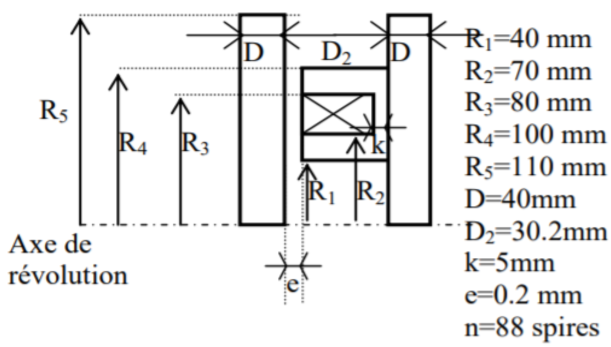
MINI-PROJET PHYSIQUE M1 CS

ROUSSEL LÉO, GAULTIER CLÉMENT

L'objectif du projet est de manipuler le logiciel FEMM depuis Python et d'ajouter une équation différentielle ordinaire pour pouvoir prendre en compte la dimension temporelle. L'équation considérée ici est la loi d'Ohm généralisée :

$$U(t) = Ri(t) + \frac{d\phi}{dt}.$$

On va modéliser le système électromagnétique ci-dessous. La résistance de la bobine est égale à 6 Ω, et la tension d'alimentation est un échelon de tension continue $U = 24$ V.



Après avoir implémenté notre algorithme, le logiciel FEMM nous donne un flux $\phi \simeq 0.23$ Wb. Puisqu'on impose un courant $I = 1$ A, on obtient alors une inductance $L = 0.23$ H. Vérifions ces résultats analytiquement.

En passant à un schéma équivalent avec deux résistances pour les entre-fers de largeur e qu'on réunit en une résistance $R_{eq} = \frac{e}{\mu S_1} + \frac{e}{\mu S_2}$, où S_1 et S_2 sont les surfaces respectives des deux entre-fers, on obtient $L = \frac{n^2}{R_{eq}}$, d'où

$$L = \frac{\mu\pi}{e} \frac{n^2}{\frac{1}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{1}{R_4^2 - R_3^2}} \quad \text{avec } S_1 = \pi(R_2^2 - R_1^2), S_2 = \pi(R_4^2 - R_3^2).$$

L'application numérique nous donne 236 mH, ce qui est en accord avec les résultats précédents.

Passons maintenant à la résolution par le schéma d'Euler implicite de l'EDO. On écrit :

$$U = Ri(t) + \frac{d\phi}{dt}(t) \Longleftrightarrow U(t) = Ri(t) + L\frac{di}{dt}(t).$$

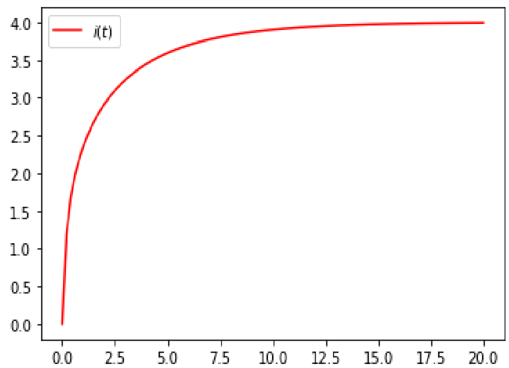
Date: April 2021.

On discrétise en temps sur un intervalle $[0, \mathrm{T}]$ en N points avec un pas h ; on définit le vecteur I tel que $I_j = i(jh)$, et on prend $\frac{dI_j}{dt} = \frac{I_{j+1}-I_j}{h}$. Pour simplifier, plutôt que de passer par une seconde discrétisation, on va récupérer la valeur de l'inductance L à chaque instant successif via FEMM.

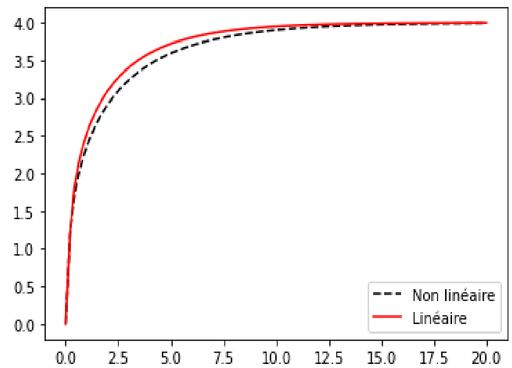
Ainsi l'équation discrétisée devient, pour tout $j \in [\![1, N]\!]$,

$$U = RI_j + L\frac{I_{j+1} - I_j}{h} \implies \boxed{I_{j+1} = \frac{h}{L}U + (1 - \frac{h}{L}R)I_j}$$

On programme alors notre méthode pour approcher la solution en partant de $I_0 = 0$ comme condition initiale ainsi que le L trouvé en régime permanent. Voici nos résultats obtenus, avant et après avoir rajouté la non-linéarité des matériaux ferromagnétiques :



(A) Solution de l'EDO



(B) Comparaison des cas

FIGURE 1. Courbe de $i(t)$