

Progettazione di un motoriduttore a ingranaggi

Prova Finale (Progetto multi-disciplinare)

17 luglio 2023

Progettazione dell'albero centrale di un motoriduttore a 3 stadi

Gruppo n°2

Colombo Davide, Comotti Leonardo, De Luca Leo, Ferrari Davide

Indice

INTRODUZIONE	3
1. AMBITO DELLA PROGETTAZIONE	4
1.1. MODELLO RIDUTTORE	4
1.2. COMPONENTE DA PROGETTARE	4
2. DATI E SPECIFICHE DI PROGETTO	5
2.1. DEFINIZIONE PARAMETRI PRINCIPALI	5
2.2. DEFINIZIONE INTERASSE TOTALE	6
3. CARICHI DIMENSIONANTI	7
3.1. DESCRIZIONE DEL SISTEMA: FLUSSO DI POTENZA	7
3.2. CALCOLO DELLE SPINTE GENERATE NELL'INGRANAMENTO	7
3.2.1 <i>Definizione valore coppie e direzioni delle spinte</i>	7
3.2.2 <i>Scelta dei rapporti di ingranaggio e pre-dimensionamento</i>	9
3.2.3 <i>Verifica completa ingranaggio 3-4</i>	10
3.2.4 <i>Verifica completa ingranaggio 5-6</i>	11
3.3. CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI SUI SUPPORTI	11
3.4. DIAGRAMMI DELLE AZIONI INTERNE NELL'ALBERO	13
3.5. VERIFICHE CUSCINETTI	15
4. DIMENSIONAMENTO E VERIFICA	18
4.1. DIMENSIONAMENTO DI MASSIMA	18
4.2. VERIFICA STATICA ALBERO	18
4.3. VERIFICA A FATICA ALBERO	19
4.4. VERIFICA A DEFORMATA: FRECCHE E ROTAZIONI	20
4.5. VELOCITÀ CRITICA FLESSIONALE	22
4.6. VELOCITÀ CRITICA TORSIONALE	22
4.7. VERIFICHE LINGUETTA	23
4.7.1 <i>Verifiche pressione di contatto</i>	23
4.7.2 <i>Verifica statica</i>	24
4.7.3 <i>Verifiche a fatica</i>	25
4.8. ANALISI FEM	27
4.8.1 <i>Flessione</i>	29
4.8.2 <i>Torsione</i>	30
4.8.3 <i>Definizione coefficienti di intaglio, situazione di carico reale</i>	32
5. DISEGNI COSTRUTTIVI E MESSE IN TAVOLA	33
6. CONCLUSIONI	34

INTRODUZIONE

L'argomento della presente relazione è la descrizione del processo di riprogettazione dell'albero centrale di un motoriduttore a tre stadi ed assi paralleli. Partendo da un modello di riferimento (Rossi MR 3I 80), a seguito di modifiche sui parametri di potenza e velocità in uscita richieste, si è resa necessaria una rimodulazione di tale albero. Anche tutti i componenti meccanici che ne consentono un corretto collocamento e funzionamento all'interno dell'assieme di partenza sono stati oggetto della progettazione. Il lavoro di progettazione svolto è stato caratterizzato dal dimensionamento dei componenti, dalle verifiche strutturali per confermare le scelte di progetto e dalla produzione di tavole tecniche per la realizzazione dei componenti progettati.

Di seguito si può osservare un render 3D dell'albero progettato e dell'assieme limitato alla zona di interesse dell'albero centrale.

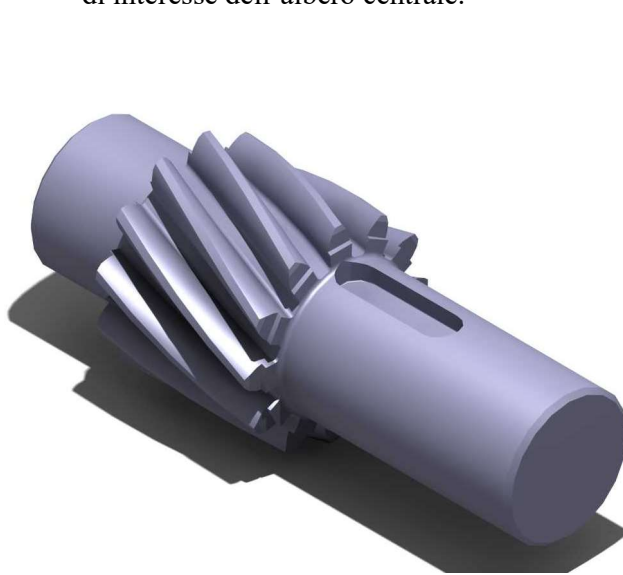


Figura A - Albero centrale, modello CAD

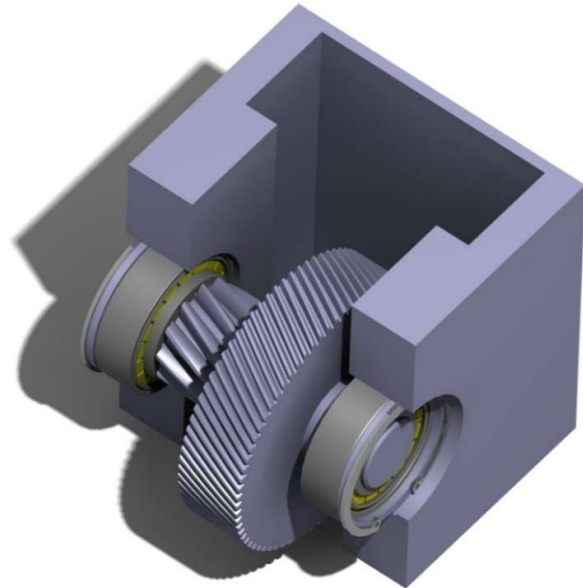


Figura B - Assieme albero centrale, modello CAD

1. AMBITO DELLA PROGETTAZIONE

1.1. *Modello riduttore*

Il riduttore di riferimento per questo progetto è il motoriduttore Rossi MR 3I 80 UP2A rappresentato in Figura 1.1. L'oggetto in questione è un motoriduttore ad assi paralleli con tre stadi di riduzione e fissaggio universale. Come descritto nel catalogo Rossi, il riduttore è dimensionato *“per trasmettere elevati momenti torcenti nominali e massimi, per sopportare elevati carichi sulle estremità d'albero lento e veloce”*.

I modelli MR 3I 80 vengono utilizzati in un intervallo di potenza che varia da 0,55 kW a 3 kW e di numero di giri all'utilizzatore tra 14,2 rpm a 51,1 rpm. Il rapporto di ingranaggio globale varia da 20,6 a 98,8 nelle differenti versioni. Tutti gli ingranaggi del riduttore sono realizzati con ruote dentate a denti elicoidali.

L'ingombro del carter del riduttore versione 3I 80 è 312,5mm x 135 mm x 200 mm. La lubrificazione dell'intero riduttore è a bagno d'olio.

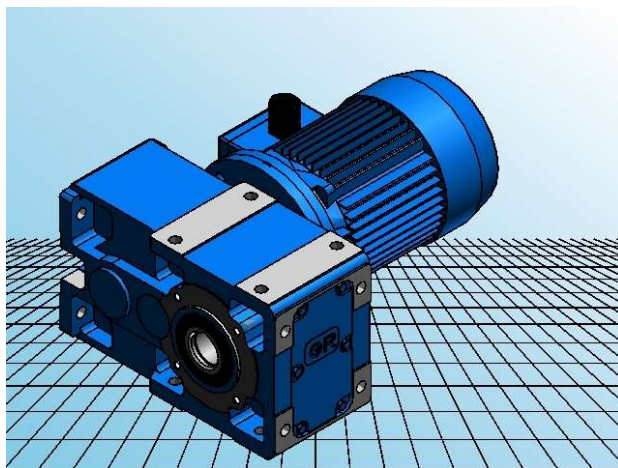


Figura 1.1 - MR 3I 80 UP2A, modello CAD

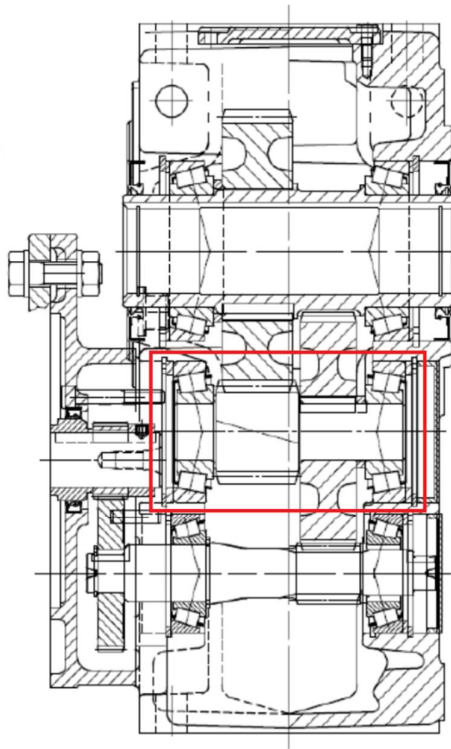
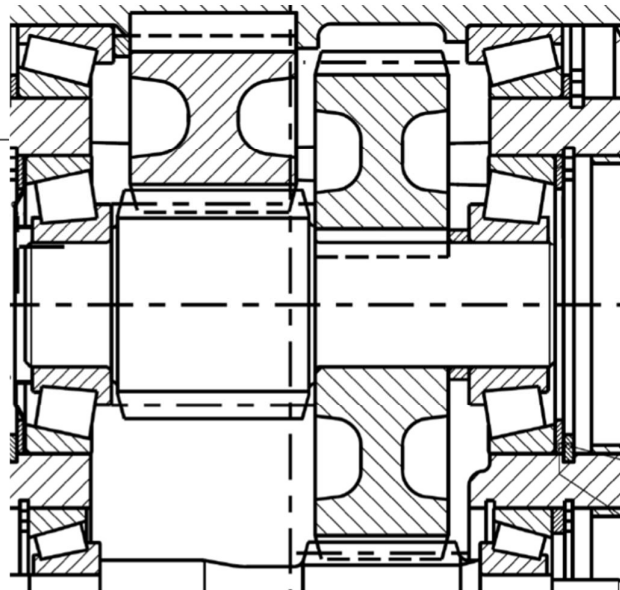
1.2. *Componente da progettare*

Il componente oggetto della progettazione è l'albero centrale del motoriduttore, evidenziato in Figura 1.2 e Figura 1.3. L'albero deve trasmettere la coppia torcente dal secondo al terzo stadio di riduzione. Per questo motivo su di esso è realizzato il pignone del terzo stadio di riduzione ed è calettata la ruota condotta del secondo stadio.

L'albero in esame può avere una lunghezza massima di 120 mm considerati gli ingombri massimi del carter (da catalogo Rossi larghezza pari a 135 mm) e dell'albero motore opposto all'albero centrale, come si può vedere in Figura 1.2.

Considerata la ridotta lunghezza disponibile, la superficie di battuta della ruota condotta e del cuscinetto sinistro è realizzata sulla parte terminale della dentatura del pignone, opportunamente fresata dopo la lavorazione dei denti (si veda il Paragrafo 5 per ulteriori spiegazioni e tavole tecniche). La geometria dell'albero, mostrato in dettaglio nella Figura 1.3 nella sezione centrale è ulteriormente complicata dalla presenza della cava della linguetta per il collegamento della ruota condotta.

Data la presenza delle zone critiche dovute alla linguetta e agli spallamenti, si è ritenuto necessario effettuare anche un'analisi agli elementi finiti ai fini di validare i coefficienti di intaglio ricavati dalle tabelle sperimentali disponibili.

*Figura 1.2 - Sezione riduttore**Figura 1.3 - Dettaglio albero centrale*

2. DATI E SPECIFICHE DI PROGETTO

2.1. Definizione parametri principali

- **Specifiche potenza e velocità**
 - Potenza richiesta all'utilizzatore: 2 kW
 - Numero di giri all'albero lento: 25,4 rpm
 - Rapporto di ingranaggio globale: 41,7
 - Rapporto di ingranaggio primo stadio: 2
- **Specifiche dimensioni**
 - Lunghezza massima albero: 120mm
 - Dimensioni globali carter massime: 135 mm x 312,5 mm x 200 mm
- **Specifiche materiali**
 - Materiale albero centrale: 16MnCr5, cementato e temprato
 - Materiale ruota condotta dell'albero centrale: 16NiCr4, cementato e temprato
 - Materiale linguetta: C45
- **Caratteristiche di funzionamento**
 - Numero di cicli di progetto albero centrale: 10^8 cicli
 - Numero massimo di avviamenti: 1000
 - Caratteristiche funzionamento motore e utilizzatore: sovraccarichi leggeri
 - Rendimento trasmissione di potenza: ideale senza perdite

- **Specifiche richieste cuscinetti**

- Temperatura di funzionamento: 60°C
- Livello di contaminazione: 0,6
- Affidabilità richiesta: 95%
- Ore di funzionamento: 40000 – 50000 h

2.2. Definizione interasse totale

Prima di poter dimensionare le ruote dentate è stato necessario definire l'ingombro massimo del rotismo. Dal catalogo Rossi sono state estratte alcune dimensioni caratteristiche del modello MR 3I 80, in particolare le quote W_2 e h , rappresentate in Figura 2.1.

Inoltre, sono state ipotizzate due grandezze: lo spessore del carter (5 mm) e il margine tra il profilo esterno della dentatura e la parete di chiusura del carter di 2 mm.

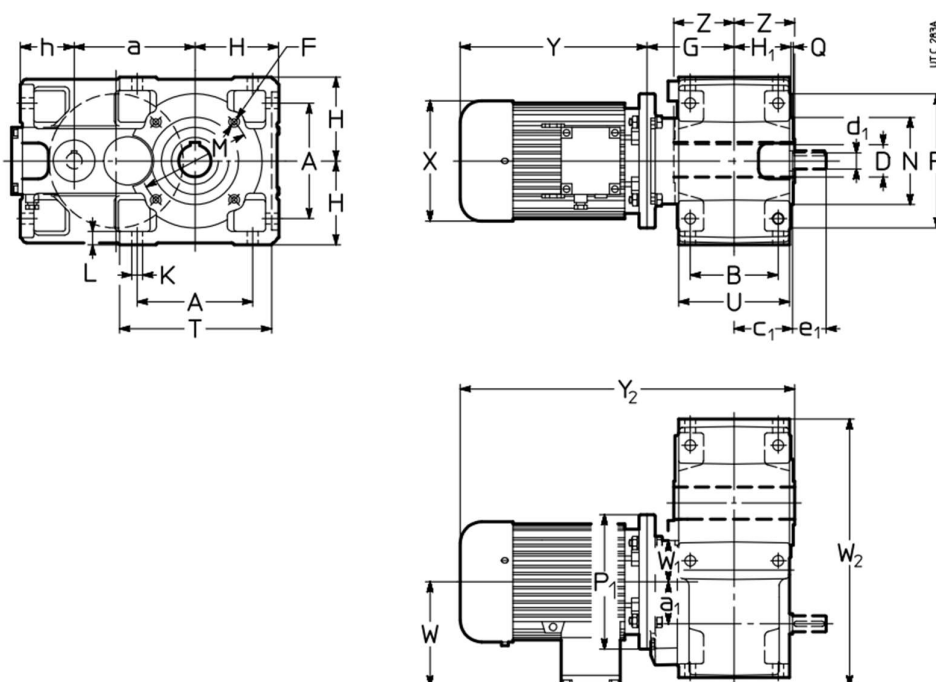


Figura 2.1 - Denominazione quote motoriduttore 3I

Ipotizzando di mantenere invariato il primo stadio di riduzione e quindi la posizione dell'albero veloce, l'ingombro massimo del rotismo a partire dall'asse dell'albero veloce è stato calcolato secondo la formula riportata di seguito:

$$c_{max} = W_2 - h - (s_{carter} + m)$$

Nella tabella qui a fianco sono riportati i valori di tutte le grandezze in questione.

