Hoofdstuk 12

Essential University Physics

Richard Wolfson
2nd Edition

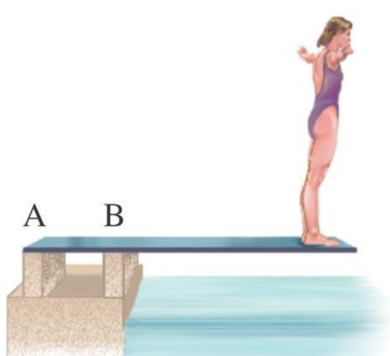
Statisch Evenwicht

Static Equilibrium

 1

Hoofdstuk 12

Statisch Evenwicht



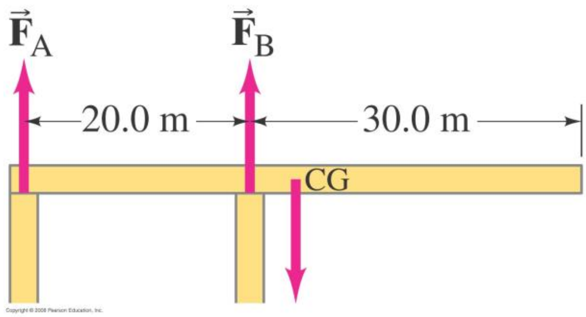
De duikplank is in A en B vastgemaakt aan de steunbalken. Welke uitspraak omtrent de krachten die **op** de duikplank worden uitgeoefend is juist :

a) Fa omlaag, Fb omhoog en Fb>Fa
b) Fa omlaag, Fb omhoog en Fb<Fa
c) Fa omhoog, Fb omhoog en Fb>Fa
d) Fa omhoog, Fb omhoog en Fb=Fa

 2

Hoofdstuk 12

Statisch Evenwicht



Gegeven : massa balk m = 1200 kg (mg = 12000 N)
Gevraagd : Fa en Fb ?
Vergelijk met vorige : De aanname voor de zin van Fa is verkeerd, maar dat is niet noodzakelijk een ramp :
Bij uitwerking (zie verder) zal Fa negatief uitkomen.

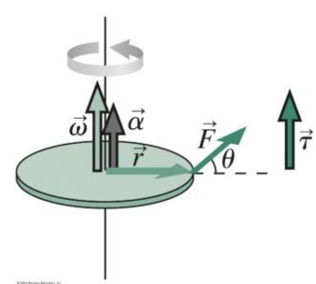
 3

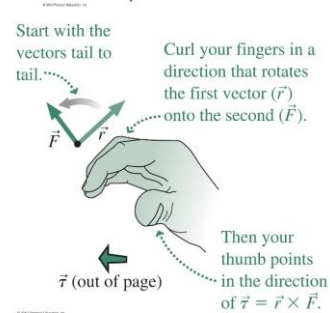
11.2 Richting van het Krachtmoment (Torque)

- Het krachtmoment staat loodrecht op:
  - de kracht en
  - de verplaatsing vanaf de rotatieas naar het punt waar de kracht werkt op het voorwerp.
- De grootte van het krachtmoment is $\tau = rF\sin\theta$
- De zin wordt gegeven door de rechterhandregel.

- Krachtmoment kan je voorstellen door een vektoriëel produkt van $\vec{r}$ en $\vec{F}$:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

