

# Física Geral I • FIS0703

---

Aula 10

26/10/2016

# O princípio de Fermat

Pierre de Fermat (~1650):

A luz viaja duma ponto para outro ponto sempre ao longo do caminho que leva o menor tempo possível.

Consequência: em meios homogêneos, a luz propaga-se em linha reta

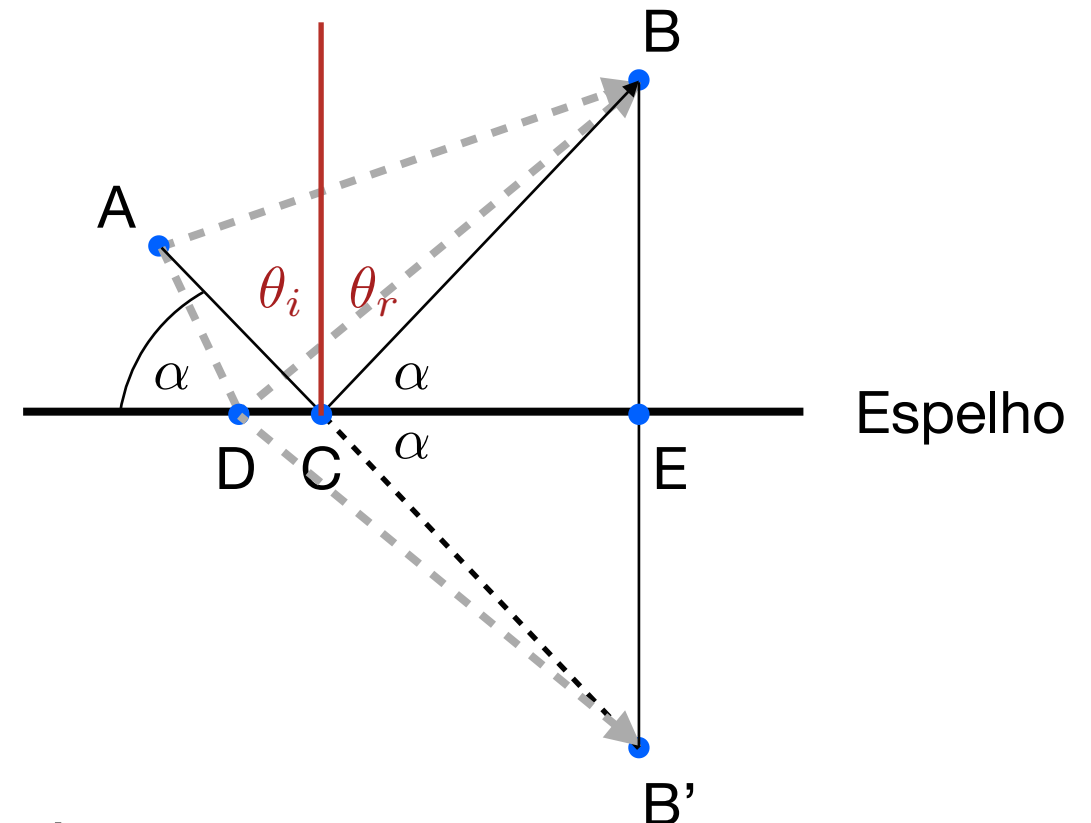
A lei da reflexão pelo princípio de Fermat:

Qual é o caminho da luz de A a B?

- Seria a linha reta AB, mas impomos que a luz **tem de atingir o espelho primeiro**
- Como escolher D para minimizar o tempo de percorrer AD+DB?
- Truque: introduzir ponto auxiliar B', com B'E=BE com isso DB=DB', e AD+DB=AD+DB'
- Agora é fácil: tempo mínimo para C tal que ACB' é uma linha reta.

