FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN

### Hoofdstuk 32

# **Essential University Physics**

Richard Wolfson 2<sup>nd</sup> Edition

# **Interferentie en Diffractie**

Interference and Diffraction



# **Destructieve and Constructieve Interferentie**



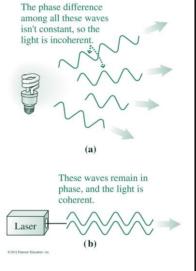
Waar komen de kleuren in deze zeepbellen vandaan?

- a) Chemicaliën in de zeep
- b) Dispersie omdat de brekingsindex afhangt van de golflengte
- c) Het mengsel zeep water is niet homogeen
- d) Interferentie van lichtgolven die aan binnen en buitenkant van het zeepvlies worden gereflecteerd

Giancoli

### 32.1 Interferentie and Coherentie

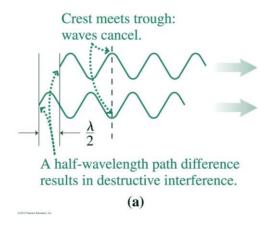
- Interferentie van licht zie je het best met coherent licht.
  - Coherent als twee interfererende golven een constant faseverschil hebben dat hetzelfde blijft gedurende verschillende perioden.
  - Coherentie vereist ook dat interfererende lichtbundels exact dezelfde frequentie en dus golflengte of kleur hebben.
  - Lasers zijn bijna ideale bronnen van coherent licht.
    - Bijna monochromatisch licht, bestaat uit nauwe band van golflengten.



Johan D'heer

### **Destructieve and Constructieve Interferentie**

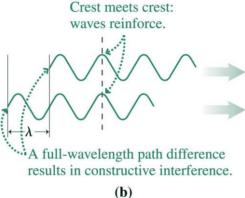
- **Destructieve interferentie** treedt op wanneer twee interferende golven volledig uit faze zijn (faseverschil =  $\pi$ ).
  - Faseverschil  $\pi$  komt overeen met wegverschil =  $\lambda/2$ .
  - De golven doven elkaar uit.



Johan D'heer

### **Destructieve and Constructieve Interferentie**

- · Constructieve interferentie treedt op wanneer twee interfererende golven in faze zijn (faseverschil = 0).
  - Faseverschil 0 komt overeen met wegverschil =  $\lambda$ .
  - De golven versterken elkaar.



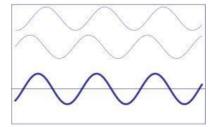
### **Destructieve and Constructieve Interferentie**

- Tussenliggende gevallen behelzen partiële uitdoving of partiële versterking. Dit treedt op wanneer het faseverschil gelijk is aan  $\Delta \phi (\Delta \phi \neq 0 \text{ of } \pi).$ 
  - Een faseverschil Δφ [verschil in het argument van de cosinus functie  $y(x,t) = A\cos(kx \mp \omega t)$ komt overeen met een wegverschil waarbij

$$\Delta \phi = k \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x \quad met \quad \lambda = vT = \frac{c}{n} T = \frac{\lambda_{vacuum}}{n} \quad zodat \quad \Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda_{vacuum}} (n\Delta x)$$

met n = brekingsindex en (n  $\Delta x$ )= optisch weglengteverschil

- De golven gaan elkaar gedeeltelijk uitdoven of versterken.



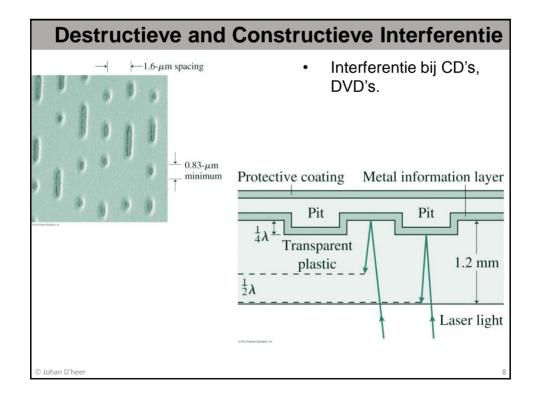
### **Destructieve and Constructieve Interferentie**

### Samengevat:

- Wegverschil =  $(2m+1)\frac{\lambda}{2}$  (of faseverschil =  $(2m+1)\pi$ ): uitdoving van golven.
- Wegverschil =  $m\lambda$  (of faseverschil =  $m2\pi$ ): versterking van golven.
- Wegverschil  $\neq (2m+1)\frac{\lambda}{2}$  of  $\neq$  m  $\lambda$  (of faseverschil  $\neq$   $(2m+1)\pi$  of  $\neq$  m $2\pi$ ): gedeeltelijke versterking en uitdoving van golven.

Opgelet : naast faseverschil ten gevolge van weglengteverschil kunnen ook nog bijkomende **fasesprongen** optreden (bv reflectie tegen optisch dichter medium : fasesprong  $\pi$ )

Dohan D'hee



# 32.2 Dubbelspleetinterferentie

- Interferentie afkomstig van twee coherente bronnen produceert een patroon van lichte en donkere interferentie franjes (fringes).
- De twee coherente bronnen kan men maken door licht van één bron door twee nauwe spleetjes te zenden op een afstand d van elkaar.
- Plaatsen van heldere franjes worden gegeven  $door (dsin\theta : zie volgende blz)$

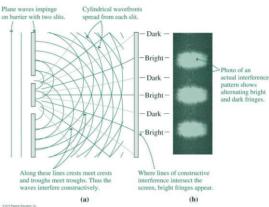
$$d\sin\theta = m\lambda$$

met *m* een geheel getal en  $\lambda$  de golflengte.

