HW 8

7.2.

问：一简谐波以 0.8 m/s 的速度沿一长弦线传播，在 $x=0.1m$ 处，弦线的位移函数为 $y=0.05\sin(1.0-4.0t)$，试写出波函数。

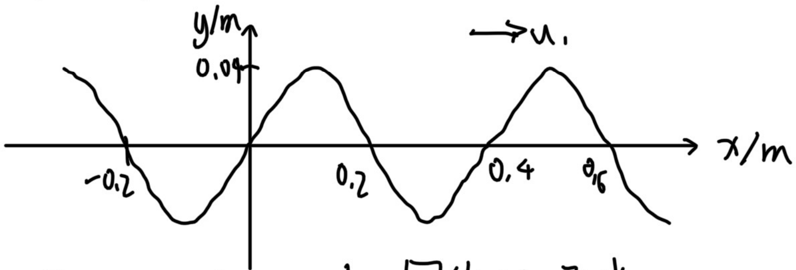
解：由 $y(0.1,t)=0.05\sin(1.0-4.0t)$ 知 $\omega=4.0s^{-1}$.

$\lambda=\frac{2\pi v}{\omega}=\frac{2\pi\times0.8}{4.0}=0.4\pi\ m$，$\Delta\varphi(x)=\frac{2\pi(x-0.1)}{\lambda}$

$=5x-0.5$.

$\therefore y=0.05\sin(1.0-4.0t+\varphi)=0.05\sin(4.0t-5x+2.64)$.

7.5. 问：一平面机械波在 $t=0$ 时的波形曲线如下：



(1) 已知 $u=0.08\ m/s$，写出波函数。
(2) 画出 $t=T/8$ 时的波形曲线。

解：(1) $y(0,x)=0.04\sin\left(\frac{2\pi}{0.4}x\right)$,

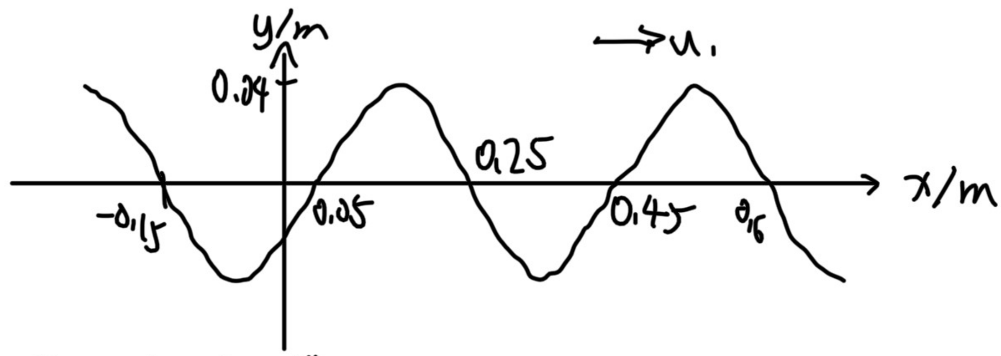
$u=\lambda f\Rightarrow \quad f=\frac{u}{\lambda}=\frac{0.08}{0.4}=0.2\ Hz$.

由 $y(0,x)$ 的值知 $\varphi=\frac{\pi}{2}$，于是

$y(x,t)=0.04\cos\left(2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right)$

$=0.04\cos\left(0.4\pi t-5\pi x+\frac{\pi}{2}\right)$.

(2) 对原图整体平移 $x=0.05m$，即有.



7.6. 已知波函数 $y = A\cos\pi(4t+2x)$,

(1). 写出 t=4.2s 时, 波峰位置的坐标。计算距原点最近的一个波峰的位置, 该波峰何时通过原点?

(2). 画出 t=4.2s 时波形曲线.

解: (1) x_0 是 4.2s 时 波峰位置, 满足

$$y(x_0, 4.2) = A \Rightarrow \pi(16.8 + 2x_0) = 2\pi k,$$

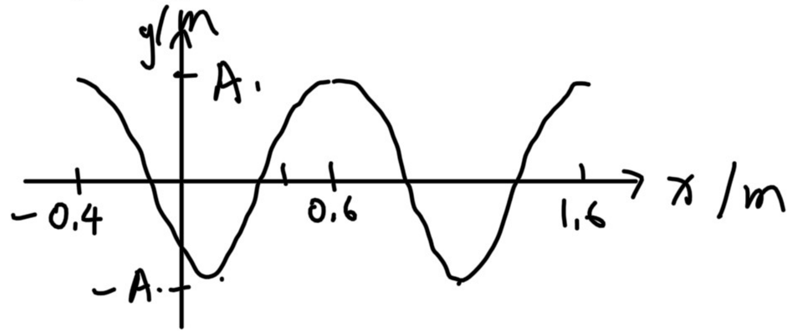
$$\Rightarrow x_0 = k - 8.4, \quad k \in Z.$$

符合题意的 x_0 为 $x_0 = -0.4$ m.

