

# Física Geral I • FIS0703

---

Aula 11

31/10/2016

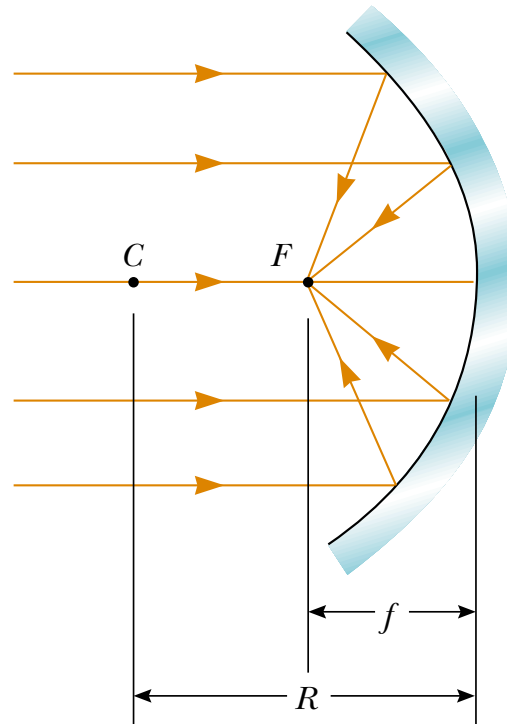
# Espelhos esféricos côncavos

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R}$$

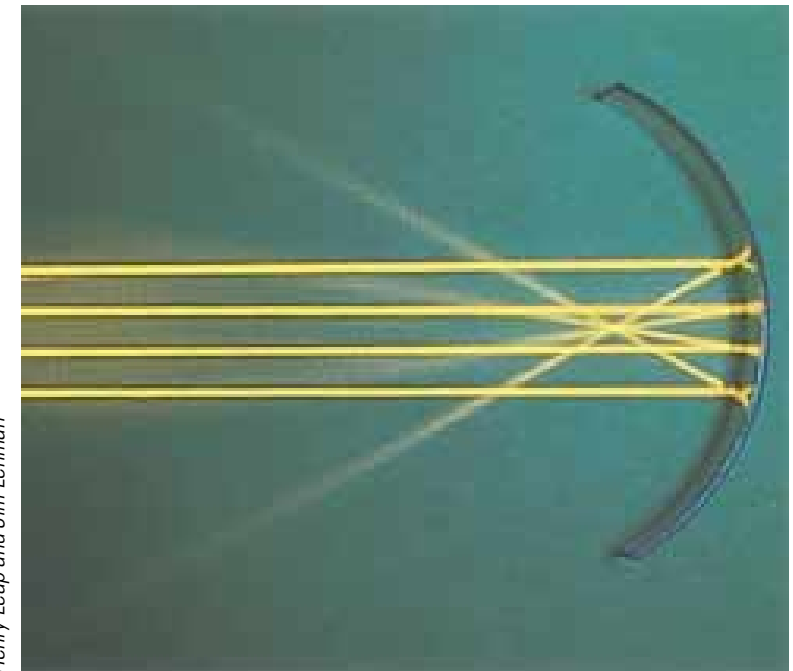
## Caso de objeto muito distante:

$$\frac{1}{p} \approx 0 \qquad \frac{1}{q} \approx \frac{2}{R}$$

A imagem é formada no **foco  $F$** .



Henry Jean and Jim Lehman



A distância da imagem chama-se a **distância focal  $f$** .

$$f = \frac{R}{2}$$

A distância focal caracteriza o espelho tal como o raio de curvatura  $R$  (e não depende do material do espelho).

Podemos re-escrever a equação dos espelhos em termos de  $f$ :

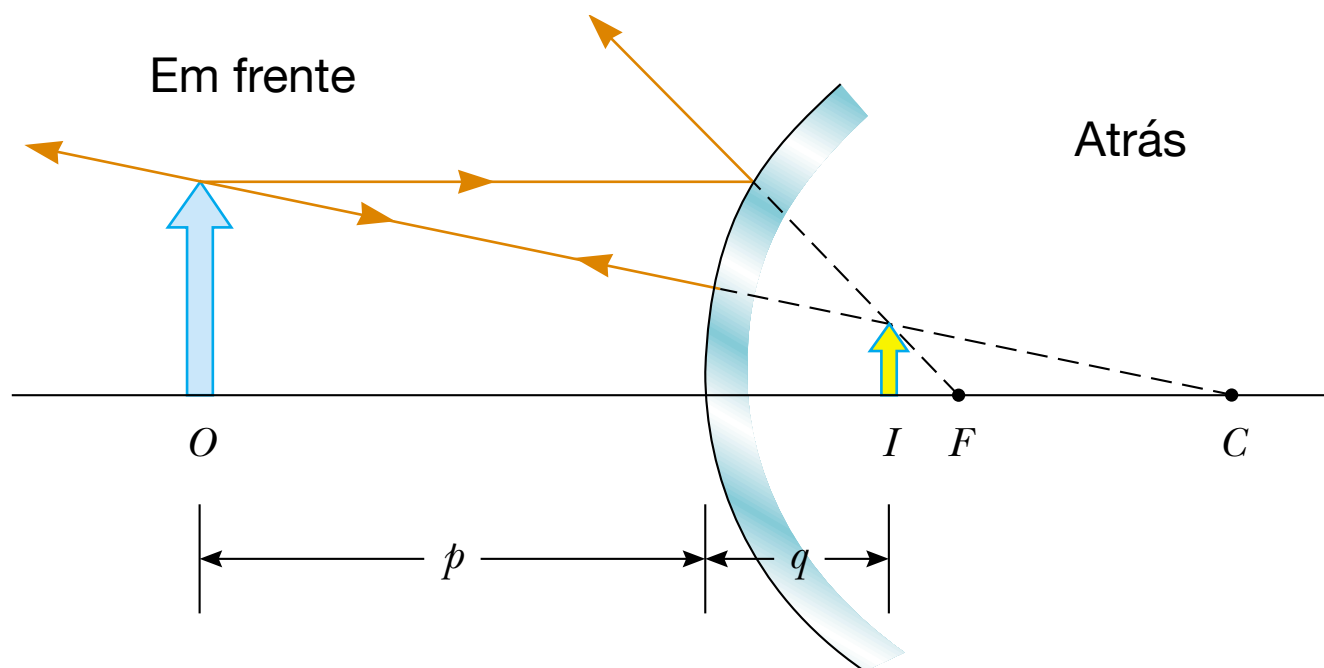
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

# Espelhos esféricos convexos

A luz é refletido pela superfície exterior duma secção esférica.

Os raios sempre divergem após a reflexão no espelho.

As imagens são **virtuais**, **direitas** e **mais pequenas** do que o objeto.



As equações do espelho côncavo são também válidas para espelhos convexos, desde que usamos uma determinada **convenção para os sinais**:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$M = \frac{h'}{h}$$