Donkere franjes op plaatsen waar

$$d\sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

Johan D'hee



# **Dubbelspleetinterferentie**

- Weglengteverschil tussen twee stralen is  $d\sin\theta$ , want de twee stralen lopen praktisch evenwijdig (L groot).
- Constructieve interferentie als

$$d \sin \theta = m\lambda$$
 of  $\theta \approx m(\lambda/d)$ 

Destructieve interferentie als

$$d\sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

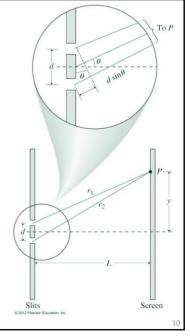
Corresponderend faseverschil \( \phi : \)

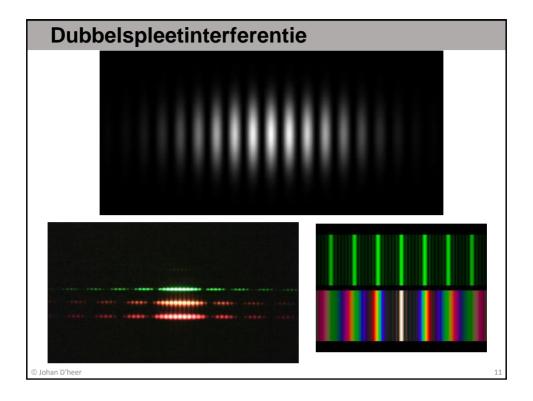
$$\phi = kx = kd \sin \theta \approx kd\theta$$

$$\theta \approx tg\theta = y/L$$

$$\phi \approx \frac{kdy}{L} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{L} y$$

Johan D'hee



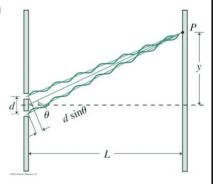


# Intensiteit bij Dubbelspleetinterferentie

 Om de gemiddelde intensiteit van het licht in P te berekenen moet men de elektrische veldsterkte in P berekenen: (formules van Simpson)

$$\begin{split} E_1 &= E_{\rm p} \sin \omega t, \ E_2 = E_{\rm p} \sin(\omega t + \phi) \\ E &= E_1 + E_2 = \frac{2E_{\rm p}}{\cos(\phi/2)} \sin(\omega t + \phi/2) \end{split}$$

 En daar intensiteit evenredig is met het kwadraat van de amplitude :



$$\overline{S} = 4\overline{S}_0 \cos^2\!\left(\frac{\phi}{2}\right) = 4\overline{S}_0 \cos^2\!\left(\frac{\pi \textit{d}}{\lambda \textit{L}} \textit{y}\right) \qquad \textit{opm.} : \overline{S}_0 = \frac{\textit{E}_p^2}{2\mu_0 \textit{c}} \, (\textit{ofr} \, \textit{29.8})$$

met y de afstand van het midden van het scherm tot het punt P,  $\bar{S}_0$  is de gemiddelde intensiteit van 1 spleet, d de afstand tussen de spleten, en L de afstand van de spleten tot het scherm.

Johan D'heer

# Intensiteit bij Dubbelspleetinterferentie

- Maxima (m<sup>de</sup> orde):

$$y_m = m\lambda \frac{L}{d}$$

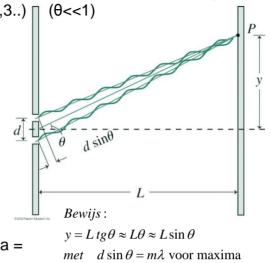
• Minima (mde orde):

$$y_m = (2m+1)\frac{\lambda}{2}\frac{L}{d}$$

Afstand tussen 2
 opeenvolgende
 minima = afstand tussen
 2 opeenvolgende maxima =

$$y_{m+1} - y_m = \lambda L/d$$

© Johan D'hee



en  $d \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$  voor minima

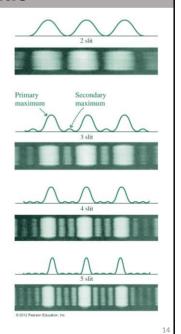
# 32.3 Meer-Spleten Interferentie

 Voor drie of meer spleten blijft de voorwaarde voor constructieve interferentie dezelfde als bij twee spleten, namelijk

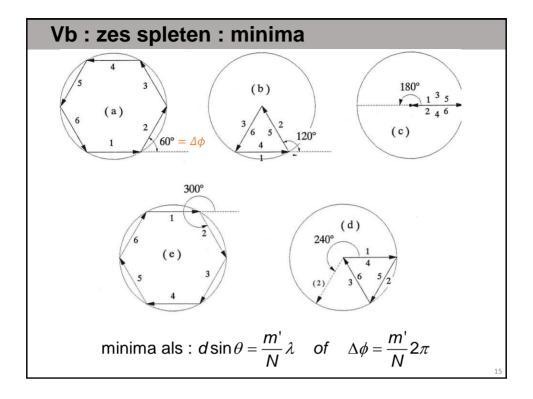
$$d\sin\theta = m\lambda$$

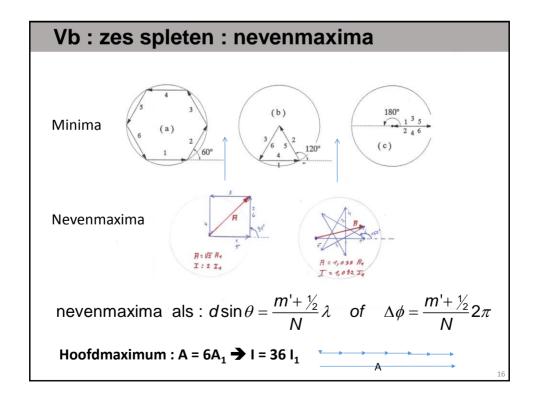
Dit geeft de voorwaarde voor de zgn. **hoofdmaxima.** 

