



Politechnika  
Śląska

**POLITECHNIKA ŚLĄSKA**  
**WYDZIAŁ AUTOMATYKI, ELEKTRONIKI I INFORMATYKI**  
**KIERUNEK INFORMATYKA**

**Projekt inżynierski**

Aplikacja do edycji i wspomagania rozwiązywania zadań metodą TKŁ

Autor: Leszek Komorowski

Kierujący pracą: dr inż. Adam Opara

Gliwice, Styczeń 2022

---

W dalszej części podrozdziału zrealizowane zostaną przykłady pokazujące działanie algorytmu.

### 2.4.1 Przykłady

Przykład. 1 – podstawy tworzenia rozwiązywalnej TKŁ

Pewien układ wykonuje pracę, którą można opisać następującą formułą łążeń:

$$x^+x^-w^+x^+x^-w^-$$

Formuła łążeń jest wygodną w przypadku metody Siwińskiego metodą opisu działania układu, gdyż na jej podstawie można bezpośrednio wywnioskować, jak powinna zostać wypełniona TKŁ. Jej wypełnienie przedstawia rys. 25.

Takty			0	1	2	3	4	5
Stan sygnałów	$x$	$2^0$	-	+	-		+	-
	$w$	$2^1$	-		←	+		→
NSU			0	1	0	2	3	2

Rysunek 25. TKŁ dla przykładu 1

Dla tak wypełnionej tablicy można zaobserwować, że występują dwie pary stanów (NSU) sprzecznych:  $(0)_{wx}$  w taktach 0 i  $(2)_{wx}$  oraz 2 w taktach 3 i 5. Tablica jest zatem nierozwiązywalna i konieczne jest zastosowanie algorytmu. Pierwszą granicę można postawić po takcie 1, bezpośrednio przed taktem ze sprzecznym stanem 0. Postawienie granicy w ten sposób jest możliwe, gdyż spełnia ono wszystkie założenia – stan  $(1)_{wx}$  nie jest innym stanem sprzecznym, ani nie jest stanem niesprzecznym występującym w części poprzedzającej granicę. Tak postawiona granica staje się granicą minimalną.

W kolejnym kroku rozpatrywana jest część zawierająca się w przedziale taktów od 2 do 5. Występuje w niej sprzeczność stanu 2, konieczne jest zatem postawienie granicy. Możliwe jest jej ustawienie po takcie 4, ponieważ podobnie jak w przypadku pierwszej granicy, spełnia ona wszystkie założenia. Z racji tego, że między tą granicą, a zakończeniem cyklu nie występują już sprzeczności, jest ona granicą maksymalną.

Należy jeszcze rozpatrzyć część między granicą maksymalną, a minimalną – takty 5,0,1. Nie znajdują się w niej sprzeczności, zatem, nie ma potrzeby stawiania kolejnej granicy – z tego powodu pomijany jest etap redukcji i możliwe jest przejście do etapu kodowania. Zaznaczenie granic oraz możliwy sposób kodowania przedstawiono na rys. 26.

Takty			0	1	2	3	4	5
Stan sygnałów	x	2 <sup>0</sup>	-	+	-		+	-
	w	2 <sup>1</sup>	-	-	+	+	-	-
NSU			0	1	0	2	3	2
Części			II		I		II	
q			-		+			

## Przykład. 2 – redukcja granic minimalnych

Dla pewnego układu sporządzono opis w postaci gotowej TKŁ przedstawionej na rys. 28.

Takty		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Stan sygnałów	x $2^0$	-				+		-			+	-	
	y $2^1$	-	+		-					+			-
	z $2^2$	-	→	+	→	→	→	→	+	→	→	→	→
NSU		0	2	6	4	5	1	0	4	6	7	6	4

Rysunek 28. TKŁ dla przykładu 2.