**Lado dos raios incidentes** no espelho: “**em frente**” (front). O outro lado é “**atrás**” (back).

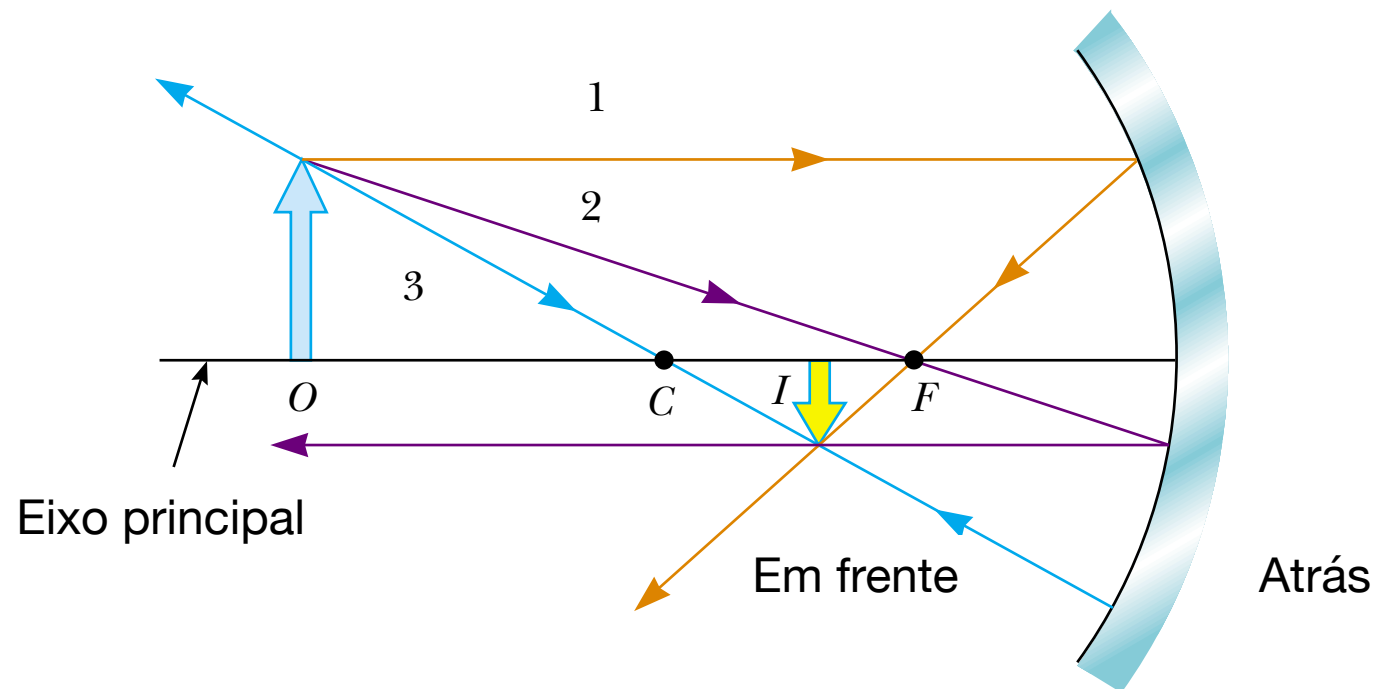
## Sign Conventions for Mirrors

Quantity	Positive When	Negative When
Object location ( $p$ )	Object is in front of mirror (real object)	Object is in back of mirror (virtual object)
Image location ( $q$ )	Image is in front of mirror (real image)	Image is in back of mirror (virtual image)
Image height ( $h'$ )	Image is upright	Image is inverted
Focal length ( $f$ ) and radius ( $R$ )	Mirror is concave	Mirror is convex
Magnification ( $M$ )	Image is upright	Image is inverted

# Construções gráficas

Espejo côncavo. Objeto mais distante do espelho do que o ponto  $C$ .

A imagem é real, invertida e reduzida em tamanho.



## Raios principais para espelhos côncavos:

**Raio 1:** do ponto superior do objeto em paralelo ao eixo principal, é refletido através de  $F$ .

**Raio 2:** do ponto superior do objeto através de  $F$ , é refletido em paralelo ao eixo principal.

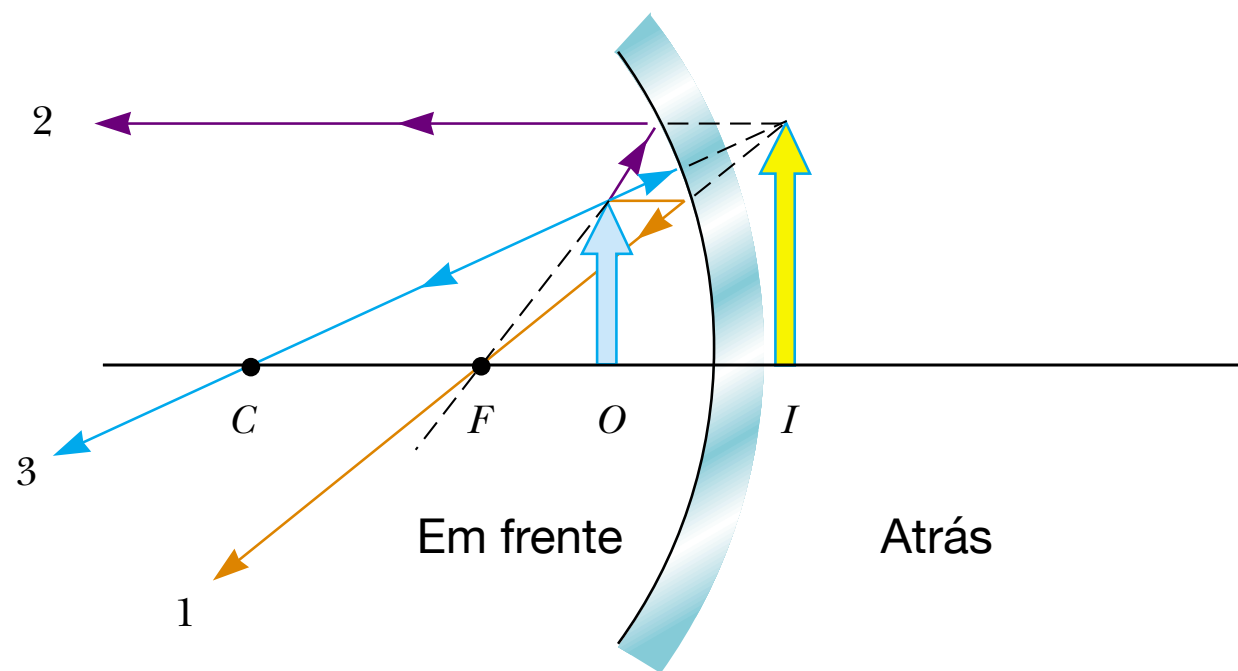
**Raio 3:** do ponto superior do objeto através de C, é refletido na mesma direção em sentido contrário.

A intersecção de dois raios localiza a imagem.

# Construções gráficas

Espelho côncavo. Objeto mais próximo do espelho do que o foco  $F$ .

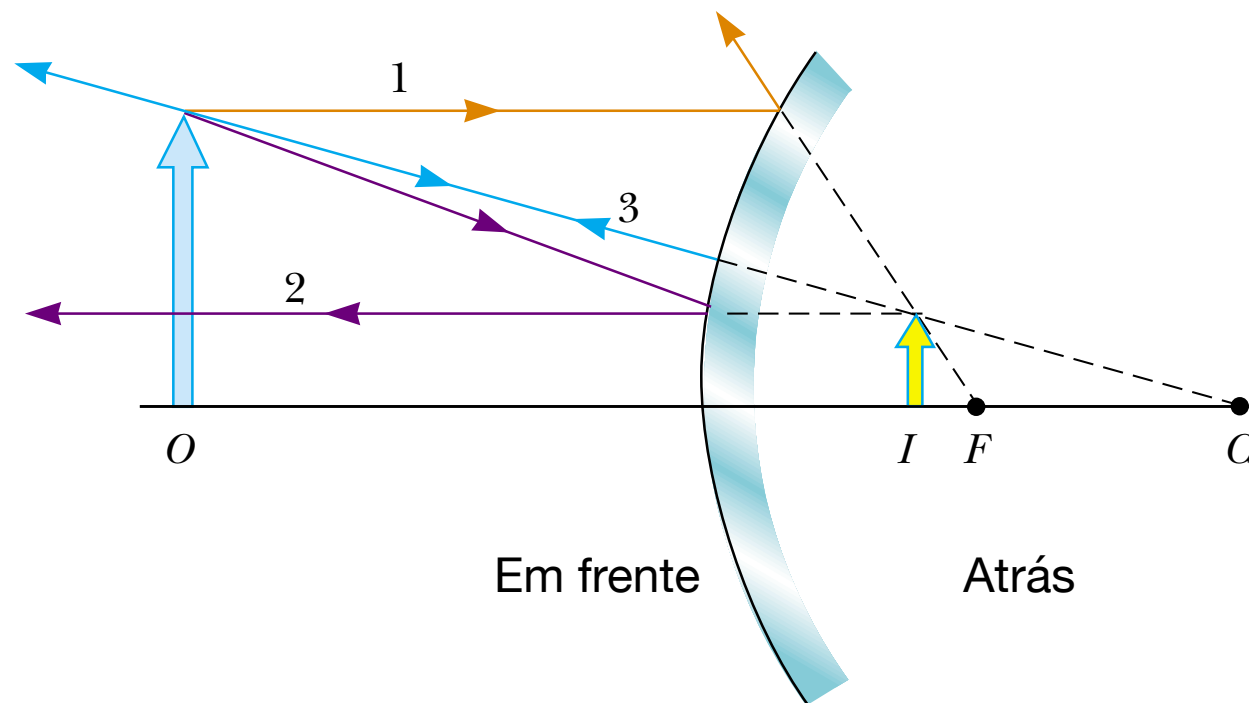
A imagem é virtual, direita e ampliada.



