

# Física Geral I • FIS0703

---

Aula 13

07/11/2016

# Interferência em filmes finos

---



- Efeitos de interferência são frequentemente observados em filmes finos, e.g., camadas finas de **óleo na superfície de água**, ou **bolhas de sabão**.
- Com luz branca incidente observam-se regiões de cores diferentes, que resultam da **interferência entre ondas refletidas nas duas superfícies destes filmes**.

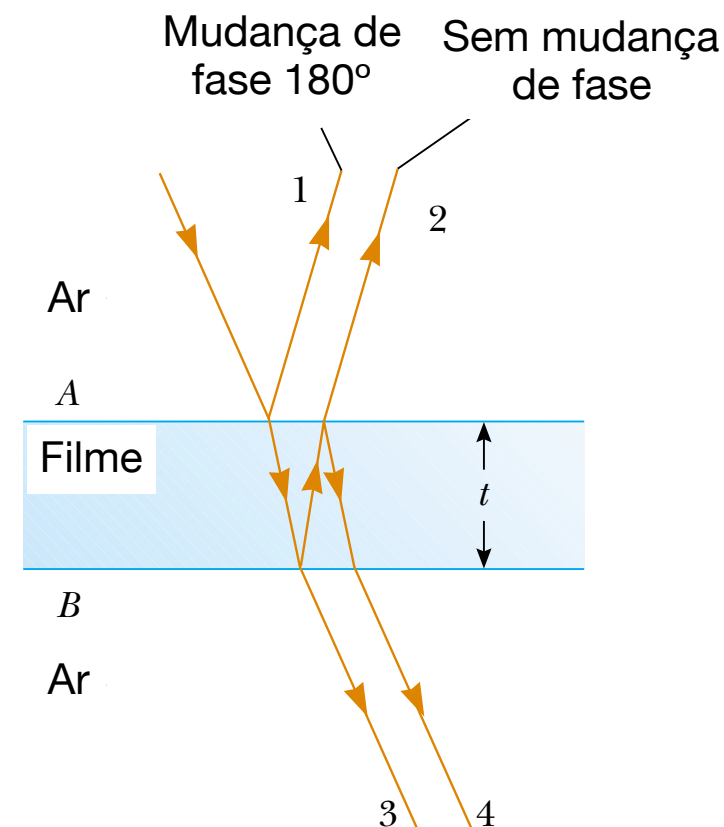
# Interferência em filmes finos

Filme com espessura  $t$   
e índice de refração  $n$ :

Para determinar as propriedades de interferência é importante:

- ▶ Na transição meio 1  $\rightarrow$  meio 2, a onda refletida **muda de fase** ( $180^\circ$ ) se  $n_1 < n_2$ , mas não há mudança de fase caso  $n_1 > n_2$ .
- ▶ Se  $\lambda$  é c.d.o. no espaço vazio, num meio com índice de refração  $n$  o c.d.o. é  $\lambda_n = \lambda/n$ .

$$c = \lambda f \quad n = \frac{c}{v} \quad v = \lambda_n f \quad \lambda_n = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda}{n}$$



Consideremos raios de luz incidentes ao filme **próximos da normal**. No caso  $n_{\text{filme}} > n_{\text{ar}}$  temos:

Raio 1 é refletido com diferença de fase  $180^\circ$ , o que corresponde a uma diferença de caminho de  $\lambda_n/2$ .

Raio 2 é refletido na superfície 2 (sem mudança de fase) e tem uma diferença de caminho de  $2t$ .

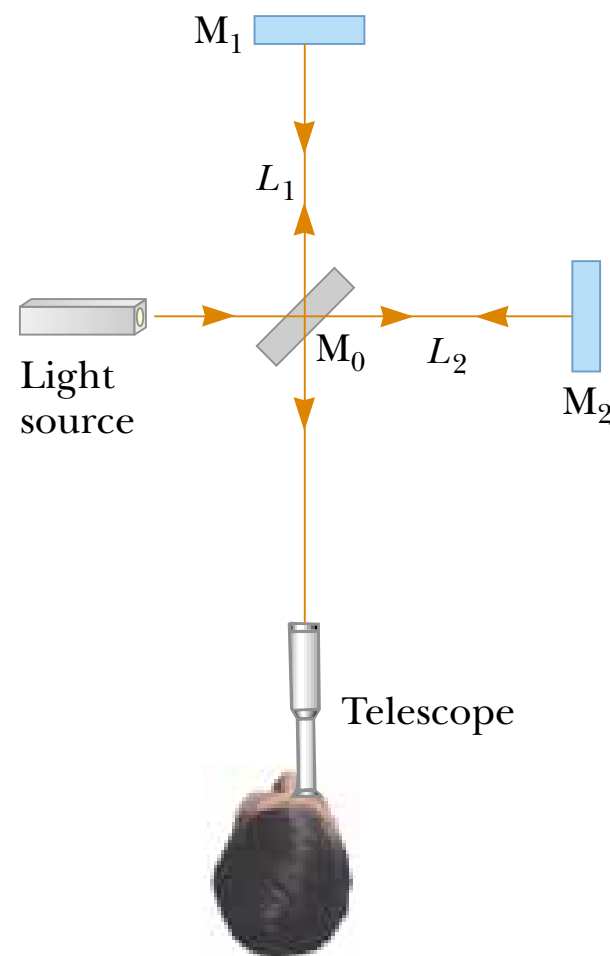
Interferência **construtiva**:  $2t = (m + \frac{1}{2})\lambda_n$  ou  $2nt = (m + \frac{1}{2})\lambda$   $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Interferência **destrutiva**:  $2nt = m\lambda$

Da mesma maneira podemos analisar a interferência dos raios transmitidos 3 e 4.