W_2	312,5 mm
h	70 mm
s_{carter}	5 mm
m	2 mm
c_{max}	235,5 mm

3. CARICHI DIMENSIONANTI

3.1. Descrizione del sistema: flusso di potenza

La potenza trasmessa attraverso il sistema è fornita dal motore esterno tramite un albero su cui è realizzata una ruota di pezzo. La numerazione delle diverse ruote dentate è stata definita seguendo il flusso di potenza descritto di seguito. Come si può osservare in **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**, la potenza generata dal motore viene trasmessa all'albero veloce del riduttore tramite la coppia di ingranaggi 1-2 (rapporto ingranaggio 2), successivamente all'albero intermedio tramite la coppia di ruote 3-4 (rapporto originale 5) e infine all'albero lento tramite gli ingranaggi 5-6 (rapporto originale 4,17).

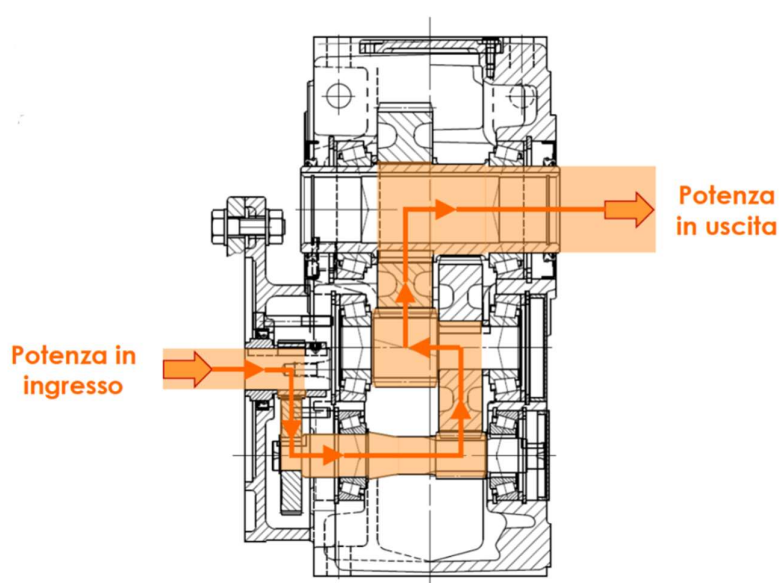


Figura 2.1 - Flusso di potenza

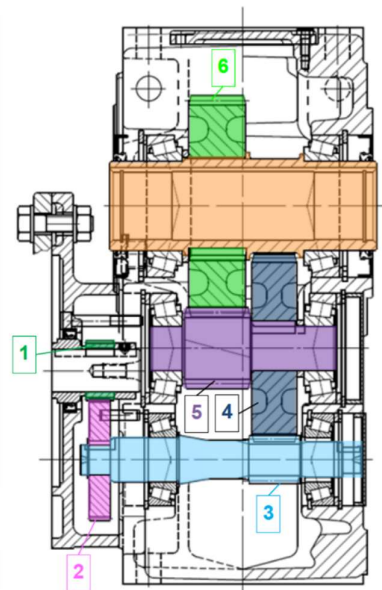


Figura 3.2 - Numerazione ruote dentate

3.2. Calcolo delle spinte generate nell'ingranamento

3.2.1 Definizione valore coppie e direzioni delle spinte

Definito il verso di rotazione della ruota dentata 1 come in Figura 3.3, sono stati ricavati i versi di rotazione di ogni albero e, coerentemente con il flusso di potenza, sono state definite le direzioni delle coppie torcenti. Dalle specifiche fondamentali di progetto su potenza ($P_{ut} = 2\text{ kW}$) e numero di giri all'albero lento ($n_6 = 25,4\text{ rpm}$), è stato possibile definire il modulo della coppia disponibile all'albero lento che corrisponde a $C_6 = 751,91\text{ Nm}$. Nell'ipotesi di un sistema con efficienza unitaria sono state ricavate a cascata le coppie torcenti su tutte le ruote dentate i cui valori sono riportati in Tabella 3.1. Si ricorda inoltre che tali coppie ricavate sono basate sui rapporti di ingranaggio scelti per il pre-dimensionamento e, pertanto, non coincidono esattamente con i valori ultimi ricavati a seguito delle possibili modifiche apportate sui rapporti di ingranaggio necessari durante le verifiche e per evitare danneggiamenti da contatto ripetuto. La scelta dei rapporti di ingranaggio effettivi verrà giustificata nel Paragrafo 3.2.2.

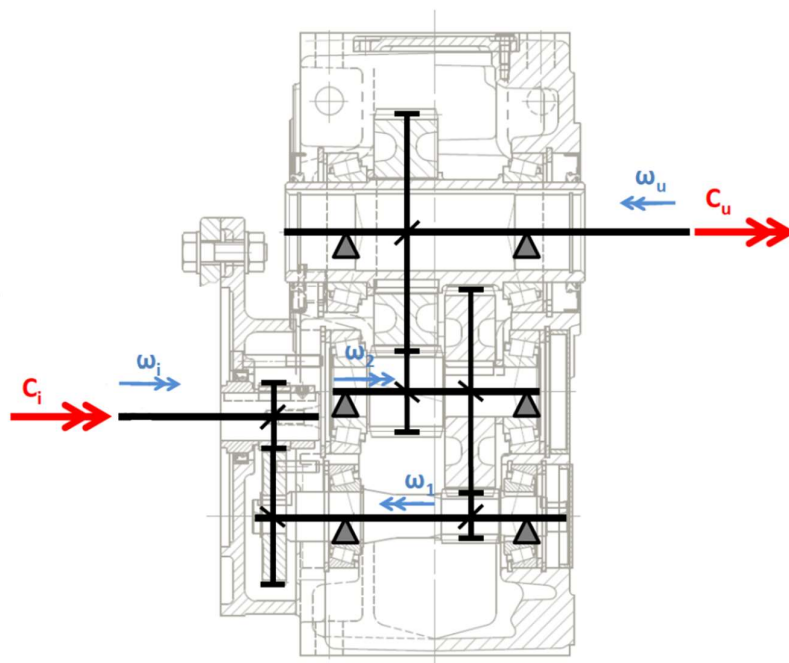


Figura 3.3 - Versi di rotazione e coppie esterne

Potenza [kW]	2
u_{56}	3,85
u_{34}	5,42
u_{12}	2
u	41,7

Ruota dentata	Coppia torcente [Nm]	rpm
1	18,03	1059,18
2	36,06	529,59
3	36,06	529,59
4	195,30	97,79
5	195,30	97,79
6	751,91	25,40

Tabella 3.1 - Coppie e velocità di rotazione ruote dentate

Data la presenza di ruote dentate a denti elicoidali, sono state identificate le direzioni delle forze scambiate nelle tre direzioni (tangenziale, radiale, assiale) seguendo i versi delle coppie torcenti determinate in precedenza. In Figura 3.4 si possono osservare le spinte insistenti sull'albero centrale oggetto della progettazione. I valori delle spinte non possono essere determinati a priori in quanto i rapporti di ingranaggio finali vengono stabiliti a seguito del processo iterativo che porta alla verifica degli ingranaggi.

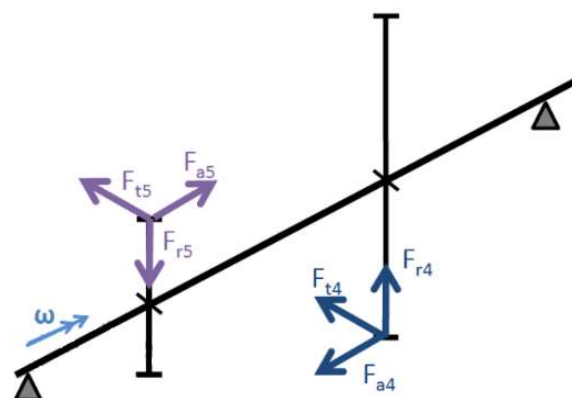


Figura 3.4 - Schema forze ruote dentate

3.2.2 Scelta dei rapporti di ingranaggio e pre-dimensionamento

La definizione dei parametri delle ruote dentate 3, 4, 5 e 6 è stato il punto iterativo della progettazione. Si ricorda che la progettazione dell'albero centrale, elemento cardine di questo progetto, porta a doversi confrontare con i vincoli imposti dalla presenza di altri componenti meccanici con cui esso interagisce, tra cui l'albero veloce e il carter con ingombro fissato.

Le diverse configurazioni ottenute al variare dei parametri sono state valutate sulla base di quattro condizioni necessarie:

1. Ingombro totale del rotismo minore dell'ingombro massimo $c < c_{max}$
2. Rapporto di ingranaggio molto simile a quello da specifica ($41.7 \pm 0.5\%$)
3. Verifiche complete delle ruote dentate
4. Lunghezza dell'albero centrale inferiore a 120 mm
5. Diametro dell'albero veloce ($d \geq 15mm$) per consentirne una valida progettazione

Dopo numerosi tentativi sulla combinazione di rapporto di ingranaggio, larghezza di fascia, angolo di elica e numero di denti, la seguente configurazione di pre-dimensionamento indicata in Tabella 3.2 è stata raggiunta. Si noti lo spostamento di profilo sull'ingranaggio 3-4 al fine di correggere l'interasse di lavoro delle due ruote. Il rapporto di ingranaggio complessivo pari a 41,62 è ritenuto accettabile (-0,194% rispetto alla specifica).

Il valore di U_L^* per l'ingranaggio 3-4 è stato aumentato da 80MPa a 100MPa, sempre nell'intervallo ammissibile per acciai induriti, al fine di pre-dimensionare l'ingranaggio con un modulo normale minore e poter agire più semplicemente sull'angolo di elica β e sul numero di denti per rispettare l'interasse e la specifica sul rapporto di ingranaggio globale.

L'ingombro globale della nuova configurazione è pari a $c = \frac{D_{p3}}{2} + \frac{D_{p4}}{2} + \frac{D_{p5}}{2} + D_{p6} + m_{n6} = 235,03mm$ che è minore di c_{max} pari a 235,5mm.

Ingranaggio 5-6	Ruota dentata 6		Ruota dentata 5	
	z	46	z	12
	D_p [mm]	147,3301	D_p [mm]	38,43394
	m_n [mm]	3	m_n [mm]	3
	x	-0,3	x	0,3
	b [mm]	37	b [mm]	37
	α_n [deg]	20	α_n [deg]	20
	β [deg]	20,5	β [deg]	20,5
	u	3,833	u	3,833
Ingranaggio 3-4	Ruota dentata 3		Ruota dentata 4	
	z	14	z	76
	D_p [mm]	20,3734	D_p [mm]	110,5989
	m_n [mm]	1,25	m_n [mm]	1,25
	x	0,2	x	-0,50975
	b [mm]	28	b [mm]	28
	α_n [deg]	20	α_n [deg]	20
	β [deg]	30,8	β [deg]	30,8
	u	5,429	u	5,429

Tabella 3.2 - Configurazione di pre-dimensionamento ingranaggi

3.2.3 Verifica completa ingranaggio 3-4

La verifica completa degli ingranaggi è stata effettuata seguendo le norme ISO 6336-2:2019 e ISO 6336-3:2019. Tali verifiche richiedono la definizione di diversi coefficienti basati sulla geometria delle ruote, proprietà dei materiali utilizzati e fattori di correzione per l'applicazione dei carichi. Di seguito si riportano tali caratteristiche in Tabella 3.3

	Ruota 3	Ruota 4
Materiale	16MnCr5	16NiCr4
Sovraccarichi	Leggeri su motore e utilizzatore	Leggeri su motore e utilizzatore
Lavorazione	Sbarbato e cementato	Sbarbato e cementato
Cicli di vita	$5 \cdot 10^8$	10^8
Lubrificante	ISO VG 1500	ISO VG 1500

Tabella 3.3 - Caratteristiche ingranaggio 3-4

Si riportano in Tabella 3.4 i valori dei coefficienti ottenuti analizzando tabelle ed equazioni di natura sperimentale fornite dalle norme in funzione delle caratteristiche sopra indicate e alle grandezze caratterizzanti le ruote dentate in esame.

Pitting	3	4
K_A	1,5	1,5
K_V	1	1,05
$K_{H\alpha}$	1	1
$K_{H\beta}$	1,4	1,4
Z_E	191,65	191,65
Z_H	2,289	2,289
Z_ε	0,810	0,810
Z_β	1,079	1,079
Z_N	1,15	1,075
Z_R	1,237	1,237
Z_V	0,948	0,948
Z_L	1,127	1,127
Z_W	1	1
Z_X	1	1
S_{Hmin}	1,5	1,5

Flessione	3	4
Y_{Fa}	2,5	2,5
Y_{Sa}	1,68	1,73
Y_ε	0,7419	0,7419
Y_β	0,87	0,87
K_A	1,5	1,5
K_V	1	1
$K_{F\alpha}$	1	1
$K_{F\beta}$	1,354	1,354
Y_{ST}	2	2
Y_{NT}	1	1
$Y_{\delta rel}$	0,98	0,99
Y_{Rrel}	1,07	1,07
Y_X	1	1
S_{Fmin}	1,75	1,75

Tabella 3.4 - Coefficienti verifica pitting e flessione ingranaggio 3-4

Si riportano le formule utilizzate per definire gli sforzi equivalenti ed i limiti da cui poi ricavare i coefficienti di sicurezza; nella Tabella 3.5 e Tabella 3.6 sono riportati i risultati delle verifiche.

Per la verifica a pitting: $\sigma_H = Z_H Z_E Z_\varepsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d p_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \sqrt{K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta}} \leq \frac{\sigma_{Hlim}}{S_{Hmin}} Z_N Z_L Z_R Z_W Z_X = \sigma_{HP}$

Per la verifica a flessione: $\sigma_F = Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\varepsilon Y_\beta \cdot \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta} \leq \frac{\sigma_{Flim}}{S_{Fmin}} Y_{ST} Y_{NT} Y_{\delta rel} Y_{Rrel} Y_X = \sigma_{FP}$

Ruota	σ_H [MPa]	σ_{HP} [MPa]	η
3	1507,18	1672,09	1,109
4	1544,40	1563,04	1,012

Ruota	σ_F [MPa]	σ_{FP} [MPa]	η
3	557,96	629,16	1,128
4	574,56	635,58	1,106

Tabella 3.5 - Risultati verifica pitting, ruote 3-4 Tabella 3.6 - Risultati verifica flessione ruote 3-4

Poiché tutti i coefficienti di sicurezza sono maggiori di 1, entrambe le verifiche sono soddisfatte su entrambe le ruote.