# Construções gráficas

Espelho convexo.

A imagem é virtual, direita e reduzida em tamanho.



Raios principais para espelhos convexos:

**Raio 1:** do ponto superior do objeto em paralelo ao eixo principal, é refletido para longe de  $F$ .

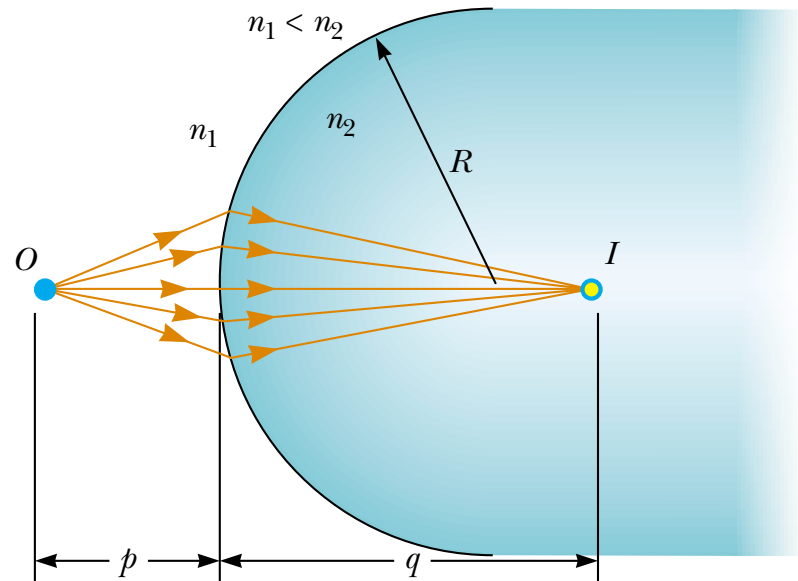
**Raio 2:** do ponto superior do objeto em direção para  $F$  do lado atrás, é refletido em paralelo ao eixo principal.

**Raio 3:** do ponto superior do objeto em direção para  $C$  do lado atrás, é refletido na mesma direção em sentido contrário.

A intersecção de dois raios localiza a imagem.

# Imagens formadas por refração

Consideremos dois meios transparentes separados por uma fronteira esférica com raio  $R$ .  
Os índices de refração são  $n_1 < n_2$ .



Raios provenientes do objeto  $O$  são refratados na superfície esférica e focados no ponto imagem  $I$ .

Lei de Snell:  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

Aproximação para ângulos pequenos (raios paraxiais):

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

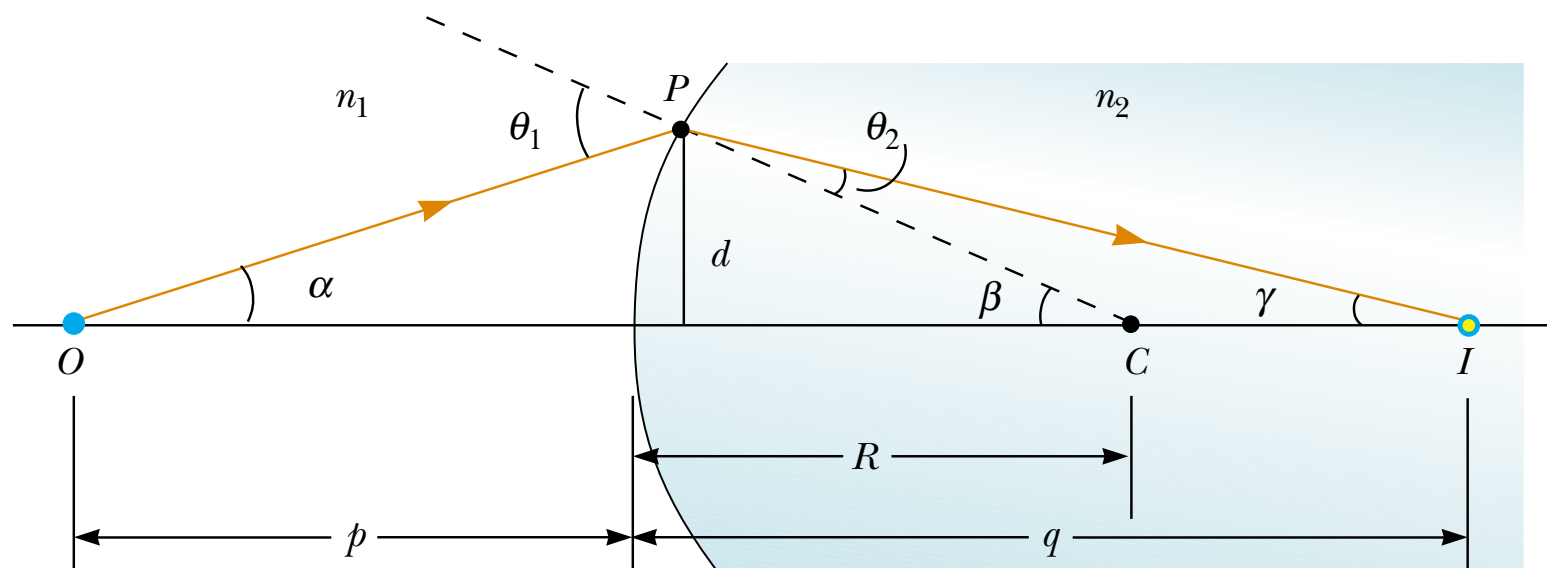
OPC:  $\alpha + \beta + (180^\circ - \theta_1) = 180^\circ \longrightarrow \theta_1 = \alpha + \beta$

PIC:  $\gamma + (180^\circ - \beta) + \theta_2 = 180^\circ \longrightarrow \theta_2 = \beta - \gamma$