Quando filmes têm **espessuras variáveis**, o  $\lambda$  dos máximos também varia  $\rightarrow$  **cores** observadas.

# O interferômetro de Michelson



Este interferômetro foi inventado por [Michelson](#), e permite medir comprimentos de onda e alterações de distâncias com grande precisão.

- ▶ No [espelho semitransparente](#)  $M_0$  um feixe de luz é dividido em dois. Eles são refletidos nos espelhos  $M_1$  e  $M_2$ , [re-combinados](#) em  $M_0$ .
- ▶ Os feixes percorreram [distâncias diferentes](#)  $L_1$  e  $L_2$ , o que causa um padrão de interferência que é observado no telescópio.
- ▶ Com espelhos  $M_1$  e  $M_2$  exatamente perpendiculares, as franjas de interferência são circulares.
- ▶ Quando a distância de  $M_1$  muda em  $\lambda/4$ , a diferença de caminho altera-se em  $\lambda/2 \rightarrow$  [franjas claras tornam-se franjas escuras e vice versa](#).
- ▶ Se o deslocamento de  $M_1$  é conhecido, a contagem do número de mudanças das franjas permite [determinar  \$\lambda\$](#) .
- ▶ Se  $\lambda$  é conhecido é possível [medir pequenas alterações de distâncias](#) com grande precisão.

O interferômetro de Michelson teve um papel importante na origem da [teoria da relatividade](#).

## Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO)



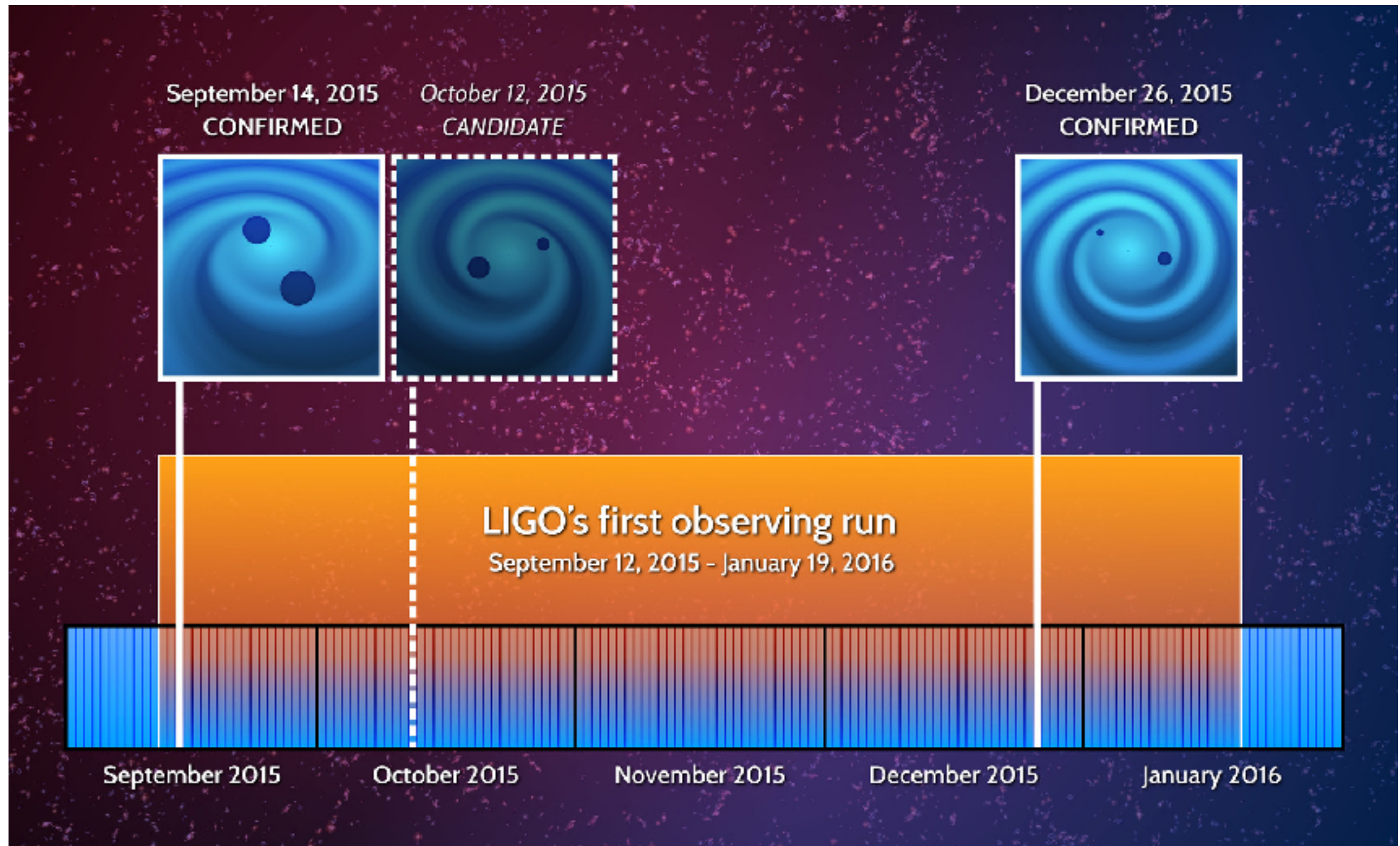
LIGO, perto de Richland, Washington

Interferômetro de Michelson com raios laser e braços de 4 km.