3.2.4 Verifica completa ingranaggio 5-6

Seguendo lo stesso procedimento applicato per l'ingranaggio 3-4, si definiscono i seguenti parametri per la coppia di ruote dentate 5-6. Si riportano inoltre le differenti caratteristiche dell'ingranaggio in esame.

	Ruota 5	Ruota 6
Materiale	16MnCr5	16NiCr4
Sovraccarichi	Leggeri su motore e utilizzatore	Leggeri su motore e utilizzatore
Lavorazione	Sbarbato e cementato	Sbarbato e cementato
Cicli di vita	10^8	$2.6 \cdot 10^7$
Lubrificante	ISO VG 1500	ISO VG 1500

Tabella 3.7 - Caratteristiche ingranaggio 5-6

Pitting	5	6	Flessione	5	6
K_A	1,5	1,5	Y_{Fa}	2,75	2,5
K_V	1	1	Y_{Sa}	1,68	1,73
$K_{H\alpha}$	1	1	Y_ε	0,7386	0,7386
$K_{H\beta}$	1,4	1,4	Y_β	0,87	0,87
Z_E	191,646	191,646	K_A	1,5	1,5
Z_H	2,365	2,365	K_V	1	1
Z_ε	0,807	0,807	$K_{F\alpha}$	1	1
Z_β	1,033	1,033	$K_{F\beta}$	1,319	1,319
Z_N	1,15	1,25	Y_{ST}	2	2
Z_R	1,237	1,237	Y_{NT}	1	1
Z_V	0,941	0,941	$Y_{\delta rel}$	0,98	0,99
Z_L	1,127	1,127	Y_{Rrel}	1,07	1,07
Z_W	1	1	Y_X	1	1
Z_X	1	1	S_{Fmin}	1,75	1,75
S_{Hmin}	1,5	1,5			

Tabella 3.8 - Coefficienti verifica pitting e flessione, ingranaggio 5-6

Ruota	σ_H [MPa]	σ_{HP} [MPa]	η	Ruota	σ_F [MPa]	σ_{FP} [MPa]	η
5	1648,00	1658,79	1,007	5	540,06	629,16	1,165
6	1648,00	1803,04	1,094	6	505,58	635,58	1,257

Tabella 3.9 - Risultati verifica pitting, ruote 5-6 Tabella 3.10 - Risultati verifica flessione, ruote 5-6

Poiché tutti i coefficienti di sicurezza sono maggiori di 1, le verifiche sono soddisfatte anche per l'ingranaggio 5-6.

3.3. Calcolo delle reazioni vincolari sui supporti

Verificati entrambi gli ingranaggi interessati dalla progettazione, sono stati definiti i carichi esterni trasmessi dalle ruote dentate sull'albero centrale. Tali carichi sono riassunti in Tabella 3.12 a pagina 13 con riferimento al sistema di coordinate in Figura 3.5.

Successivamente si è sviluppato il calcolo reazioni vincolari sui supporti. Nell'analisi l'albero viene ricondotto ad un'asta rettilinea e si considerano le distanze tra i punti di applicazione delle forze come se esse fossero idealmente scambiate in un solo punto sul diametro primitivo in mezzzeria della larghezza di fascia. Le distanze fondamentali tra le ruote dentate ed i cuscinetti sono state definite tenendo conto delle dimensioni massime utilizzabili, dell'ingombro assiale

dei cuscinetti e della necessità di posizionare e bloccare assialmente i diversi organi di macchina calettati sull'albero utilizzando dei distanziali oppure degli spallamenti.

Data la scelta di cuscinetti a rulli conici, è necessario considerare che il punto ideale di applicazione della reazione vincolare non coincide con la mezziera della larghezza dell'anello esterno. Poiché tale spostamento è proprio di ogni modello di cuscinetto, per poter calcolare le reazioni vincolari è stato necessario scegliere un cuscinetto di primo tentativo, verificarlo ed eventualmente aggiornare lo spostamento del punto di applicazione. I valori delle distanze riportati nella Tabella 3.11 fanno riferimento alla configurazione con cuscinetto SKF 32206, modello effettivamente scelto.

La scelta progettuale di partenza è stata quella di vincolare l'albero mediante un sistema iperstatico cerniera – cerniera poiché, data la presenza di due cuscinetti a rulli conici montati a X, si ottengono reazioni assiali dirette verso il centro dell'albero su entrambi i supporti. Tali reazioni sono state calcolate seguendo le indicazioni del manuale SKF come spiegato nel Paragrafo 3.5 - Verifiche cuscinetti.

Il sistema è stato quindi reso isostatico cerniera-carrello per calcolare le reazioni vincolari in x e z (carichi radiali).

Di seguito si riporta nella Figura 3.5 lo schema delle forze agenti sul sistema e delle reazioni vincolari sui due supporti identificati. Nella Tabella 3.11 e Tabella 3.12 si rimanda al calcolo delle grandezze sopracitate.

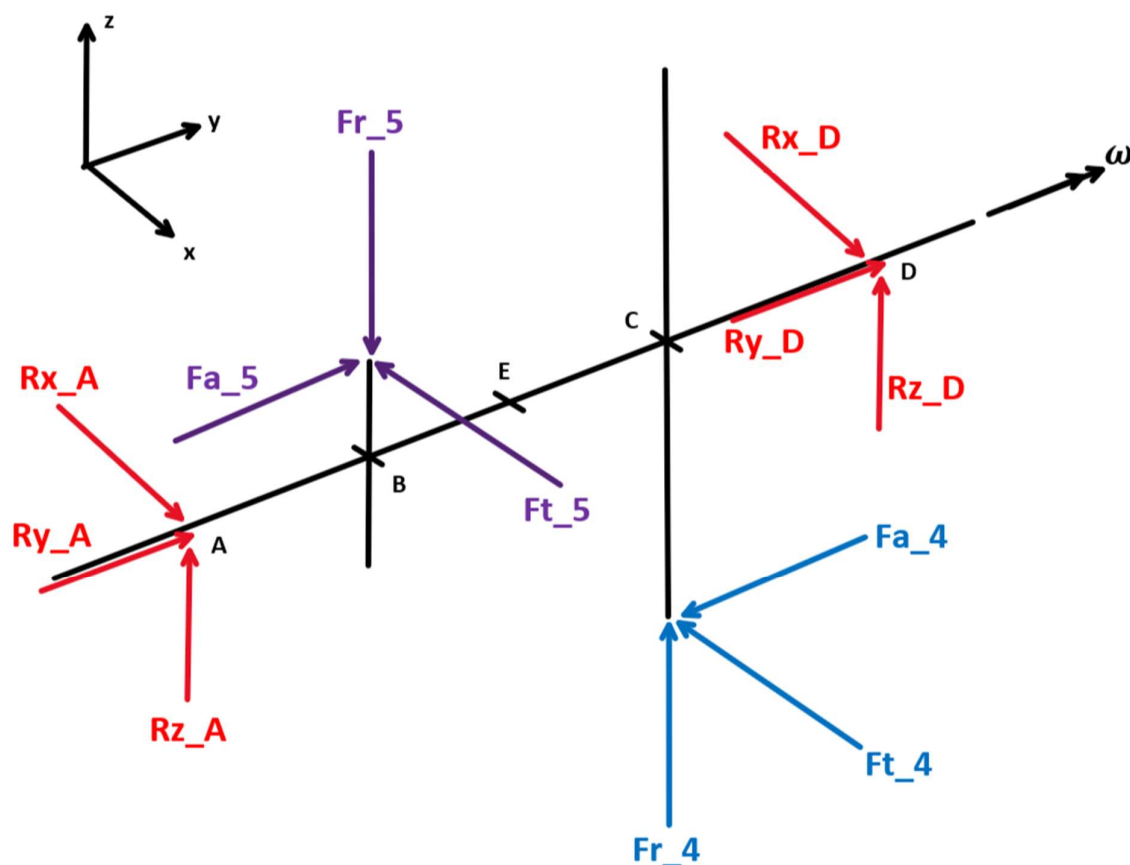


Figura 3.5 - Schema forze e reazioni vincolari

Lunghezza	Valore [mm]
AB	25,75
BC	33,5
CD	25,25
$L_{supporti}$	84,5
a_{cusc}	15
T_{cusc}	21,25

Tabella 3.11 – Lunghezze caratteristiche albero

	Ruota 5	Ruota 4		Punto A	Punto D
F_T [N]	10207	3547	R_x [N]	8157	5598
F_R [N]	3966	1503	R_y [N]	2549	-4251
F_A [N]	3816	2114	R_z [N]	56,81	2406

Tabella 3.12 – Forze di ingranamento e reazioni vincolari

3.4. Diagrammi delle azioni interne nell'albero

Definite le reazioni vincolari, è stato possibile calcolare le azioni interne agenti sull'albero. I diagrammi del momento torcente (M_t) e dell'azione assiale (N_y) agente sull'albero centrale sono raffigurati rispettivamente nel Grafico 3.1 e Grafico 3.2; i valori di tali azioni interne sono riassunti nella Tabella 3.13. Le convenzioni per N_y e M_t sono quelle classiche: azione di trazione positiva e momento uscente dal concio positivo.

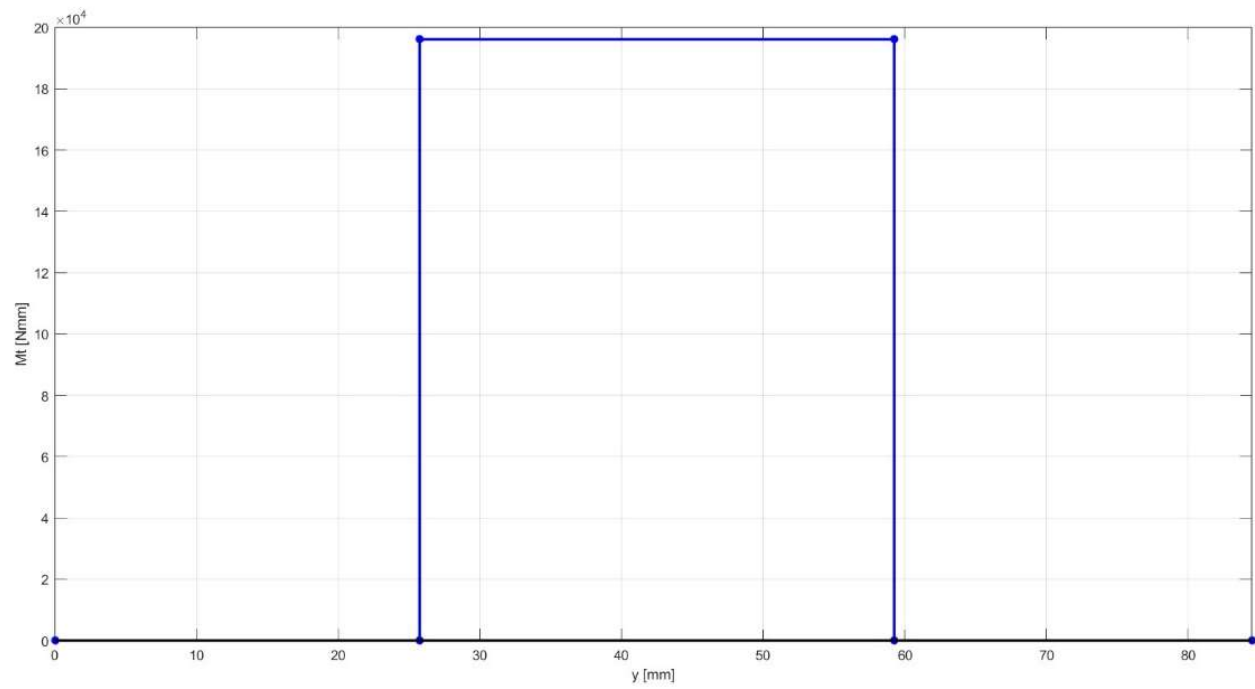
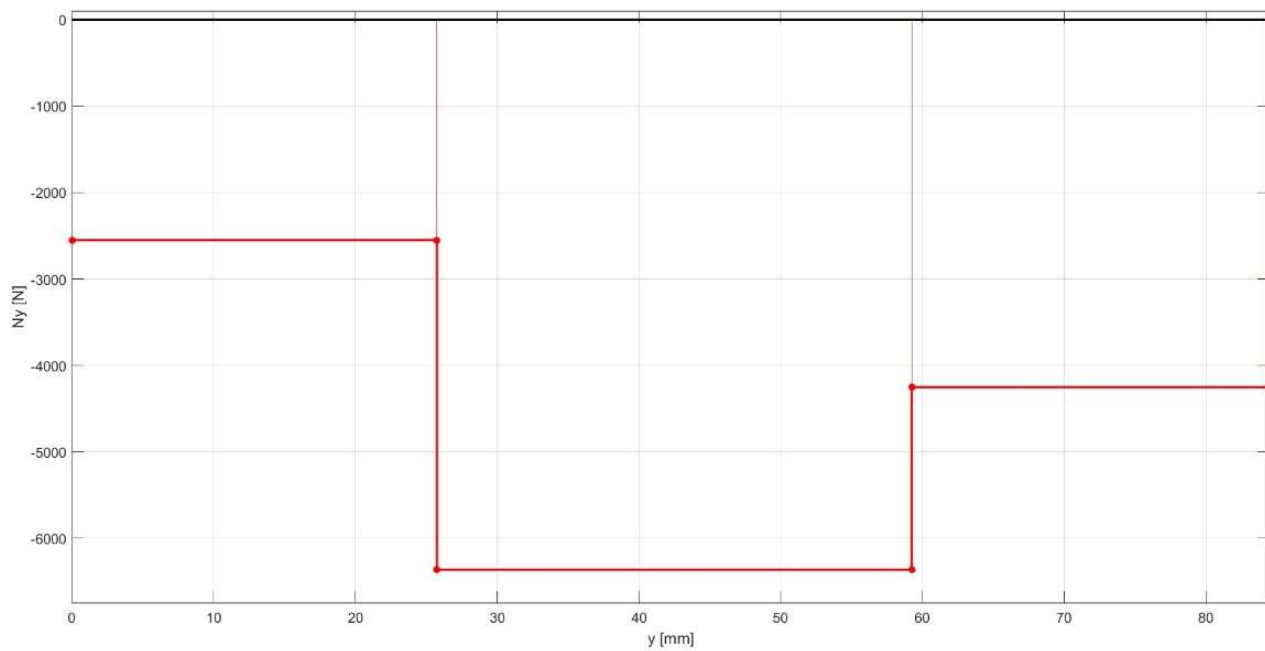
Punto	y [mm]	N_y [N]	M_t [Nmm]
A	0	-2549	0
B -	25,75	-2549	0
B +	25,75	-6365	196151
C -	59,25	-6365	196151
C +	59,25	-4251	0
D	84,5	-4251	0

Tabella 3.13 - Valori momento torcente e azione assiale

In Tabella 3.14 sono indicati i valori dei momenti flettenti, presi positivi se concordi con gli assi del sistema di riferimento in Figura 3.5; nel Grafico 3.3 sono rappresentati i diagrammi dei momenti flettenti lungo l'albero secondo la convenzione delle fibre tese.