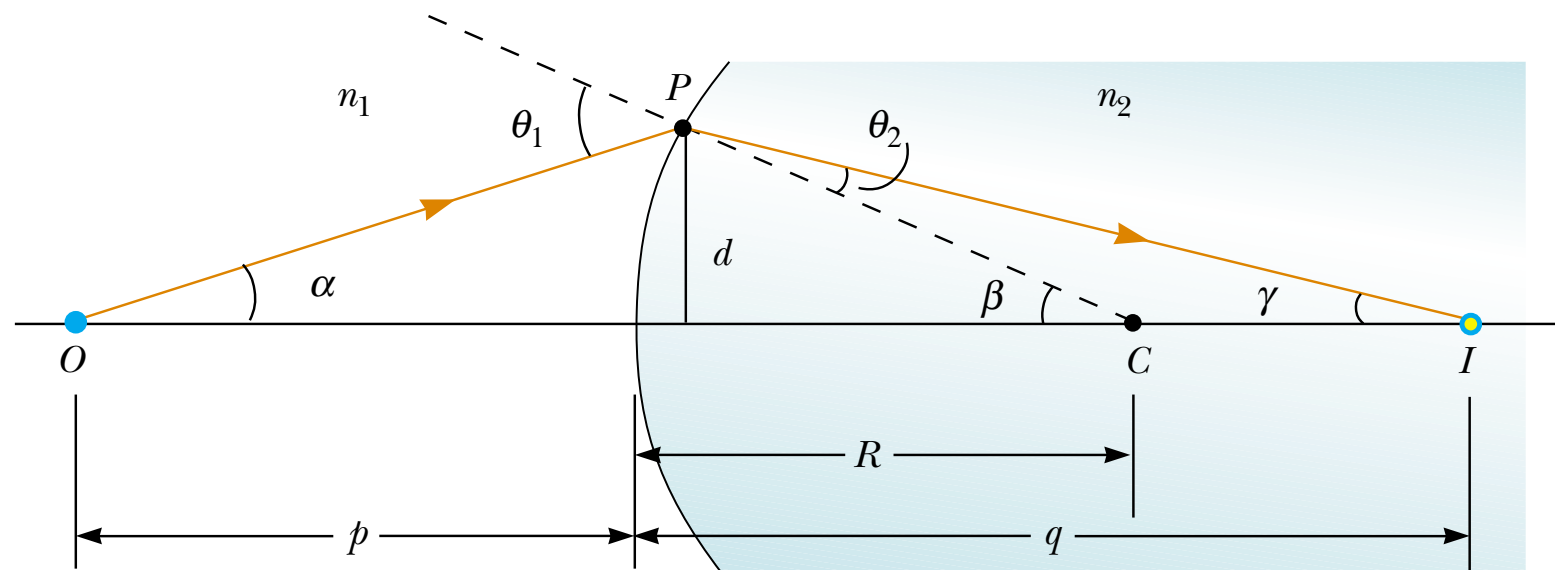
Eliminar  $\theta_1$  e  $\theta_2$ :

$$n_1(\alpha + \beta) = n_2(\beta - \gamma)$$

$$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta$$



# Imagens formadas por refração



$$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta$$

Para ângulos pequenos:  $\tan \alpha \approx \alpha \approx \frac{d}{p}$        $\tan \beta \approx \beta \approx \frac{d}{R}$        $\tan \gamma \approx \gamma \approx \frac{d}{q}$

$$n_1 \frac{d}{p} + n_2 \frac{d}{q} = (n_2 - n_1) \frac{d}{R} \quad \longrightarrow \quad \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Para um dado  $p$ , a distância da imagem  $q$  não depende do ângulo (pequeno!)  $\alpha \rightarrow$  todos os raios que saem de  $O$  convergem no mesmo ponto  $I$ .



# Convenção de sinais

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

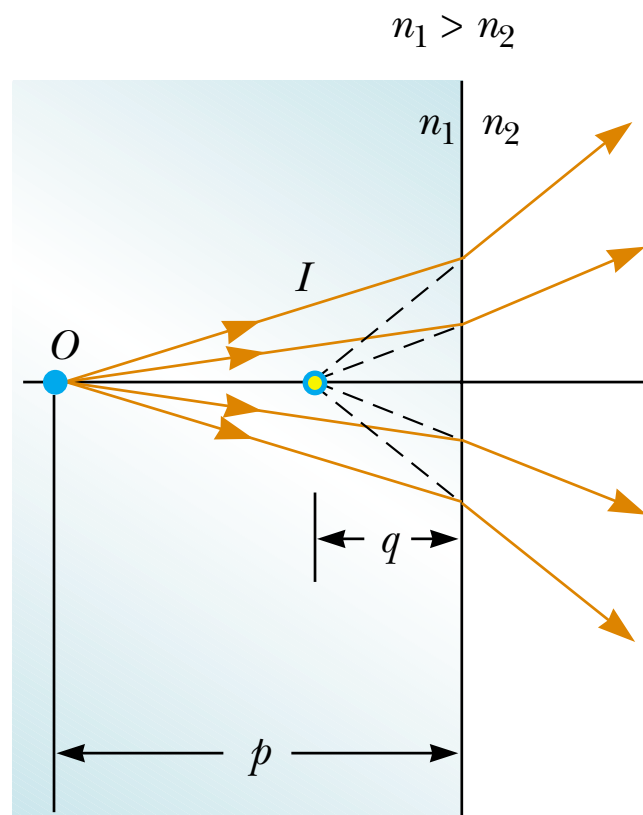
Com uma **convenção de sinais**, esta equação pode ser usada em **todas** as situações.

Define-se o lado de onde incidem os raios do objeto como o lado da frente.

Sign Conventions for Refracting Surfaces		
Quantity	Positive When	Negative When
Object location ( $p$ )	Object is in front of surface (real object)	Object is in back of surface (virtual object)
Image location ( $q$ )	Image is in back of surface (real image)	Image is in front of surface (virtual image)
Image height ( $h'$ )	Image is upright	Image is inverted
Radius ( $R$ )	Center of curvature is in back of surface	Center of curvature is in front of surface

**Nota:** esta equação foi deduzida com o pressuposto  $n_1 < n_2$ . No entanto, ela também é válida no caso  $n_1 > n_2$ .

# Imagens por refração em superfícies planas



É um caso particular de superfícies esféricas, com  $R \rightarrow \infty$ .

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \longrightarrow \quad \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = 0$$

$$q = -\frac{n_2}{n_1}p$$

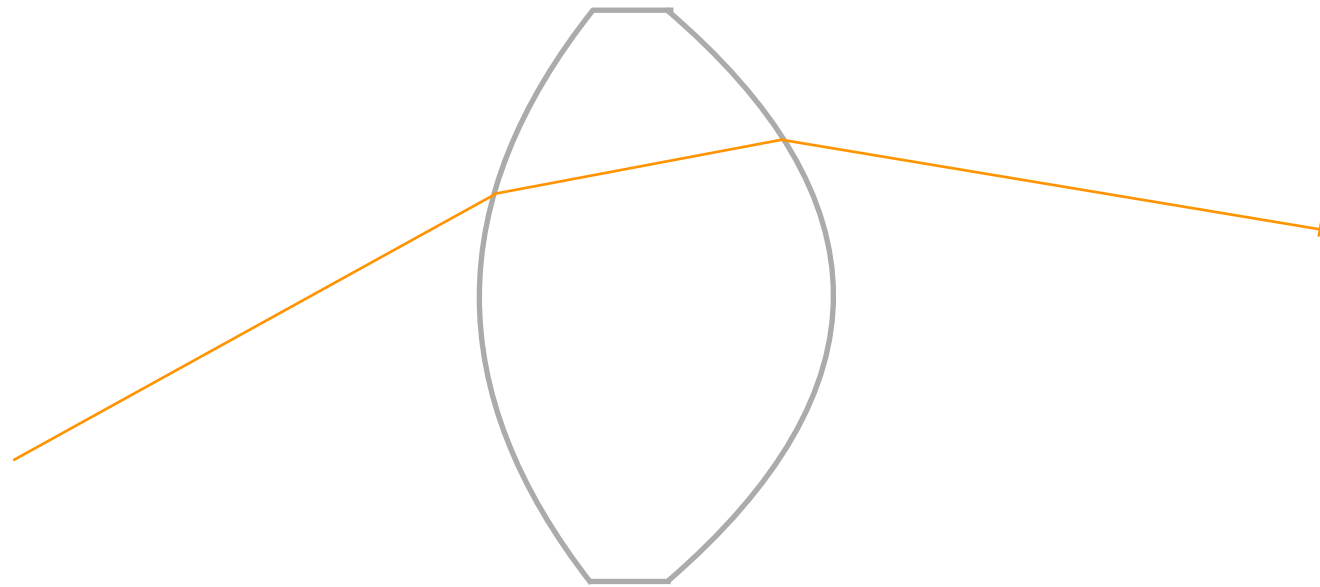
Pela convenção de sinais vê-se que a imagem se forma sempre do lado do objeto.

# Lentes delgadas

---

Para formar **imagens por refração** em instrumentos óticos (microscópios, telescópios, câmeras, ...) usam-se **lentes**.

Quando a luz atravessa uma lente, há **refração em duas superfícies**.



Princípio para refração em superfícies múltiplas: a imagem formada por refração numa superfície torna-se o objeto para a próxima superfície.