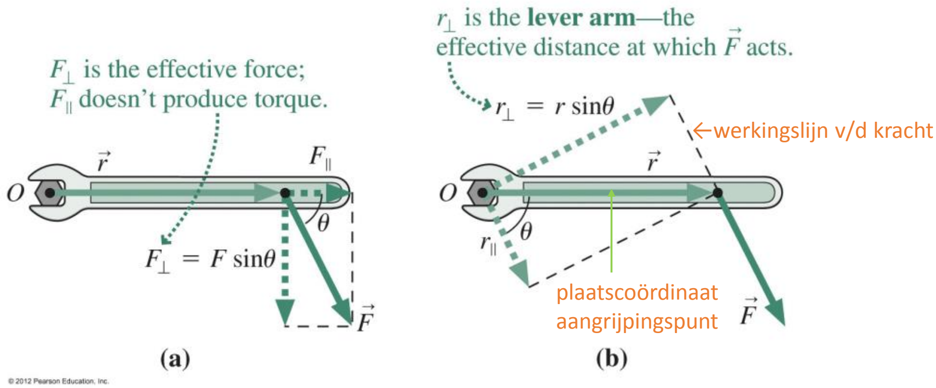




 4

Krachtmoment (Torque)

lever arm = momentarm of “arm”

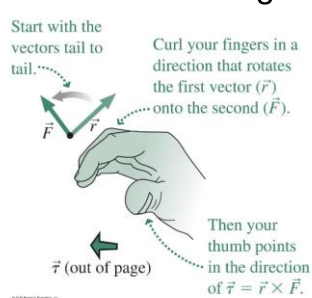


$$\tau = rF\sin\theta$$

$$\tau = r\,(F\sin\theta) \qquad\qquad \tau = (r\ \sin\theta)\,F$$

Het Vektorieel Produkt

- Het vektorieel produkt van twee vektoren $\vec{A}$ en $\vec{B}$ is een vektor $\vec{C}$ met grootte $C = AB\sin\theta$ en een richting en zin gegeven door de rechterhand regel:

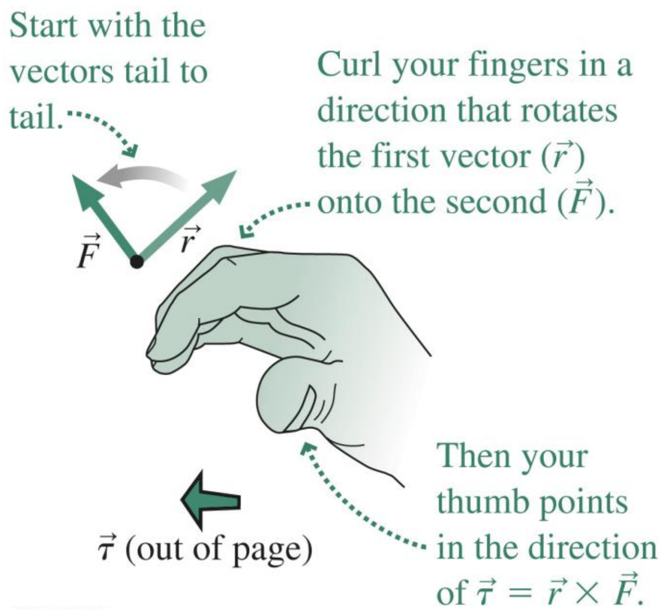


- Enkele eigenschappen van het vektorieel produkt:

$$\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$$

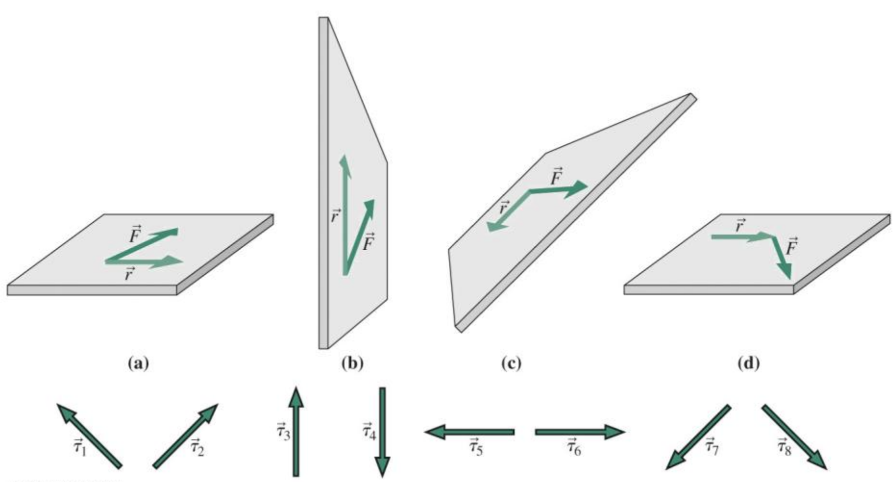
Het Vektorieel Produkt



© Johan D'heer 7

Het Vektorieel Produkt

- Zoek het passend krachtmoment bij (a), (b), (c) en (d)