Punto	y [mm]	M_z [Nmm]	M_x [Nmm]	$ M_{f,tot} $ [Nmm]
A	0	0	0	0
B -	25,75	-210033	1462,98	210039
B +	25,75	-210033	74800,9	222956
E	45,25	-170048	-1433,84	170054
C -	59,25	-141340	-56166,5	152091
C +	59,25	-141340	60763,1	153848
D	84,5	0	0	0

Tabella 3.14 - Valori azioni interne, momenti flettenti

*Grafico 3.1 - Diagramma momento torcente**Grafico 3.2 - Diagramma azione assiale*

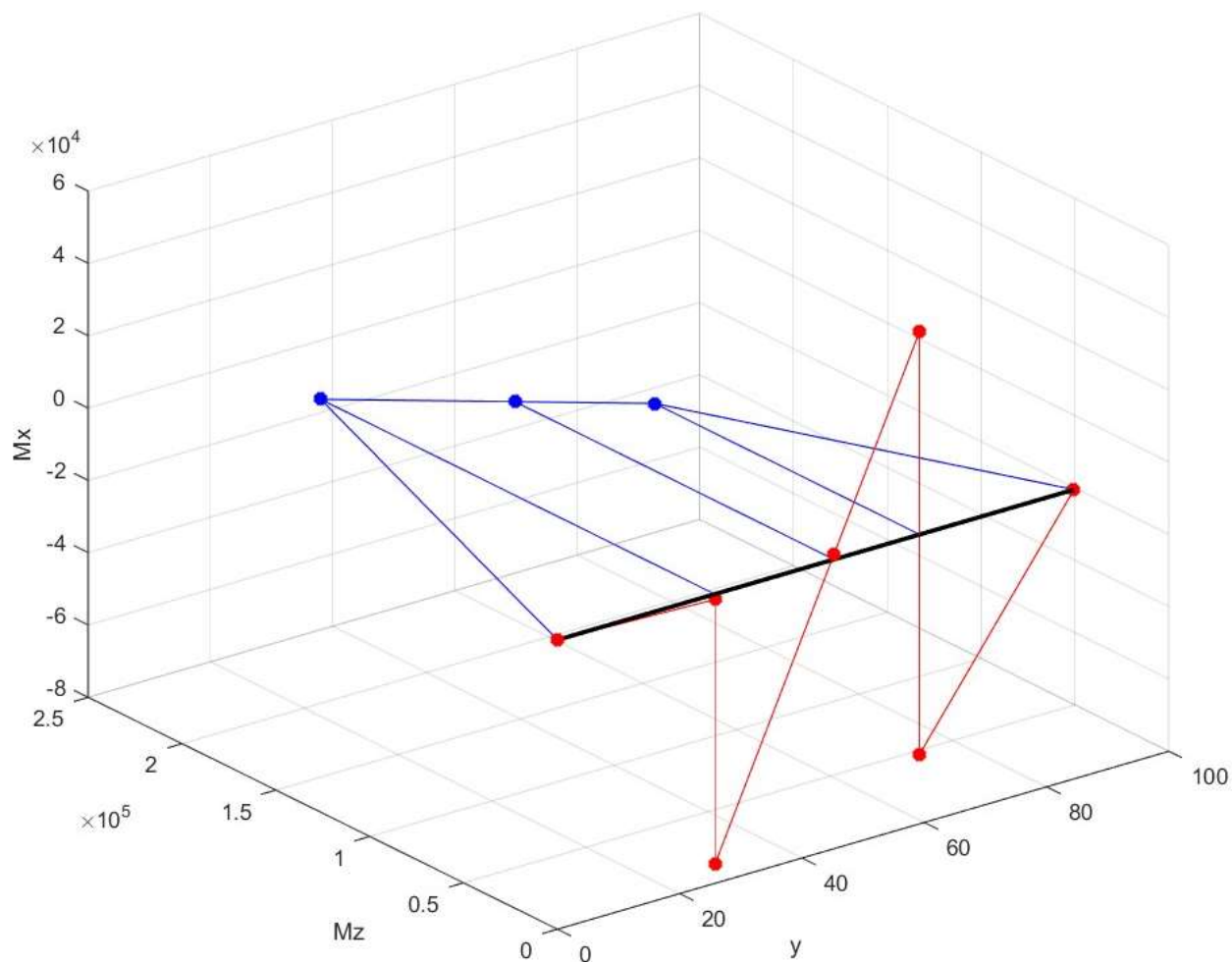
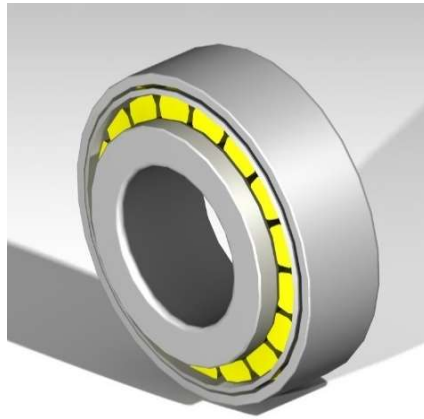


Grafico 3.3 - Diagramma azioni interne, momenti flettenti

3.5. Verifiche cuscinetti

Stabilite le reazioni vincolari scaricate sui supporti risulta possibile definire e verificare i cuscinetti. La soluzione scelta è una coppia di cuscinetti radiali a rulli conici con montaggio ad X in quanto hanno ottime proprietà di assorbimento sia del carico radiale sia di quello assiale presenti in quantità confrontabili. Questa tipologia di cuscinetto richiede un'attenta determinazione dei carichi assiali effettivi, che si discostano da quelli identificati durante il calcolo delle reazioni vincolari. In questo contesto, la configurazione di montaggio assume un ruolo importante nella ridistribuzione dei carichi, in quanto il montaggio ad X avvicina i punti di applicazione dei carichi radiali sui due cuscinetti.

Dal catalogo SKF è stato selezionato il modello 32206; si riportano in Tabella 3.15 i parametri caratterizzanti necessari per la verifica. Per ragioni di simmetria e di semplicità di approvvigionamento i cuscinetti utilizzati su entrambe le estremità dell'albero sono identici.



d [mm]	30
D [mm]	62
a [mm]	15
T [mm]	21,25
C [kN]	61,8
C ₀ [kN]	57,0
P _u [kN]	6,3
e	0,37
Y	1,6
Y ₀	0,9
p	3,33

Figura 3.6 - Render SKF 32206

Tabella 3.15 - Caratteristiche SKF 32206

Come descritto nel manuale SKF al Capitolo 8, paragrafo “Calculating the axial load for bearings mounted singly or paired in tandem”, per calcolare la forza assiale effettiva sui cuscinetti a rulli obliqui è necessario osservare i rapporti $\frac{F_r}{Y}$ e la forza assiale esterna K_a applicata all'albero. Poiché nel caso in esame vale $\frac{F_{rA}}{Y_A} > \frac{F_{rB}}{Y_B}$ e $K_a < 0,5(\frac{F_{rA}}{Y_A} - \frac{F_{rB}}{Y_B})$ rispetto alla convenzione dei casi descritti sia in condizioni di regime sia in condizioni di coppia di spunto, i risultati delle verifiche sono stati ottenuti utilizzando le forze in Tabella 3.16 calcolate seguendo il caso 2c riportato sul Manuale SKF pag.682 (Figura 3.7).

	K_a [N]	F_{rA} [N]	F_{aA} [N]	F_{rB} [N]	F_{aB} [N]
A regime	-1702	8157	2549	6093	4251
Coppia max	-2723	13051	4078	9749	6801

Tabella 3.16 - Valori forze agenti sui cuscinetti

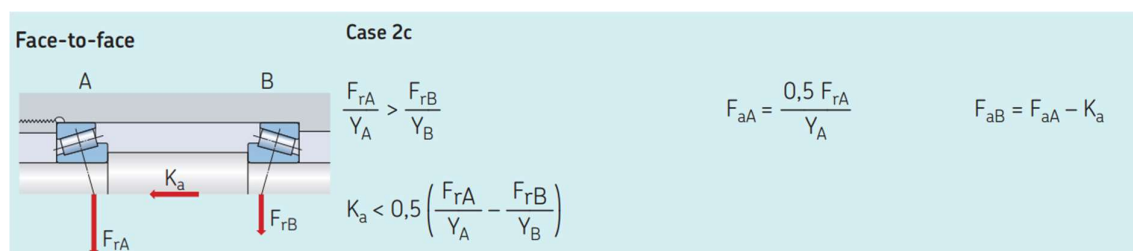


Figura 3.7 – Calcolo spinte assiali, caso 2c

È stata verificata sia la resistenza statica dei cuscinetti (per via dei possibili sovraccarichi all'avvio) sia la resistenza dinamica dei cuscinetti al fine di rispettare la specifica richiesta sulle ore di funzionamento in condizioni di regime. Si riportano nella Tabella 3.17 le condizioni di esercizio dei cuscinetti come definite nel Paragrafo 2.1 - Definizione parametri principali. Essendo la lubrificazione del motoriduttore per bagno d'olio, il lubrificante scelto è lo stesso scelto durante le verifiche delle ruote dentate.

Per quanto riguarda la verifica statica seguendo le indicazioni sul manuale SKF, il coefficiente di sicurezza statico minimo $f_{s,min}$ è stato scelto pari a 4 in quanto i cuscinetti da verificare sono a rulli, in condizioni di un picco di carico e deformazione permanente non accettata. Osservando i risultati in Tabella 3.18, poiché per entrambi i cuscinetti vale $f_s > f_{s,min}$, la verifica di resistenza statica è superata.

Per quanto riguarda la verifica dinamica, di cui si riportano le grandezze fondamentali in Tabella 3.19, la durata modificata in ore di funzionamento del cuscinetto più critico è ampiamente superiore alla richiesta in quanto il lubrificante scelto per necessità per le ruote dentate genera un elevato effetto positivo sulla vita del cuscinetto. Le verifiche dei cuscinetti sono quindi soddisfatte e quindi si può passare a verificare l'albero.

$h_{funz.}$	$T_{esercizio} [^{\circ}]$	η_c	Affidabilità	Lubrificante	rpm
50000	60	0,6	0,95	ISO VG 1500	97,37

Tabella 3.17 - Condizioni esercizio cuscinetti

	A	B
$F_a [N]$	4078	6801
$F_r [N]$	13051	9749
$P_0 [N]$	13051	10996
f_s	4,37	5,18
$f_{s,min}$	4	

Tabella 3.18 - Verifica statica cuscinetti

	A	B
$P [N]$	8157	9239
$P_0 [N]$	8157	6872
k	2,35	2,35
$v [mm^2/s]$	400	400
$v_1 [mm^2/s]$	170	170
$\eta_c * \frac{P_u}{P}$	0,463	0,409
a_1	0,64	0,64
a_{23}	4	3,5
$C_{min} [N]$	33784	39828
$L_{nm} [h]$	374312	216257

Tabella 3.19 - Verifica dinamica cuscinetti

4. DIMENSIONAMENTO E VERIFICA

4.1. Dimensionamento di massima

Il dimensionamento dell'albero centrale, punto focale della progettazione, è strettamente legato alla necessità di disporre e vincolare coerentemente tutti gli organi di macchina. Nello specifico, dato il vincolo sulla lunghezza massima dell'albero e fissate le dimensioni delle larghezze di fascia delle ruote dentate e dei cuscinetti, si è deciso di rendere l'albero il più compatto possibile, sfruttando la presenza delle ruote dentate stesse per vincolare tra loro assialmente i diversi elementi meccanici.

La quota fondamentale ($\Phi 30\text{mm}$) riguarda la zona interessata dalla presenza dei cuscinetti, distanziale e ruota calettata. È stata definita, considerando le dimensioni disponibili per i cuscinetti SKF a rulli conici, in modo da consentire:

1. lavorazione semplificata della ruota di pezzo ($d_{test} > d_{albero}$)
2. evitare grandi variazioni di diametro tra ruote e albero (riduzione effetto intaglio)
3. mantenere un buon momento di inerzia della sezione

Ai fini delle verifiche eseguite sull'albero, la porzione interessata dalla ruota di pezzo è stata schematizzata come una sezione avente la quota del diametro dello spallamento realizzato sulla ruota dentata di pezzo.

Le verifiche condotte hanno permesso successivamente di validare la scelta dei diametri sulle varie sezioni e la relativa disposizione degli elementi.

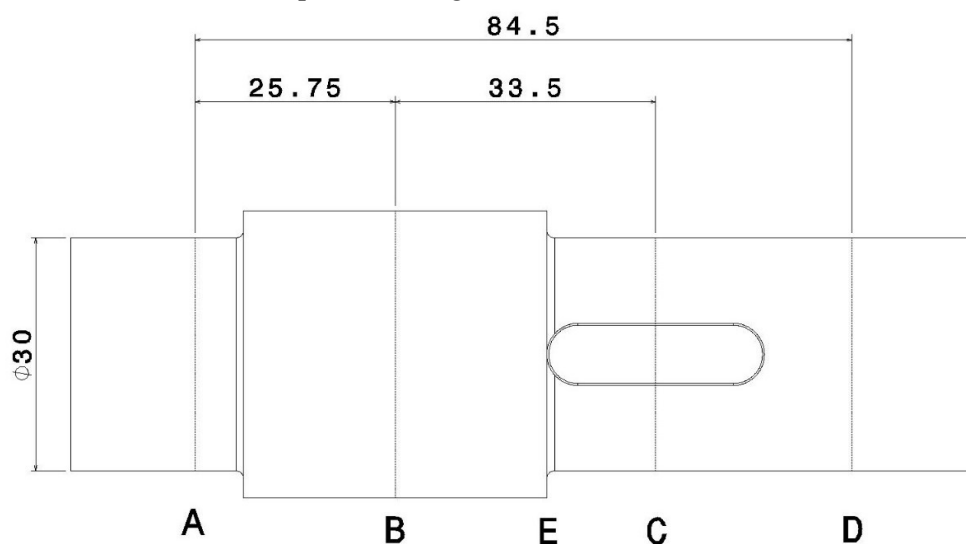


Figura 4.1 - Identificazione punti e distanze fondamentali

4.2. Verifica statica albero

Le verifiche statiche sono state condotte su tutte le sezioni ritenute critiche in quanto caratterizzate dalla presenza di un intaglio. Pertanto, si identificano due regioni di interesse:

1. Zona dello spallamento sulla ruota di pezzo (E). Verifica condotta sullo spallamento di destra in quanto caratterizzato da azioni interne più elevate.
2. Zona interessata dalla presenza della cava della linguetta (Paragrafo 4.7.2 e 4.7.3).