# Lentes delgadas

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

\* Consideremos primeiro uma lente com espessura  $t$

Refração na superfície 1:

$$n_1 = 1$$

$$n_2 = n$$

$$\frac{1}{p_1} + \frac{n}{q_1} = \frac{n - 1}{R_1} \quad (1)$$

Refração na superfície 2:

$$n_1 = n$$

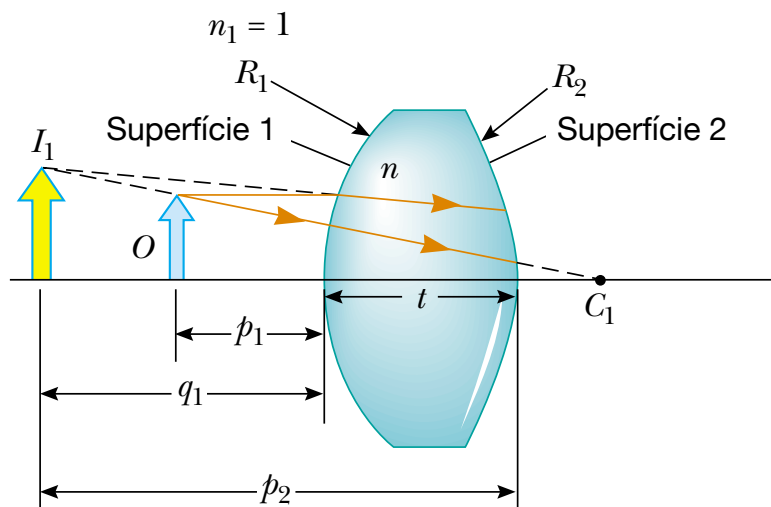
$$n_2 = 1$$

$$\frac{n}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1 - n}{R_2}$$

Dois casos:

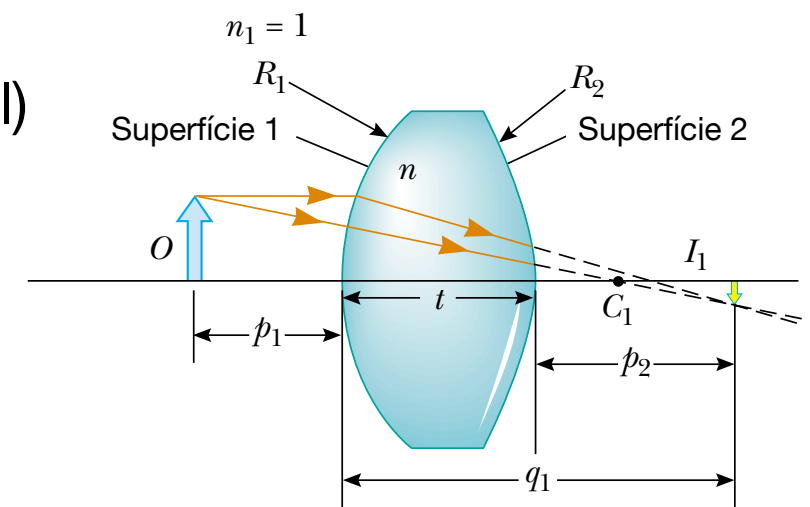
$q_1 < 0$  :

(imagem virtual)



$q_1 > 0$  :

(imagem real)



$$p_2 = -q_1 + t \quad (q_1 < 0)$$

$$p_2 = -q_1 + t \quad (q_1 > 0)$$

\* Lentes delgadas:  $t \rightarrow 0$

$$p_2 = -q_1$$

$$-\frac{n}{q_1} + \frac{1}{q_2} = \frac{1 - n}{R_2} \quad (2)$$

$$(1) + (2) : \quad \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_2} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Esta equação é válida para raios paraxiais e quando  $t \ll R_1$  e  $t \ll R_2$

# Lentes delgadas

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_2} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Agora podemos omitir os índices em  $p_1$  e  $q_2$ :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

A equação relaciona a distância de imagem  $q$  formada pela lente fina com a distância do objeto  $p$  e com as propriedades da lente ( $n$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ).

\* Quando  $p \rightarrow \infty$ ,  $q \rightarrow f$  (distância focal)



$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

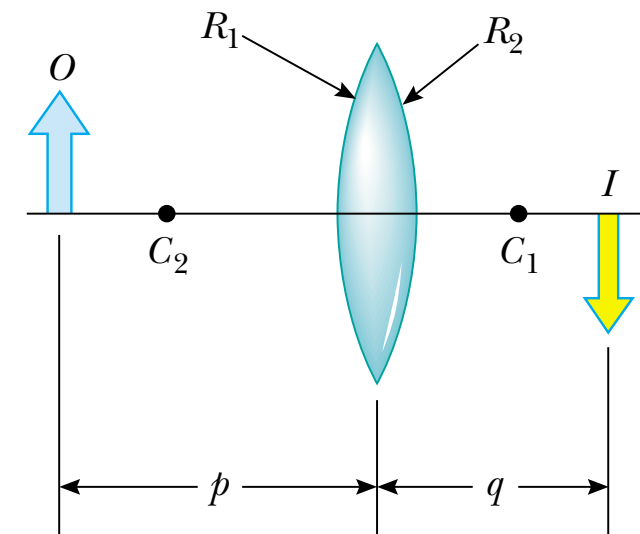
A equação dos fabricantes de lentes

Com esta equação podemos também escrever

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

A equação das lentes delgadas

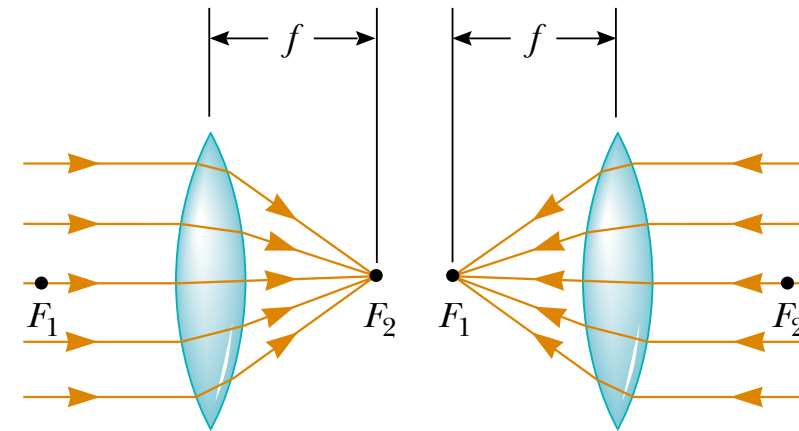
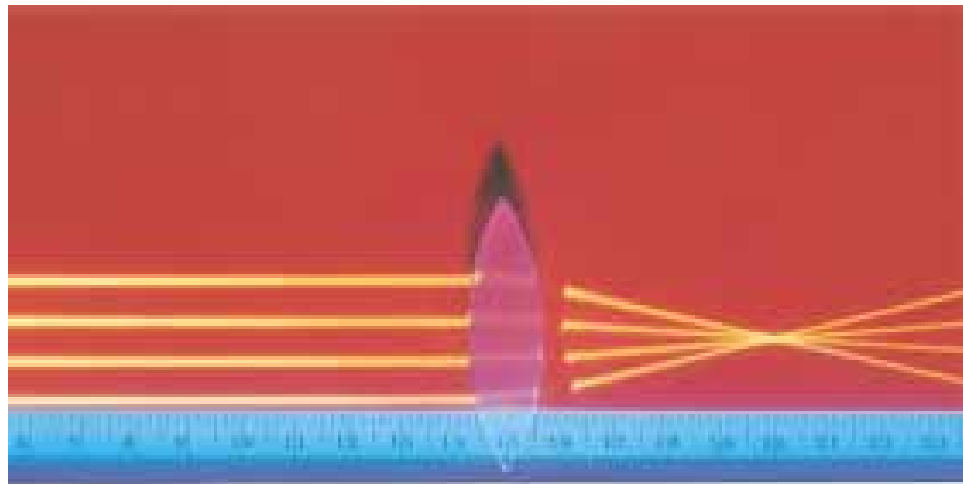
A forma desta equação é idêntica com a forma da equação dos espelhos.