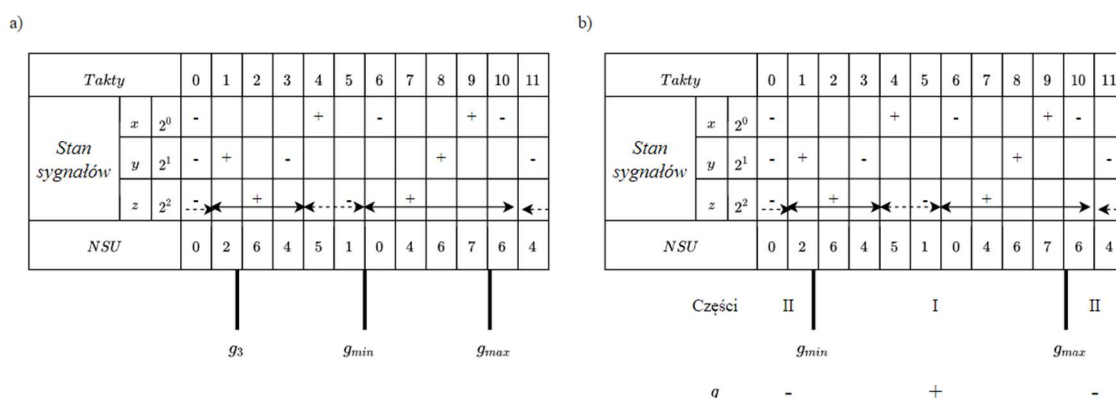
Tablica nie jest rozwiązywalna, gdyż występują w niej następujące stany sprzeczne:  $(0)_{zyx}$  dla taktów (0,6),  $(4)_{zyx}$  dla taktów (3,11), (7,11).

Pierwsza znaleziona sprzeczność to stan 0 w takcie 6. Możliwe jest postawienie granicy tuż przed nim, w takcie 5, gdyż znajdujący się tam stan 1 spełnia wszystkie wymagania. Granica ta jest granicą minimalną.

Dalej rozpatrywana jest część od taktu 6 do taktu 11. Znaleziona sprzeczność znajduje się w takcie 11, nie jest jednak możliwe postawienie granicy w takcie 10, ponieważ znajdujący się tam stan 6, jest niesprzeczny logicznie do stanu 6 w takcie 8, wobec czego niespełniony jest jeden z warunków. Granica musi zatem być postawiona po takcie 9, jest to możliwe, ponieważ stan 7 spełnia wszystkie warunki. W dalszej części do końca cyklu nie występują już sprzeczności, zatem granica ta jest granicą maksymalną.

Rozpatrywana jest część między granicami max i min – takty 10,11,0,1,2,3,4,5. Występuje sprzeczność logiczna dla stanu 4 w taktach (3,11). Podobnie jak w przypadku poprzedniej granicy nie jest możliwe postawienie jej bezpośrednio przed, gdyż znajdujący się tam stan 6, jest niesprzeczny logicznie do stanu 6 w takcie 10. Granicę należy zatem postawić po takcie 1.

Ponieważ udało się postawić dodatkową granicę, należy sprawdzić, czy możliwa jest redukcja granicy minimalnej. Rozpatrywane takty to 2,3,4,5,6,7,8,9. Choć znajdują się w nich powtórzenia, to nie są one sprzeczne logiczne, możliwe jest zatem usunięcie granicy i złączenie części w jedną część, tym samym dzieląc tablice na dwie części, oddzielone granicami po taktach 1 oraz 9. Stan granic przed redukcją (a) granicy minimalnej i po redukcji i zakodowaniu (b) zaprezentowany jest na rys. 29. Tablicę uzupełnioną o dodatkowy sygnał prezentuje rys. 30



Rysunek 29. TKŁ:

a) przed redukcją granicy minimalnej b) po redukcji i zakodowaniu

Takty			0	1	1'	2	3	4	5	6	7	8	9	9'	10	11
Stan sygnałów	x	2 <sup>0</sup>	-					+		-			+		-	
	y	2 <sup>1</sup>	-	+			-					+				-
	z	2 <sup>2</sup>	-	-	+	-	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-
	q	2 <sup>3</sup>	-	-	+							+	-	-	-	-
NSU			0	2	10	14	12	13	9	8	12	14	15	7	6	4

