

Hoofdstuk 6

Essential University Physics

Richard Wolfson
2nd Edition

Arbeid, Energie, en Vermogen

Work, Energy, and Power

Hoofdstuk 6 : Arbeid



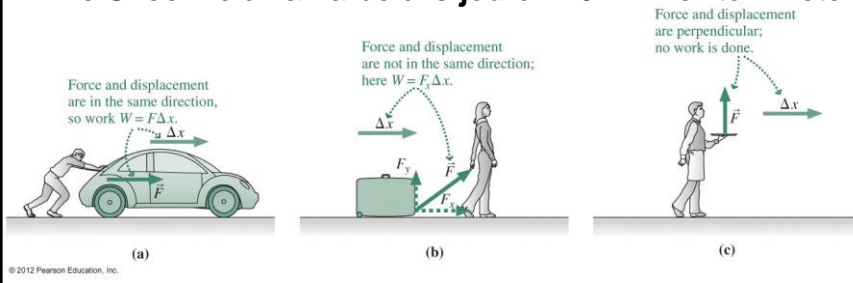
6.1 Arbeid door een Constante Kracht

- Voor een voorwerp dat in *één dimensie* beweegt is de arbeid W die op het voorwerp wordt verricht door een *constante kracht* \vec{F} gelijk aan

$$W = F_x \Delta x$$

met F_x de component van de kracht volgens de bewegingsrichting van het voorwerp en Δx de verplaatsing van het voorwerp.

- De SI eenheid van arbeid is **joule**: 1 J = 1 newton-meter (N·m)

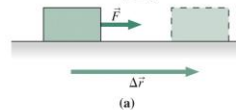


3

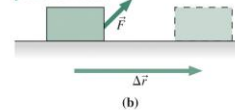
Arbeid kan Positief, Negatief of Nul zijn

- Arbeid is positief als de kracht een component heeft in dezelfde zin als de beweging.
- Arbeid is negatief als de kracht een component heeft in de tegengestelde zin als de beweging. (tegenwerken ...)
- Arbeid is nul als de kracht loodrecht staat op de beweging.

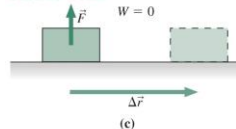
A force acting in the same direction as an object's motion does positive work. $W > 0$



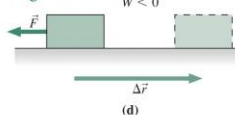
A force acting with a component in the same direction as the object's motion does positive work. $W > 0$



A force acting at right angles to the motion does no work. $W = 0$



A force acting opposite the motion does negative work. $W < 0$



© Johan D'heer

4

Arbeid kan Positief, Negatief of Nul zijn

- Arbeid is nul als :
 - de kracht loodrecht staat op de beweging.
 - de kracht nul is
 - de verplaatsing nul is



© Asterix en Cleopatra

5

Het Scalair Produkt

- Arbeid kan worden voorgesteld door een *scalair produkt* van twee vektoren.
- Het scalair produkt van twee vektoren \vec{A} en \vec{B} wordt gedefinieerd als

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

met A en B de grootte van de vektoren en θ de hoek tussen de twee vektoren.

Met de componenten van de vektoren

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \quad \text{en} \quad \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

wordt het scalair produkt $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

- Arbeid is het scalair produkt van kracht met verplaatsing:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} \quad W = (F \cos \theta) \Delta r = F (\Delta r \cos \theta) = (F \Delta r) \cos \theta$$

© Johan D'heer

6

Conceptvraag

Twee mannen, Joel en Jerry, duwen tegen een muur. Jerry stopt na 10 min, terwijl Joel 5,0 min langer blijft duwen. Vergelijk de arbeid die ze verrichten.

- A) Beide mannen doen positieve arbeid, maar Joel doet 75% meer arbeid dan Jerry.
- B) Beide mannen doen positieve arbeid, maar Joel doet 50% meer arbeid dan Jerry.
- C) Beide mannen doen positieve arbeid, maar Jerry doet 50% meer arbeid dan Joel.
- D) Beide mannen doen positieve arbeid, maar Joel doet 25% meer arbeid dan Jerry.
- E) Geen van beiden levert arbeid.