- Naarmate het aantal spleetjes toeneemt, zal de intensiteit van deze maxima vergroten en zullen ze minder breed worden.
- Tussen twee hoofdmaxima bevinden zich N-1 minima, met N het aantal spleetjes.



Iohan D'hee





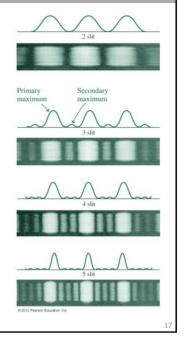
# **Meer-Spleten Interferentie**

 De plaats van de minima wordt bepaald door

$$d\sin\theta = \frac{m'}{N}\lambda$$
 of  $\Delta\phi = \frac{m'}{N}2\pi$ 

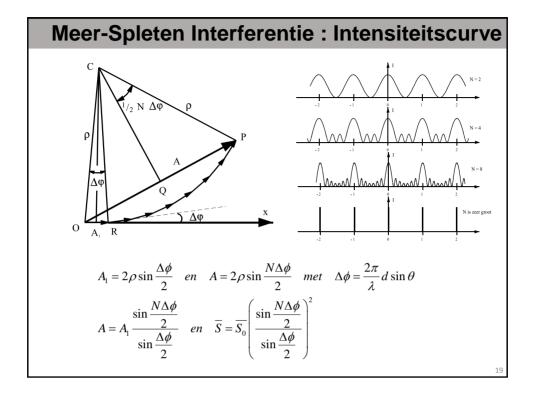
met m' een geheel getal maar geen veelvoud van N.

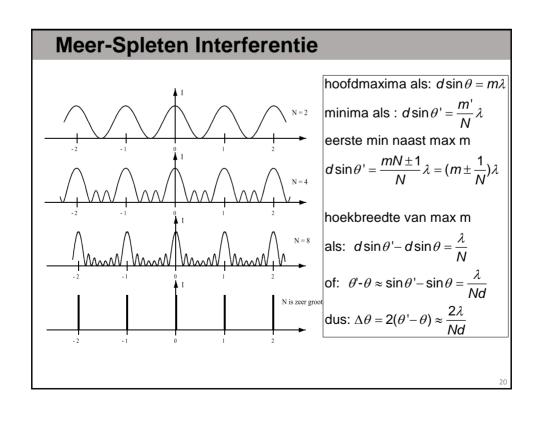
- Tussen twee minima bevindt zich telkens een zgn. nevenmaximum. Hiervan zijn er dus N-2.
- Deze ontstaan door niet-volledige constructieve of destructieve interferentie van golven.
- Naarmate N toeneemt verzwakken deze nevenmaxima, om bij grote N praktisch volledig te verdwijnen.



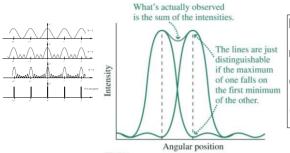
Johan D'hee

**Meer-Spleten Interferentie** · Mogelijkheid tot partiële constructieve en destructieve interferentie. Dit geeft aanleiding tot intermediaire maxima (# N-2) en minima (# N-1) hoofdmaxima als :  $d \sin \theta = m\lambda$ m = 0, 1, 2, ...minima als :  $d \sin \theta' = \frac{m'}{N} \lambda$ m' = 1, 2...N - 1;; N + 1...2N - 1;;...Slits Screen





# Meer-Spleten Interferentie: Rayleighcriterium



hoofdmaxima als:  $d \sin \theta = m\lambda$ minima als :  $d \sin \theta' = \frac{m'}{N} \lambda$ eerste min naast max m  $d \sin \theta' = \frac{mN \pm 1}{N} \lambda = (m \pm \frac{1}{N}) \lambda$ 

Voor welke golflengte  $\lambda' = \lambda + \Delta \lambda$  valt het maximum van orde m samen met het eerste minimum van orde m voor golflengte  $\lambda$ ?

$$(m \pm \frac{1}{N})\lambda = m\lambda' \implies m\lambda \pm \frac{\lambda}{N} = m\lambda + m\Delta\lambda \quad waaruit$$

$$\frac{\lambda}{N} = m\Delta\lambda$$
 =>  $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$  : Rayleighcriterium en "resolutie"

Hoe hoger de orde (m) hoe beter de resolutie

# Diffractieroosters en Spectroscopie

- Een systeem bestaande uit veel, dicht bij elkaar staande spleetjes (N ≈ 1000) is een diffractierooster.
  - Sommige roosters laten het licht door:

transmissieroosters.

