# Física Geral I • FIS0703

Aula 02 26/09/2016

# Prefixos de unidades no sistema SI

| factor | prefixo | símbolo | factor | prefixo | símbolo |
|---|---|---|---|---|---|
| $10^{18}$ | exa- | E | $10^{-18}$ | ato- | a |
| $10^{15}$ | peta- | P | $10^{-15}$ | femto- | f |
| $10^{12}$ | tera- | T | $10^{-12}$ | pico- | p |
| $10^{9}$ | giga- | G | $10^{-9}$ | nano- | n |
| $10^{6}$ | mega- | M | $10^{-6}$ | micro- | $\mu$ |
| $10^{3}$ | kilo- | k | $10^{-3}$ | mili- | m |
| $10^{2}$ | hecto- | h | $10^{-2}$ | centi- | c |
| $10^{1}$ | deca- | da | $10^{-1}$ | deci- | d |

$$1km = 10^3 m = 1000m$$
$$1\mu s = 10^{-6} s = 0,000001 s$$
$$1pg = 10^{-12} g = 0,000000000001 g$$
$$1mK = 10^{-3} K = 0,001 K$$

# As potências de 10

[Link para o film “Powers of Ten”]

# Oscilações e ondas

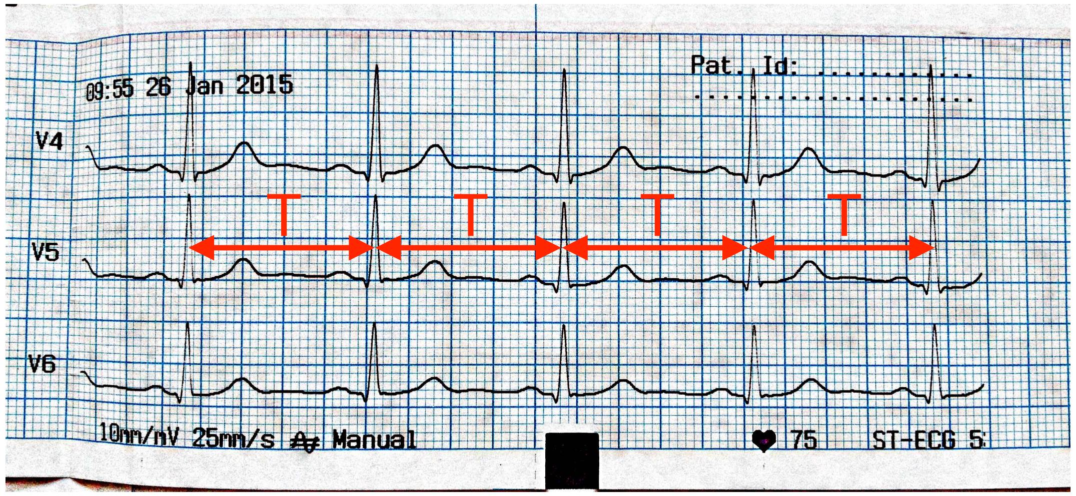
# Movimento periódico

Grande importância: quase todos os sistemas físicos podem vibrar ou oscilar.

Exemplos

Corpo humano (ciclo cardíaco, respiração, falar, ouvir, andar, tremer, …)
Ondas eletromagnéticas, som, ondas de água, terramotos…

Fenómenos periódicos repetem-se em intervalos iguais de tempo (o período T)