Poiché i motoriduttori Rossi utilizzano motori asincroni trifase e gli avviamenti sono ridotti nel ciclo di vita del prodotto, le verifiche statiche sono state effettuate utilizzando la coppia di spunto fornita da motore che equivale a $C_{spunto} = 1.6C_{nom}$. Poiché la larghezza di fascia della ruota di pezzo è maggiore di $\frac{1}{5}L_{supporti}$ allora, secondo quanto indicato nelle slide del corso *Laboratorio di progettazione meccanica B*, le verifiche sono state eseguite utilizzando le azioni interne reali nei punti analizzati. Le verifiche sono state eseguite considerando come limite la prima plasticizzazione, pertanto $k_s = k_t$.

Punto E (azioni reali)	
d_{sez} [mm]	30
$N_{y,max}$ [N]	-10184
$M_{f,max}$ [Nmm]	272086
K_{tf}	2,3
K_{tt}	1,75
σ_{nom} [MPa]	88,24
τ_{nom} [MPa]	59,20
σ_{VM}^* [MPa]	270,90
η	2,71

Tabella 4.1- Verifica statica punto E, effetto spallamento

I coefficienti di intaglio sono stati definiti osservando le tabelle riportate in *Peterson's Stress Concentration Factors* – Pilkey, Pilkey, Bi (2020), chart 3.10, 3.13 (pag. 198, 201).

Si riportano i risultati della verifica effettuata in Tabella 4.1.

Nel caso della sede della linguetta i coefficienti teorici sono stati confrontati e validati a seguito di un'analisi FEM, ritenuta necessaria data la complessità della geometria nella zona interessata dalla sede della linguetta e dal vicino spallamento. A tale proposito si rimanda al Paragrafo 4.7.2 a pagina 24.

4.3. Verifica a fatica albero

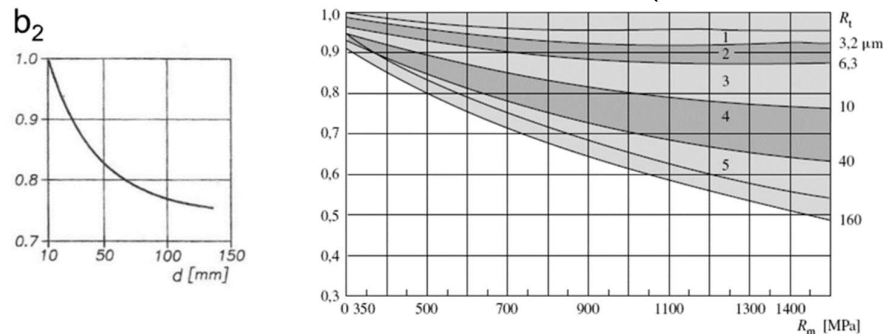
La verifica a fatica è stata condotta, in prima battuta, nella sezione dello spallamento della ruota dentata di pezzo (sezione di destra punto E) senza la presenza della linguetta per la quale si rimanda al Paragrafo 4.7.2. Questa verifica è comunque utile in quanto a ogni giro dell'albero ci sarà un momento in cui il punto più sforzato non risente della presenza della cava. Sono state utilizzate le azioni interne reali in quanto le larghezze di fascia sono maggiori di 1/5 della lunghezza complessiva dell'albero. È stato utilizzato il criterio di resistenza di Gough-Pollard in quanto lo stato di sforzo sullo spallamento è multi-assiale, mentre i coefficienti di intaglio sono stati ricavati dai grafici di *Peterson's Stress Concentration Factors* – Pilkey, Pilkey, Bi (2020).

Poiché tutti i carichi esterni sono fissi nello spazio, le azioni interne di flessione sono rotanti in sezione, per cui generano uno stato di sforzo a fatica, mentre gli sforzi a torsione sono fissi anche in sezione. Per questo motivo gli sforzi limite sono stati identificati come $\sigma_{a,lim} = \frac{\sigma_{FA} \cdot b_2 \cdot b_3}{K_{ff}}$ e $\tau_{lim} = \tau_{sn}$.

I coefficienti b_2 e b_3 sono stati ricavati dal Grafico 4.1 sapendo che $R_{m,albero} = 1030 \text{ MPa}$, $d = 30 \text{ mm}$, $R_a = 0.8 \mu\text{m}$ e $R_t = 5 \mu\text{m}$. Si è scelto $b_2 = 0.9$ e $b_3 = 0.87$.

Nella Tabella 4.2 sottostante si riportano tutte le caratteristiche dimensionali dell'albero, tutte le grandezze e i coefficienti necessari per la verifica a fatica.

$$\sigma_a = \frac{32M_f}{\pi d^3}, \tau_{nom} = \frac{16M_t}{\pi d^3}, \tau_{max} = \tau_{nom} \cdot K_{tt}, H = \frac{\sigma_{a,lim}}{\tau_{lim}}, q = \frac{1}{1 + \sqrt{\left(\frac{140}{R_m}\right)^2 \frac{r}{d}}} \text{ formula di Neuber}$$

Grafico 4.1 – Coefficienti b_2 , b_3

d [mm]	30
D [mm]	37
R [mm]	1
r/d	0,0333
D/d	1,2333
b_2	0,9
b_3	0,87
q	0,8803

$M_{f_{tot}}$ [Nmm]	170053,8
σ_a [MPa]	64,15
M_t [Nmm]	196151,2
τ_{nom} [MPa]	64,75

K_{tf}	2,3
K_{tt}	1,75
K_{ff}	2,144
$\sigma_{a,lim}$ [MPa]	188,042
τ_{lim} [MPa]	424,35
σ_{GP} [MPa]	70,28
η	2,68

Tabella 4.2 – Verifica a fatica punto E, coefficienti, carichi e sforzi

Poiché il coefficiente di sicurezza è superiore a 1.5, la verifica del punto E considerando l'effetto del solo spallamento è soddisfatta.

Per la verifica a fatica dell'albero considerando l'effetto della cava della linguetta si rimanda al Paragrafo 4.7.3 a pagina 25.

4.4. Verifica a deformata: frecce e rotazioni

Sull'albero centrale è stata analizzata anche la deformata dell'albero sotto sforzo. In particolare, le grandezze fondamentali da controllare sono la deformata massima (per assicurare un buon ingranamento) e le rotazioni ai supporti (che devono essere ammissibili per i cuscinetti scelti). Le deformazioni sono state ricavate utilizzando il metodo della linea elastica e la sovrapposizione degli effetti analizzando singolarmente ogni forza e momento agente.

Si è deciso di semplificare l'albero in esame seguendo una modellazione a diametro costante pari al diametro medio. Il diametro medio è stato calcolato come media pesata dei diametri delle varie sezioni dell'albero e, in particolare, per la ruota di pezzo si è utilizzata la media tra diametro di piede e diametro di testa.

Dato che l'albero oggetto della progettazione è un componente di un riduttore, facendo riferimento alle *Lezioni – Laboratorio Progettazione Meccanica B – Carboni, Previati (2023)*, la freccia massima ammissibile è stata imposta a $L/4000$ dove L è la distanza tra i supporti. Per la rotazione massima, invece, è stato imposto il valore limite riportato sul *Catalogo SKF* per i cuscinetti a rulli conici (pag. 676, $0,067^\circ$ o $0,00105$ rad).

Nelle tabelle Tabella 4.3 e Tabella 4.4 sono riportati i dati dell'albero necessari per la verifica della deformata e tutti i carichi analizzati. È da notare la presenza dei momenti flettenti dovuti alle forze scambiate in direzione assiale (y) dalle ruote.

D_{medio} [mm]	$L_{supporti}$ [mm]	J [mm ⁴]	E [Mpa]
30,39	84,5	41850	206000

Tabella 4.3 – Parametri geometrici e proprietà della sezione

Piano xy		Piano zy	
F_{t5} [N]	10207	$Fr4$ [N]	1503
F_{t4} [N]	3547	$Fr5$ [N]	3966
		$Ma4$ [Nmm]	116930
		$Ma5$ [Nmm]	73338

Tabella 4.4 – Forze agenti sull'albero

Applicando il metodo della linea elastica, considerando gli effetti dei singoli carichi sovrapponibili e sommando opportunamente le deformate nei due piani, si sono ottenuti i risultati riportati di seguito in Tabella 4.5.

x_{max} [mm]	40	φ_A [rad]	0,000724
f_{max} [mm]	0,01667	φ_D [rad]	0,000609
f_{lim} [mm]	0,02113	φ_{lim} [rad]	0,00105
η_f	1,27	η_φ	1,45

Tabella 4.5 – Deformate massime e limiti ammessi

Poiché i coefficienti di sicurezza sia per la freccia massima sia per entrambe le rotazioni ai supporti sono maggiori di 1, la verifica sulla deformata dell'albero è soddisfatta.

Nel Grafico 4.2 e Grafico 4.3 si possono osservare le deformate nei piani xy e zy ottenute per ogni singolo carico applicando il metodo della linea elastica lungo la distanza tra i due supporti.

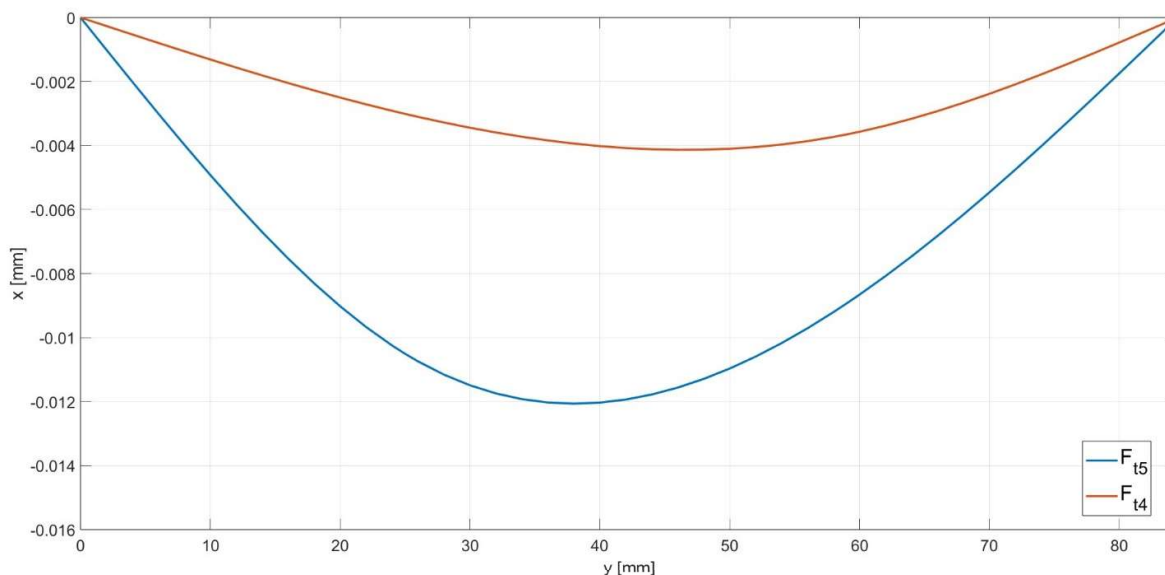


Grafico 4.2 - Deformata piano xy

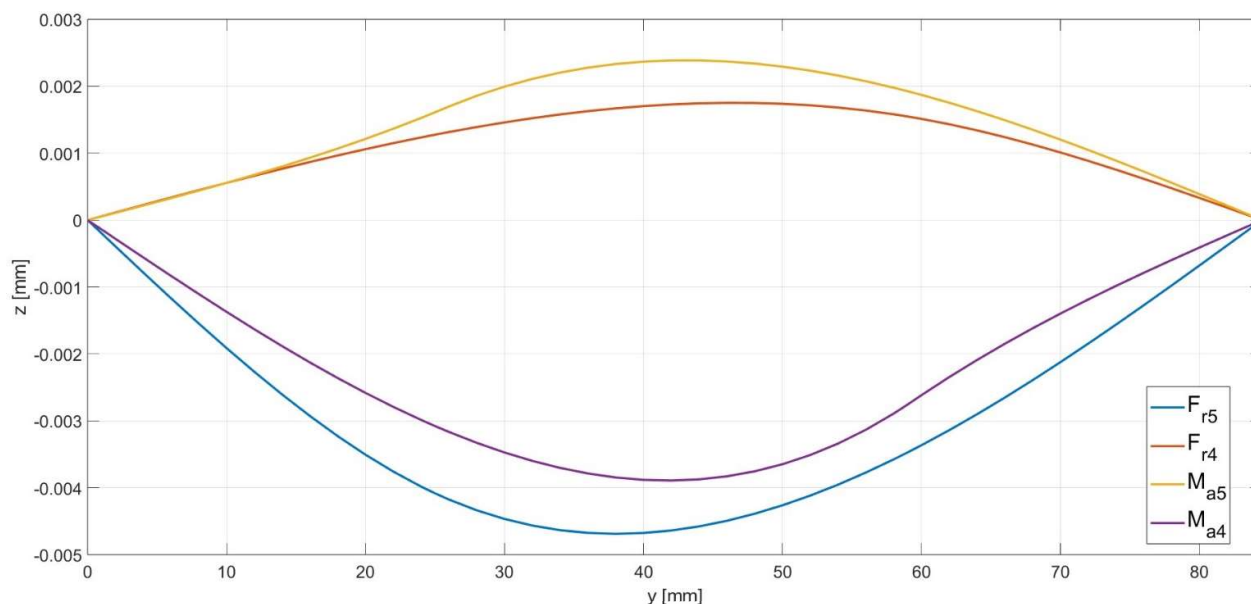


Grafico 4.3 - Deformata piano yz

4.5. Velocità critica flessionale

Le velocità critiche flessionali sono le velocità angolari tali per cui l'albero entra in risonanza a causa dello squilibrio dovuto a masse eccentriche. Per studiare questo fenomeno è stato utilizzato il modello del rotore di Jeffcott-Lavall, il più semplice dei modelli. L'albero è stato considerato come un elemento puramente elastico senza inerzia e le ruote dentate sono state concentrate nei due dischi avente massa equivalente alle ruote reali.

Di seguito si riportano in Tabella 4.6 le formule e i valori per la rigidezza flessionale dell'albero K , la massa delle ruote dentate e la velocità propria flessionale:

$$K = \frac{3EJ}{a^2 \cdot b^2}; M_i = \rho_{steel} \cdot \pi D_{pi} b_i; \omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$$

	K [N/mm]	M [kg]	n [rpm]
Ruota 4	954940	2,066	205307
Ruota 5		0,330	513947

Tabella 4.6 – Velocità critiche flessionali ruote 4-5

Oltre alle velocità con le singole ruote, è stata calcolata anche la velocità critica flessionale con effetto di entrambe le ruote tramite la formula $\frac{1}{\omega_{tot}^2} = \frac{1}{\omega_4^2} + \frac{1}{\omega_5^2}$. Si è ottenuto che tale velocità è la minore delle tre con un valore pari a 190657 rpm; essendo tale valore notevolmente superiore alla velocità di rotazione dell'albero a regime (97,37 rpm) la verifica alle velocità critiche flessionali è soddisfatta.

4.6. Velocità critica torsionale

Le velocità critiche torsionali sono le velocità caratteristiche dell'albero tali per cui si possono generare delle vibrazioni se la coppia torcente viene applicata con la medesima pulsazione. Per un albero con 2 masse calettate le velocità critiche torsionali fondamentali sono tre: due sono quelle dovute alla rotazione di una sola delle due masse e la restante è quella dovuta alla rotazione reciproca.