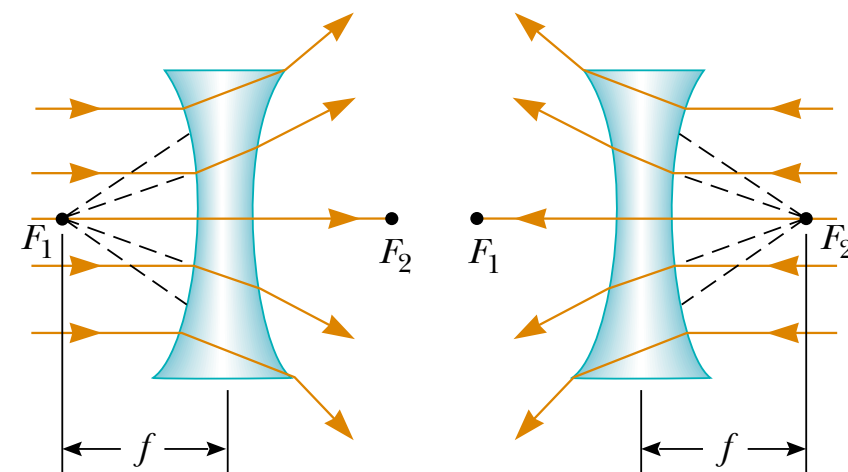
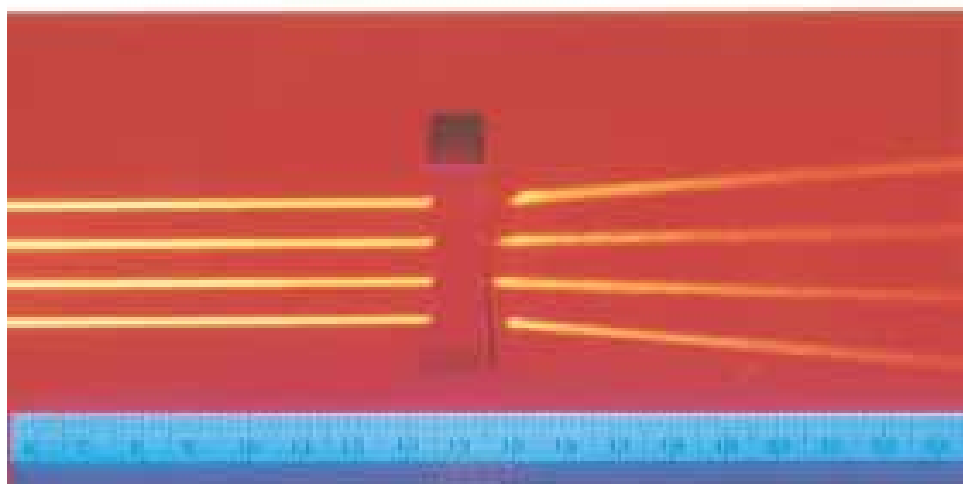
# Pontos focais de lentes delgadas

A luz pode passar por uma lente nos **dois sentidos** → cada lente tem **dois pontos focais** mas **apenas uma distância focal** (as distâncias dos dois focos da lente são iguais).

## Lentes convergentes:

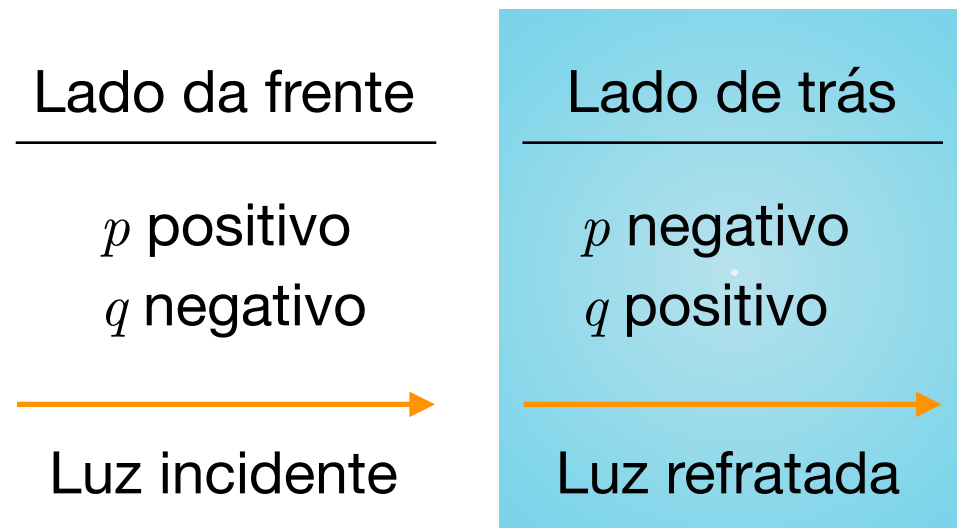


## Lentes divergentes:



# Convenção de sinais

## Sinais de $p$ e $q$



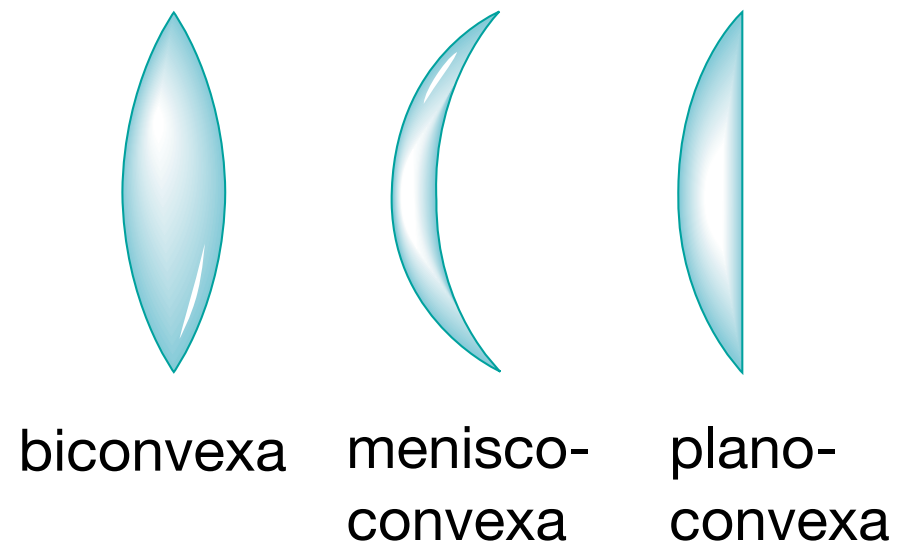
## Convenção de sinais para lentes delgadas

Sign Conventions for Thin Lenses		
Quantity	Positive When	Negative When
Object location ( $p$ )	Object is in front of lens (real object)	Object is in back of lens (virtual object)
Image location ( $q$ )	Image is in back of lens (real image)	Image is in front of lens (virtual image)
Image height ( $h'$ )	Image is upright	Image is inverted
$R_1$ and $R_2$	Center of curvature is in back of lens	Center of curvature is in front of lens
Focal length ( $f$ )	Converging lens	Diverging lens