A passagem de **ondas gravitacionais** temporariamente altera a distância entre os espelhos (10000 vezes menor do que o tamanho de um próton!)



Entretanto, LIGO já detectou ondas gravitacionais emitidas pela fusão de dois buracos negros.



# Padrões de difração

**Difração:** a trajetória da luz desvia duma linha reta quando passa por uma abertura ou contorna um obstáculo de tamanho comparável ou menor que o seu comprimento de onda.

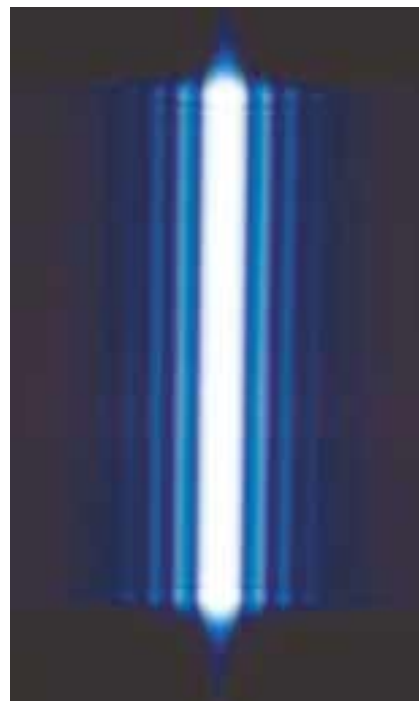
- ▶ A luz entra em regiões do espaço que estariam na **sombra** se a luz se propagasse em linha reta.
- ▶ Na experiência da fenda dupla, a luz espalha-se atrás de cada fenda, o que permite a sobreposição das ondas e a observação de franjas de interferência.

Luz passa por **uma única fenda** e é projetada num écran:

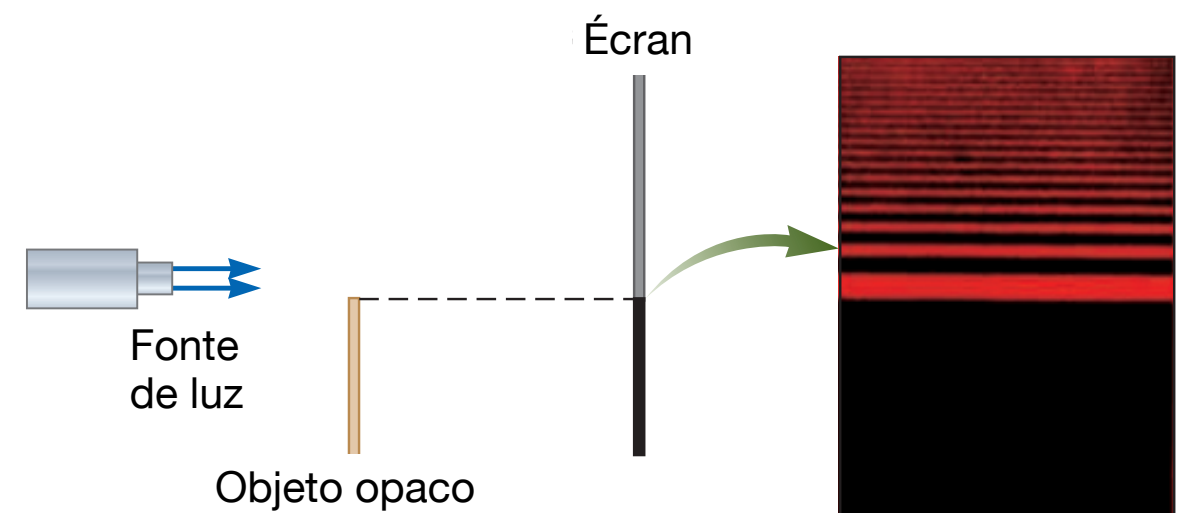
- ▶ seria de esperar que se veja uma mancha clara um pouco mais larga do que a fenda
- ▶ a observação não confirma esta expectativa!

Luz passa por uma fenda fina vertical:

Franja central e série de franjas secundárias de intensidade decrescente, com franjas escuras no meio.



Luz contorna um objeto com bordas agudas:



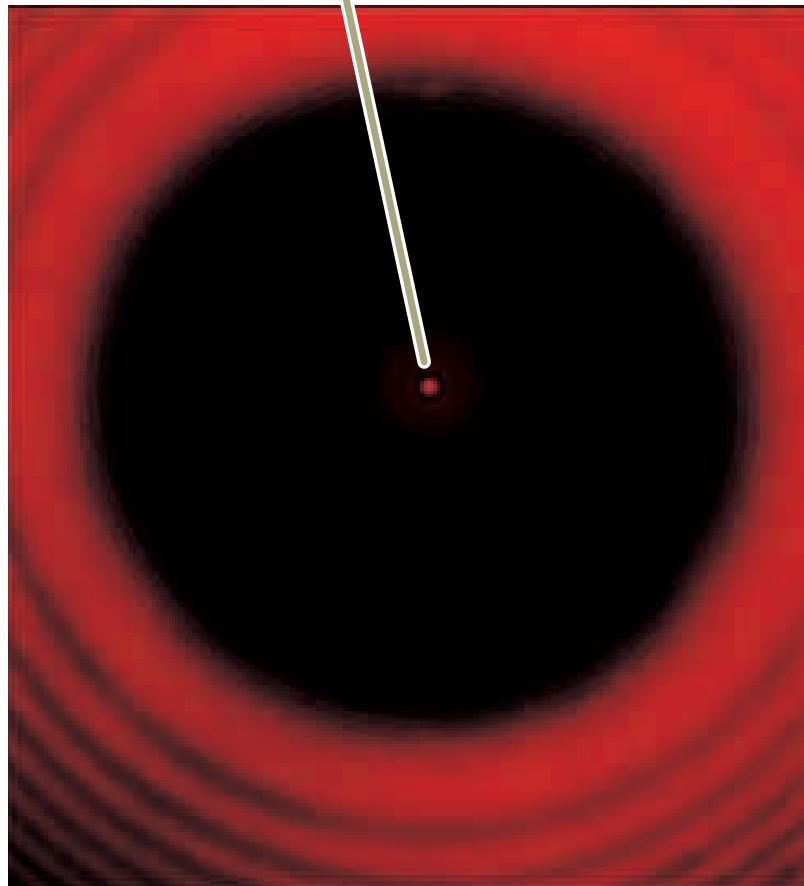
Estas séries de franjas claras e escuras são chamadas **padrões de difração**.

# Padrões de difração

---

Um “penny” (cêntimo) iluminado mostra também um padrão de difração.  
A moeda encontra-se no meio entre a fonte da luz e o écran.

A mancha central apenas tem explicação através da teoria ondulatória da luz.



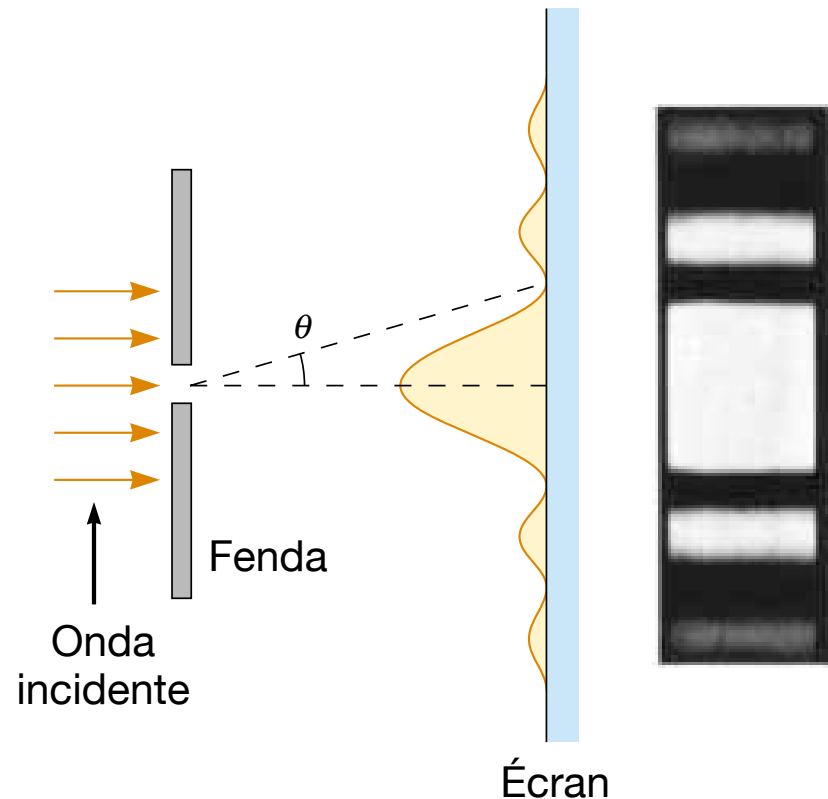


# Padrão de difração dum fenda estreita

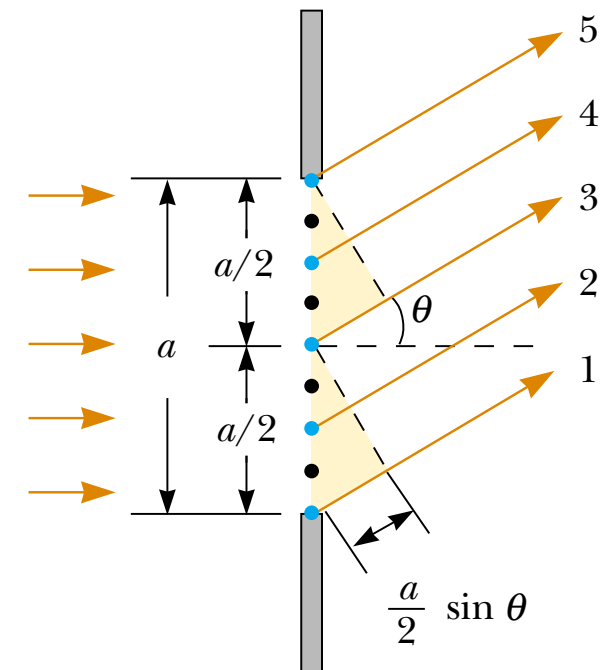
Luz passa por uma fenda estreita e é projetada num écran.

**Simplificação:** os raios incidentes no écran são praticamente **paralelos**.  
(Écran a grande distância, ou por intermédio dum lente convergente)

Padrão de difração de Fraunhofer



**Huygens:** cada ponto da fenda atua como fonte dum onda de luz → interferência entre ondas de pontos diferentes da mesma fenda.