$$\theta_r = 90^\circ - \alpha = \theta_i$$

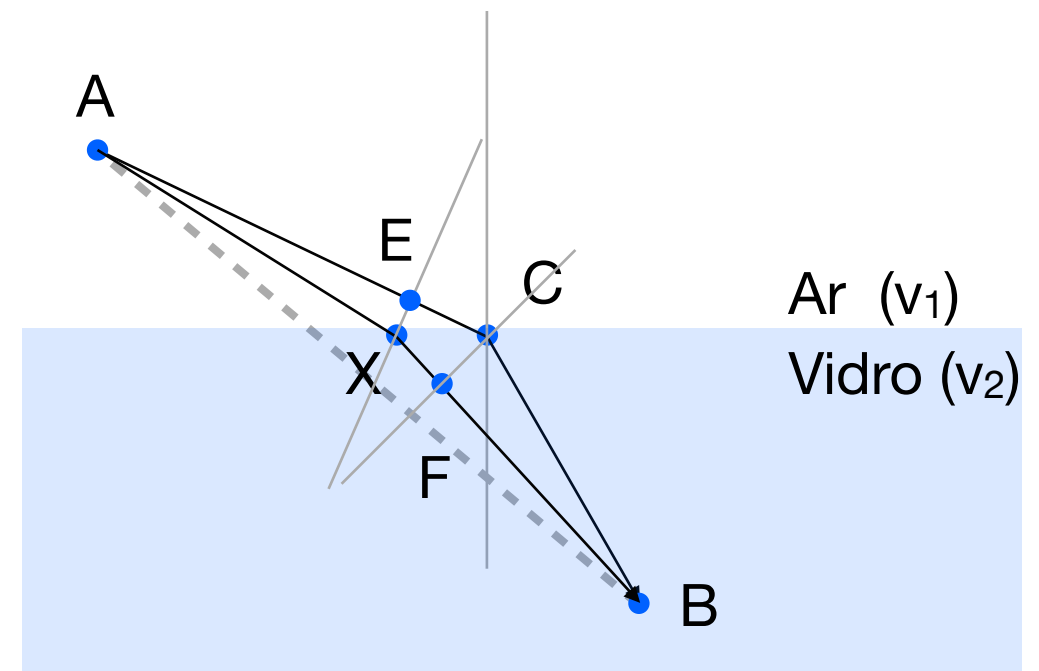
A lei de reflexão fica assim comprovado pelo princípio de Fermat.



# A lei de refração pelo princípio de Fermat

Admitindo que  $v_2 < v_1$ , qual é o caminho de A para B que leva o menor tempo?

- ▶ Linha reta? Não, é possível fazer melhor!
- ▶ Ao longo de AC a luz está durante mais tempo no ar, mas em CB muito menos no vidro.
- ▶ Para o tempo de AC+CB ser o mínimo, uma alteração **infinitesimal** para AX+XB **não deve fazer diferença** (em primeira ordem!).



Pontos auxiliares E e F:  $XE \perp EC$   $CF \perp FB$

AXB comparado com ACB: tempo menor em  $EC/v_1$ , mas maior em  $XF/v_2$ .

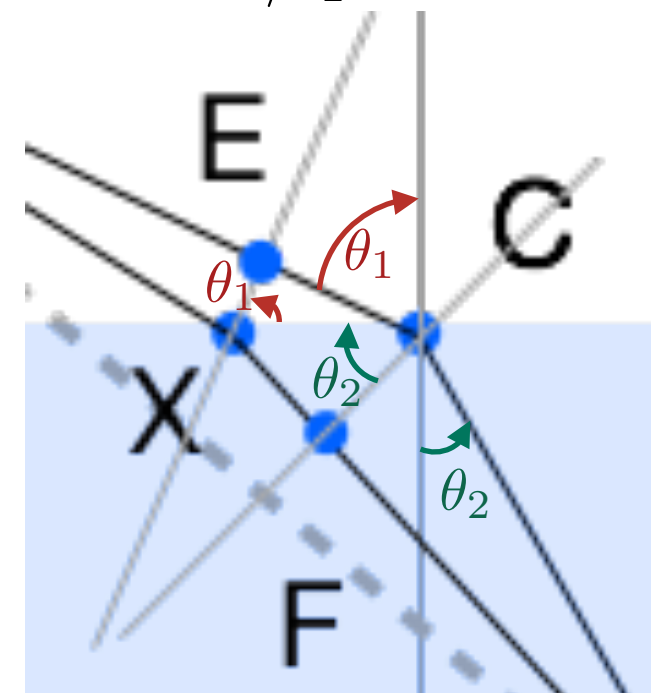
Para não haver alteração:  $EC/v_1 = XF/v_2$

$$EC = XC \sin \theta_1 \quad XF = XC \sin \theta_2$$

$$\sin \theta_1 / v_1 = \sin \theta_2 / v_2$$

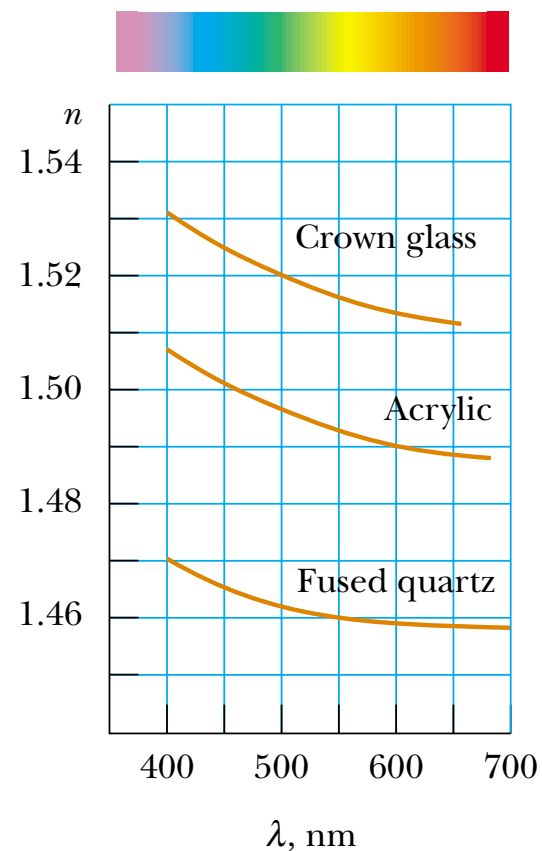
Multiplicar por  $c$ , e usar  $n_i = \frac{c}{v_i}$ , dá