Rysunek 30. TKŁ uzupełniona o dodatkowy sygnał q

Uzyskana TKŁ jest rozwiązywalna, zarówno w przypadku sygnału wyjścia  $z$ , jak sygnału dodatkowego  $q$ . Tablica ta jest podstawą określenia kanonicznych postaci funkcji:

$$Z = \begin{cases} \Sigma(6,7,8,10,12,14,15)_{qzyx} \\ \Pi(0,2,4,9,13)_{qzyx} \end{cases}, Q = \begin{cases} \Sigma(2,8,9,10,12,13,14)_{qzyx} \\ \Pi(0,4,6,7,15)_{qzyx} \end{cases}.$$

Przykład. 3 – problem podwójnej granicy oraz porównanie z metodą Huffmana

Na podstawie przebiegów z rys. 16, omawianego w sekcji dotyczącej metody Huffmana, stworzono pierwotną TKŁ, której wygląd prezentuje rys. 31.

Takty			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Stan sygnałów	$x$	$2^0$	-	+	-	+		-						
	$y$	$2^1$	-							+	-	+		-
	$f$	$2^2$	-					+		-				+
NSU			0	1	0	1	5	4	0	2	0	2	6	4

Rysunek 31. TKŁ dla przykładu 3.

Z utworzonej TKŁ, wynika, że występują dwie pary stanów sprzecznych:  $(1)_{fyx}$  oraz  $(2)_{fyx}$ . Jest ona zatem nierozwiązywalna i konieczne jest wstawienie granic.

Pierwsza sprzeczność występuje w takcie 3, konieczne jest jej rozdzielenie od stanu w takcie 1. Nie jest możliwe ustawienie granicy bezpośrednio przed stanem sprzecznym, gdyż znajdujący się w takcie 2 stan  $(0)_{fyx}$  jest niesprzeczny logicznie do stanu w takcie 0. Granicy nie można także postawić po takcie 1, gdyż niespełniony jest warunek o tym, że granica nie może przebiegać bezpośrednio po stanie niesprzecznym do stanu w części występującej po granicy.

Ponieważ nie ma już więcej możliwości na postawienie pojedynczej granicy, gdyż dla każdego możliwego przypadku niespełnione są warunki, należy rozpocząć procedurę granicy podwójnej. Polega ona na postawieniu dwóch granic w taki sposób, by wydzielona część była wolna od konfliktów z założeniami. W podanym przykładzie należy postawić jedną granicę po takcie 1 – zawierającym sprzeczny stan 1, oraz po takcie 2 – zawierającym niesprzeczny stan 0. W ten sposób uzyskuje się podział na trzy części: takty (0,1), takt 2, oraz takty (3-11). Wydzielona część w takcie 2 jest zgodna zarówno z założeniem dotyczącym stanów niesprzecznych, jak i założeniem dotyczącym stanów sprzecznych.

W rozpatrywanej dalej część od taktu 3 do 11, występuje podobna sytuacja – sprzeczny stan 2 dzieli tylko jeden stan, niesprzeczny  $(0)_{f \times x}$  do stanu w takcie 6. Ponownie należy zastosować procedurę podwójnej granicy – postawione zostaną one po takcie 7 i po takcie 8. Sposób ustawienia granic i podział na części obrazuje rys. 32.

W części od granicy maksymalnej do minimalnej (takty 9,10,11,0,1) nie występują sprzeczności, dlatego nie ma potrzeby stawiania dodatkowej granicy. Możliwe jest przejście do etapu kodowania.

Takty			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Stan sygnalów	x	2 <sup>0</sup>	-	+	-	+		-						
	y	2 <sup>1</sup>	-							+	-	+		-
	f	2 <sup>2</sup>	-				+		-				+	
NSU			0	1	0	1	5	4	0	2	0	2	6	4
			IV		I		II				III		IV	

Rysunek 32. TKŁ z wyznaczonymi częściami I,II,III,IV

W etapie kodowania, w przypadku, gdy występują więcej niż dwie części, konieczne może być użycie dwóch sygnałów dodatkowych zamiast jednego, gdyż mogłoby powodować to pojawienie się nowych sprzeczności. Czasem możliwe jest zakodowanie dwóch, oddzielonych innym fragmentem, części jako jedna zmiana sygnału, należy wówczas sprawdzić czy połączenie rozważanych części jest zgodne z założeniami. Jeżeli proces łączenia powiódłby się, może okazać się, że zamiast dwóch sygnałów, wystarczy użyć jednego.