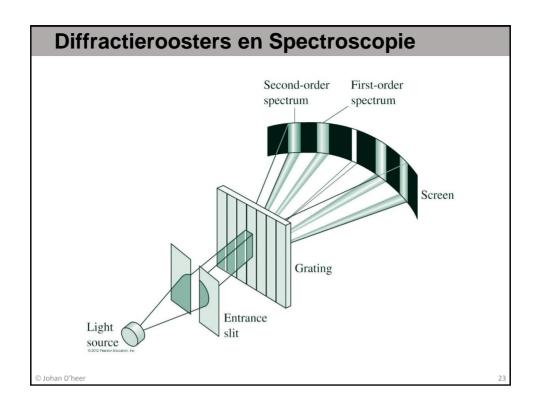
andere reflecteren het licht:

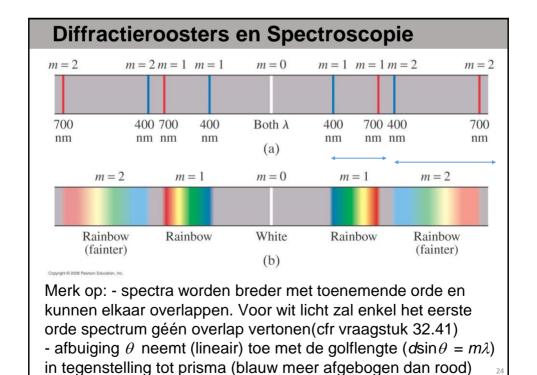
reflectieroosters.

Deze laatste bestaan uit dicht bij elkaar staande krassen op een reflecterend materiaal. Vb. CD, DVD.

- Maxima (licht!) waar  $d\sin\theta = m\lambda$ , dus plaats maxima afhankelijk van  $\lambda$ .
- Een roosterspectrometer maakt hiervan gebruik om licht te ontbinden in de samenstellende golflengten (= kleuren).
- Dit geeft spectra van verschillende orde (m = 1, 2, enz.).

) Johan D'heer



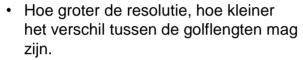


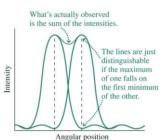
### Diffractieroosters en Spectroscopie

- Twee dicht bij elkaar gelegen golflengten kan men nog net van elkaar onderscheiden als het maximum van de ene golflengte samenvalt met het minimum van de andere.
- De resolutie (resolving power) van het rooster is de mogelijkheid om nabij gelegen golflengten van elkaar te kunnen onderscheiden:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = mN \Rightarrow \Delta \lambda = \frac{\lambda}{mN} = \frac{\lambda}{R}$$

met N het aantal door licht beschenen spleetjes en M de "orde" van het spectrum.





25

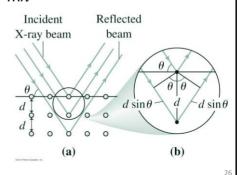
# X-stralen Diffractie

- De regelmatig gerangschikte atomen van een kristal kunnen dienen als diffractierooster voor X-stralen.
  - Reden: golflengte X-stralen (~0.1 nm) is vergelijkbaar met de afstand tussen de atomen.
  - Constructieve interferentie treedt op wanneer voldaan is aan de Bragg voorwaarde:

$$2d\sin\theta = m\lambda$$

 X-stralen diffractie wordt gebruikt om de structuur van kristallen en eiwitten te achterhalen.

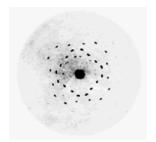
> Vb. Bepaling structuur DNA.



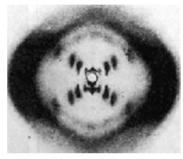
Iohan D'heer

---

### X-stralen Diffractie



Diffractie aan ZnS kristal (1912, von Laue)



Diffractie aan DNA molecule (1953, Rosalind Franklin)

© Johan D'hee

27

# 32.4 Interferentie in Dunne Laagjes

- Terugkaatsing aan beide oppervlakken van een dun laagje leidt tot interferentie tussen lichtstralen welke golflengteafhankelijke interferentiepatronen opleveren.
- Voor berekening wegverschil moet men rekening houden met ev. fasesprongen van de teruggekaatste golf.
- Terugkaatsing aan optisch dichtere stof: fasesprong van π wat overeenkomt met "extra weglengte" λ/2 (vgl terugkaatsing aan vast uiteinde)
- Terugkaatsing aan optisch ijlere stof: geen fasesprong ofwel geen extra weglengte. (vgl terugkaatsing aan vrij uiteinde)

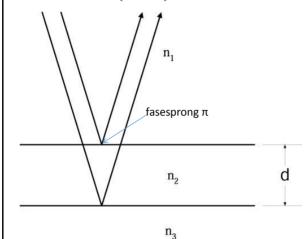
180° phase change  $n=1 \qquad n>1$  air film  $n=1 \qquad n>1$  2
Thin film  $n>1 \qquad n>1 \qquad n>1$  No phase change 0.2012 Pearson Education. Inc.

Johan D'heer

# 32.4 Interferentie in Dunne Laagjes

· Vb.: hier constructieve interferentie als

$$2n_2d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$



Johan D'heer

Als invalshoek klein is (ongeveer **loodrechte inval**) en  $n_1 < n_2$  en  $n_3 < n_2$ 

Dan is  $\Delta \phi = m 2\pi$  als:

$$2n_2d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

 $2n_2d =$ **optisch** weglengteverschil en  $\lambda$ =golflengte in vacuum = c/f met m = 0, 1, 2 ...

