

CS323 Assignment 1

Exercise 1

6 tokens will be generated.

Exercise 2

1. $n+1$
2. $n-1$
3. 1
4. 1
5. If $m = n$, then the number of proper prefix of length m is 0, if $m \neq n$, the number is 1
6. $\frac{n(n+1)}{2} + 1$
7. 2^n

Exercise 3

1. 所有由字母 a, b 组成的串, 包括空串 ϵ 。
2. 倒数第三个字母是 a 的所有由字母 a, b 组成的串
3. 只含有三个字母 b, 的所有由字母 a, b 组成的串

Exercise 4

1. Let's define :

$$posDigit \rightarrow [1 - 9]$$

$$digit \rightarrow [0 - 9]$$

then, we can get the representation of all strings representing valid telephone numbers in Shenzhen:

$$86 - 755 - posDigit digit^7$$

2. $a(a|b)^*b$

3. Let's define:

$$remain \rightarrow [bcdfghjklmnpqrstvwxyz]$$

then, we can get the representation as belows:

$$remain^* a (a|remain)^* e (e|remain)^* i (i|remain)^* o (o|remain)^* u (u|remain)^*$$

Optional Exercise 5

L_1 和 L_2 两个正则语言等价, 证明如下。

不失一般性, 我们只考虑如下串的递归定义形式: 一个长度为 n 的串为长度为 $n - 1$ 的串向右增加字母生成 ($n > 0$)。

考虑使用数学归纳法进行证明，当串的长度为0的时候，两种语言都只能构造出空串 ϵ ，此时两种语言显然等价。

当串的长度为1时， L_1 和 L_2 都可以生成串 a, b ，此时两种语言依然等价。

考虑当串的长度为 k 的时候，两种语言仍然等价，设都可以生成长度为 k 的串 w ，当串的长度为 $k + 1$ 的时候，根据前面定义的串递归定义方式，两种语言都可以生成 w, wb, wa 三种串，此时 L_1, L_2 两种语言依然等价。

证毕， L_1, L_2 两语言等价。