Le velocità dovute alla rotazione di una sola massa sono state ricavate utilizzando dei modelli a 1 grado di libertà (rotazione della massa calettata libera) in cui l'albero è trattato come un elemento puramente elastico privo di inerzia. Si riportano di seguito in Tabella 4.7 i risultati ottenuti.

	G [N/mm ²]	Jp [mm ⁴]	I [kg*mm ²]	L [mm]	n [rpm]
Ruota 4	79231	83701	3159	33,5	75596
Ruota 5			60,87		544566

Tabella 4.7 – Velocità critiche torsionali ruote 4-5

È stato anche analizzato il sistema con entrambe le masse che ruotano reciprocamente in equilibrio dinamico. Il risultato ottenuto è $\omega_{cr45} = \sqrt{\frac{I_4+I_5}{I_4I_5} \cdot \frac{G \cdot J_p}{l}} = 549789 \text{ rpm}$. Poiché la velocità dell'albero a regime (97,37 rpm) è notevolmente minore della velocità critica minima, la verifica è soddisfatta.

4.7. Verifiche linguetta

Il collegamento tra albero e mozzo della ruota dentata calettata è stato realizzato mediante una linguetta. La presenza di tale organo di macchina impone un'attenta valutazione delle pressioni di contatto tra albero, mozzo e linguetta e delle concentrazioni di sforzo sull'albero data la complessità della geometria della cava. Considerato il diametro dell'albero, la larghezza del mozzo e la geometria dell'albero, la linguetta selezionata è ad estremità arrotondate, con misure 8x7x28 (DIN 6885-UNI 6604). Si riportano in Tabella 4.8 i suoi parametri caratterizzanti.

B [mm]	H [mm]	L [mm]	s [mm]	t1 [mm]	t2 [mm]	r [mm]
8	7	28	0,4	4	3,3	0,25

Tabella 4.8 - Parametri linguetta

4.7.1 Verifiche pressione di contatto

È necessario condurre le verifiche relative alla pressione di contatto separatamente sui 3 componenti interessati dalla trasmissione della coppia torcente. Sono state analizzate le situazioni più critiche per ogni componente, ovvero quando l'area di contatto è minima sul componente.

Data la compattezza del sistema e la vicina presenza della ruota di pezzo alla ruota calettata, si è deciso di preferire un posizionamento simmetrico della linguetta nel mozzo rispetto ad una asimmetrica, ma con maggiore superficie di appoggio utile. Le verifiche condotte hanno mostrato che la soluzione applicata risulta comunque ottima e con buoni coefficienti di sicurezza, oltre a consentire l'utilizzo di una geometria più semplice sull'albero e sul distanziale per il cuscinetto.

La pressione di contatto è valutata mediante la formula $p = \frac{M_t}{z \cdot \frac{d}{2}} \cdot \frac{k_{\varphi\beta}}{L \cdot (h - t_i)}$ dove t_i è selezionato in modo tale da porsi nella condizione più critica, ossia la superficie di contatto minima per ogni singolo componente del collegamento.

I parametri caratterizzanti per valutare la pressione di contatto sono:

$z = 1$ numero di linguette utilizzate per la trasmissione del moto
 $k_{\varphi\beta} = 1$ valore unitario conseguenza dell'utilizzo di una sola linguetta

Si è considerato che la scelta di una linguetta ad estremità arrotondate comporta la riduzione della porzione effettiva a contatto con la sede del mozzo ($l_{cont,mozzo} = l - b = 20mm$) nella configurazione d'assieme proposta (si veda Tavola Assieme in allegato).

I limiti strutturali, rispettivamente per l'analisi a regime e a carico massimo, sono calcolati attraverso le formule nella tabella a fianco, dove f_s e f_L sono dei coefficienti che dipendono dal materiale del componente (tutti duttili nel caso in esame) e dal numero di cicli di avviamento a cui è sottoposto (10^3 nel caso in esame).

$p_{lim,regime}$	$f_s \cdot R_{sn}$
$p_{lim,max}$	$f_L \cdot R_{sn}$

Si riportano i risultati dell'analisi effettuata nelle tabelle Tabella 4.9 e Tabella 4.10 e, poiché per ogni componente in ogni caso vale $SF > SF_{min} = 1,3$ per materiali duttili, allora il collegamento albero – ruota 4 è completamente verificato.

	p [MPa]	R_{sn} [MPa]	f_s	p_{lim} [MPa]	SF
Linguetta	198,13	430	1	430	2,85
Sede albero	116,76	735	1,2	882	7,55
Sede mozzo	198,13	590	1,5	885	4,47

Tabella 4.9 - Verifica pressioni contatto a regime

	p [Mpa]	R_{sn} [Mpa]	f_L	p_{lim} [Mpa]	SF
Linguetta	317,01	430	1,5	885	2,79
Sede albero	186,81	735	1,5	1102,5	5,90
Sede mozzo	317,01	590	1,5	847,5	2,67

Tabella 4.10 - Verifica pressioni massime di contatto

4.7.2 Verifica statica

Le verifiche statiche sulla porzione dell'albero interessata dalla presenza della sede della linguetta sono state valutate sia nel caso di plasticizzazione completa che prima plasticizzazione, utilizzando inizialmente i K_t ricavati dalle tabelle del *Peterson*. Si rimanda al paragrafo 4.8 per un'analisi approfondita dei valori dei coefficienti di intaglio ricavati dall'analisi FEM dell'albero.

Per quanto riguarda la verifica a plasticizzazione totale sono stati utilizzati gli sforzi nominali sull'albero ottenuti applicando la coppia di spunto.

$$\sigma = \frac{32M_{f,max}}{\pi d^3} + \frac{4N_{y,max}}{\pi d^2} = 88,24 \text{ MPa} ; \tau = \frac{16M_{t,max}}{\pi d^3} = 59,20 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{VM}^* = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = 135,28 \text{ MPa} ; \eta = \frac{R_{sn,albero}}{\sigma_{VM}^*} = 5,43$$

La verifica a plasticizzazione totale per la cava della linguetta sull'albero è quindi soddisfatta. Per quanto riguarda la verifica a plasticizzazione locale è necessario fare riferimento ai coefficienti di intaglio indicati sulle tabelle del *Peterson's Stress Concentration, chart 5.3*, pag.491. I coefficienti forniti per torsione e flessione combinata sono validi per le cave realizzate su un albero semplice con geometria $b/d = 1/4$, $t/d = 1/8$, $r/d = 1/48$. Utilizzando tali coefficienti, si sono ottenuti i risultati riportati in Tabella 4.11.

Punto A		Punto B	
d [mm]	30	d [mm]	30
$M_{f,max}$ [Nmm]	272086	$M_{f,max}$ [Nmm]	272086
M/T	0,867	M/T	0,867
K_t	2,60	K_t	2,40
K_{ts}	1,30	K_{ts}	1,92
σ_{nom} [MPa]	129,67	σ_{nom} [MPa]	129,67
σ_{max} [MPa]	337,15	σ_{max} [MPa]	311,21
τ_{max} [MPa]	168,57	τ_{max} [MPa]	248,97
σ_{VM}^* [MPa]	446,01	σ_{VM}^* [MPa]	531,8
η	1,65	η	1,38

Tabella 4.11 - Verifiche statiche prima plasticizzazione

Il punto B è il più critico se si considera come limite la plasticizzazione locale. Si è deciso comunque di proseguire la progettazione in quanto la cava necessaria per la linguetta scelta in questo progetto ha geometria differente da quella analizzata nel Peterson, in particolare sul raccordo di fondo, e inoltre si trova molto vicino a uno spallamento. Dunque, si è ritenuto necessario effettuare un'analisi FEM che è descritta nel Paragrafo 4.8.

Con i coefficienti di intaglio ricavati dall'analisi FEM, sono stati ottenuti i risultati riassunti in Tabella 4.12.

Punto A		Punto B	
d [mm]	30	d [mm]	30
$M_{f,max}$ [Nmm]	272086	$M_{f,max}$ [Nmm]	272086
M/T	0,867	M/T	0,867
K_t	2,89	K_t	2,78
K_{ts}	1,43	K_{ts}	2,17
σ_{nom} [MPa]	129,67	σ_{nom} [MPa]	129,67
σ_{max} [MPa]	374,48	σ_{max} [MPa]	360,64
τ_{max} [MPa]	185,02	τ_{max} [MPa]	281,46
σ_{VM}^* [MPa]	492,89	σ_{VM}^* [MPa]	606,40
η	1,49	η	1,21

Tabella 4.12 - Verifiche statiche prima plasticizzazione, coefficienti FEM

Il punto più critico a prima plasticizzazione risulta essere ancora il punto B sul raccordo della cava. Considerando il numero ridotto di avviamenti e che lo sforzo calcolato è relativamente lontano dal carico di snervamento dell'albero, si ritiene che la geometria sia comunque valida.

4.7.3 Verifiche a fatica

Per quanto riguarda le verifiche a fatica, l'albero lavora in condizioni di flessione alternata (in quanto dovuta a forze fisse nello spazio) e torsione costante. È richiesto di verificare l'albero oggetto della progettazione per un numero di cicli pari a 10^8 per cui è necessario effettuare delle verifiche a fatica a vita illimitata. Il valore limite dello sforzo alternato σ_{lim} non viene alterato dallo sforzo medio in quanto esso è di compressione pari a $\sigma_m = -9,01 \text{ MPa}$ e nel diagramma di Haigh si ha una riduzione di σ_{lim} se $\frac{\sigma_a}{\sigma_m} > \frac{\sigma'_{FA}}{\sigma'_{FA} - R_{sn}}$, condizione non soddisfatta in nessuno dei casi analizzati.

Nelle seguenti tabelle Tabella 4.13 e Tabella 4.14 si propone un confronto tra le verifiche ottenute utilizzando rispettivamente i coefficienti di Peterson e i valori sperimentali ricavati dall'analisi FEM. Con σ_{lim} si intende lo sforzo limite a fatica illimitata già corretto con i vari coefficienti (σ'_{FA}); si ricorda che i coefficienti b_2 e b_3 sono gli stessi utilizzati nel Paragrafo 4.3 ($b_2 = 0,9$ e $b_3 = 0,87$).

Si ricorda che $\tau_{max} = \sigma_{nom} \cdot K_{ts}$ dove $\sigma_{nom} = \frac{16M_f}{\pi d^3} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{M_f^2}{M_t^2}} \right]$.

Per il punto A il raggio di raccordo utilizzato nella formula di Neuber è $r_A = b/2 = 4mm$.

Peterson	Kt	2,60	σ_a	64,15	η 2,13
	Kts	1,30	τ_{max}	105,36	
	Kff	2,50	H	0,380	
	σ_{lim}	161,42	σ_{GP}	75,64	
FEM	Kt	2,89	σ_a	64,15	η 1,93
	Kts	1,43	τ_{max}	115,64	
	Kff	2,77	H	0,3433	
	σ_{lim}	145,69	σ_{GP}	75,45	

Tabella 4.13 - Verifica fatica punto A

Per il punto B il raggio di raccordo utilizzato nella formula di Neuber è $r_B = r = 0.25mm$

Peterson	Kt	2,40	σ_a	64,15	η 2,02
	Kts	1,92	τ_{max}	155,61	
	Kff	2,10	H	0,4523	
	σ_{lim}	191,95	σ_{GP}	95,24	
FEM	Kt	2,78	σ_a	64,15	η 1,77
	Kts	2,17	τ_{max}	175,91	
	Kff	2,40	H	0,3959	
	σ_{lim}	167,99	σ_{GP}	94,69	

Tabella 4.14 - Verifica fatica punto B

L'incremento dei coefficienti di intaglio nel punto B è imputabile alla differenza del rapporto r/d tra il caso studiato dal Peterson e la geometria in esame (nel Peterson $\frac{r}{d} = 0.0208$, nella geometria proposta $\frac{r}{d} = 0.00833$). Maggiori spiegazioni sono riportate nel Paragrafo 4.8.3 a pagina 32.

4.8. Analisi FEM

L'analisi FEM proposta è stata realizzata al fine di valutare lo stato di sforzo in prossimità delle regioni interessate dalla presenza della sede della linguetta e dello spallamento su cui va in battuta la ruota calettata numero 4 (Figura 4.2).

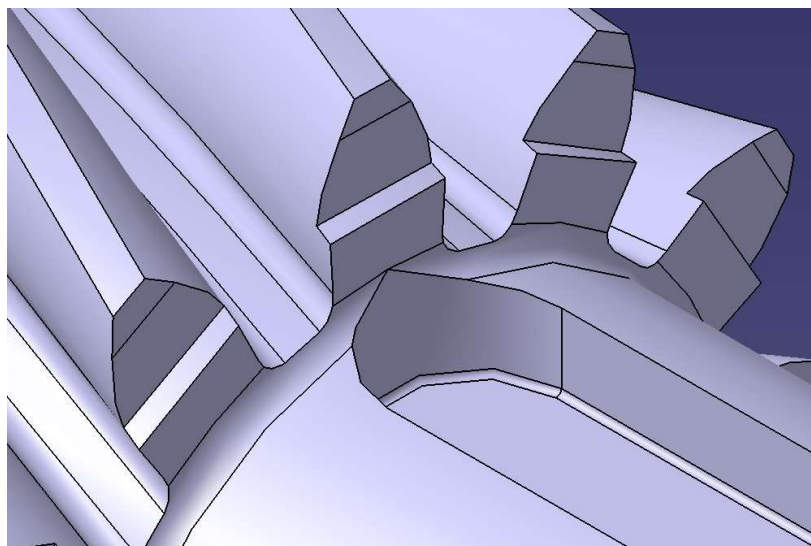


Figura 4.2 - Vista isometrica sede linguetta

A tal fine si è deciso di condurre un'analisi con carichi unitari, separando il comportamento a flessione da quello a torsione, per ricavare in modo numerico i coefficienti d'intaglio nelle regioni critiche ovvero i punti A e B evidenziati dalla teoria di Peterson. Tale analisi non coincide esattamente con la reale rappresentazione degli sforzi agenti nell'albero, poiché le condizioni di lavoro di quest'ultimo richiederebbero un'applicazione contemporanea dei carichi delle ruote dentate, oltre alla modellazione non lineare del contatto tra linguetta e albero.

L'analisi è stata condotta utilizzando un modello CAD dell'albero semplificato, in cui la ruota di pezzo è stata rappresentata in modo fittizio da una porzione cilindrica avente per sezione il diametro dello spallamento realizzato sulla ruota stessa (37 mm).

Il modello 3D è stato vincolato nell'estremità più lontana dalla zona di interesse e successivamente sono stati valutati 2 scenari, andando ad applicare separatamente un momento flettente e torcente unitario.

Per garantire una buona accuratezza dei risultati dell'analisi numerica è stata utilizzata una mesh quadratica ad elementi tetraedrici. La mesh è stata rifinita localmente nelle zone di interesse per ridurre la distorsione degli elementi e per migliorare l'individuazione dei punti sperimentali indicati da Peterson. Si riportano i parametri della mesh in Tabella 4.15, mentre in Figura 4.3 si può osservare il modello a elementi finiti con anche i punti di applicazioni dei momenti e di vincolo opportunamente collegati alla mesh tramite *Multi-Point Constraints*.