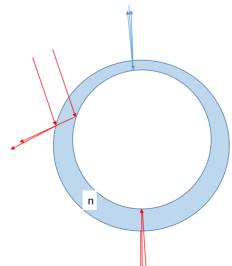
Algemeen:

Maxima afhankelijk van:

- Golflengte
- Laagdikte
- Invalshoek (cfr zeepbel)

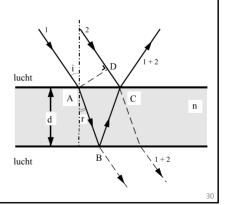
# 32.4 Interferentie in Dunne Laagjes : zeepbel

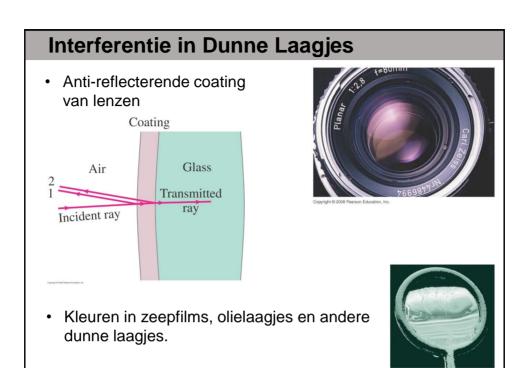
• Vb.: hier constructieve interferentie als  $2n d \cos r = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ 

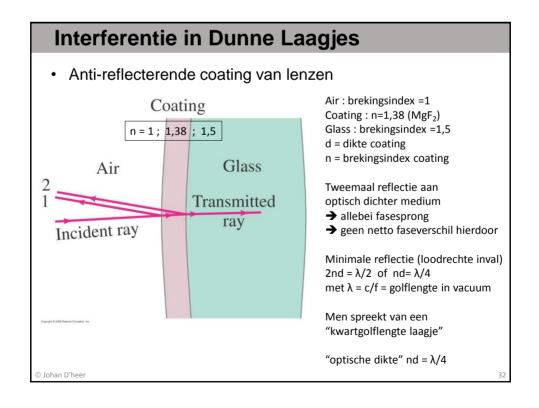


Maxima afhankelijk van :

- Golflengte
- Laagdikte
- Invalshoek



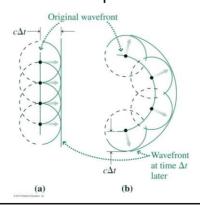




# • Dunne-film interferentie laat toe precisiemetingen te doen aan lenzen en andere optische componenten (vb. spiegels).

# 32.5 Principe van Huygens

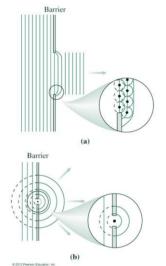
 Het principe van Huygens zegt dat alle punten van een golffront zich gedragen als puntbronnen van sferische golven, zgn. "wavelets", die zich met de lichtsnelheid in het beschouwde medium voortplanten. Na een korte tijd \(\Delta t\), is het nieuwe golffront het unieke vlak rakend aan de zich voortplantende wavelets.



17

### **Diffractie**

- **Diffractie** is het <u>buigen</u> van golven wanneer zij een hindernis passeren of door een opening gaan.
  - Huygens' "wavelets" die ontstaan aan de randen van de hindernis zijn de oorzaak van het buigen van de golffronten aan de randen van de hindernis.
  - Diffractie is het meest zichtbaar wanneer de hindernissen van dezelfde grootteorde of kleiner zijn als de golflengte van de golven (vgl. (a) en (b)).



© Johan D'hee

# **Buiging aan een Enkele Spleet**

 leder punt van de spleet vormt een bron van cirkelvormige golven.

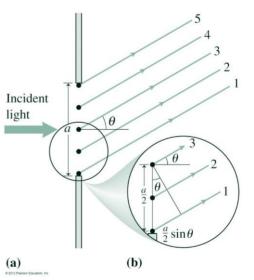
 Deze golven interfereren en vormen een diffractiepatroon.

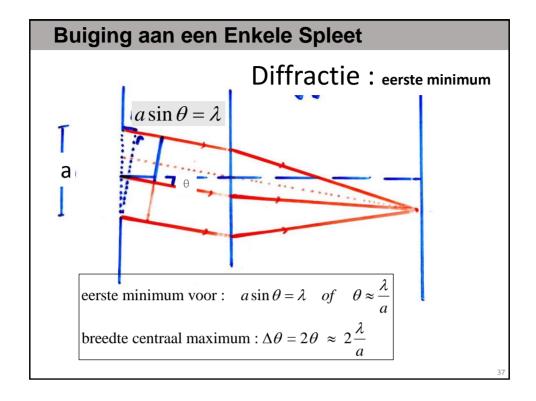
 Minimale intensiteit wordt bepaald door:

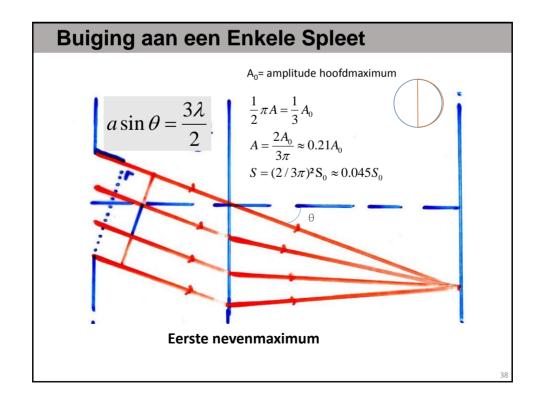
 $a\sin\theta = m\lambda$ 

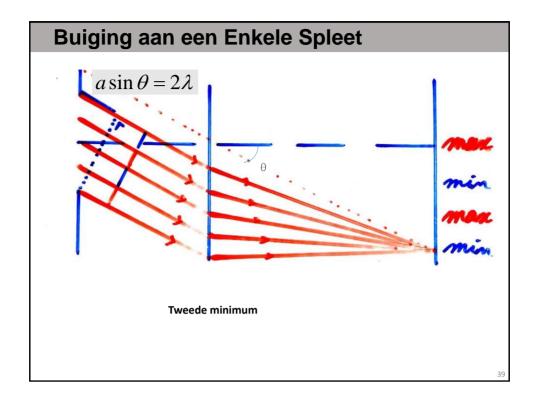
Hierdoor kan de spleet opgedeeld worden in 2m delen die elkaar twee aan twee neutraliseren. (m=1,2,3, ...)

neutraliseren. (m=1,2,3







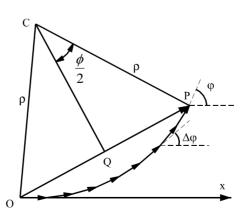


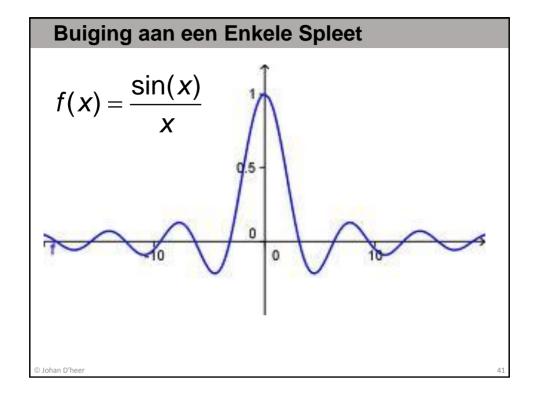
# **Buiging aan een Enkele Spleet**

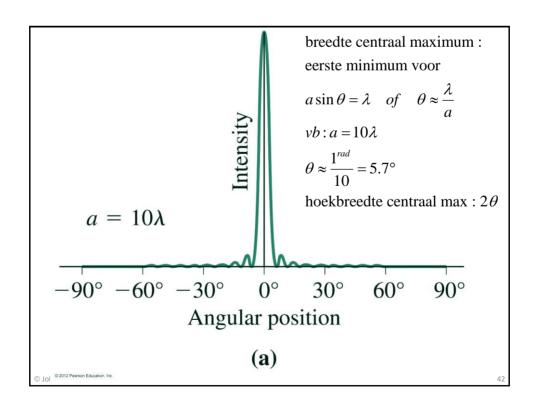
 De (gemiddelde) intensiteit als functie van de buigingshoek bij diffractie aan één spleet is

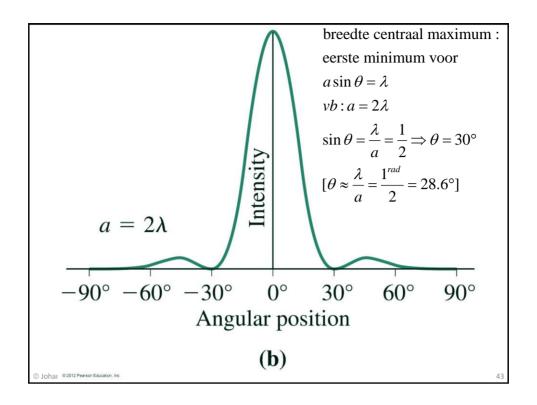
$$\bar{S} = \bar{S}_0 \left[ \frac{\sin(\phi/2)}{\phi/2} \right]^2, \quad \phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

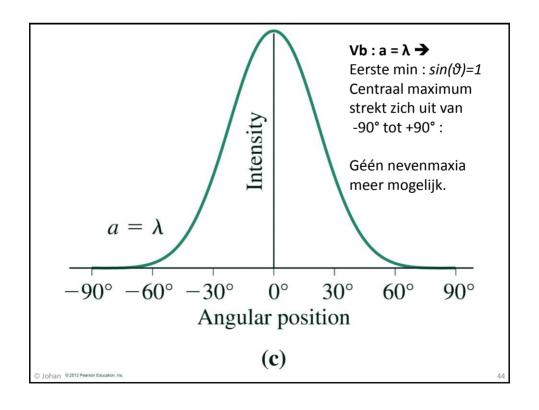
 $koordeOP = A = 2\rho \sin(\phi/2)$   $boogOP = A_0 = \rho\phi = 2\rho \frac{\phi}{2}$   $\frac{A}{A_0} = \frac{\sin(\phi/2)}{\frac{\phi}{2}}$ 









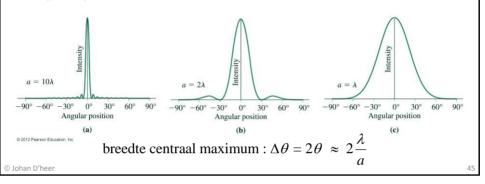


# **Buiging aan een Enkele Spleet**

 De (gemiddelde) intensiteit als functie van de buigingshoek bij diffractie aan één spleet is

$$\bar{S} = \bar{S}_0 \left[ \frac{\sin(\phi/2)}{\phi/2} \right]^2, \quad \phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta$$

 Als de spleetbreedte vermindert, verbreedt het centrale maximum.



