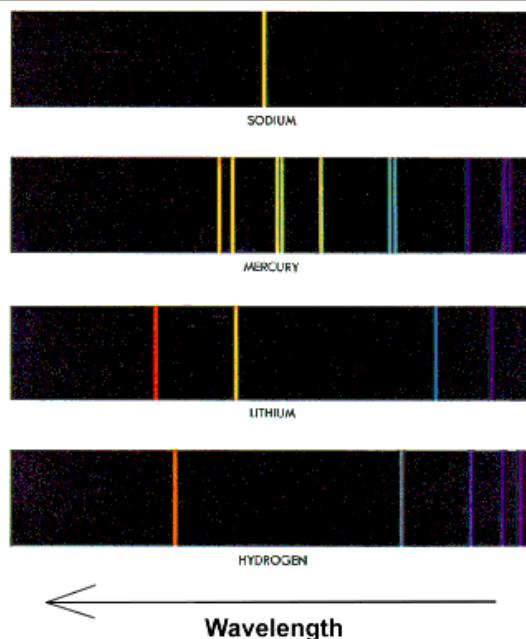
- Volgens de klassieke theorie van electromagnetisme moeten elektronen die rond de kern draaien hun energie uitstralen en uiteindelijk in de kern terecht komen.
 - Volgens klassieke fysica kunnen atomen zoals we ze kennen dus niet bestaan!
- Geïsoleerde atomen (bvb. atomen in een verdund gas) zenden enkel discrete kleuren uit (**spectraallijnen** in een spectroscop).
 - Klassieke fysica kan spectraallijnen niet verklaren.
 - Vb.: spectrum van waterstof:



© Johan D'heer

24

34.4 Atomen en Atomaire Spectra



© Johan D'heer

25

34.4 De Oplossing van Bohr

- In 1913 stelt Niels Bohr een model voor om het bestaan van atomen en hun spectra te verklaren.
 - In het **Bohr atoom** zijn slechts bepaalde banen voor de elektronen rond de kern toegelaten en deze zijn stabiel.
 - De toegelaten banen zijn deze waarvoor het impulsmoment een geheel veelvoud is van $\hbar = h / 2\pi$ (constante van Planck gedeeld door 2π):

$$mvr = n\hbar$$

- Gevolg: kwantisatie van stralen van banen en energieën, d.w.z. slechts welbepaalde banen en energieën zijn toegelaten. ($n=1,2,3,\dots$)
- Oef. : toon aan dat $mvr = n\hbar$ overeenkomt met $2\pi r = n\lambda$ m.a.w. enkel cirkelbanen met omtrek = geheel aantal golflengten zijn stabiel en dus toegelaten. (Maak gebruik van $p = h/\lambda$)

© Johan D'heer

26

34.4 De Oplossing van Bohr

- Wanneer een elektron naar een lagere baan gaat geeft het energie af onder vorm van een foton met energie gelijk aan het energieverval ΔE tussen de banen.

$$hf = \Delta E$$

- Een elektron in een lagere baan kan een foton absorberen van de gepaste energie en zo in een hogere baan terechtkomen.
- Gevolg: er worden slechts bepaalde frequenties uitgezonden of geabsorbeerd.

Op basis van $K = \frac{1}{2} mv^2$, $U = -kZe^2 / r$ en $mvr = n\hbar$

kan men de toegelaten banen (stralen r_n) en toegelaten

energieniveaus E_n berekenen (bewijs Wolfson : niet kennen)

$$E_n = -\frac{k^2 Z^2 e^4 m}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad \text{en} \quad r_n = -\frac{kZe^2}{2E_n} = \frac{n^2 a_0}{Z} \quad \text{met} \quad a_0 = \frac{\hbar^2}{mke^2}$$

27

34.4 Atomaire Spectra in het Bohr Atoom

- In het Bohr model van waterstof ($Z=1$) zijn de toegestane energieën

$$E_n = -\frac{ke^2}{2a_0} \left(\frac{1}{n^2} \right) = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$$

met a_0 de zgn. **Bohrstraal**: $a_0 = \frac{\hbar^2}{mke^2} = 0,0529 \text{ nm}$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \text{Coulomb cte}$$

m = massa elektron

- Merk op:
- Energieën zijn negatief: gebonden toestanden.
- E_1 is de grondtoestand, de andere zijn "geëxciteerde" toestanden
- Naarmate n groter wordt, liggen de energieniveaus dichter bij elkaar.