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$



# Dispersão

O índice de refração  $n$  não é perfeitamente constante, mas **varia com o c.d.o.** da luz.

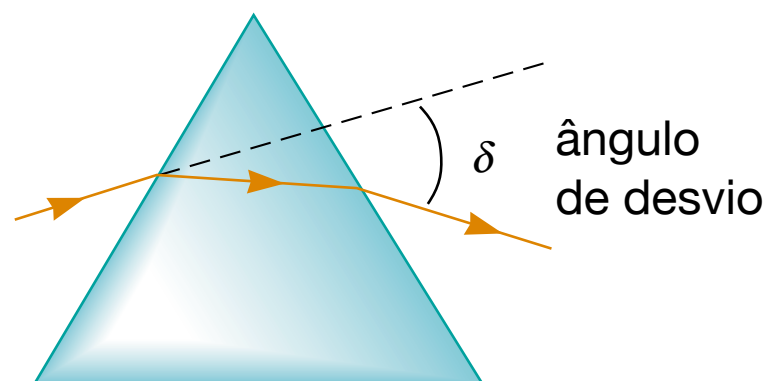


Esta dependência é designada de **dispersão**.

**Consequência:** luz com c.d.o. diferente é refratado em direções diferentes

$n$  é maior para luz violeta do que para luz vermelha  
→ por refração luz violeta é desviada mais do que luz vermelha

**Exemplo:** o prisma



Primeiras experiências sistemáticas da decomposição da luz (“espectro”) por **Newton**.

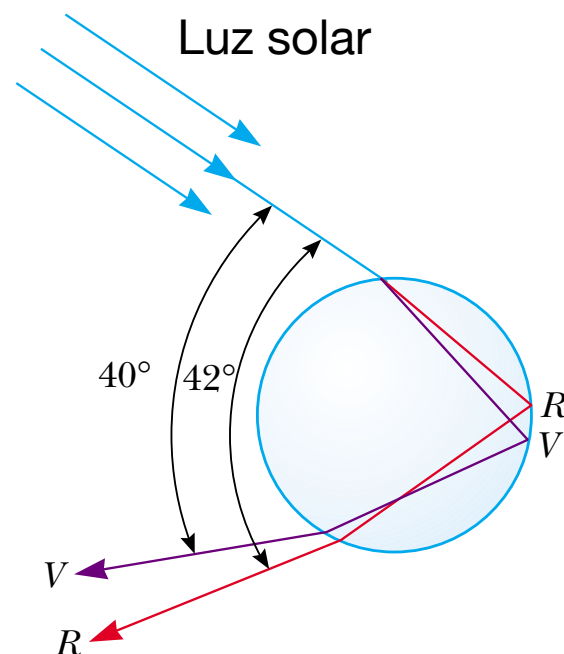
Newton também mostrou que é possível **recombinar** os feixes de cores diferentes para produzir luz branca.