# Voorbeelden van Diffractiepatronen

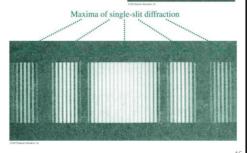
• Diffractie aan een scherpe rand:



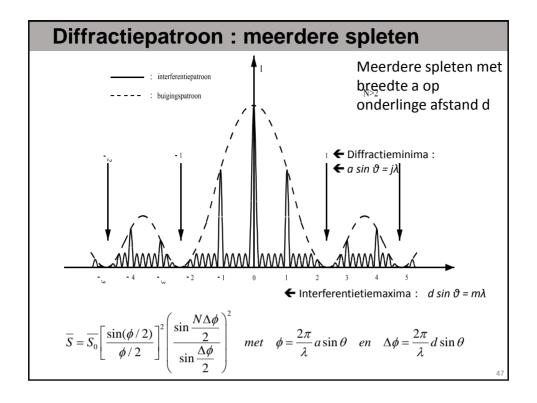
 Diffractie door een cirkelvormige opening met kruisdraden: (bv microscoop)

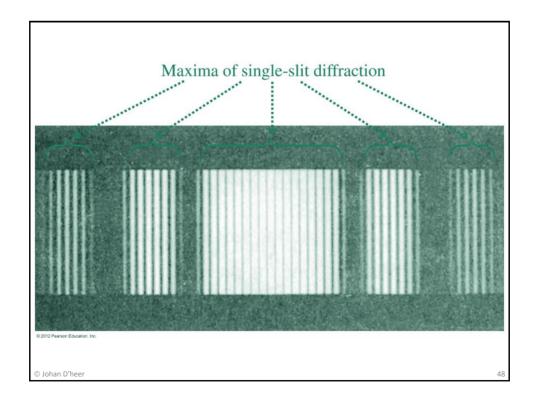


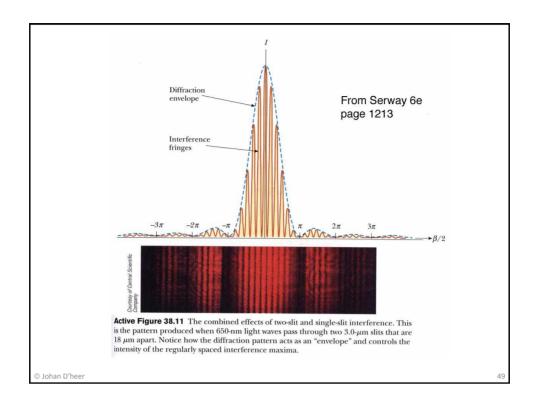
 Twee-spleten interferentie gecombineerd met diffractie door de individuele spleten:

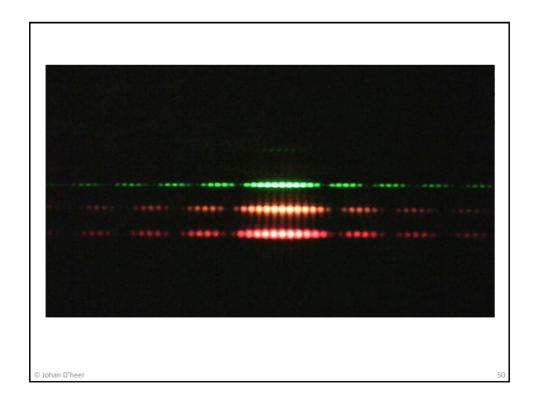


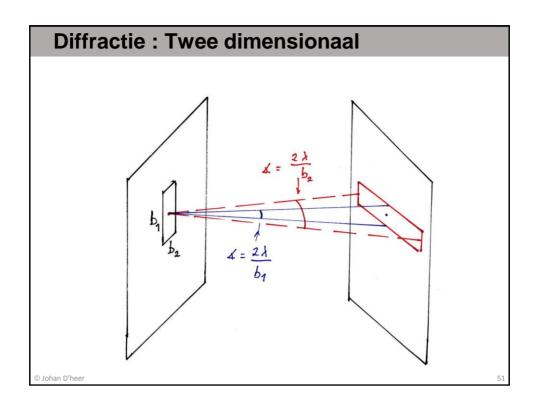
Johan D'heei

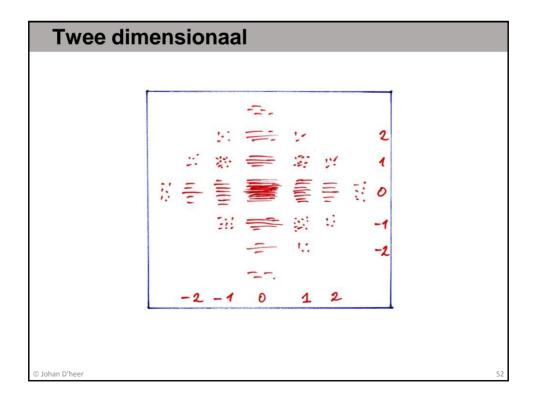












### 32.6 De Diffractielimiet - Rayleigh-criterium

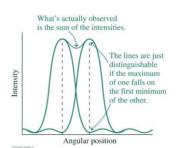
 Voor één spleet met breedte a, is de zgn. diffractie limiet, dit is de minimale hoek tusen de twee beelden die twee onderscheidbare beelden geven:

$$\theta_{\min} = \lambda/a$$
.

