

1. 试以表格形式，给出串P所对应的next表及改进后的next表

j	0	1	2	3	4	5	6	7
P[j]	M	A	M	A	M	M	I	A
next[j]	-1			1	2	3	1	
improvedNext[j]	-1		-1		-1	3	1	

2. 简答：BTree::search()

B-树的查找过程中在每个节点内部，更适宜于采用哪种查找算法？为什么？

顺序查找

实际应用中B-树阶次m的设置，都能保证各节点内的关键码向量可整体容纳于一个对换页面之中，此时顺序查找反而比二分查找等算法更快

3. 简答：d-ary Heap

随着分叉数d的增加，多叉堆insert()、delMax()接口的时间复杂度将会如何变化？为什么？

insert()的时间决定于上滤成本 =  $\log(d,n)$ ，逐渐下降  
delMax()的时间决定于下滤成本 =  $d * \log(d,n) = d * \log(d,z) * \log(z,n)$ ，逐渐上升  
(只需考虑 $z \ll d$ ， $d=3$ 不必在意)

4. 证明：Vector::deduplicate

试证明，无序向量的去重算法（讲义122页，此处略）是正确的。  
只需证明该算法具有如下不变性、单调性。

首先，可数学归纳证明如下不变性：  
A) 【不重】前缀 $[0,i)$ 中不含重复元素；  
B) 【不漏】原向量中每一元素，在当前向量中都有至少一个副本  
归纳基：初始 $[0,i=1)$ 只含单个元素，A自然成立；尚无元素被删，B也成立  
设不变性一直保持到 $i-1$ ，现考查接下来 $i$ 对应的那步迭代  
无非if/else两种可能：  
If，亦即 $[i]$ 未在 $[0,i)$ 中出现  
随着 $i++$ ，前缀扩充一个单位，A依然成立；未删除元素B亦保持  
else，即 $[i]$ 在 $[0,i)$ 中出现（恰一次）  
删除 $[i]$ 后前缀不变，A保持；被删除者在前缀中仍有副本，B亦成立 [QED]

另一方面，不难验证该算法的单调性：  
无论IF或ELSE，后缀的长度 $(n-i)$ 都会减一

5. 算法：Top 10

试设计一个算法，用 $O(n)$ 的时间从互异且可比较大小的任意 $n$ 个元素 $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ 中找出最小的 $\lfloor n/10 \rfloor$ 个。  
用伪代码描述你的算法，并证明时间复杂度符合要求。  
(课程中讲授过的算法可直接引用，不必重复描述细节。)

Input: a set of  $n$  comparable elements:  $S = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$   
output: the subset of the  $n/10$  minimums  
Algorithm Top10  
 $p = \text{LinearSelect}(S, n, n/10)$  //Find the  $n/10$  pivot by LinearSelect  
For each  $x$  in  $S$  //Classify all elements into L and G w.r.t.  $p$   
If  $x < p$ , output  $x$  //And output those in L

课上已证明，只要Q值选取得当，LinearSelect便可在线性时间内完成；  
而Classification无非一趟扫描，亦不过 $O(n)$ 时间。