Global seed	[mm]	2.5
Local seed raccordo di base cava	[mm]	0.05
Local seed raccordo spallamento	[mm]	0.2
Local seed superfici interne cava	[mm]	0.2

Tabella 4.15 – Parametri mesh del modello FEM

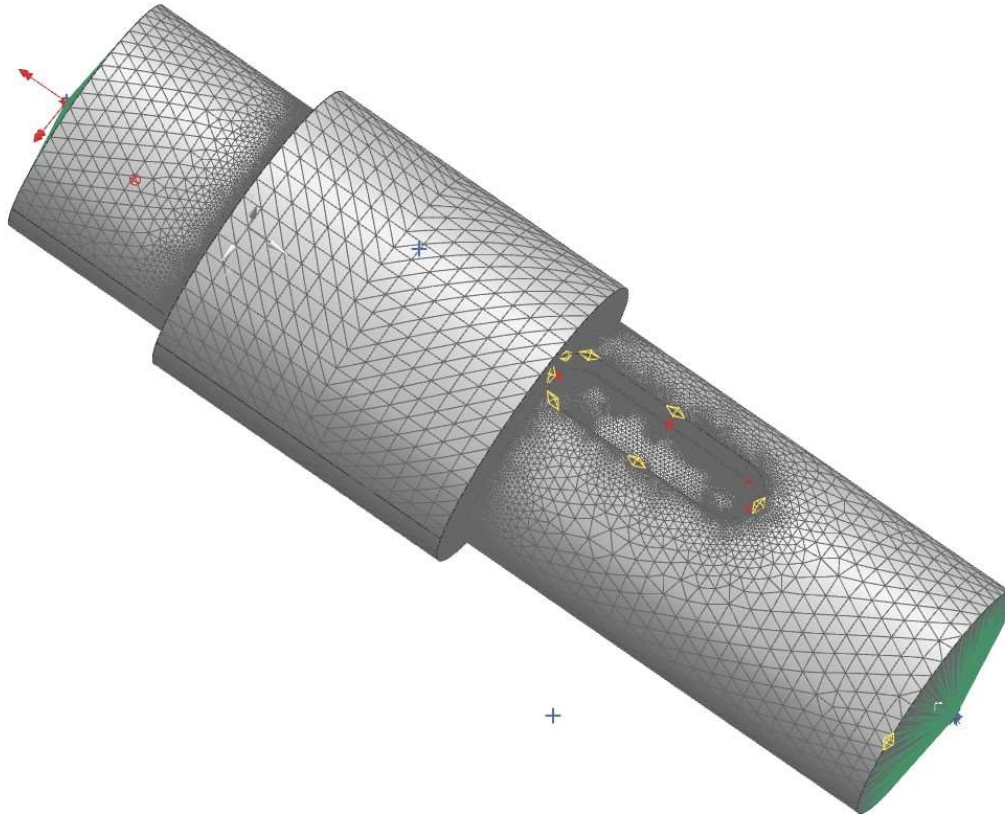


Figura 4.3 - Modello FEM Albero

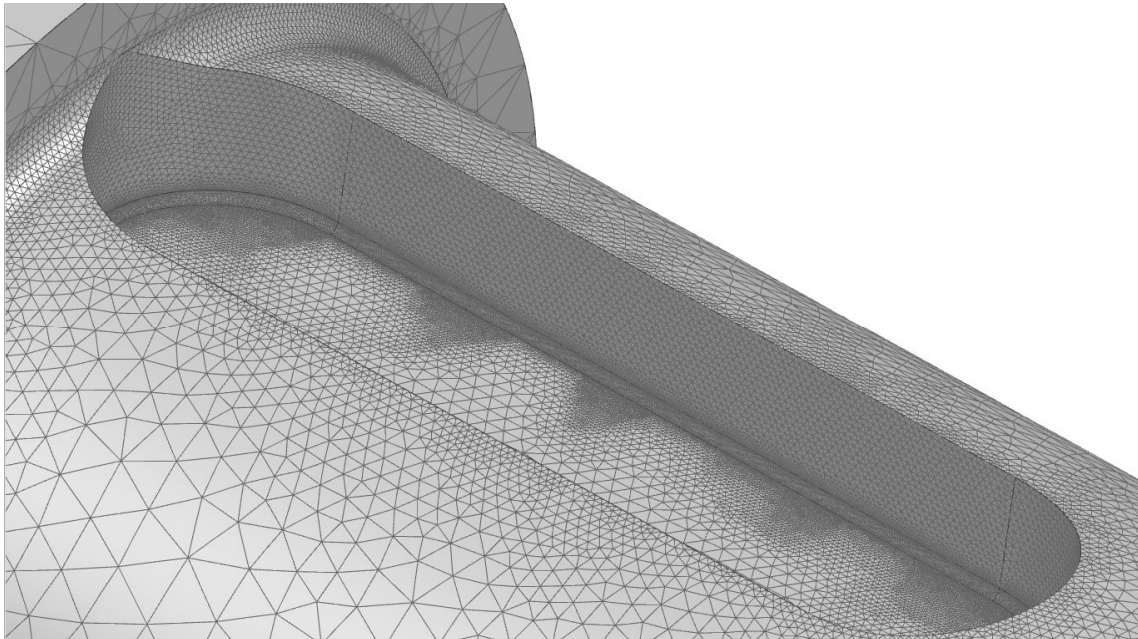


Figura 4.4 - Dettaglio mesh sede linguetta

I valori ricavati dall'analisi FEM sono stati selezionati in accordo con l'analisi teorica in *Peterson's Stress Concentration Factors* (2020) e *Laboratorio FEM – Albero per puleggia*, Carboni, Miccoli, Prevati (2023). Considerando che il punto A sia nel caso di pura flessione sia di pura trazione è sottoposto a uno stato di sforzo mono-assiale per via delle superfici libere nel modello (Figura 4.5), allora i coefficienti K_t dei punti della cava più sollecitati sono stati ricavati utilizzando il massimo sforzo principale: $K_t = \frac{\sigma_I}{\sigma}$ per il caso a flessione e $K_t = \frac{\sigma_I}{\tau}$ per il caso a torsione.

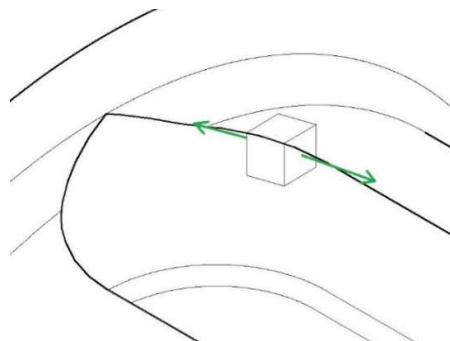


Figura 4.5 - Stato di sforzo Punto A

I coefficienti K_{ts} sono stati calcolati utilizzando lo sforzo di taglio principale: $K_{ts} = \frac{\tau_{max}}{\sigma}$ per il caso a flessione e $K_{ts} = \frac{\tau_{max}}{\tau}$ per il caso a torsione. I coefficienti indicati dalle tabelle del *Peterson* sono stati ricavati su cave con precisi rapporti tra le grandezze fondamentali che la caratterizzano e, inoltre, la cava era posizionata lontano da spallamenti. Come si vede in Tabella 4.16, tali parametri risultano quindi differenti dal caso in esame specialmente per quanto riguarda il rapporto r/d. Inoltre, la parte arrotondata è tangente alla superficie di spallamento e, pertanto, è naturale che i valori numerici dei coefficienti di intaglio presentino certe variazioni rispetto a quelli del *Peterson*.

	Cava provino <i>Peterson</i>	Cava albero in esame
r/d	1/48	1/120
b/d	1/4	4/15
t/d	1/8	2/15

Tabella 4.16 - Rapporti grandezze cava

4.8.1 Flessione

Si riportano di seguito i risultati dell'analisi ed un confronto con i valori teorici proposti da Peterson con l'estremità libera dell'albero sottoposta ad un carico flettente unitario. Le componenti degli sforzi utilizzate sono state σ_I (σ_{max}) e τ_{princ} ; i risultati sono riassunti in Tabella 4.17. Nella pagina successiva si possono anche osservare i risultati visualizzati direttamente nell'ambiente *Post-Processing* del risolutore.

$$\sigma_{nom} = \frac{32 \cdot 1Nm}{\pi d^3} = 0,377MPa ; K_t = \frac{\sigma_I}{\sigma_{nom}} ; K_{ts} = \frac{\tau_{princ}}{\sigma_{nom}}$$

	Peterson	Analisi FEM
K_{tA}	1,65	1,985
K_{tsA}	0,80	0,991
K_{tB}	2,14	2,799
K_{tsB}	1,16	1,384

Tabella 4.17 - Confronto coefficienti d'intaglio teorici e sperimentali, pura flessione

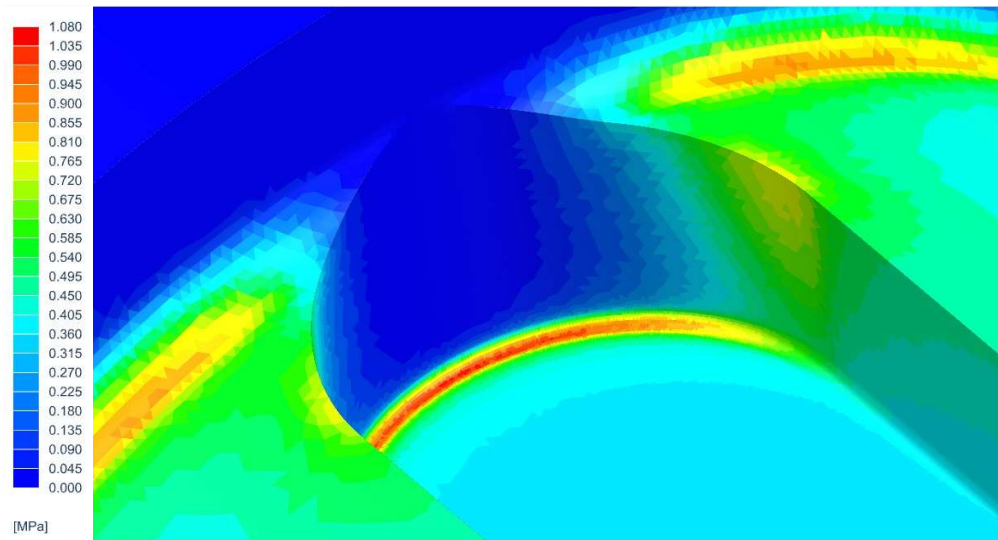


Figura 4.7 - Sforzo principale massimo, flessione pura

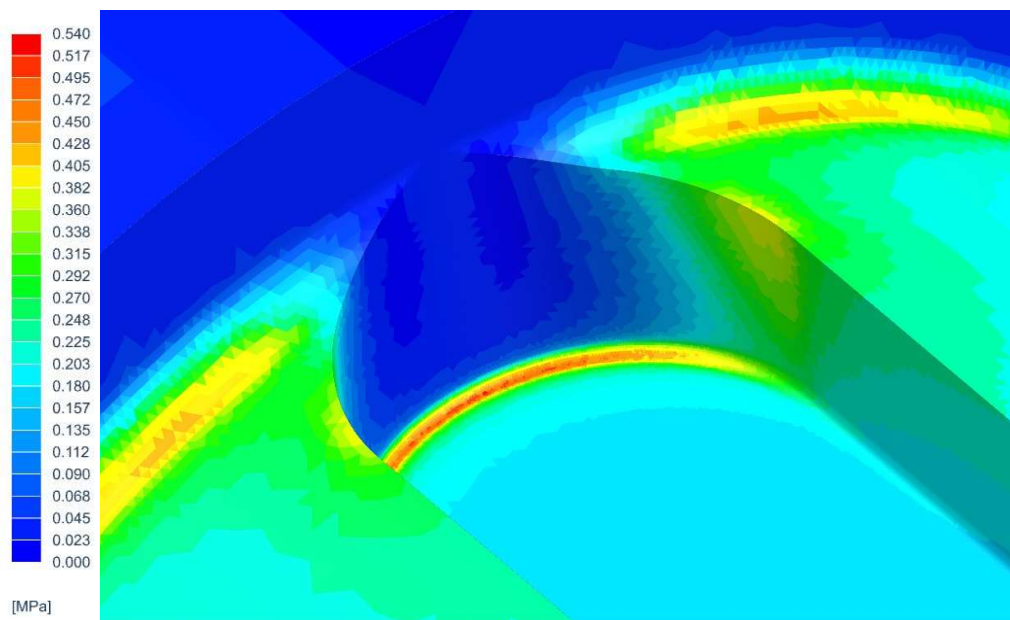


Figura 4.6 - Sforzo tangenziale principale, flessione pura

4.8.2 Torsione

In modo analogo si è definito un altro caso nell'analisi statica, applicando sull'estremità libera un momento torcente unitario. Anche in questo caso sono state valutate le componenti σ_I (σ_{max}) e τ_{princ} nelle regioni identificate da Peterson al fine di ricavare i coefficienti di intaglio i cui valori sono riportati in Tabella 4.18. Nella pagina successiva si possono anche osservare i risultati visualizzati direttamente nell'ambiente *Post-Processing* del risolutore.

$$\tau_{nom} = \frac{16 \cdot 1Nm}{\pi d^3} = 0,189MPa ; K_t = \frac{\sigma_I}{\tau_{nom}} ; K_{ts} = \frac{\tau_{princ}}{\tau_{nom}}$$

	Peterson	Analisi FEM
K_{tA}	3,40	3,578
K_{tsA}	1,70	1,760
K_{tB}	2,60	2,767
K_{tsB}	2,60	2,773

Tabella 4.18 - Confronto coefficienti d'intaglio teorici e sperimentali, pura torsione