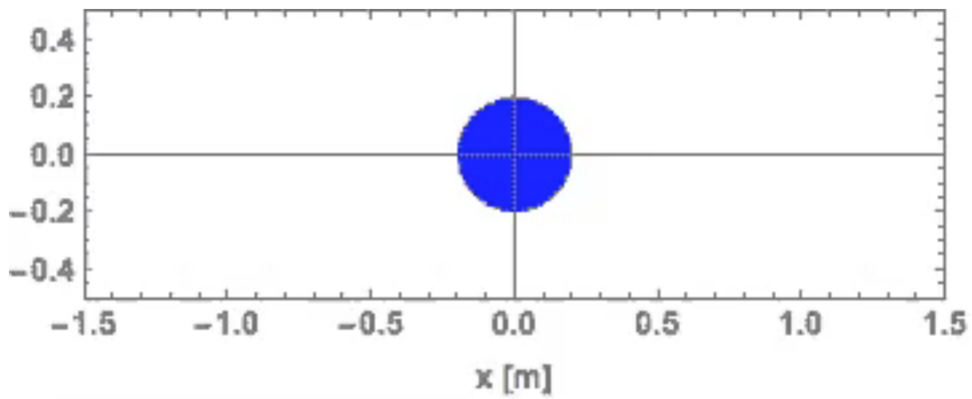

Periodicidade: $x(t+T) = x(t)$ para qualquer $t$

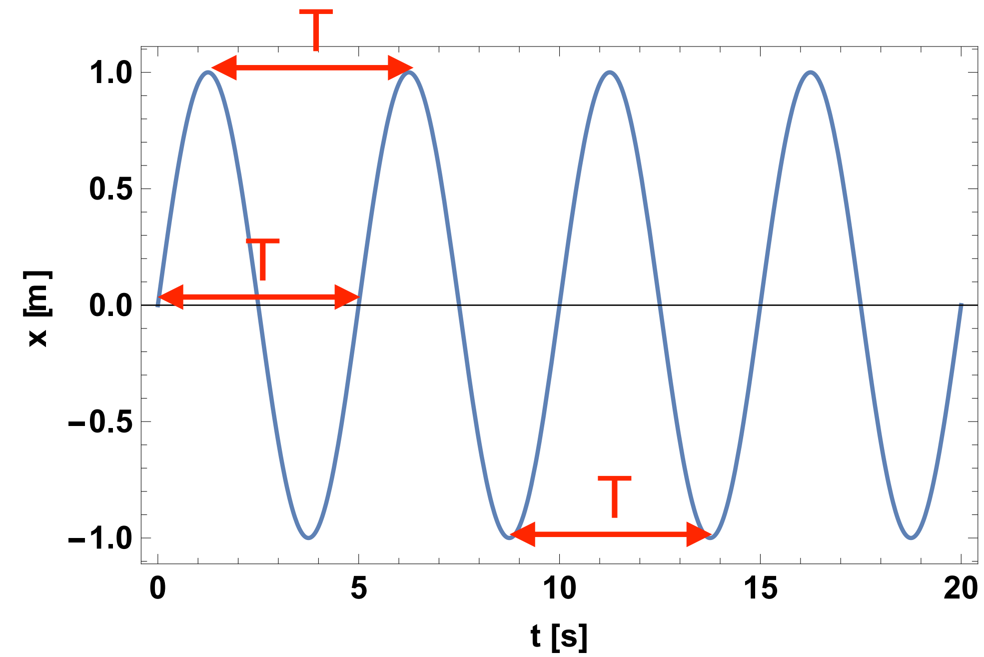
"Sinal" repete-se após período $T$

também $x(t+nT) = x(t)$ onde $n$ é um número inteiro

# Movimento harmônico simples

MHS corresponde à variação puramente sinusoidal duma grandeza




$$x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$

fase

amplitude

frequência angular $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$f = \dfrac{1}{T}$ frequência da oscilação