Um feixe de luz branca é separado em feixes com cores diferentes

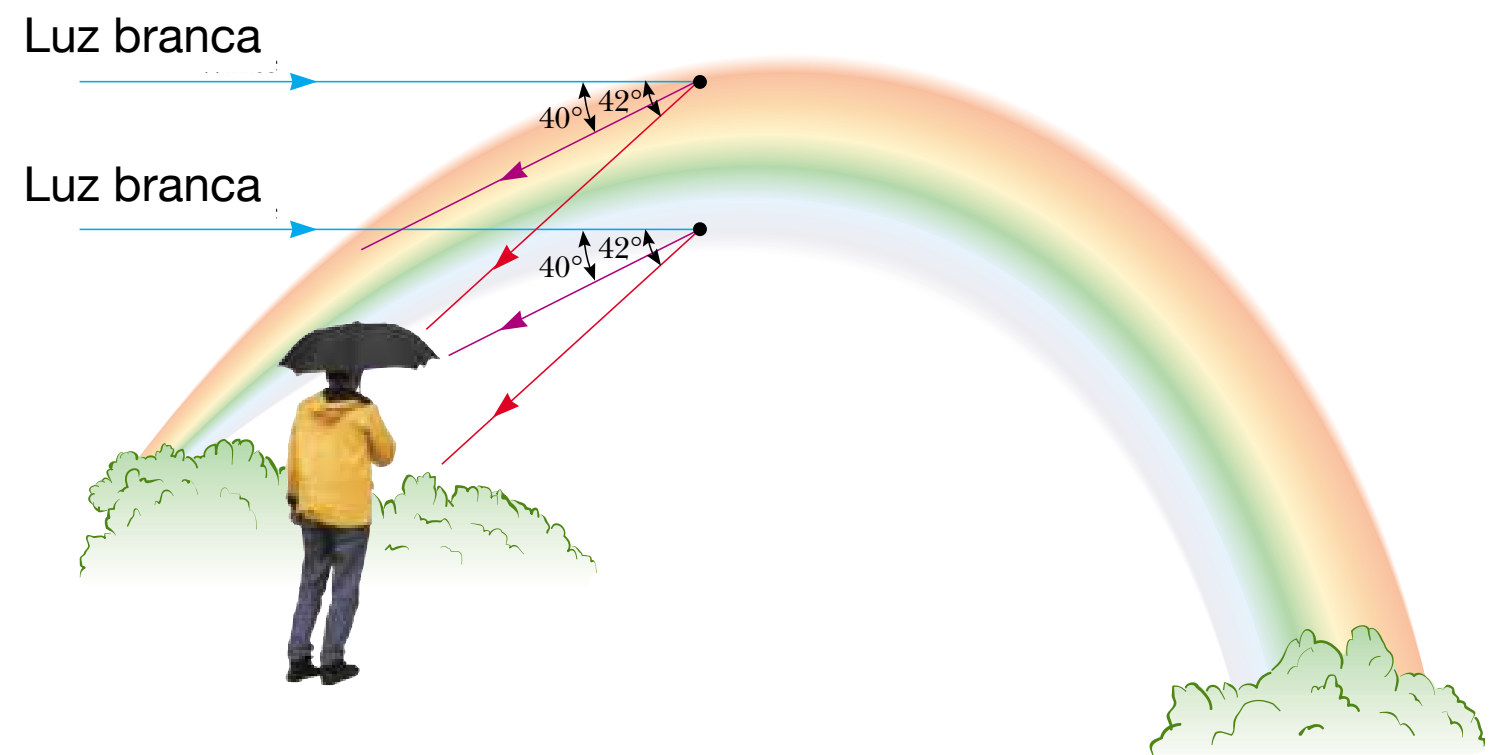
# O arco-íris

O exemplo mais bem conhecido da formação dum espectro de luz por dispersão é o **arco-íris**.

Um arco-íris pode ser observado quando o observador olha na direção de um aguaceiro, com **o Sol nas costas**.



- Feixes de luz (branca) do Sol são refratados quando entram em **gotas de água**; depois são refletidos e outra vez refratados à saída da gota.
- O ângulo entre a luz incidente e a luz violeta **mais intensa** é  $40^\circ$ , entre a luz incidente e a luz vermelha **mais intensa** é de  $42^\circ$ .



- Dum **ponto mais elevado** do arco, a **luz vermelha mais intensa** chega aos olhos do observador, enquanto a luz violeta passa por cima dele.
- Dum **ponto mais baixo** do arco, a **luz violeta mais intensa** chega aos olhos do observador, enquanto a luz vermelha passa por baixo dele.

Por vezes um segundo arco-íris é visível, com a ordem das cores **invertida** (duas reflexões nas gotas de água).

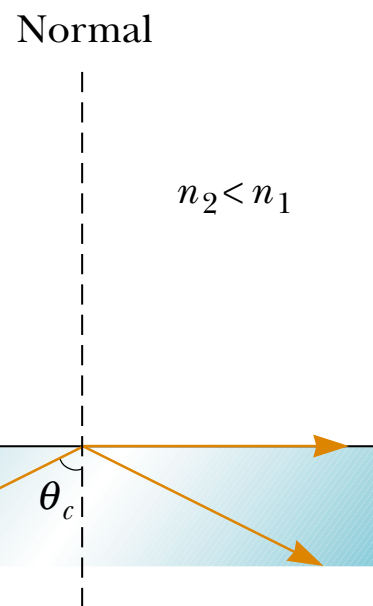
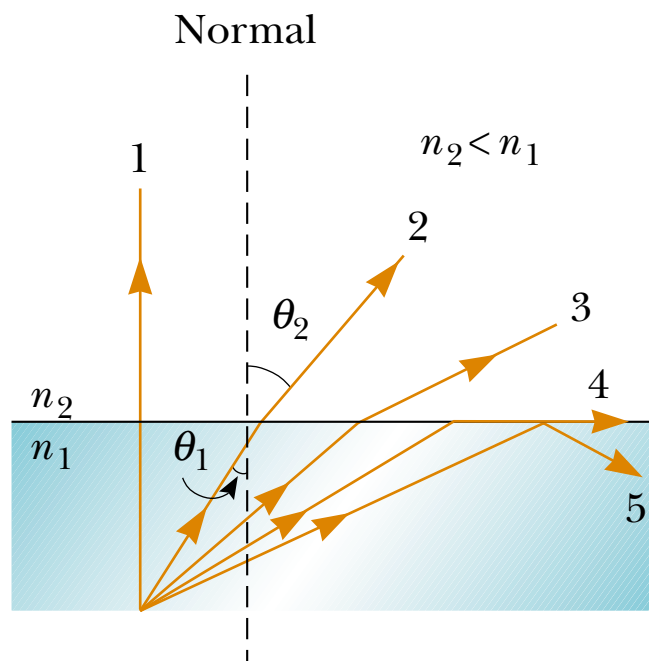
# O segundo arco-íris