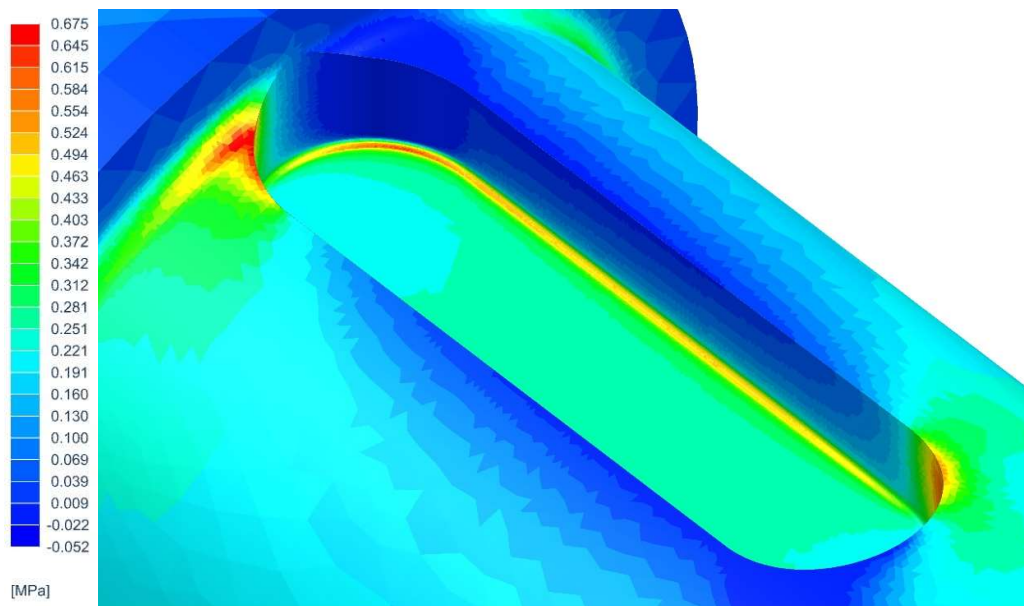


Figura 4.9 - Sforzo principale massimo, torsione pura

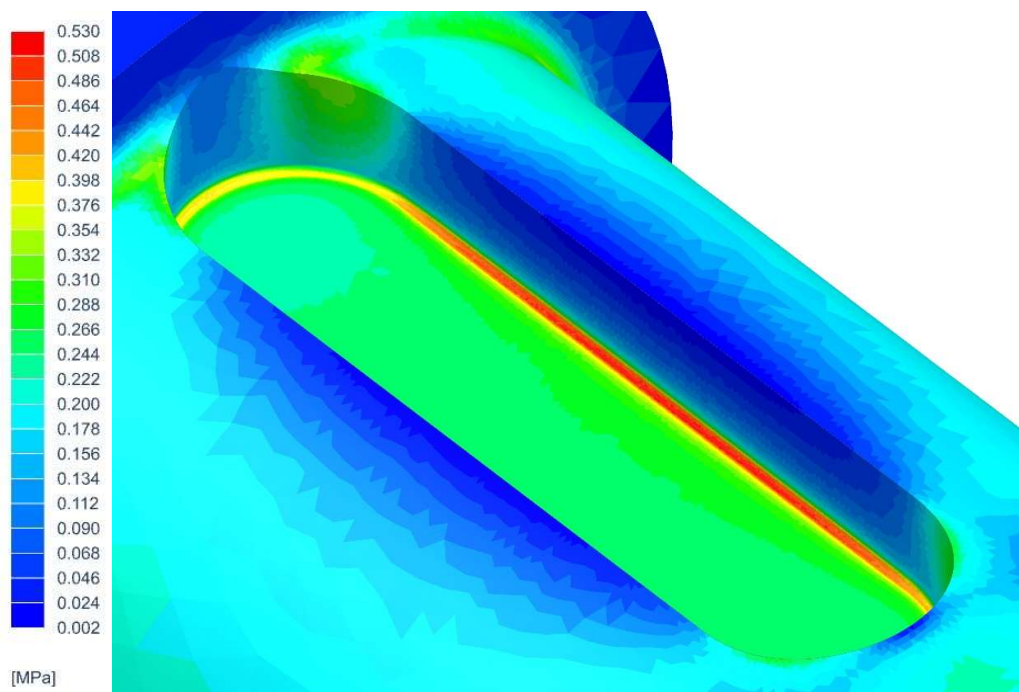


Figura 4.8 - Sforzo tangenziale principale, torsione pura

4.8.3 Definizione coefficienti di intaglio, situazione di carico reale

Successivamente, tramite interpolazione lineare si determinano i valori dei coefficienti di intaglio nei due punti critici A, B al variare del rapporto M_T/M_t , in analogia con la teoria proposta da Fessler (1969).

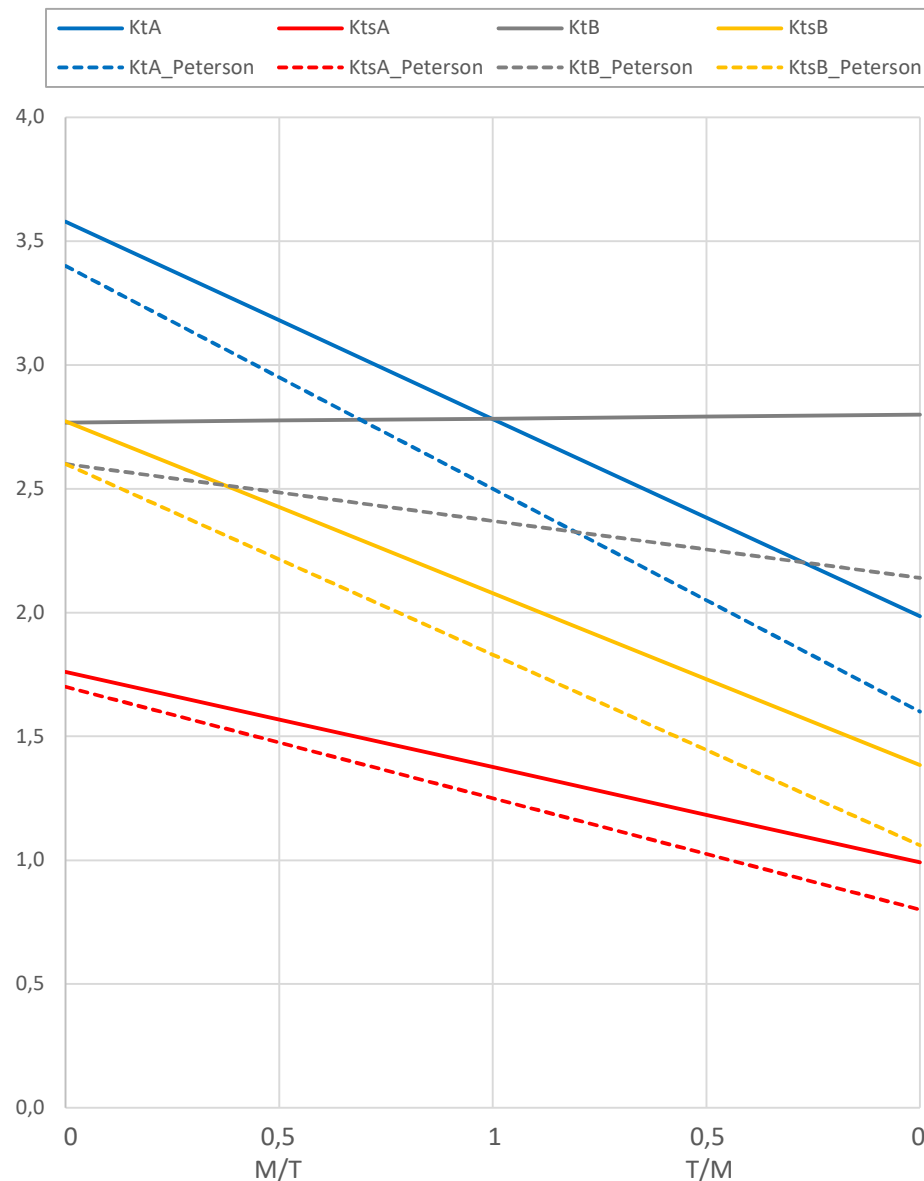


Grafico 4.4 – Coefficienti K_t e K_{ts} ricavati per cava linguetta

Dall'analisi delle azioni interne sull'albero si identifica lo specifico rapporto tra momento flettente e torcente nella sezione della cava con il quale ottenere i valori specifici per la geometria e i carichi applicati. Si riportano nella tabella qui sotto i risultati ottenuti per il caso in esame ed un confronto con i coefficienti ricavati dalla tabella sperimentale proposta da Peterson, Fessler.

$M_{flettente}$ [Nmm]	170054
$M_{torcente}$ [Nmm]	196152
M_t/M_f	0,867

	Peterson	FEM	Delta
K_{tA}	2,60	2,89	+11,2%
K_{tsA}	1,30	1,43	+10,0%
K_{tB}	2,40	2,78	+15,8%
K_{tsB}	1,92	2,17	+13,0%

Tabella 4.19 - Coefficienti intaglio per albero in esame

Si può osservare che i coefficienti nel punto B sono entrambi superiori ai coefficienti indicati nel Peterson. Questo è imputabile principalmente alla riduzione del rapporto r/d (0,0208 nel Peterson, $0.25/30 = 0,00833$ nel caso in esame) e alla vicinanza con il raccordo dello spallamento, specialmente nel caso a flessione pura per K_{tB} . Nel caso a flessione pura il punto B si trova sull'asse di simmetria della cava per cui, nella configurazione proposta, si trova tangente allo spallamento. Questo comporta un aumento dell'ipotetico rapporto D/d da 30/26 a 37/26 e, poiché per gli spallamenti degli alberi il coefficiente di intaglio cresce con D/d , è plausibile che si abbia un effetto analogo di amplificazione degli sforzi nel punto B.

I coefficienti per il punto A, invece, sono incrementati principalmente per l'effetto della vicinanza dello spallamento in quanto i rapporti t/d e r/d non influenzano molto gli sforzi nel punto A (come descritto nel *Peterson* a pag.442 Paragrafo 5.2.1) e il rapporto b/d non è significativamente differente dal valore utilizzato nelle tabelle (0,25 originale contro 0,2666).

5. DISEGNI COSTRUTTIVI E MESSE IN TAVOLA

Insieme alla presente relazione sono allegate le tavole tecniche di tutti i componenti che sono stati interessati dalla progettazione, una tavola d'assieme della porzione interessata dall'albero centrale e un esploso di tale assieme con distinta base.

Osservando la tavola d'assieme è possibile analizzare il bloccaggio assiale di tutti gli organi di macchina presenti. Il bloccaggio è molto simile a quello raffigurato nel disegno 1771 del motoriduttore Rossi. Come si può osservare nel dettaglio B, l'anello esterno dei cuscinetti è vincolato per mezzo di un anello Seeger per interni e da un distanziale al fine di garantire lo spallamento minimo richiesto dal manuale SKF per i cuscinetti utilizzati ($52mm < D_a < 56mm$). Le dimensioni del distanziale esterno fanno riferimento al distanziale CLBS62 – 3 dal catalogo MiSUMi.

L'anello interno del cuscinetto di sinistra è in battuta sulla superficie piana ricavata sulla ruota di pezzo, mentre il cuscinetto di destra è bloccato dal “Distanziale Albero” (numero 4) come si vede nel dettaglio A. La ruota calettata è, invece, bloccata assialmente dal distanziale sopra citato e dallo spallamento realizzato sulla ruota di pezzo.

La tavola Albero consente di commentare le scelte in termini di tolleranze necessarie per permettere un corretto accoppiamento con gli altri organi di macchina interessati.

Per quanto riguarda l'accoppiamento con l'anello interno dei due cuscinetti è stato fatto riferimento alle indicazioni riportate in tabella 6, pag 151 del manuale SKF (2018). *Rolling bearings manual*.

Per l'accoppiamento albero - ruota calettata si è scelto un accoppiamento con leggera interferenza, seguendo l'approccio utilizzato sul Motoriduttore Rossi di riferimento.

Per quanto riguarda la linguetta, gli accoppiamenti possibili sono definiti dalla norma UNI 6604. Si è deciso di seguire l'accoppiamento scelto nel motoriduttore di riferimento quindi un accoppiamento incerto tra linguetta e cava e, considerando che sulla ruota calettata il centraggio è garantito dall'accoppiamento, un accoppiamento con gioco tra mozzo e linguetta. Per l'accoppiamento con il mozzo è stato scelto di utilizzare una tolleranza H9 al posto di D10 come da standard perché consigliato dalla norma per “esigenze più ristrette” sul gioco.

6. CONCLUSIONI

Il lavoro di progettazione compiuto sull'albero centrale ha portato alla definizione della geometria rappresentata nella tavola "Albero" allegata. L'albero è progettato per essere parte di un motoriduttore capace di fornire all'utilizzatore una potenza di 2kW (sotto l'ipotesi di sistema ideale con rendimento unitario) a un numero di giri pari a 25,4rpm. La geometria dell'albero progettato e le variazioni di geometria delle ruote dentate non comportano cambiamenti nelle dimensioni esterne del carter del riduttore (312,5mm x 135mm x 200mm) e permettono di raggiungere un rapporto di ingranaggio globale pari a 41,62, molto simile al valore di partenza (41,7).

La trasmissione della potenza avviene per mezzo di una ruota di pezzo a denti elicoidali e una ruota dentata realizzata in 16NiCr4 collegata all'albero tramite una linguetta UNI 6604 - A 8x7x28 realizzata in C45. Le caratteristiche principali di tali ingranaggi sono riportate nella tabella di seguito.

	Ruota 3	Ruota 4		Ruota 5	Ruota 6
m_n [mm]	1,25		m_n [mm]	3	
z	14	76	z	12	46
b [mm]	28		b [mm]	37	
β [°]	30,8		β [°]	20,5	
u	5,43		u	3,83	
η pitting	1,109	1,012	η pitting	1,007	1,094
η flessione	1,128	1,106	η flessione	1,165	1,257

Tabella 6.1 - Dati ruote dentate riprogettate

I supporti sono due cuscinetti SKF 32206 con montaggio convergente con durata di funzionamento superiore a 50000 ore con affidabilità 95%, temperatura di esercizio pari a 60°C e livello di contaminazione pari a 0,6. Tali cuscinetti devono essere utilizzati con il lubrificante ISO VG 1500.

L'albero è realizzato in 16MnCr5 ed è stato progettato per realizzare un numero di cicli pari a 10^8 cicli con un numero di avviamenti limitato a 10^3 . Le verifiche statiche e a fatica sulla cava della linguetta sono state eseguite utilizzando coefficienti di intaglio ricavati da un'analisi a elementi finiti seguendo la teoria di Peterson. L'analisi FEM è stata condotta sul solo albero, pertanto, senza modellazione dei contatti tra sede e linguetta.

Le verifiche strutturali sono caratterizzate dai seguenti coefficienti di sicurezza:

Verifica statica (spallamento, prima plasticiz.)	2,71
Verifica statica (sede linguetta, plasticiz. tot.)	5,43
Verifica statica (sede linguetta, prima plasticiz.)	A 1,49 ; B 1,21
Verifica a fatica (spallamento)	2,68
Verifica a fatica (sede linguetta)	A 1,93 ; B 1,77
Deformata massima (max 0,0211 mm)	1,27
Rotazioni ai supporti (max 0,0667°)	1,45
Velocità critica flessionale [rpm]	190675
Velocità critica torsionale [rpm]	75596

Tabella 6.2 - Risultati verifiche albero

Bibliografia

- Carboni, Miccoli, Previati (2023). Slides del Corso *Laboratorio di Progettazione Meccanica B*
- Carboni, Miccoli, Previati (2023). *Analisi ad elementi finiti di un albero per trasmissione a cinghia*
- Carboni (2023). *Introduzione alla Prova Finale e Complementi*
- Pilkey W., Pilkey D., Bi (2020). *Peterson's Stress Concentration Factors*
- SKF (2018). *Rolling bearings manual*
- Rossi Habasit Group (2016). Catalogo *Serie G*
- British Standard (2020). *BS ISO 6336-2:2019, BS ISO 6336-3:2019*
- UNI. Estratto di *UNI 6604*