**Divisão da fenda em duas partes iguais:**

Diferença de caminho dos raios 1 e 3:  $\frac{a}{2} \sin \theta$

**Interferência destrutiva:**  $\frac{a}{2} \sin \theta = \pm \frac{\lambda}{2}$  ou  $\sin \theta = \pm \frac{\lambda}{a}$

**Divisão da fenda em quatro partes iguais:**  $\sin \theta = \pm 2 \frac{\lambda}{a}$

**Condição geral para franjas escuras:**

$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{a}$$

Também para 2 e 4, 3 e 5, ...  
(para qualquer par de pontos da fenda separados por  $a/2$ )

**seis partes:**  $\sin \theta = \pm 3 \frac{\lambda}{a}$

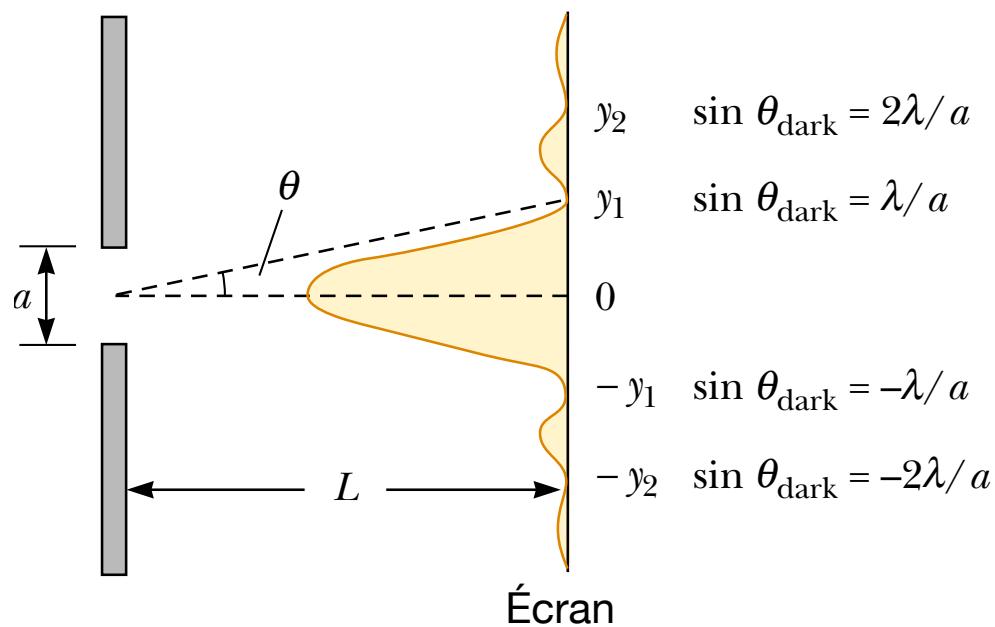
$$m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

# Intensidade do padrão de difração dum fenda

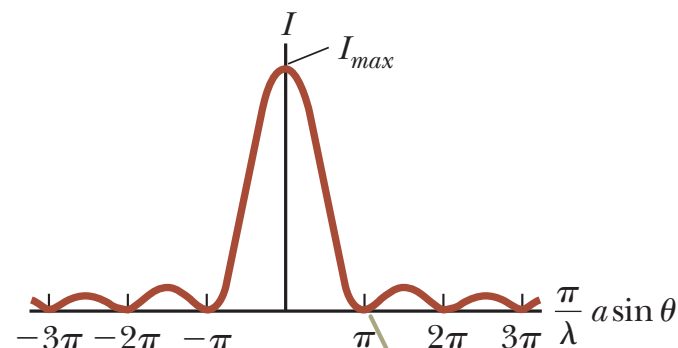
Condição geral para franjas escuras:

$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{a}$$

$$m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$



- ▶ Há um **máximo central largo**
- ▶ Mínimos e máximos secundários alternados (muito menos intensos)
- ▶ Os picos dos máximos encontram-se aproximadamente no meio entre os mínimos
- ▶ O máximo central tem o dobro da largura dos máximos secundários
- ▶ Não existe mínimo central ( $m = 0$ )



Um mínimo da curva corresponde a uma franja escura no écran.



Um cálculo da **intensidade do padrão de difração** dá

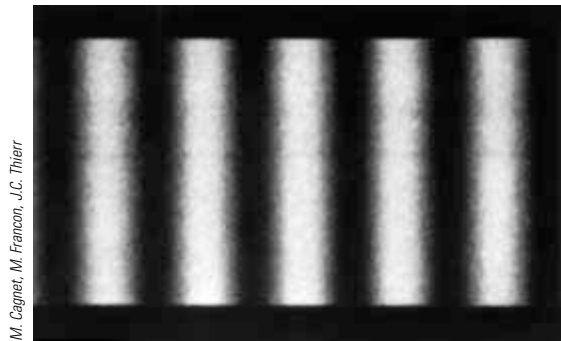
$$I = I_{\text{max}} \left[ \frac{\sin(\pi a \sin \theta / \lambda)}{\pi a \sin \theta / \lambda} \right]^2$$

$I_{\text{max}}$  é a intensidade em  $\theta = 0$

A maior parte da intensidade é concentrada na franja clara central

# Intensidade do padrão de difração da fenda dupla

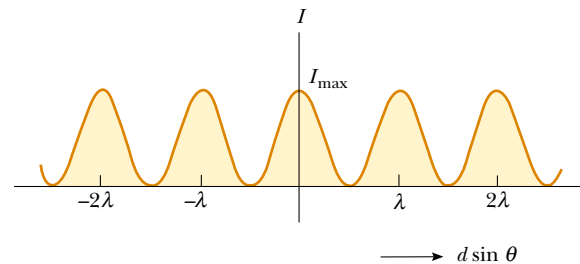
Quando há mais do que uma fenda temos de tomar em conta não apenas a **difração** da luz nas fendas individuais, mas também a **interferência** entre as ondas que vêm de cada fenda.