---



# Reflexão total

Quando um raio de luz passa dum meio para outro cujo índice de refração é **menor**, o ângulo de refração é maior do que o ângulo de incidência.



Existe um **ângulo crítico** de incidência  $\theta_c$  para o qual o ângulo de refração atinge  $90^\circ$ .

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ = n_2$$

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

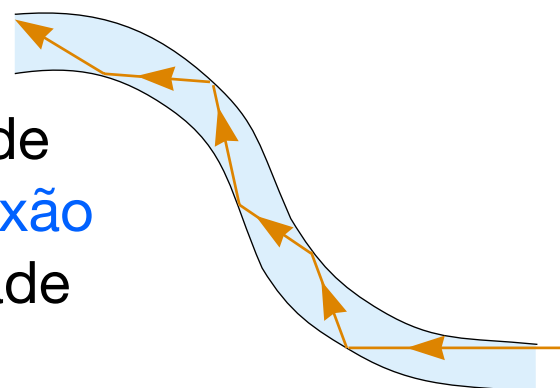
para  $n_1 > n_2$

Quando  $\theta > \theta_c$  toda a luz é refletida na fronteira entre os meios.

O ângulo do raio refletido é determinado pela lei da reflexão.

**Aplicação importante:** fibras óticas

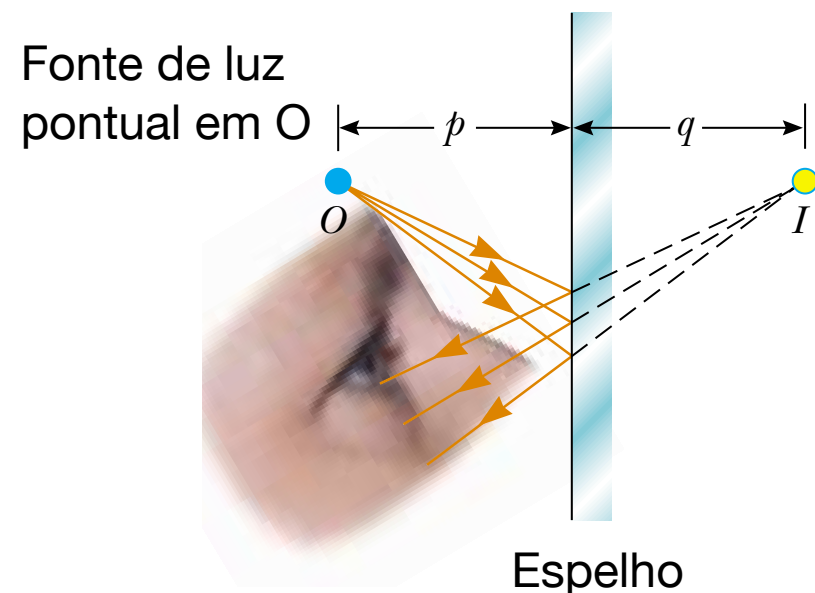
Feixes de luz são transmitidos ao longo de **fibras flexíveis** de vidro ou plástico. **Reflexão total interna** impede a perda de intensidade da luz.



**Telecomunicações:** fibras óticas têm maior capacidade de transmissão de informação do que fios de cobre.



# Formação de imagens por espelhos planos



- Os raios divergentes que emergem de  $O$  são refletidos e continuam a divergir.
- O olho interpreta os raios divergentes como emergentes do ponto  $I$  — da imagem de  $O$ .

$p$  ... distância do objeto

$q$  ... distância da imagem

Imagens são sempre pontos de onde raios divergentes emergem ou parecem de emergir.