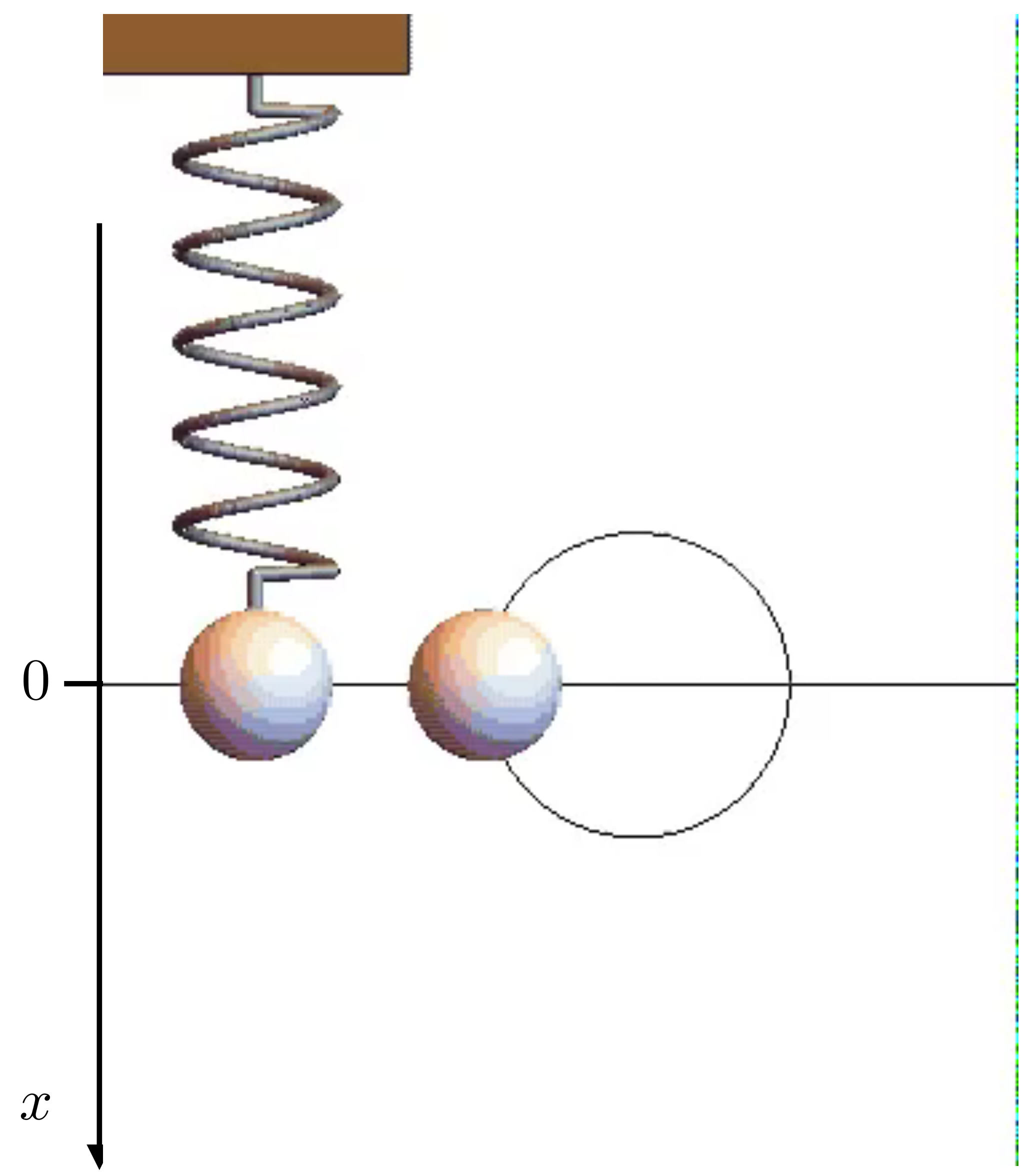
Forma equivalente: $x(t) = A\cos(\omega t + \delta)$ com $\delta = \phi - \dfrac{\pi}{2}$

O MHS ocorre em muitos sistemas físicos:

Uma força restauradora proporcional ao deslocamento relativamente à posição de equilíbrio dá origem a um MHS.