© Johan D'heer 8

12.1 Voorwaarden voor Statisch Evenwicht

- Een systeem in statisch evenwicht heeft noch een hoekversnelling, noch een lineaire versnelling.
  - Als het in rust is, blijft het in rust.
- De voorwaarden voor statisch evenwicht zijn:
  - Geen nettokracht op het systeem:

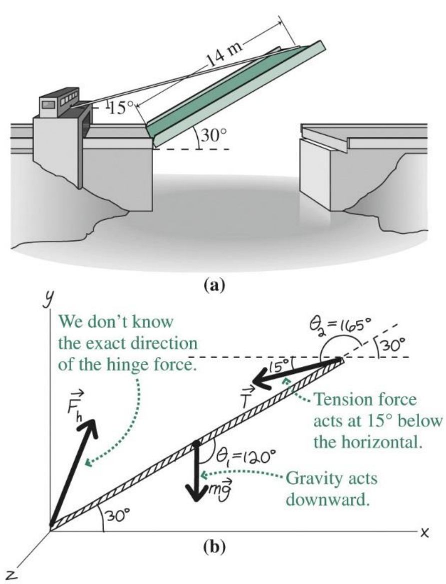
$$\sum \vec{F}_i = \vec{0}$$

  - Geen netto krachtmoment op het systeem:

$$\sum \vec{\tau}_i = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i = \vec{0}$$

    - Krachtmomenten mogen worden berekend t.o.v. een willekeurig punt. (kies dus een punt dat de verdere oplossing zo eenvoudig mogelijk maakt!)

12.1 Voorwaarden voor Statisch Evenwicht



Vb.: Voorwaarden voor evenwicht van een brug:

Torque due to tension $\vec{T}$:

$$\tau_T = LT\sin\theta_2 \quad (\sin 165° = \sin 15°)$$

Torque due to weight $m\vec{g}$:

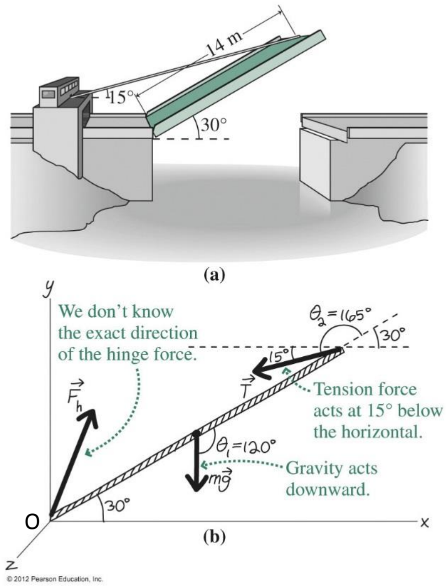
$$\tau_g = -\frac{L}{2} mg\sin\theta_1 \quad (\sin 120° = \cos 30°)$$

$$\sum \vec{\tau}_i = \vec{\tau}_T + \vec{\tau}_g = \vec{0}$$

$$\Rightarrow T = \frac{mg\sin\theta_1}{2\sin\theta_2} = 180kN \approx 1.7mg$$

$m = 11000kg \Rightarrow mg = 108kN$

12.1 Voorwaarden voor Statisch Evenwicht



Vb.: Voorwaarden voor evenwicht van een brug:
Wat is de reactiekracht F_h door het steunpunt O op de brug?
M(brug) = 11 000 kg