**Imagens reais:** raios realmente passam pelos pontos da imagem.

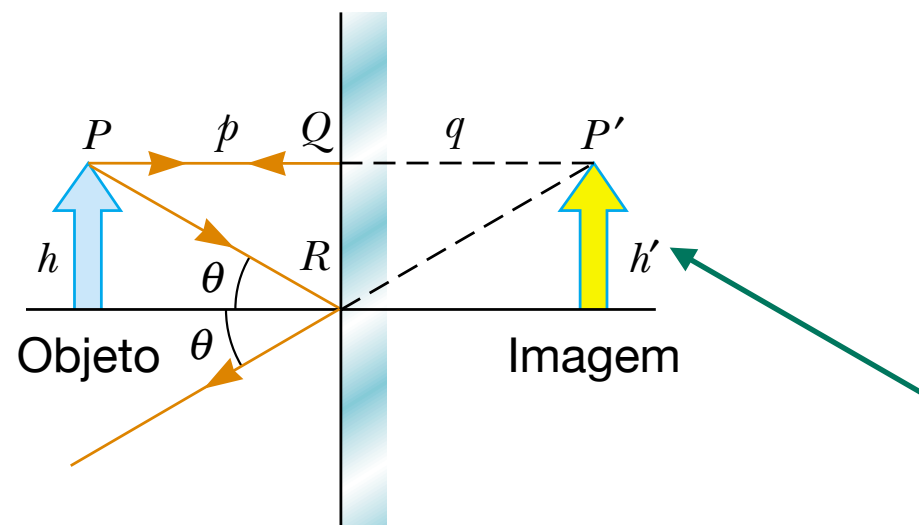
**Imagens virtuais:** raios não passam pelos pontos da imagem, mas apenas parecem de o fazer.

Imagens de espelhos planos são sempre virtuais.



# Formação de imagens por espelhos planos

## Imagens de objetos extensos:



Dois raios são suficientes para localizar a imagem:

- $P \rightarrow Q \rightarrow P'$  raio paralelo à normal
- $P \rightarrow R \rightarrow P'$  raio oblíquo

Estes dois raios prolongados para trás cruzam-se em  $P'$

A mesma construção para outros pontos resulta na imagem

Ampliação

$$M = \frac{h'}{h} = \frac{\text{Tamanho da imagem}}{\text{Tamanho do objeto}}$$

$PQR$  e  $P'QR$  são congruentes  $\rightarrow q = p$  Alturas:  $h' = h$   $M = 1$  para espelhos planos

**Resumo:** Em espelhos planos, a imagem é virtual, direita, de tamanho igual ao do objeto, e forma-se atrás do plano do espelho à mesma distância como a do objeto em frente do espelho.

O espelho também **troca frente e verso**  
(Uma troca esquerda-direita é apenas aparente)

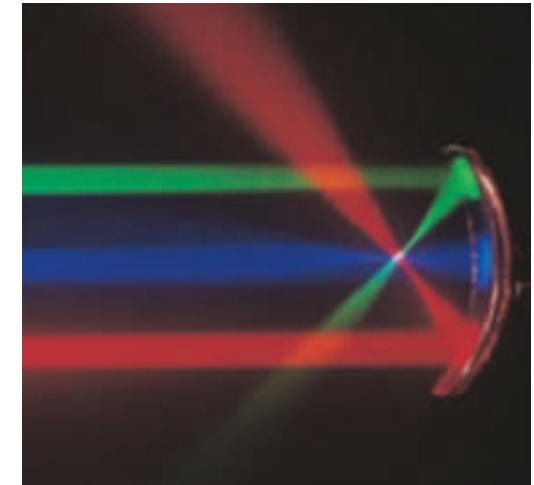
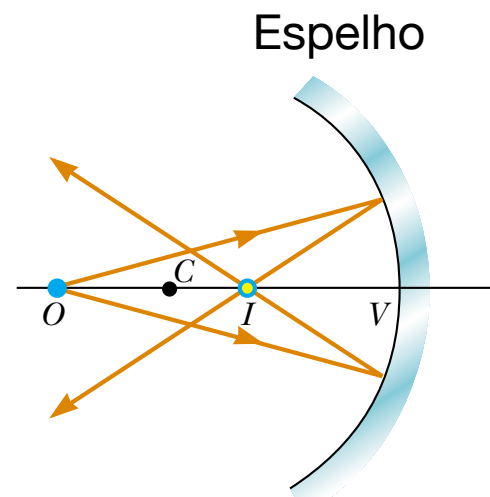
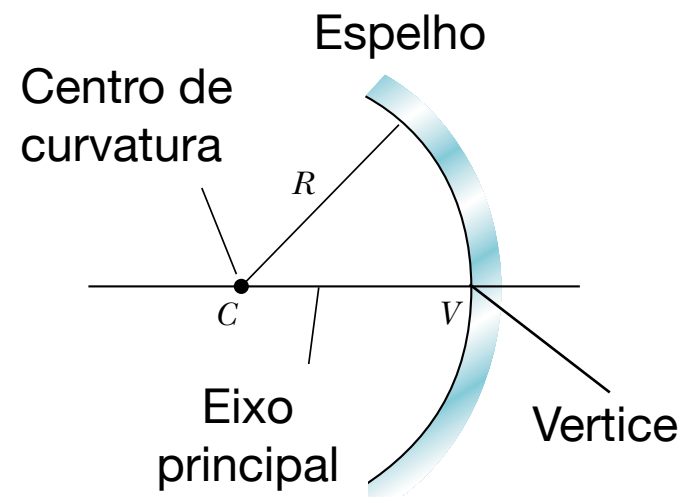