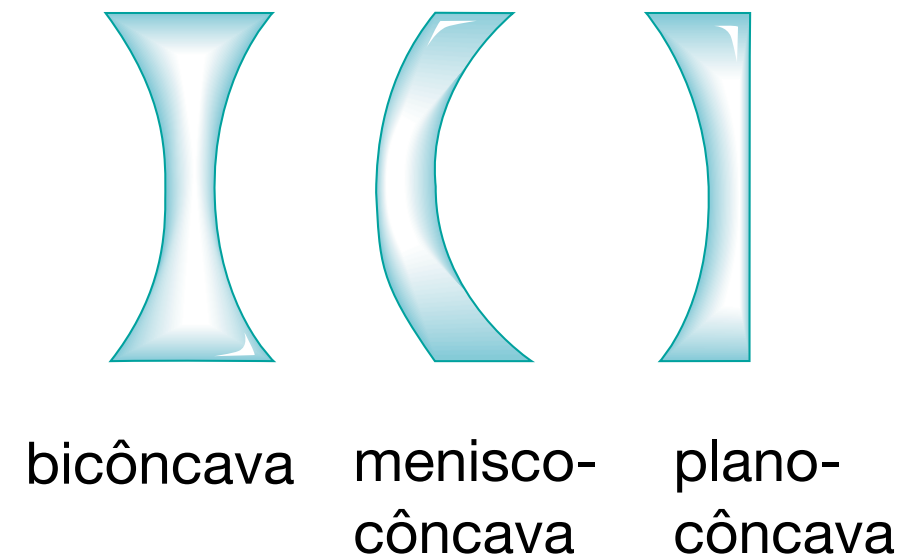
(Igual à convenção de sinais para superfícies refratoras)

## Tipos de lentes:

### Convergentes



### Divergentes



# Diagramas de raios para lentes delgadas

Construção geométrica para encontrar a imagem de **lentes convergentes**:

**Raio 1:** paralelo ao eixo principal; após refração passa pelo foco do lado de trás.

**Raio 2:** passa em linha reta pelo centro da lente.

**Raio 3:** passa pelo foco do lado da frente; após refração continua em paralelo ao eixo principal.

Objeto fora do foco

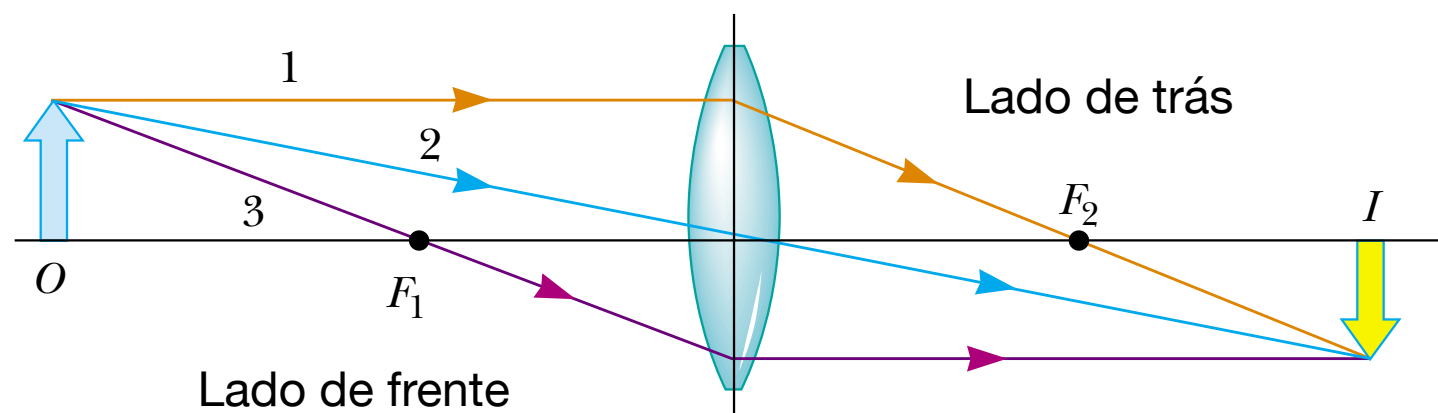


Imagem real, invertida, reduzida, do lado de trás.

Objeto entre o foco e a lente

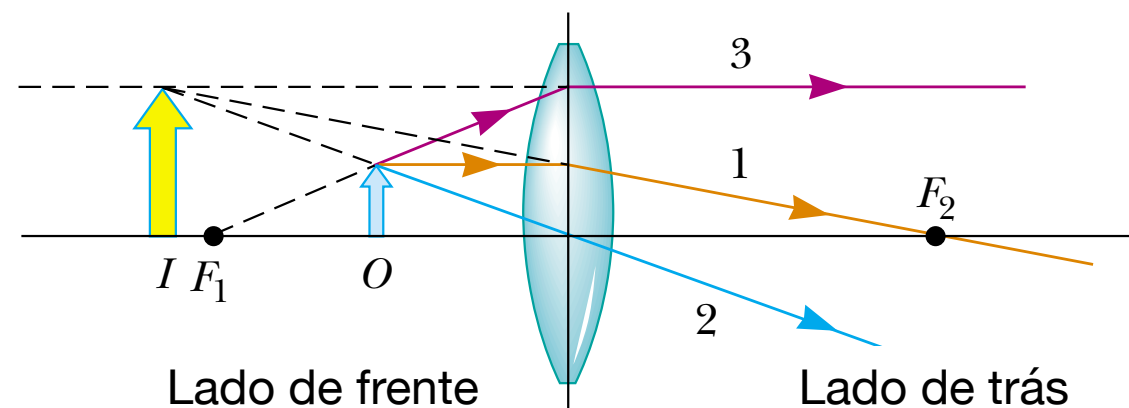


Imagem virtual, direita, ampliada, do lado da frente.



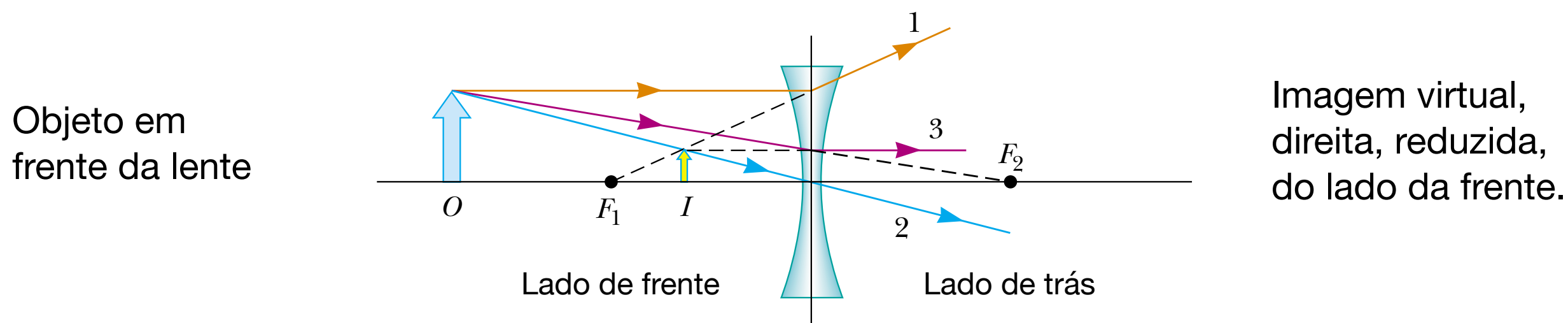
# Diagramas de raios para lentes delgadas

Construção geométrica para encontrar a imagem de **lentes divergentes**:

**Raio 1:** paralelo ao eixo principal; após refração é dirigido para fora do foco do lado da frente.

**Raio 2:** passa em linha reta pelo centro da lente.

**Raio 3:** dirigido para o foco do lado de trás; após refração continua em paralelo ao eixo principal.

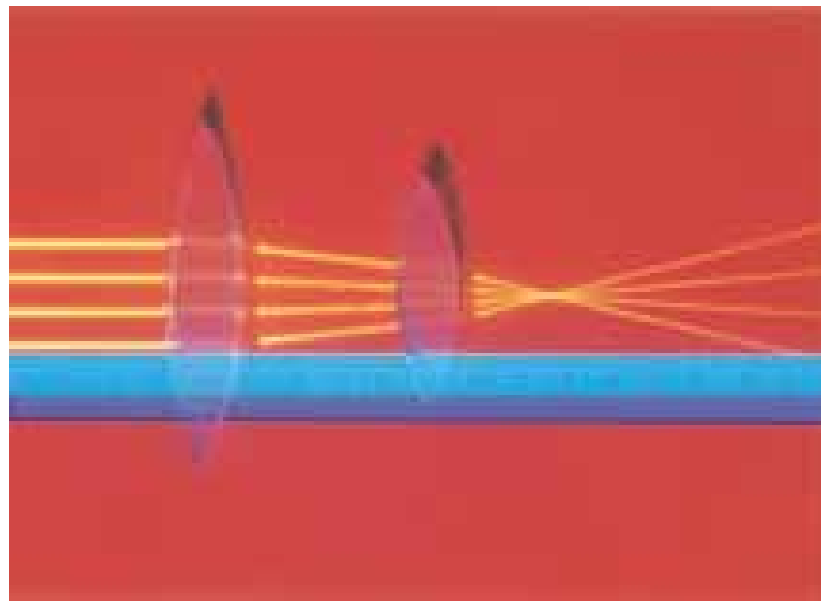


**Ampliação das imagens de lentes delgadas:**

(obtém-se da mesma maneira como para os espelhos)