此时要求 $x_0' = 0$ 时的 t_0' 满足 $\pi(4t_0') = 2\pi \times 8$.

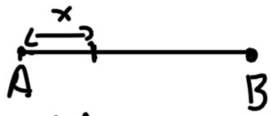
$$\Rightarrow t_0' = 4.0s.$$

(2).



7.12. 位于A,B两点的两个波源,振幅相等,频率100Hz,相差π。若A,B相距30m,波速400 m/s,求AB连线上二者之间叠加而静止的各点的位置。

解:



以左方的方向定x方。

两波到该点的相位差是

$$\Delta\varphi(x) = \varphi_A - \frac{2\pi x}{\lambda} - \left[\varphi_B - \frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\right]$$

$$= (\varphi_A - \varphi_B) + \frac{2\pi}{\lambda}(l-2x) = \pi + \frac{2\pi\cdot 100}{400}(l-2x)$$

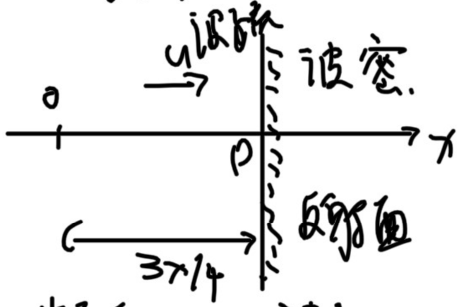
$$= \pi + \frac{\pi}{2}(l-2x)$$

"驻波"的相差,必是π的奇数倍,因此

$\pi + 15\pi - x\pi = (16-x)\pi$,$16-x$ 为奇且

$x\in[0,30] \Rightarrow x = 1,3,5,7,9,\ldots,25,27,29$ m.

7.14. 一平面简谐波沿正x方向传播,如下所示。



振幅:A,频率:ν,速度:u。

(1) t=0时,在O处的质元由平衡位置沿正x方向运动,试写出波函数。

(2) 若经分界面反射的波的振幅和入射波振幅相等,试写出反射波的波函数,并求在x轴上

因入射波和反射波叠加而静止的各点位置。

解：

(1). O点，$y(0,t)=A\cos(2\pi\nu t-\pi/2)$.

入射波函数：$y_入=A\cos(2\pi\nu t-\frac{2\pi\nu}{u}x-\frac{\pi}{2})$,

$x\in[0,\frac{3u}{4\nu}]$.

(2).

$y_r=A\cos\left[2\pi\nu t-\frac{2\pi\nu}{u}\cdot\frac{3}{4}\lambda-\frac{\pi}{2}+\pi-\frac{2\pi\nu}{u}(\frac{3}{4}\lambda-x)\right]$

$=A\cos(2\pi\nu t+\frac{2\pi\nu}{u}x-\frac{\pi}{2})$, $x\le\frac{3u}{4\nu}$.

P是满足$(y_i+y_r)(x_p,t)=0$的点，是波节，

另一波节与P距$\lambda/2$，即$x=\lambda/4$处。

7.15. 超声波源常用压电石英晶片的驻波驱动。在两片镀银的石英晶片上，加上交变电压

晶片沿厚度方向伸缩，有电极的两面是自由的而成为驻波波腹。$d=2.0mm$，声速$u=5.74\times10^3m/s$

使石英片发生基频振动，求外加电压频率。

解：$f=\frac{u}{\lambda}=\frac{5.74\times10^3}{2\times2\times10^{-3}}=1.44\times10^6Hz$.

7.16. 一日本妇女的喊声创吉尼斯世界纪录，达115dB，求此声强。

一中国女孩破这个纪录，达141dB，求此声强。

解：日本女孩：$I=10^{-12}\times10^{115/10}=0.316\ W/m^2$.

中国女孩：$I=10^{-12}\times10^{141/10}=126\ W/m^2$.

7.20. 一摩托车驾驶者撞人后驾车逃逸，一警车发现后开警车鸣笛追赶，摩托车 $u=80\ km/h$. 警车 $V=120\ Km/h$. 警笛 $f=400Hz$. 声速 $330m/s$. 求摩托车听到警笛声的频率。

解：$330\times\frac{3600}{1000}=1188\ km/h$.

$$f_R=\frac{1188+(-22.2)}{1188-33.3}\times 400=415\ Hz.$$

7.21. 海面上波浪波长 $120m$，周期 $10s$。一艘快艇以 $24m/s$ 速度迎浪开行，它撞击浪峰的频率多大？多长时间撞击一次？如果顺浪，求撞击频率，周期。

解：$u=\lambda/T=120/10=12m/s$.

迎浪：$f=\frac{u+v}{\lambda}=\frac{36}{120}=0.30\ Hz$, $T=\frac{1}{f}=3.3s$.

顺浪：$f=\frac{u-v}{\lambda}=\frac{12}{120}=0.10\ Hz$, $T=\frac{1}{f}=10s$.