# Espelhos esféricos

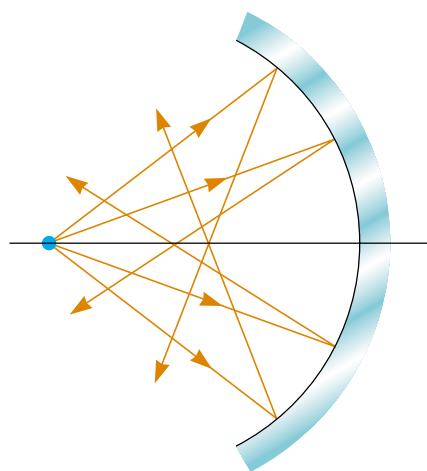
Superfície do espelho é secção interior duma esfera.

## Espelhos côncavos

Raios incidentes paralelos  
são focados num ponto



Pontos  $O$  à esquerda de  $C$ : raios a partir de  $O$  (ângulos pequenos) refletidos cruzam-se em  $I$  → **imagem real**.



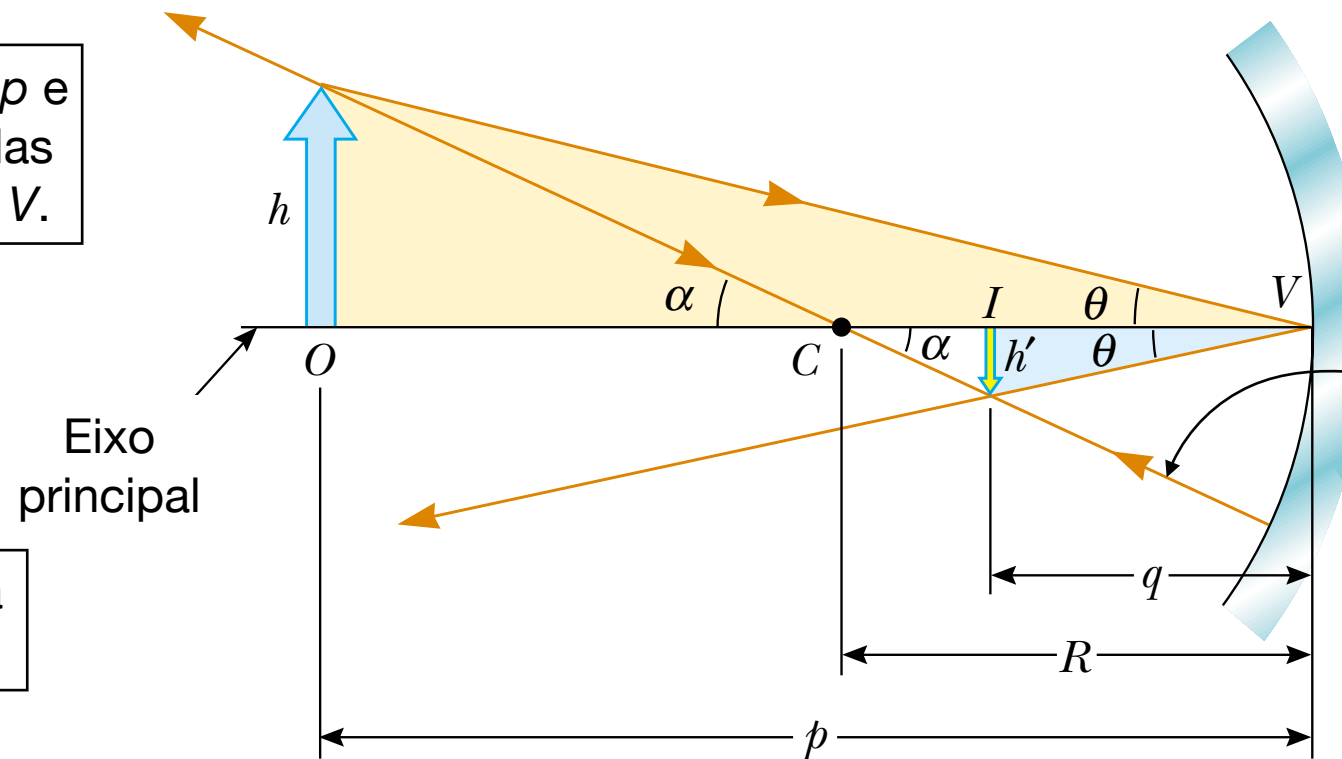
Raios que fazem **ângulos maiores** com o eixo principal não se cruzam exatamente num ponto — **aberração esférica** (produz imagem desfocada).