© Johan D'heer

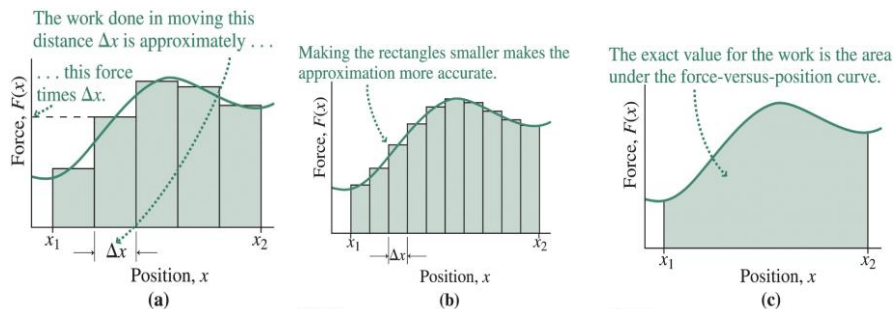
7

6.2 Arbeid door een Niet-Constante Kracht

- Wanneer een kracht varieert met de plaats, moet men integreren om de arbeid te berekenen.

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$$

- Geometrisch stelt arbeid de oppervlakte voor onder de kracht-versus-plaats grafiek.



© Johan D'heer

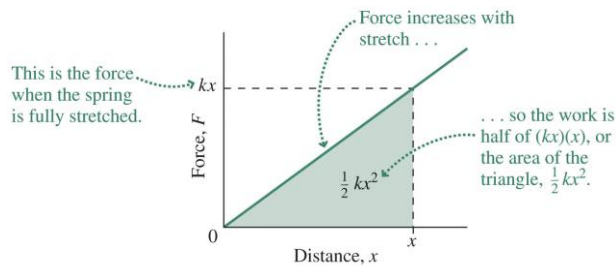
8

Vb.: Arbeid bij het uitrekken van een Veer

- Een veer oefent een kracht uit $F_{\text{veer}} = -kx$.
- Om een veer uit te rekken is een kracht $F = +kx$ nodig, en de arbeid die deze kracht levert is

$$W = \int_0^x F(x) dx = \int_0^x kx dx = \frac{1}{2}kx^2 \Big|_0^x = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}k(0)^2 = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{(x)(kx)}{2}$$

- In dit geval is de arbeid gelijk aan de oppervlakte van de driehoek onder de kracht-versus-verplaatsing grafiek:

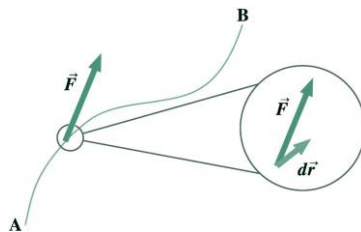


© Johan D'heer

9

Een Niet-Constante Kracht in Meerdere Dimensies

- In het meest algemene geval volgt een voorwerp een kromlijnige baan onder invloed van een kracht waarvan de grootte en richting varieert.
- In dit geval wordt de arbeid een **lijnintegraal**, d.i. de limiet van een som van scalaire produkten van infinitesimaal kleine verplaatsingen met de kracht op elke plaats.



$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

© Johan D'heer

10

Wiskundig Intermezzo: Lijnintegraal

- Een lijnintegraal kan je herleiden tot 3 gewone bepaalde integralen.

$$\begin{aligned}
 W &= \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \\
 &= \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (F_x dx + F_y dy + F_z dz) \\
 &= \int_{x_1}^{x_2} F_x dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy + \int_{z_1}^{z_2} F_z dz
 \end{aligned}$$

Of via een parametervergelijking van de baan :
zie wiskunde B

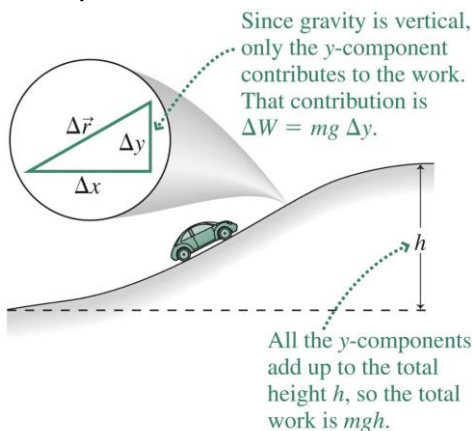
© Johan D'heer

11

Arbeid tegen de Zwaartekracht in

- De arbeid nodig om een voorwerp met massa m tegen de zwaartekracht in te verplaatsen hangt enkel af van de vertikale afstand h waarover het voorwerp wordt verplaatst:

$$W = mgh$$



- De arbeid die wij moeten leveren is positief als het voorwerp stijgt en negatief als het voorwerp daalt.