34.4 Energieniveau diagram H-atoom

- De golflengten van de spectraal-lijnen van waterstof (zie **energie-niveau diagram**), volgen uit de energieën geassocieerd met transities tussen de energieniveaus ($n_1 \rightarrow n_2$):

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = \Delta E = E_{n_1} - E_{n_2} = \frac{ke^2}{2a_0} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad R_H = \frac{ke^2}{2a_0 hc} = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

- We spreken in dat verband over de:
 - Lyman series: $n_2 = 1$ (UV)
 - Balmer series: $n_2 = 2$ (o. a. zichtbaar licht)
 - Paschen series: $n_2 = 3$ (IR)

© Johan D'heer

29

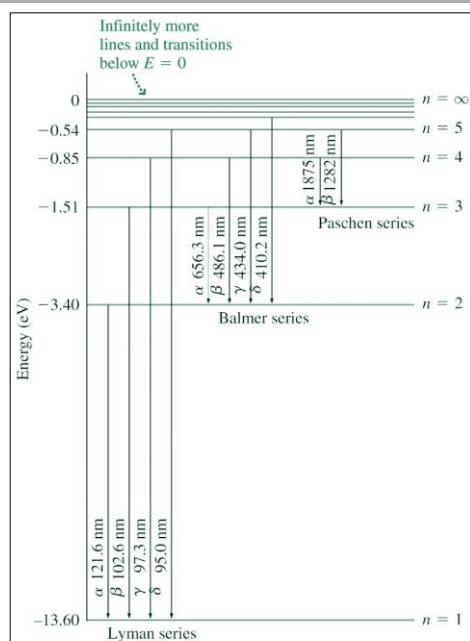
34.4 Energieniveau diagram H-atoom

$$E_n = -\frac{ke^2}{2a_0} \left(\frac{1}{n^2} \right) = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$$

$$hf = E_{n_1} - E_{n_2} = \frac{ke^2}{2a_0} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

© Johan D'heer



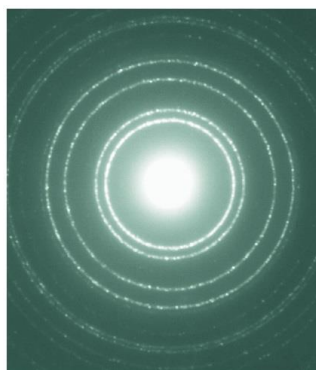
© 2012 Pearson Education, Inc.

30

34.5 Materie Golven

- Licht heeft een tweevoudige natuur: zowel deeltje als golf.
- In 1923 suggereerde Louis de Broglie dat dit ook het geval zou zijn voor materie.
- De golflengte van de golven geassocieerd met een deeltje met impuls p is $\lambda = h/p$.
- De hypothese van de Broglie's werd bevestigd door diffractie met elektronenbundels.

Diffractie pattern produced
by a beam of electrons

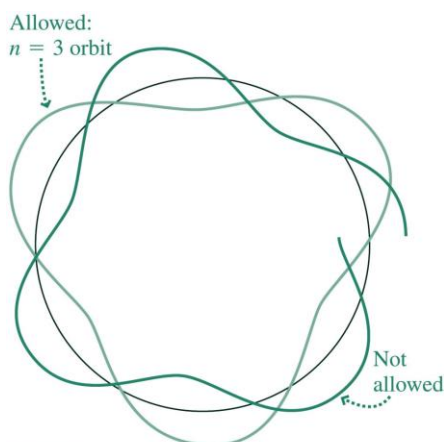


© Johan D'heer

31

34.5 Materie Golven

- Golfverschijnselen met materie zijn enkel waarneembaar voor heel kleine objecten of bij heel lage temperaturen (kleine p).
- Materiegolven verklaren de kwantizatieregels van Bohr: enkel een staande golf past in een baan waaruit de regel van Bohr volgt.



© Johan D'heer

© 2012 Pearson Education, Inc.

32

34.5 Elektronenmicroscop

- Rayleigh criterium bepaalt de onderscheidbaarheid bij een microscoop:

$$\theta_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

- Hoe kleiner de golflengte van het gebruikte licht, hoe groter de onderscheidbaarheid (hoe dichter twee voorwerpen bij elkaar mogen liggen).
- In elektronenmicroscop maakt men gebruik van het golfkarakter van elektronen met hoge snelheid (hebben zeer kleine λ).

© Johan D'heer

33

34.5 Elektronenmicroscop

- Typische waarden:
 energie elektronen: 50-100 keV → golflengte: $\approx 0,005$ nm
 vergroting: 10^5



© Johan D'heer

© 2013 Pearson Education, Inc.

34