# Espelhos esféricos côncavos

Determinação da posição da imagem dum objeto a distância  $p$  dum espelho com raio  $R$ .

As distâncias do objeto  $p$  e da imagem  $q$  são medidas relativamente ao vertice  $V$ .

Raios que passam por  $C$  são refletidos na direção incidente.



Convenção:  $h' < 0$  para imagens invertidas.

Dois triângulos com  $\theta$  :  $\tan \theta = \frac{h}{p}$   $\tan \theta = \frac{-h'}{q}$   $\rightarrow$   $M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p}$   $\leftarrow$  compare

Dois triângulos com  $\alpha$  :  $\tan \alpha = \frac{h}{p-R}$   $\tan \alpha = -\frac{h'}{R-q}$   $\rightarrow$   $\frac{h'}{h} = -\frac{R-q}{p-R}$

$\rightarrow \frac{R-q}{p-R} = \frac{q}{p}$

$pR - pq = pq - qR$

$pR + qR = 2pq$

$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R}$

Equação dos espelhos

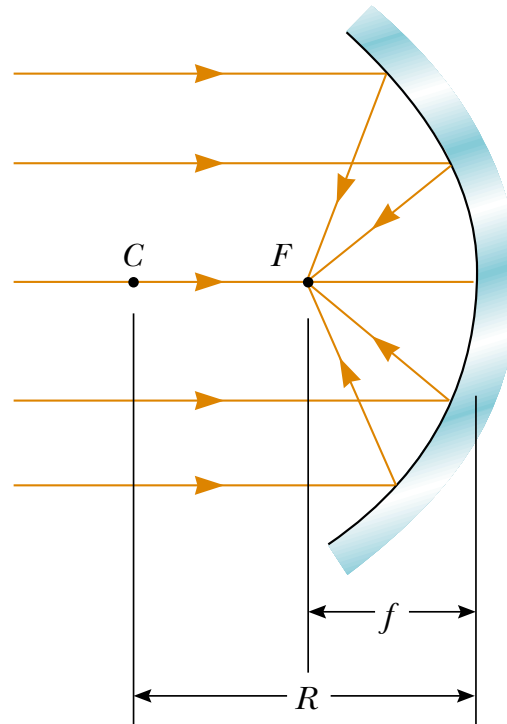
# Espelhos esféricos côncavos

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R}$$

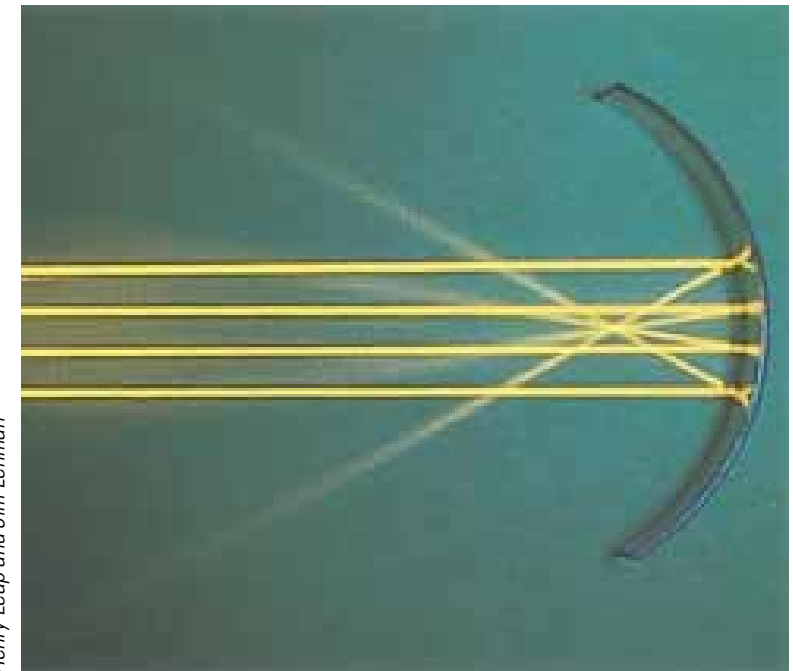
## Caso de objeto muito distante:

$$\frac{1}{p} \approx 0 \qquad \frac{1}{q} \approx \frac{2}{R}$$

A imagem é formada no **foco  $F$** .



Henry Jean and Jim Lehman



A distância da imagem chama-se a **distância focal  $f$** .

$$f = \frac{R}{2}$$

A distância focal caracteriza o espelho tal como o raio de curvatura  $R$  (e não depende do material do espelho).

Podemos re-escrever a equação dos espelhos em termos de  $f$ :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$