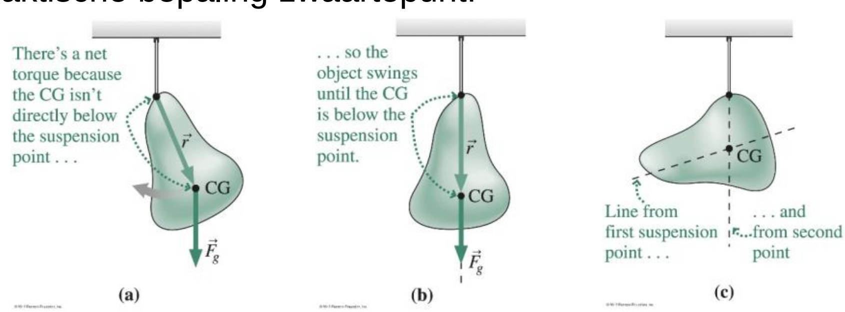
F_{hx} = T cos(15°) = 174 kN
F_{hy} = mg + T sin(15°) = 154 kN

$$F_h = \sqrt{F_{hx}^2 + F_{hy}^2} =$$
$$\sqrt{174^2 + 154^2} kN = 232 kN \approx 2.1 mg$$

$$tg\theta = \frac{F_{hy}}{F_{hx}} = \frac{154}{174} = 0.885 \Rightarrow \theta = 41.5°$$

12.2 Zwaartepunt

- De zwaartekracht werkt op elk deel van een voorwerp.
- Deze krachten stellen zich samen tot één kracht, het gewicht van het voorwerp.
- Het aangrijpingspunt van het gewicht is het **zwaartepunt (center of gravity)**.
- Praktisch: zwaartepunt = massamiddelpunt.
- Praktische bepaling zwaartepunt:



12.3 Hoe Problemen i.v.m. Statisch Evenwicht oplossen?

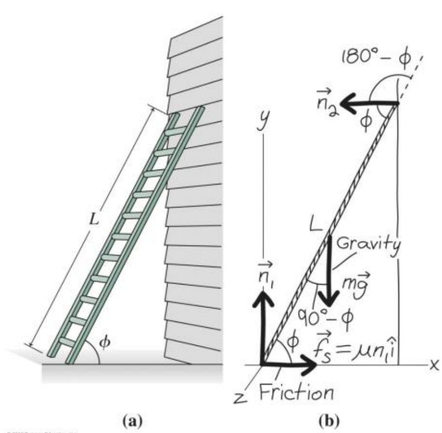
- Bepaal het voorwerp dat zich in statisch evenwicht bevindt.
- Identificeer alle krachten werkend op dit voorwerp (enkel deze krachten!)
- Kies een punt O dat als oorsprong zal dienen voor de bepaling van de krachtmomenten.
- Bereken de componenten van $\sum \vec{F_i} = 0$ in een gepast assenkruis.
- Stel momenten die zorgen voor draaiing in wijzerzin rond O gelijk aan momenten die zorgen voor draaiing in tegenwijzerzin rond O.

Voorbeeld: Een Ladder tegen een Muur

- Voor welke hoek ϕ zal de ladder beginnen glijden?

Onderstel géén wrijving langs de muur; wrijvingscoëff. met de grond = μ = μ_s (= 0,5)

Krachten werkend op de ladder



Forces in both directions sum to zero:

Force, *x*: $\mu n_1 - n_2 = 0$

Force, *y*: $n_1 - mg = 0$

The torques are all perpendicular to the plane of the page, so there's only one torque equation:

Torque: $Ln_2 \sin\phi - \frac{L}{2} mg \cos\phi = 0$

Solve the three equations to get

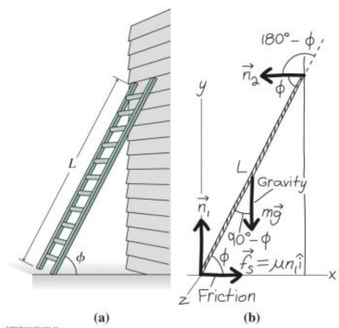
$$\tan\phi = \frac{\sin\phi}{\cos\phi} = \frac{1}{2\mu}$$

Voorbeeld: Een Ladder tegen een Muur

- Voor welke hoek ϕ zal de ladder beginnen glijden?