Cfr Raiyleigh criterium en:

breedte centraal maximum : eerste minimum voor

$$a\sin\theta = \lambda$$
 of  $\theta \approx \frac{\lambda}{a}$ 



© Johan D'heer

гэ

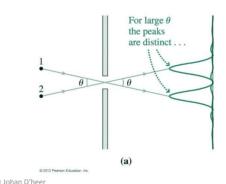
# 32.6 De Diffractielimiet - Rayleigh-criterium

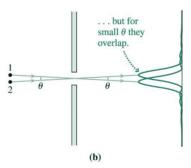
 Voor één spleet met breedte a, is de zgn. diffractie limiet, dit is de minimale hoek tusen de twee beelden die twee onderscheidbare beelden geven:

$$\theta_{\min} = \lambda / a$$
.

• Voor cirkelvormige opening met diameter D:

$$\theta_{\text{min}} = 1,22 \lambda/D.$$



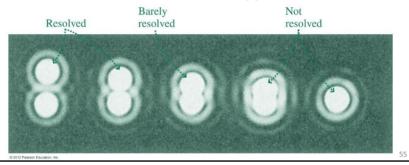


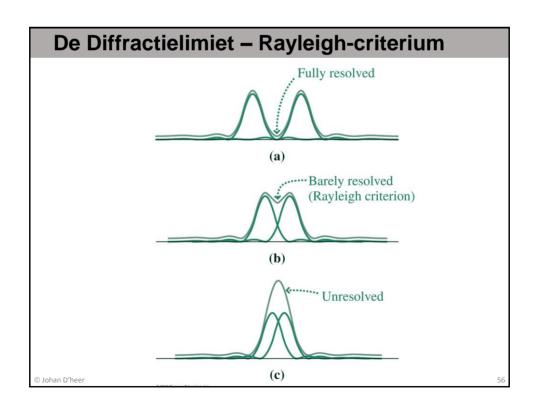
5/

### 32.6 De Diffractielimiet - Rayleigh-criterium

- Diffractie heeft tot gevolg dat de beelden van kleine voorwerpen niet kleiner kunnen zijn dan de grootte van het centrale maximum van het interferentie-patroon.
- Is de grootte van het voorwerp vergelijkbaar of kleiner dan de golflengte van het gebruikte licht, dan is het onmogelijk om een scherp beeld te vormen.
- Twee voorwerpen zijn niet onderscheidbaar van elkaar als de centrale maxima van hun beelden overlappen.

Johan D'hee



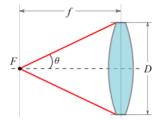


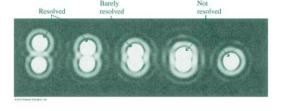
# De Diffractielimiet - Rayleigh-criterium

### Voorbeeld:

Een camera heeft eens lens waarvoor f/D = 1.4. (de zgn. angulaire apertuur) Als evenwijdig licht invalt met golflengte 580nm, dan zal het beeld in het brandvlak géén punt zijn, maar een beeldvlek(je) met zekere diameter. Hoe groot is die diameter? (diameter van het eerste diffractieminimum)

$$\begin{split} \theta_{\min} &= \frac{1.22 \lambda}{D} \quad en \quad r = f \, \theta_{\min} \rightarrow d = 2r = 2 \, f \, \theta_{\min} \\ d &= \frac{2 \, f \, (1.22) \lambda}{D} = 2 (1.22) \lambda (\frac{f}{D}) = 2.0 \, \mu m \end{split}$$





57

# Toepassingen van de Diffractielimiet

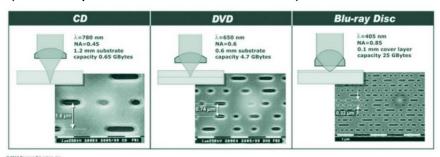
- De diffractie limiet maakt het onmogelijk om met microscopen voorwerpen kleiner dan de golflengte van het gebruikte licht van elkaar te onderscheiden.
  - Oplossing: microscopen met ultraviolet licht of hogeenergie elektronen (hebben zeer korte golflengten) gebruiken. (elektronenmicroscoop)
- De diffractie limiet verhindert bij telescopen het zien van dicht bij elkaar staande voorwerpen of details van voorwerpen.
  - Oplossing: telescopen met (zeer) grote opening gebruiken.

🕏 Johan D'hee

59

# Toepassingen van de Diffractielimiet

 Diffractie stelt een grens op de grootte van de "putjes" (en dus op de hoeveelheid informatie) in CD's en DVD's.



- CDs use infrared lasers.
- DVDs use red lasers, have smaller "pits," and hold more information
- HD-DVDs and Blu-ray discs use violet lasers and hold still more.

Johan D'heer

60

# **Samenvatting**

- Interferentie is een golfverschijnsel dat belangrijk wordt wanneer licht (of andere golven) interageren met systemen, vergelijkbaar in grootte met de golflengte.
  - Interferentie in twee-spleten en meer-spleten systemen vindt men terug in o.a. diffractieroosters, spectrometers, en bij Xstraal diffractie.
  - Interferentie in dunne laagjes produceert golflengteafhankelijke interferentiepatronen en laat nauwkeurige meting van de vorm van lenzen en ander optische toestellen toe.
- Diffractie is het buigen van golven als ze interageren met voorwerpen.
  - Diffractie is uitgesproken als de grootte van het voorwerp vergelijkbaar is met de golflengte.
  - De diffractie limiet verhindert de vorming van perfecte beelden, of het onderscheiden van kleine of dicht bij elkaar staande voorwerpen.

🕏 Johan D'heer

61