Intensidade do padrão de interferência da fenda dupla

$$I = I_{\max} \cos^2 \left( \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)$$

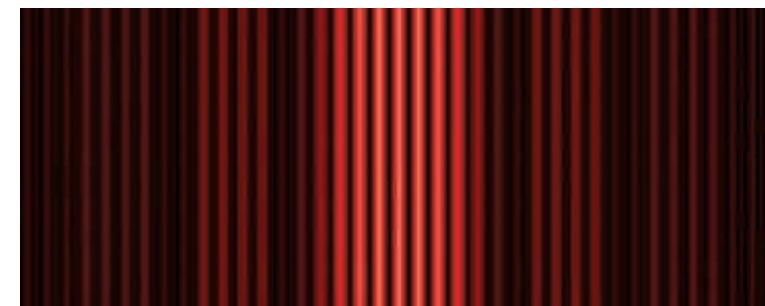
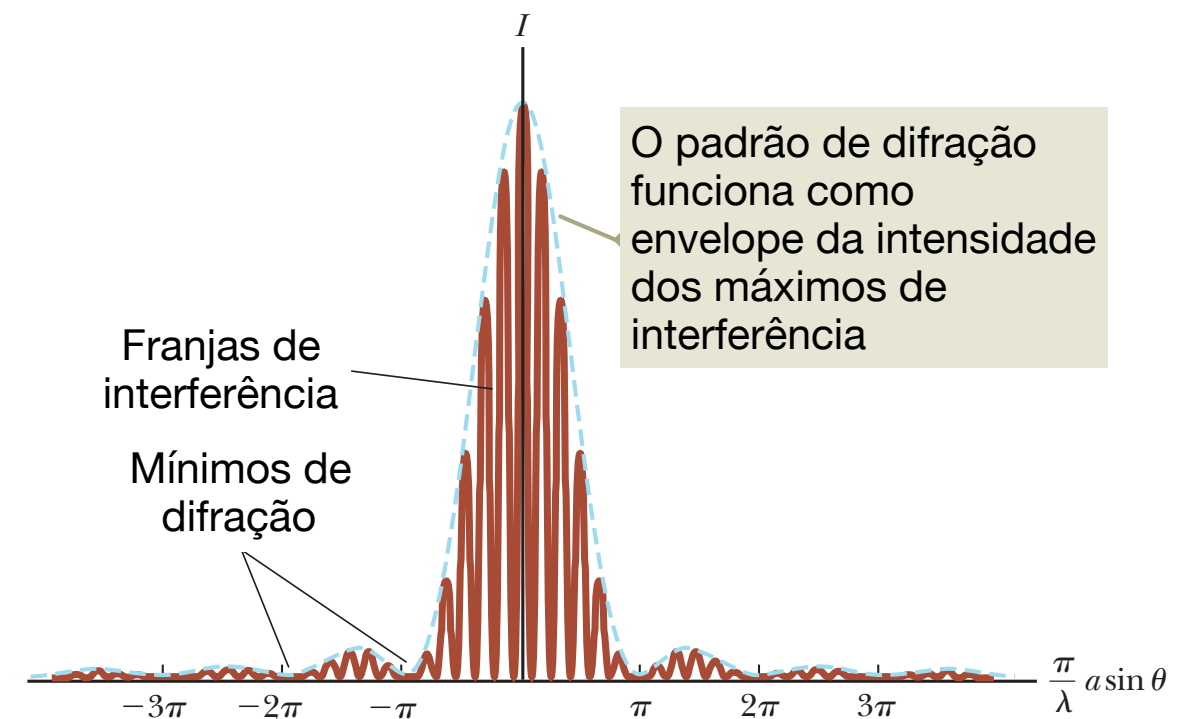
Padrão de interferência na fenda dupla sobreposto com a difração:



$$I = I_{\max} \cos^2 \left( \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \left[ \frac{\sin(\pi a \sin \theta / \lambda)}{\pi a \sin \theta / \lambda} \right]^2$$