W podanym przykładzie nie jest możliwe złączenie części – części II i IV zawierają stany sprzeczne logicznie, nie można ich zatem zakodować jako jedna zmiana sygnału, natomiast części I oraz III, nie spełniają warunku dotyczącego stanów niesprzecznych, ponieważ choć granice przebiegają w obu przypadkach po tym samym stanie, to są one rozdzielone częściami, których nie można zapisać jako jedna, tym samym nie jest spełniony warunek opisany w wyjątku do tego założenia.

Z racji tego, że redukcja nie jest możliwa, należy użyć dwóch sygnałów dodatkowych, pamiętając przy tym o warunku dotyczącym kodowania – ich zmiany muszą być sąsiednie logicznie dla zachowania poprawnej pracy układu wolnej od zjawiska wyścigu. Przykładowy sposób kodowania zaprezentowany jest na rys. 33.

Takty		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Stan sygnałów	$x$ $2^0$	-	+	-	+		-						
	$y$ $2^1$	-							+	-	+		-
	$f$ $2^2$	-				+		-				+	
NSU		0	1	0	1	5	4	0	2	0	2	6	4
Części		IV		I		II				III		IV	
$q$		-	-			+			+			-	
$p$		-	+			+			-			-	

Rysunek 33. Przykładowe kodowanie dla dwóch sygnałów dodatkowych



Dla takiego kodowania możliwe jest stworzenie rozwiązywalnej tablicy kolejności łączy zobrazonej na rysunku 34.

Takty		0	1	1'	2	2'	3	4	5	6	7	7'	8	8'	9	10	11
Stan sygnałów	x 2 <sup>0</sup>	-	+		-		+	-									
	y 2 <sup>1</sup>	-									+		-		+		-
	f 2 <sup>2</sup>	-						+		-						+	
	q 2 <sup>3</sup>	-				+								-			
	p 2 <sup>4</sup>	-		+								-					
NSU		0	1	17	16	24	25	29	28	24	26	10	8	0	2	6	4

Rysunek 34. TKŁ uzupełniona o dwa sygnały dodatkowe

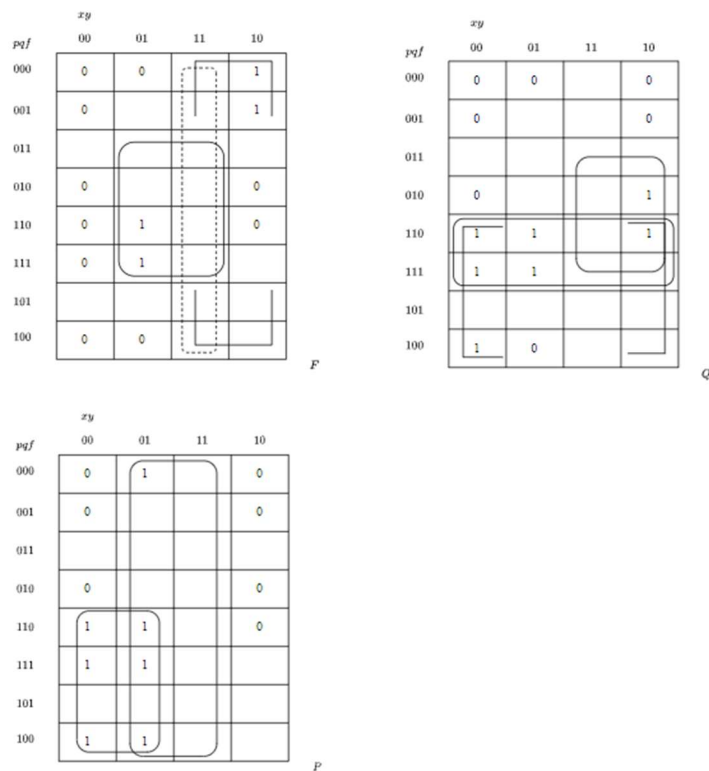
Na podstawie TKŁ określono postacie kanoniczne dla funkcji wyjścia  $f$  oraz sygnałów dodatkowych  $q, p$ :

