

5(3).

$$\begin{aligned}
 & (\forall x) (P(x) \vee Q(x)) \\
 & \wedge (\forall x) (Q(x) \rightarrow \neg R(x)) \\
 & \wedge (\exists x) R(x) \\
 & \Rightarrow (\exists x) P(x).
 \end{aligned}$$

(1) $P(x) \vee Q(x)$

(2) $\neg Q(x) \vee \neg R(x)$

(3) $R(x)$

(4) $\neg P(x)$

(5) $\neg Q(x)$

(6) $P(x)$

(7) \square

(2)(3) 归结

(1)(5) 归结

(4)(6) 归结

推理证明:

(1) $(\forall x) (P(x) \vee Q(x))$

(2) $(\forall x) (Q(x) \rightarrow \neg R(x))$

(3) $(\exists x) R(x)$

前提引入 5(4)

(4) $P(x) \vee Q(x)$

(5) $Q(x) \rightarrow \neg R(x)$

(6) $R(x) \rightarrow \neg Q(x)$

(7) $R(x)$

(8) $\neg Q(x)$

(9) $\neg Q(x) \rightarrow P(x)$

(10) $P(x)$

(11) $(\exists x) P(x)$

(1) 全称量词

(2) 消去

(5) 置换

(3) 全称量词消去

(6)(7) 分离

(4) 置换

(8)(9) 分离

(10) 全称量词引入

大学里的学生, 不是本科生, 就是研究生。

有的学生是本科生。

John 不是研究生但是本科生。

从而如果 John 是学生, 必是本科生。

定义

令 $P(x)$ 为 x 是大学生。 $Q(x)$... 本科生。 $R(x)$... 研究生。 $S(x)$... 本科生。 w 表示 John, 有

$$(\forall x) (P(x) \rightarrow (Q(x) \vee R(x)))$$

$$\wedge (\exists x) (P(x) \wedge S(x))$$

$$\wedge (\neg R(w) \wedge S(w))$$

$$\Rightarrow (P(w) \rightarrow Q(w))$$

归结证明:

建立子句集.

$$\{ P(x) \vee Q(x), \neg Q(x) \vee \neg R(x), R(x), \neg P(x) \}$$

推理证明:

$$(1) (\forall x)(P(x) \rightarrow (Q(x) \vee R(x)))$$

$$(2) (\exists x)(P(x) \wedge S(x))$$

$$(3) \neg R(w) \wedge S(w)$$

$$(4) P(w) \rightarrow (Q(w) \vee R(w)) \quad (1) \text{全称量词消去}$$

$$(5) P(w) \wedge S(w) \quad (2) \text{存在量词消去}$$

$$(6) P(w) \quad (5)$$

$$(7) S(w) \quad (5)$$

$$(8) Q(w) \vee R(w) \quad (4)(6) \text{分离}$$

$$(9) \neg(Q(w) \wedge \neg R(w)) \vee \neg(Q(w) \wedge \neg R(w))$$

(8) 置换

$$(9) \neg R(w) \quad (3)$$

$$(10) Q(w) \quad (8)(9) \text{分离}$$

$$(11) P(w) \rightarrow Q(w) \quad \text{条件证明}$$

$$\cancel{(8) \neg(Q(w) \wedge \neg R(w))}$$

$$(8) Q(w) \vee R(w)$$

(1)(6) 归结

$$(9) R(w)$$

(7)(8) 归结

$$(10) \square$$

(4)(9) 归结

归结证明:

建立子句集:

$$\{ \neg P(x) \vee (Q(x) \vee R(x)), P(a), S(a),$$

$$\neg R(w), S(w), P(w), \neg Q(w) \}$$

$$(1) \neg P(a) \vee (Q(a) \vee R(a))$$

$$(2) P(a)$$

$$(3) S(a)$$

$$(4) \neg R(w)$$

$$(5) S(w)$$

$$(6) P(w)$$

$$(7) \neg Q(w)$$