- De arbeid die het zwaarteveld levert is daaraan tegengesteld!

© 2012 Pearson Education, Inc.

12

6.3 Kinetische Energie en de Arbeid-Energie Stelling

- Kinetische energie is een soort energie die geassocieerd wordt met beweging.
- De **kinetische energie** K van een voorwerp met massa m dat met 'speed' v beweegt is

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

eenheid **Joule** (J)

- De **arbeid-energie stelling** zegt dat de *verandering* van de kinetische energie van een voorwerp gelijk is aan de *netto-arbeid* die *op* dat voorwerp wordt uitgeoefend:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = W_{\text{net}}$$

© Johan D'heer

13

6.3 Kinetische Energie en de Arbeid-Energie Stelling

- De **kinetische energie** K van een voorwerp met massa m dat met 'speed' v beweegt is

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

eenheid **Joule** (J)

$$\Delta K = W_{\text{net}} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

- Bewijs :

$$\bullet dW_{\text{netto}} = F_{\text{netto}} dx = ma dx = m \frac{dv}{dt} dx = m dv \frac{dx}{dt}$$

$$\bullet dW_{\text{netto}} = mv dv$$

$$\bullet W_{\text{netto}} = \int_{v_1}^{v_2} mv dv = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \Delta K$$

© Johan D'heer

14

Conceptvraag

Drie auto's (F , G , en H) bewegen met dezelfde snelheid wanneer de bestuurder plots remt en de wielen blokkeert. De meest massieve auto is auto F , de minst massieve is auto H , en alle drie de auto's hebben identieke banden. De auto's glijden verder tot stilstand. Voor welke auto levert de wrijvingskracht de meeste arbeid?

- A) auto F
- B) auto G
- C) auto H
- D) voor alle auto's is de arbeid door de wrijvingskracht gelijk.

© Johan D'heer

15

Conceptvraag

Drie auto's (F , G , en H) bewegen met dezelfde snelheid wanneer de bestuurder plots remt en de wielen blokkeert. De meest massieve auto is auto F , de minst massieve is auto H , en alle drie de auto's hebben identieke banden.

Welke auto glijdt het verst tot stilstand?

- A) auto F
- B) auto G
- C) auto H
- D) de auto's glijden allen even ver.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{en} \quad W_{\text{wrijving}} = F_w \Delta x \quad \text{met} \quad |F_w| = \mu mg$$

$$\Delta x = \frac{K}{|F_w|} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\mu mg} = \frac{v^2}{2\mu g} \quad (\text{zie ook 5.4})$$

© Johan D'heer

16

6.4 Vermogen en Energie

- **Vermogen** is het *tempo* waarmee arbeid wordt geleverd of waarmee energie wordt gebruikt of geproduceerd.
- Als arbeid ΔW wordt geleverd in een tijdsinterval Δt , dan is het **gemiddelde vermogen** gedurende dit tijdsinterval

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad (\text{gemiddeld vermogen})$$

- Wanneer het tempo continu veranderd, is het **ogenblikkelijk vermogen**

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

Vermogen en Energie

- Vermogen wordt gemeten in **Watt** (W), met $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$.
- Totale geleverde arbeid of energie wordt dan gegeven door:

$$W = P \Delta t \quad (P \text{ constante})$$

of

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P dt \quad (P \text{ niet constant})$$

Vermogen en Snelheid

- Arbeid geleverd door een kracht \vec{F} die zorgt voor een verplaatsing \vec{r} van een voorwerp:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Als hiervoor een tijd dt nodig is, dan is het vermogen geleverd door deze kracht:

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Eenheden

- 1 calorie = 4,184 J
- 1 elektronvolt = 1eV = 1,602 10⁻¹⁹ J
- 1 kWh = 3,6 10⁶ J
- 1 kW = 10³ W = 10³ J/s = vermogen ≠ energie

Opmerking :

- Vermogen : P (Watt) : energie per eenheid van tijd : P=dW/dt
- Druk : p (Pascal) : kracht per eenheid van oppervlak : p=F/S
- Impuls : p (kg m/s) : massa x snelheid : p=mv