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \Sigma(2,6,25,29)_{pqfyx} \\ \Pi(0,1,4,8,10,16,17,24,26,28)_{pqfyx} \end{array} \right\},$$

$$Q = \left\{ \begin{array}{l} \Sigma(10,16,24,25,26,28,29)_{pqfyx} \\ \Pi(0,1,2,4,6,8,17)_{pqfyx} \end{array} \right\},$$

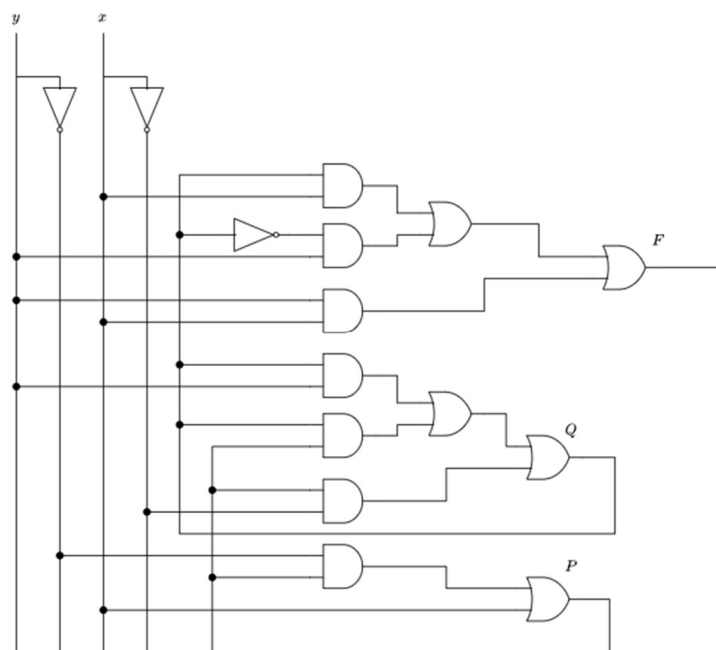
$$P = \left\{ \begin{array}{l} \Sigma(1,16,17,24,25,28,29)_{pqfyx} \\ \Pi(0,2,4,8,10,26)_{pqfyx} \end{array} \right\}.$$

Wyrażenia te można zminimalizować metodą siatek Karnaugh. Siatki dla tych wyrażeń prezentuje rys. 35. Dla funkcji F uwzględniono grupę antyhazardową.



Rysunek 35. Siatki Karnaugh dla sygnałów F,Q,P

Na podstawie wyznaczonych grup utworzono wyrażenia strukturalne dla każdego z sygnałów:  $Z = qx + \bar{q}y + xy$ ,  $Q = qy + pq + p\bar{x}$ ,  $P = p\bar{y} + x$ . Wyrażenia te zrealizowano przy użyciu podstawowego zestawu pełnego, by móc porównać uzyskany schemat logiczny ze schematem uzyskanym metodą Huffmana (rys. 21). Schemat logiczny realizacji prezentuje rysunek 36.



Rysunek 36. Schemat logiczny układu

Można zaobserwować, że synteza zadanego układu metodą TKŁ, dała rezultat w postaci innego schematu logicznego niż ten uzyskany metodą Huffmana. Realizacja z rys. 36 wymaga użycia 13 elementów podstawowego zestawu pełnego, podczas gdy realizacja z rys. 21 wymagała użycia 17 elementów. Uzyskany schemat jest zatem nieco mniej skomplikowany.

Korzystając z metody Siwińskiego, możliwe jest stosunkowo szybkie rozwiązywanie problemów dotyczących układów sekwencyjnych, gdyż rozwiązywalna tablica daje w rezultacie kanoniczne postacie sumy oraz iloczynu określone przy pomocy numerycznego stanu układu. W niektórych przypadkach pomaga to przyspieszyć proces syntezy, tak jak w przypadku przykładu z rys. 22, gdzie uzyskana TKŁ była już na wstępie rozwiązywalna i pozwoliło to na szybkie określenie wyrażeń strukturalnych projektowanego układu.