Interferência das duas fendas

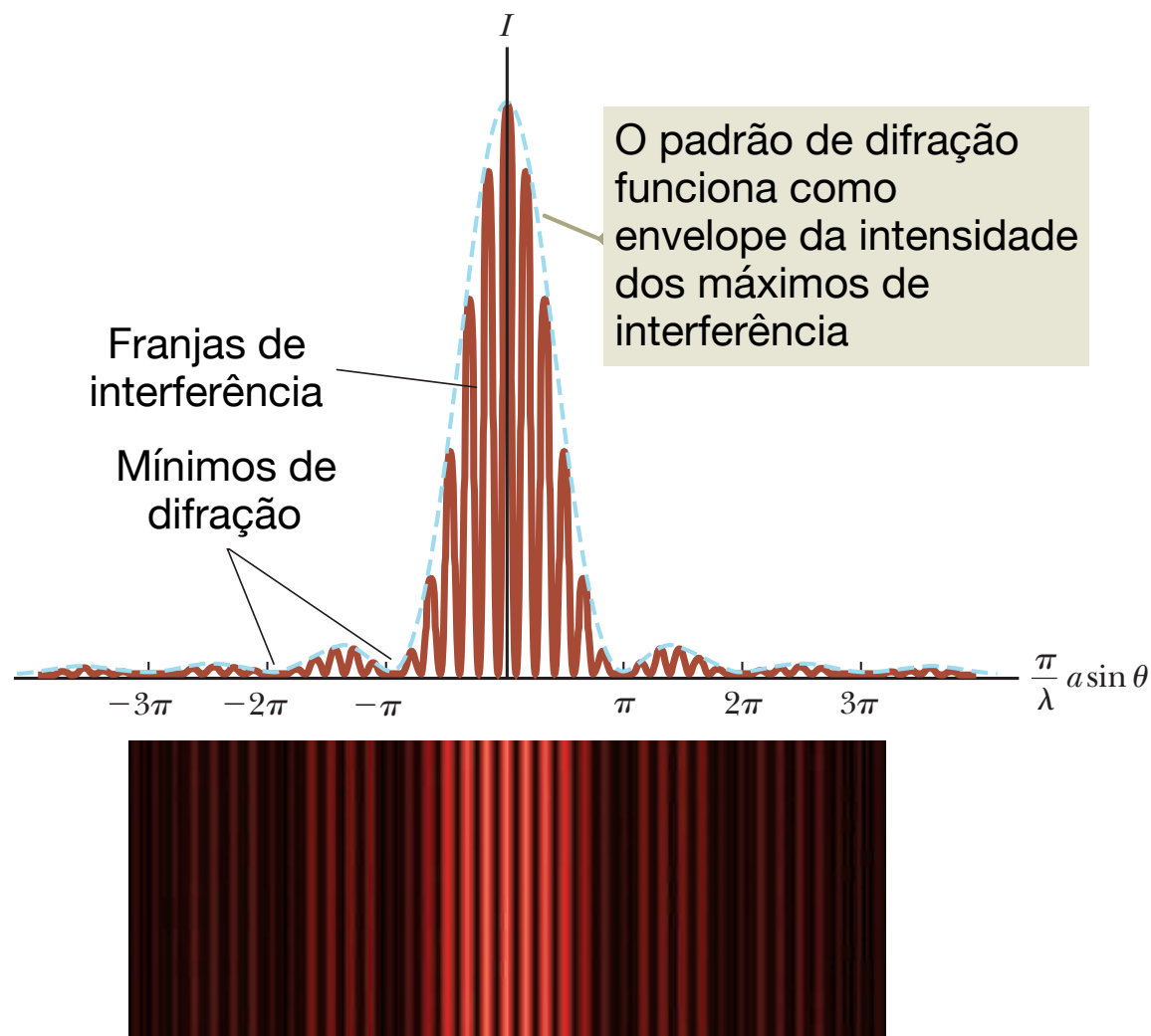
Padrão de difração de uma fenda



A fórmula parece complicada, mas é apenas uma combinação do **padrão de difração** de uma fenda com o **padrão de interferência** em duas fendas.

# Intensidade do padrão de difração da fenda dupla

Padrão de interferência na fenda dupla sobreposto com a difração:



Esta imagem foi obtida com luz de um laser, com  $\lambda = 650 \text{ nm}$ ,  $a = 3.0 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $d = 18.0 \text{ }\mu\text{m}$ .

$$d \sin \theta = m \lambda \quad \text{máximos de interferência}$$

$$a \sin \theta = m' \lambda \quad \text{mínimos de difração}$$

Qual máximo de interferência coincide com o primeiro mínimo de difração?

$$m' = 1$$

Dividir as duas equações dá  $\frac{d}{a} = m$

Neste caso  $\frac{d}{a} = \frac{18.0}{3.0} = 6$

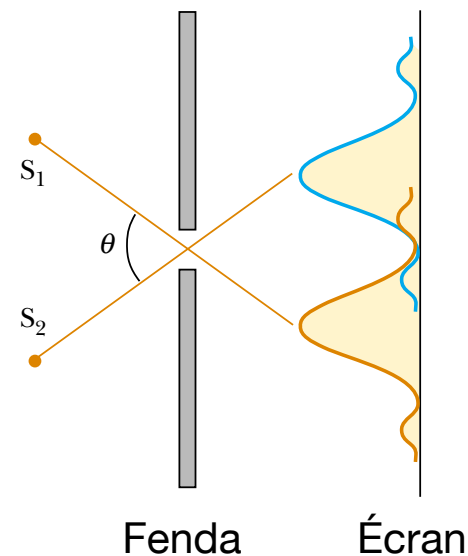
# Resolução de fendas simples

A natureza ondulatória da luz limita a capacidade de sistemas óticos de **distinguir dois objetos muito juntos**.

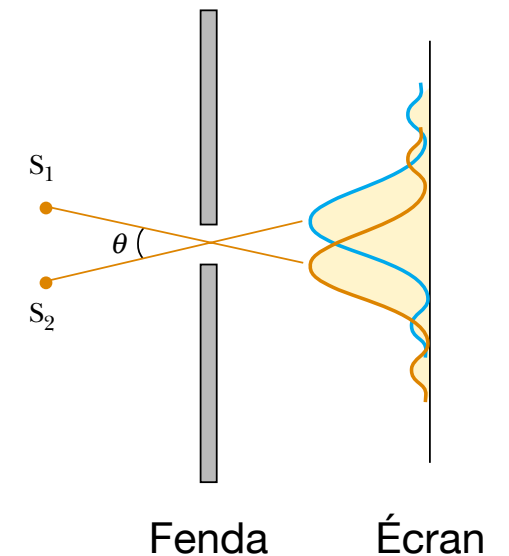
Duas fontes de luz incoerente  $S_1$  e  $S_2$ :

a luz passa uma fenda de largura  $a$ , e num écran observa-se a soma de padrões de difração.