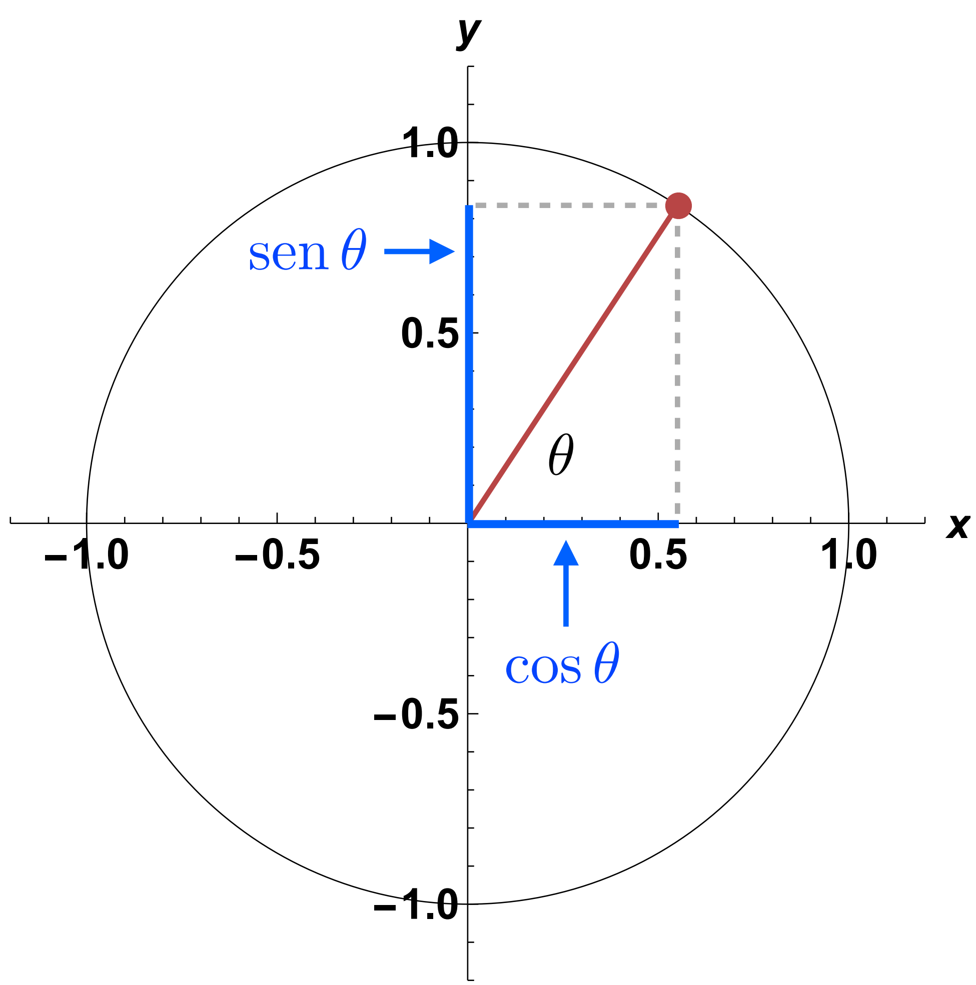
# Massa numa mola

Oscilações duma massa numa mola: um exemplo de MHS




Um MHS pode ser interpretado como a projeção dum movimento circular uniforme numa reta.

# MHS e movimento circular uniforme




Movimento circular uniforme:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$$

Projeções sobre eixos x e y:

$$x(t) = \cos(\theta_0 + \omega t)$$

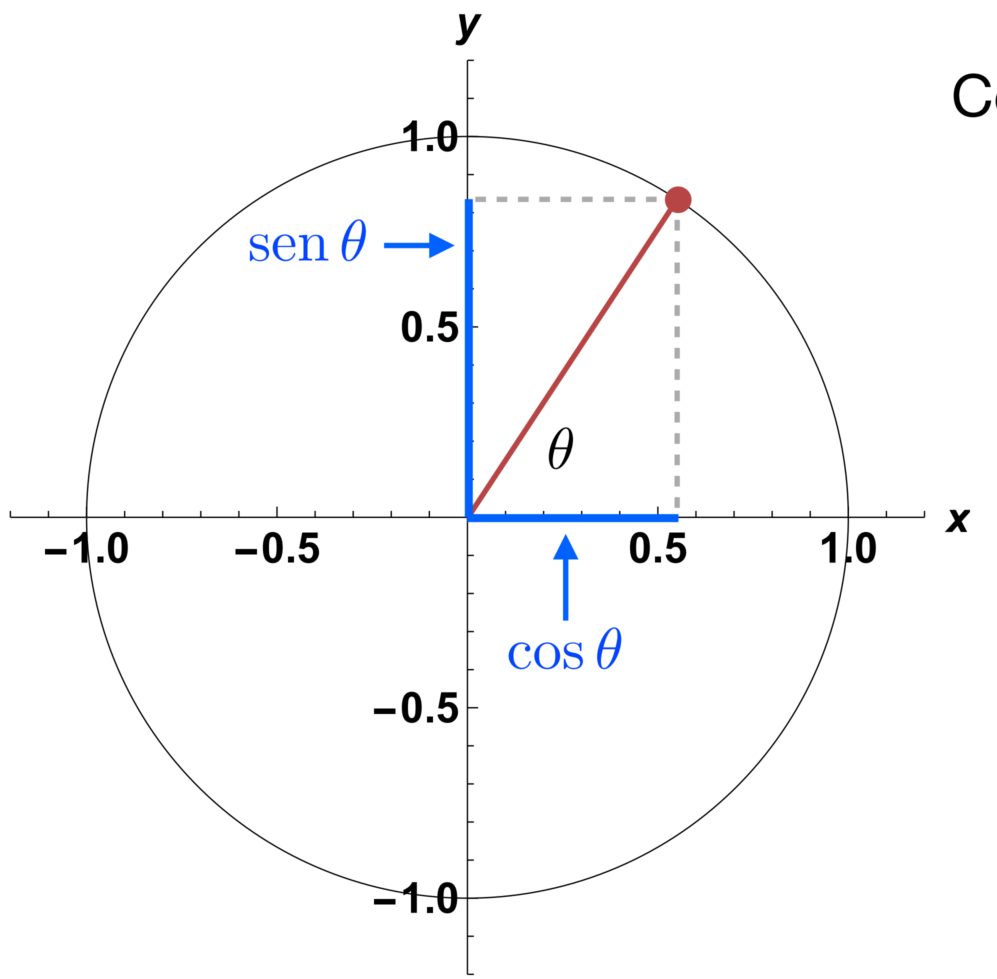
$$y(t) = \operatorname{sen}(\theta_0 + \omega t)$$