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p}$$

# Combinação de lentes delgadas



## Método:

- ▶ Localizar a imagem formada pela primeira lente (ignorar as outras)
- ▶ Tratar esta imagem como objeto para a segunda lente. Se estiver localizada no lado de trás da lente, é tratada como um **objeto virtual** ( $p < 0$ ).
- ▶ Estender este procedimento para todas as lentes do sistema.
- ▶ A **ampliação total do sistema** de lentes é o produto das ampliações individuais das lentes.

**Exemplo:** duas lentes (com distâncias focais  $f_1$  e  $f_2$ ) **em contacto**

$p_1 \rightarrow p$  distância do objeto das lentes

Lente 1: 
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1}$$
$$p_2 = -q_1$$

Lentes em contacto e com espessuras desprezáveis, objeto virtual:

Lente 2: 
$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2}$$

$q_2 \rightarrow q$   
distância final  
da imagem

$$-\frac{1}{q_1} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f_2}$$

somar

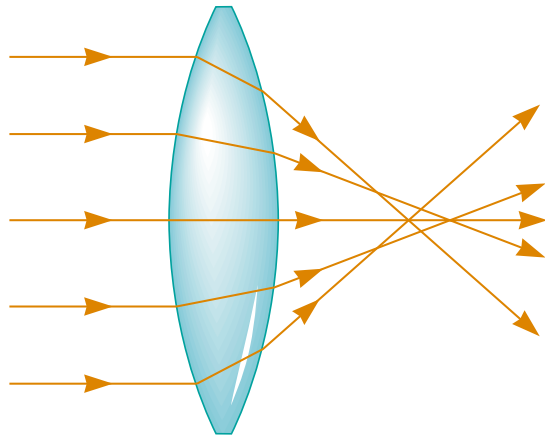
→ 
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Duas lentes finas em contacto são equivalentes a uma lente só com distância focal  $f$ .

# Aberrações de lentes

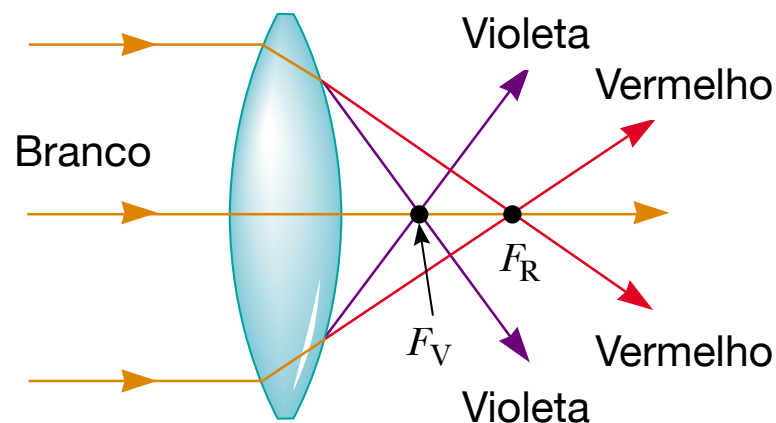
## Aberração esférica



- ▶ **Raios não paraxiais** provenientes dum objeto pontual após refração pela lente **não se intersectam exatamente num único ponto-imagem**.
- ▶ Imagem perde nitidez.
- ▶ Minimizar aberração esférica: bloquear raios não paraxiais. (Câmeras fotográficas têm aberturas ajustáveis.) As imagens tornam-se mais nítidas, mas perdem intensidade.

**Aberração esférica de espelhos** (e.g. em telescópios) pode ser eliminada quando têm uma forma parabólica (Desvantagem: é muito mais caro!)

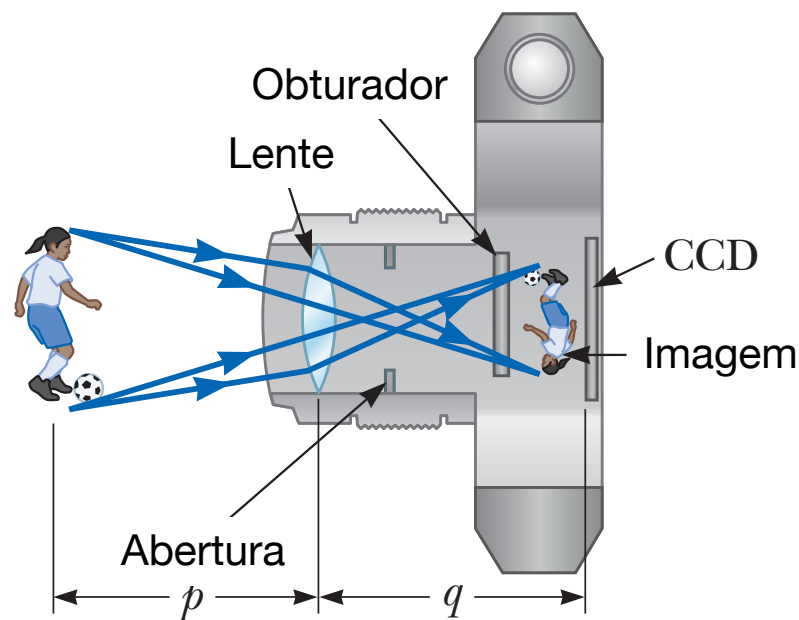
## Aberração cromática



- ▶ O índice de refração depende do comprimento de onda.
- ▶ Luz refratada de cores diferentes é **focada em pontos diferentes**.
- ▶ A distância focal para luz vermelha é maior do que para luz violeta (também para lentes divergentes, más do outro lado da lente!).
- ▶ Aberração cromática pode ser minimizada pela **combinação duma lente convergente e outra divergente** feita dum outro tipo de vidro.

# A câmara fotográfica

Uma câmara contém uma **lente convergente** que produz uma **imagem real** numa superfície fotossensível (filme fotográfico ou sensor digital CCD).



- ▶ Alteração da **distância entre filme e lente** permite focar a imagem.
- ▶ A velocidade de abertura do obturador determina o **tempo de exposição** (e a quantidade da luz).
- ▶ A **abertura** do diafragma controla a profundidade do campo (o intervalo de distâncias relativamente ao objeto que está a ser fotografado em que outros objetos ainda aparecem nítidas na imagem).

A intensidade da luz que chega ao filme depende do **diâmetro da lente**  $D$ :  $I \propto D^2$

A **área da imagem** é proporcional ao quadrado da sua distância da lente  $q$ .

Para  $p$  muito grande  $q \approx f$ ,  $\rightarrow I \propto 1/f^2$  Então  $I \propto (D/f)^2$

Define-se o número  $f$  ("f-stop") duma lente: número  $f \equiv \frac{f}{D}$   $I \propto \frac{1}{(f/D)^2} \propto \frac{1}{(\text{número } f)^2}$

Designação de lentes em fotografia:  $f/2.8$ ,  $f/4$ ,  $f/5.6$ ,  $f/8$ ,  $f/11$ ,  $f/16$  (cada passo diminui a área da abertura para metade)

Câmeras simples têm uma lente  $\sim f/11$  (grande profundidade de campo - não é preciso focar)