Onderstel géén wrijving langs de muur; wrijvingscoëff. met de grond = $\mu = \mu_s$ (= 0,5)

Krachten werkend op de ladder



$$\tan\phi = \frac{\sin\phi}{\cos\phi} = \frac{1}{2\mu}$$

Opmerkingen :

- Als de ladder steiler staat dan de grenswaarde is $f_s < \mu_s n$
- Grenswaarden (onbelaste ladder)
  - $\mu_s = 0.2$ ➔ ϕ >= 68°
  - $\mu_s = 0.5$ ➔ ϕ >= 45°
  - $\mu_s = 0.8$ ➔ ϕ >= 32°
- Reactiekacht (hoek θ met de horizontale)

Force, *x*: $\mu n_1 - n_2 = 0$

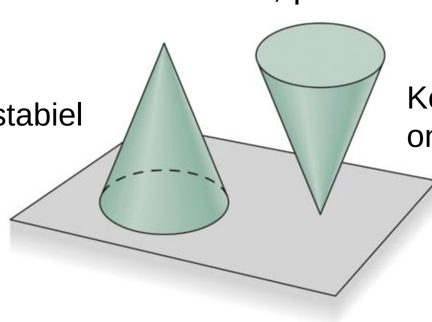
Force, *y*: $n_1 - mg = 0$

$\tan(\theta) = f_y / f_x = n_1 / \mu\, n_1 = 1 / \mu = 2 \tan(\phi)$

Stabiliteit

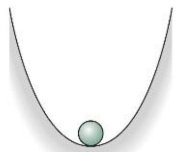
- **Stabiel evenwicht:** een kleine verstoring uit evenwicht resulteert in krachten en/of krachtmomenten die het evenwicht trachten te herstellen, potentiële energie stijgt.
- **Onstabiel evenwicht:** een kleine verstoring brengt het systeem verder uit evenwicht, potentiële energie daalt.

Kegel op zijn grondvlak is stabiel

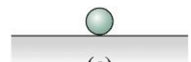


Kegel op zijn top is onstabiel

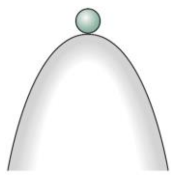
Soorten Stabiliteit


(a)

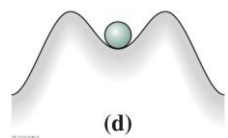
Stabiel evenwicht


(c)

Neutraal stabiel evenwicht

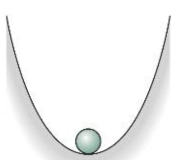

(b)

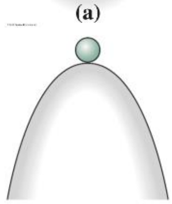
Onstabiel evenwicht

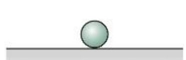

(d)

Metastabiel of **conditioneel stabiel evenwicht**

Soorten Stabiliteit


(a)


(b)


(c)

Stabiel evenwicht

Evenwicht: $\frac{dU}{dx} = 0$, stabiel: $\frac{d^2U}{dx^2} > 0$

$$Veer: \quad U = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow \frac{dU}{dx} = kx \text{ (rechte door O)} \Rightarrow \frac{d^2U}{dx^2} = k > 0$$

Onstabiel evenwicht

Evenwicht: $\frac{dU}{dx} = 0$, onstabiel: $\frac{d^2U}{dx^2} < 0$

Neutraal stabiel evenwicht

Evenwicht: $\frac{dU}{dx} = 0$, neutraal stabiel: $\frac{d^2U}{dx^2} = 0$