# Wiskunde A

Bert De Saffel

2017-2018

# Inhoudsopgave

# Deel I

# Theorie

# Hoofdstuk 1

# Complexe Getallen

### Inleiding

- $\mathbb{N}$ = Natuurlijke getallen: {0, 1, 2, 3, ...}
- $\mathbb{Z}$ = Gehele getallen: {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...}
- $\mathbb{Q}$ = Rationale getallen: $\{\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{7}{2}, ... \}$
- $\mathbb{R}$ = Reële getallen: $\{ \sqrt{2} , \pi \}$
- $\mathbb{C}$ = Complexe getallen: $j^2 = -1$, $j$ = imaginaire eenheid

**Definitie** $z = a + bj$ met $z \in \mathbb{C}$, $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$ en $j = \sqrt{-1}$ met

- $Re(z) = a$
- $Im(z) = b$

### 3 Vormen

- Cartesische vorm: $z = a + bj$
- Goniometrische vorm: $z = r[cos(\theta) + jsin(\theta)]$
- Exponentiële vorm: $re^{j\theta}$

### a en b

- $a = rcos(\theta)$

- $b = rsin(\theta)$

### r en $\theta$

- $r \geq 0$
- $r = \sqrt{a^2 + b^2}$
- $\theta \in [0, 2\pi]$
- $\theta \in ]-\pi, \pi[$
- $tg(\theta) = \frac{b}{a}(+\pi)$

### Complex toegevoegde

- Cartesische vorm: $\overline{z} = a - bj$
- Exponentiële vorm: $\overline{z} = re^{-j\theta}$

### Bewerkingen

- $z_1 + z_2$
- $z_1.z_2 = (r_1.r_2)e^{j(\theta_1+\theta_2)}$
- $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}e^{j(\theta_1-\theta_2)}$
- $z^n = r^n e^{jn\theta}$
- $\sqrt[n]{z} = r^{\frac{1}{n}} e^{j\frac{1}{n}}(\theta + 2k\pi)$

# Hoofdstuk 2

# Limieten

### Limiet naderen

- $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} en \lim_{x\to+\infty}$
- $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a^-} en \lim_{x\to a^+}$ met $a \in \mathbb{R}$

### Bijzondere limieten

- $\lim_{x\to\infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0}{b_k x^k + b_{k-1}x^{k-1} + ... + b_1 x + b_0} = \frac{a_n x^n}{b_k x^k}$
- $\lim_{x\to 0} \frac{sin(x)}{x} = 1$
- $\lim_{x\to 0} \frac{tg(x)}{x} = 1$
- $\lim_{x\to\infty} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{y\to\infty} (1+\frac{1}{y})^y = e$

### Onbepaaldheden

- $\frac{0}{0}$
- $\frac{\infty}{\infty}$
- $+\infty - \infty$
- $0.\infty$
- $0^0$
- $\infty^0$

- $1^\infty$

## Wegwerken onbepaaldheden

- Gemeenschappelijke factor van teller en noemer vinden
- Toegevoegde waarde van teller, noemer of beiden
- $f(x) * g(x) = \frac{f(x)}{1/g(x)}$
- $f(x)^{g(x)} = e^{ln(f(x)^{g(x)})}$

  Geldig voor:

  $0^0$

  $\infty^0$

- $\lim_{x \to \ldots} (1 + g(x))^{\frac{1}{g(x)}}$

  Geldig voor:

  $1^\infty$

# Hoofdstuk 3

# Afgeleiden

### Berekenen van afgeleiden

- $(f.g)' = f'.g + f.g'$
- $(\frac{f}{g})' = \frac{f'.g - f.g'}{g^2}$
- $(f^n)' = nf^{n-1}.f'$
- $(lnf)' = \frac{f'}{f}$
- $(e^f)' = e^f.f'$
- $(bgtg\ x)' = \frac{1}{1+x^2}$
- $(bgsin\ x)' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
- $(bgcos\ x)' = \frac{-1}{\sqrt{1+x^2}}$

### Regel van L'Hopital

- Als $\lim_{x\to\ldots} \frac{f}{g} = \frac{0}{0}\ OF\ \frac{\infty}{\infty}$
- Dan $\lim_{x\to\ldots} \frac{f}{g} = \lim_{x\to\ldots} \frac{f'}{g'}$

## Raaklijn en normaal

- Raaklijn : $y - y_p = y'_p(x - x_p)$
- Normaal : $y - y_p = \frac{1}{y'_p}(x - x_p)$

## Foutentheorie

- $AF(y) \approx |f'(x)| \pm AF(x)$
- $f(x + AF(x)) \approx f(x) + |f'(x)| \pm AF(x)$

## Extremum

- f heeft een extremum in x = a als
  1. $f'(a) = 0$
  2. $f'$ verandert van teken in x = a

  $\Rightarrow$ via tekentabel

# Hoofdstuk 4

# Parameterkrommen

### Notatie

$K : \begin{cases} x(t) \\ y(t) \end{cases}$

### Afleiden

- $y' = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}$
- $y'' = \dfrac{dy'}{dx} = \dfrac{dy'/dt}{dx/dt}$

### Raaklijn en normaal

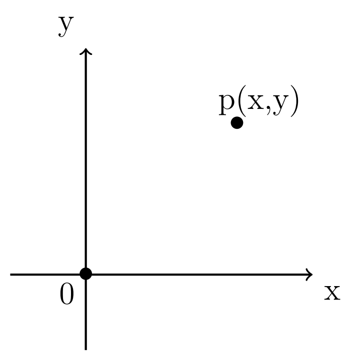
- Raaklijn : $y - y_p = y'_p(x - x_p)$
- Normaal : $y - y_p = \dfrac{1}{y'_p}(x - x_p)$

# Hoofdstuk 5

# Poolcoördinaten

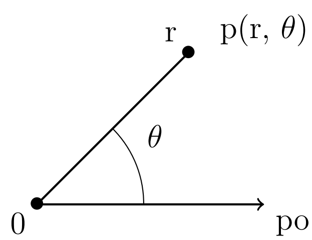
**Voorstelling**

- **Cartesische coördinaten:**



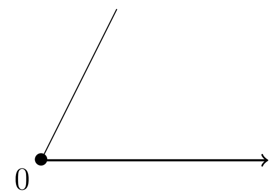

$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$$

- **Poolcoördinaten:**




$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = bgtg\dfrac{y}{x} \end{cases}$$

## Rechte




- $r\cos(\theta - \theta_0) = d_0 \quad (d_0 > 0)$

## Halfrechte

## Verloop functieonderzoek

1. (a) domein en beeld
   (b) Periode
   (c) Symmetrie
      - Symmetrie t.o.v. poolas als $r(-\theta) = r(\theta)$
      - Symmetrie t.o.v. pool als $r(\pi + \theta) = r(\theta)$
      - Symmetrie t.o.v. $\theta \pm \dfrac{\pi}{2}$ als $r(\pi - \theta) = r(\theta)$

   (d) Snijpunten met poolas
   (e) Gedrag in pool
   (f) Raaklijnen pool
2. Afleiden
   - $r' > 0 \Rightarrow r$ stijgt enkel als $\theta$ stijgt
   - $r' < 0 \Rightarrow r$ daalt enkel als $\theta$ stijgt
   - $r' = 0 \Rightarrow$ raaklijn $\perp$ voerstraal. r moet $\neq 0$
   - $r' = \infty \Rightarrow$ raaklijn $=$ voerstraal. r moet $\neq 0$
3. Tabel en schets