Para amplitude $A$: multiplicar por $A$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \theta_0)$$

$$y(t) = A\operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)$$

# Representação no plano complexo




Consideremos o número complexo

$$z = x + iy \qquad i = \sqrt{-1}$$

$$x = \text{Re}(z) \qquad y = \text{Im}(z)$$

Mas também $z = e^{i\theta}$

$$\boxed{e^{i\theta} = \cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta} \qquad \text{(Euler)}$$

$$\cos\theta = \text{Re}(e^{i\theta}) \qquad \text{sen}\,\theta = \text{Im}(e^{i\theta})$$

# Identidade de Euler

Série de Taylor:

Com $\dfrac{d}{d\theta}\,\mathrm{sen}\,\theta = \cos\theta$ e $\dfrac{d}{d\theta}\cos\theta = -\,\mathrm{sen}\,\theta$ obtemos

$$\cos\theta = \cos 0 + \frac{\theta}{1!}(-\,\mathrm{sen}\,0) + \frac{\theta^2}{2!}(-\cos 0) + \frac{\theta^3}{3!}(\,\mathrm{sen}\,0) + \ldots \quad = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \ldots$$

$$\mathrm{sen}\,\theta = \,\mathrm{sen}\,0 + \frac{\theta}{1!}\cos 0 + \frac{\theta^2}{2!}(-\,\mathrm{sen}\,0) + \frac{\theta^3}{3!}(-\cos 0) + \ldots \quad = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} + \ldots$$

Usando $i^2 = -1$ e $i^4 = +1$ podemos escrever

$$\cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta = 1 + i\theta + \frac{(i\theta)^2}{2!} + \frac{(i\theta)^3}{3!} + \frac{(i\theta)^4}{4!} + \ldots$$

Dado que $\dfrac{d}{d\theta}e^{i\theta} = ie^{i\theta}$ vê-se que isto é a série de Taylor da função $e^{i\theta}$

Fica assim demonstrada a identidade de Euler $e^{i\theta} = \cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta$

# Cálculos com a função exponencial complexa

Porque fazer cálculos com a função exponencial complexa?

Derivadas são muito simples!

No fim separa-se a parte real da parte imaginária → resultados reais

Exemplo (sem derivadas)

$$\cos(\alpha+\beta) + i\,\mathrm{sen}\,(\alpha+\beta) = e^{i(\alpha+\beta)} \quad = e^{i\alpha}e^{i\beta}$$

$$= [\cos\alpha + i\,\mathrm{sen}\,\alpha]\,[\cos\beta + i\,\mathrm{sen}\,\beta]$$

$$= \cos\alpha\cos\beta + i\cos\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta + i\,\mathrm{sen}\,\alpha\cos\beta + i^2\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta$$

$$= (\cos\alpha\cos\beta - \mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta) + i\,(\cos\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta + \mathrm{sen}\,\alpha\cos\beta)$$

Parte real: $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta$

Parte imaginária: $\mathrm{sen}\,(\alpha+\beta) = \cos\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta + \mathrm{sen}\,\alpha\cos\beta$

# Equação do MHS

Já vimos que o MHS pode ser representado por $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

Notação muito usada: $\dot{x}(t) \equiv \frac{d}{dt}x(t)$ $\ddot{x}(t) \equiv \frac{d^2}{dt^2}x(t)$ etc.

$$\dot{x}(t) = -A\omega \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$

$$\ddot{x}(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t)$$

$$\boxed{\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0}$$ Equação diferencial do MHS

Qualquer função que é solução desta equação descreve um MHS.

Por exemplo: $x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$ $x(t) = Ae^{i(\omega t + \phi)}$

Sistemas reais: oscilações têm um início e um fim.

São aproximadamente sinusoidais apenas quando demoram muitos períodos.