Os **máximos centrais** são claramente **separados**: as imagens de  $S_1$  e  $S_2$  são **resolvidas**.



Os **máximos centrais** **sobrepõem-se**: as imagens de  $S_1$  e  $S_2$  **não são resolvidas**.



Quando o máximo central de uma imagem cai sobre o primeiro mínimo da outra imagem, as imagens começam a ser ditas resolvidas.

**Critério de Rayleigh**  
(condição do caso limite):

Ângulo do 1º mínimo de difração:  $\sin \theta = \frac{\lambda}{a}$

De acordo com o critério de Rayleigh, isto também é a **menor distância angular** que pode ser **resolvida**.

Normalmente  $\lambda \ll a \rightarrow \sin \theta \approx \theta \rightarrow$

$$\theta_{\min} = \frac{\lambda}{a}$$

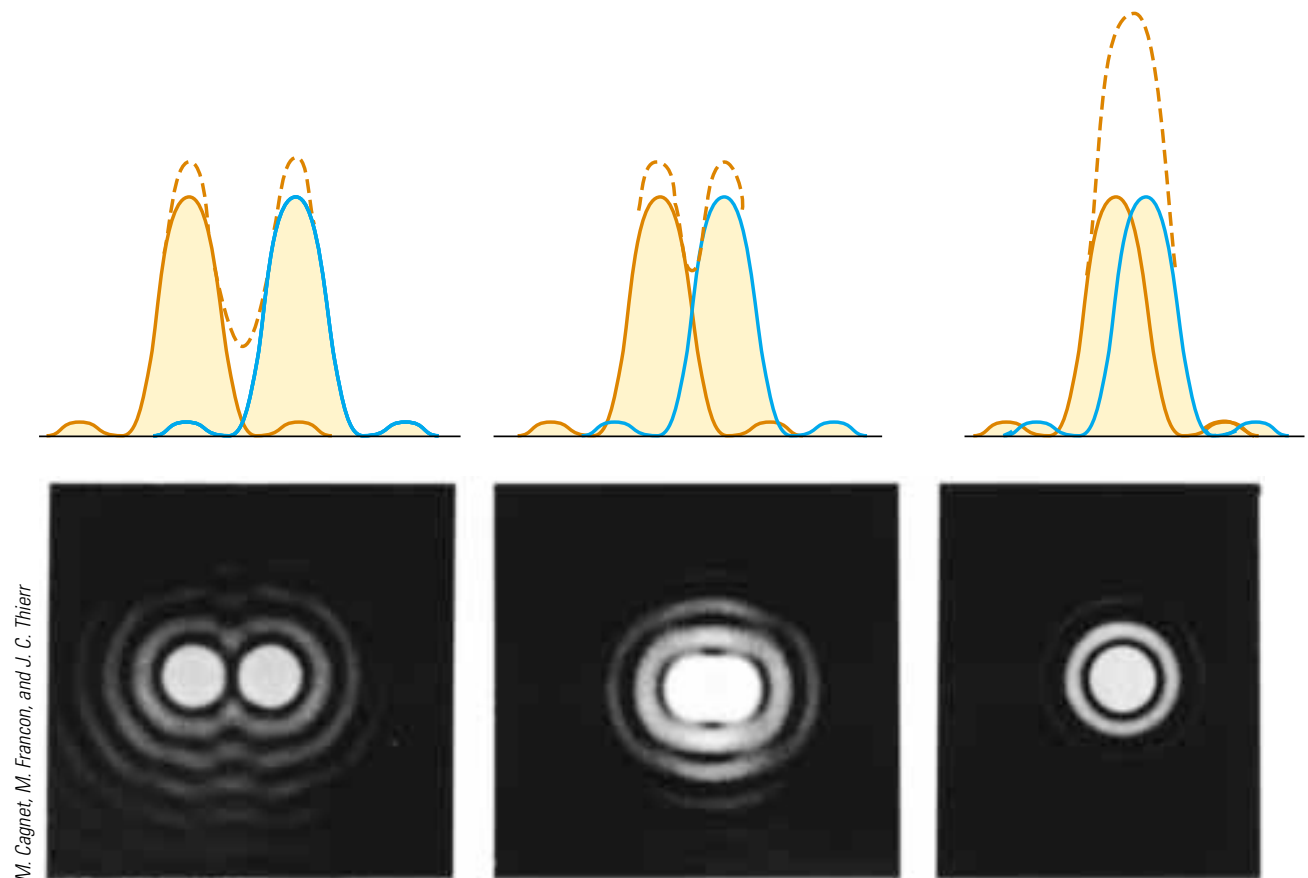
O ângulo subtendido por um objeto tem de ser maior que  $\lambda/a$  para que a imagem pode ser resolvida.

# Resolução de aberturas circulares

As **aberturas** em muitos sistemas óticos são **circulares**.

Neste caso, os padrões de difração consistem num disco central claro, e anéis alternadamente escuros e claros.

Duas fontes pontuais (estrelas):



resolvido

limite de ser  
resolvido  
(Rayleigh)

não resolvido

Uma análise de **aberturas circulares** com diâmetro  $D$  dá o ângulo limite

$$\theta_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$