

## Introdução à Probabilidade e Estatística

### Ficha N°2: Probabilidades

Para as licenciaturas em: Eng. Civil, Eng. das Energias Renováveis, Eng. Geológica,  
Eng. Informática e Eng. Mecatrónica

**2º semestre 2014/15 — 2h Teóricas + 2h Práticas**

Docentes: Patrícia Filipe e Ana Isabel Santos

**Nota:** Alguns dos exercícios propostos nesta ficha foram retirados dos manuais constantes na bibliografia (ver programa da cadeira).

1. (**2ª Frequência/Exame 2014**) Na empresa Sojoga foi decidido que nos próximos meses será desenvolvida uma aplicação para Smartphones que permita decidir qual o melhor caminho para que um indivíduo se desloque de um qualquer ponto A para um outro qualquer ponto B, tendo em conta o tráfego em tempo real. Para tal, o primeiro passo foi fazer um inquérito de grande dimensão para perceber qual a receptividade da respectiva aplicação. Nesse inquérito, 72% das pessoas afirmaram que iriam comprar a aplicação, e destas 27% afirmaram registar-se no site da empresa (para ter acesso a informações sobre as futuras actualizações da aplicação). Tendo em conta os resultados, e admitindo que 37% das pessoas se iriam registar no site, diga qual a probabilidade de uma pessoa, seleccionada ao acaso,
  - (a) não comprar a aplicação?
  - (b) comprar a aplicação e registar-se no site?
  - (c) registar-se no site, sabendo que não comprou a aplicação?
2. (**1ª Frequência 2013**) Estudos recentes revelaram que, em Portugal, no 4º trimestre de 2012, do total de edifícios licenciados, 56% correspondiam a construções novas e, destas, 70% destinavam-se a habitação familiar.
  - (a) Qual a probabilidade de um edifício licenciado ser antigo?
  - (b) Qual a probabilidade de um edifício licenciado ser novo e não ser destinado a habitação familiar?
3. (**2ª Frequência/Exame 2013**) Estudos disponíveis em [www.pordata.pt](http://www.pordata.pt), acerca do tráfego telefónico nacional (rede móvel e rede fixa), revelaram que 75% dos minutos em chamadas têm origem em rede móvel, destes 2.7% têm como destino a rede fixa. Sabe-se ainda que 23% têm origem em rede fixa e como destino rede fixa.

- (a) Qual a probabilidade de um minuto de chamada ser realizado a partir da rede fixa?
- (b) Determine a probabilidade de um minuto em chamada, seleccionado aleatoriamente, ter como destino a rede fixa.
- (c) Sabendo que um minuto em chamada foi realizado para rede fixa, qual a probabilidade de ter tido origem em rede fixa também?
4. **(Exame de recurso 2013)** Uma fábrica dispõe de 3 máquinas para produção de peças electrónicas. A máquina 1 é responsável por 60% da produção e as máquinas 2 e 3 produzem em igual percentagem. Testes realizados às peças produzidas por cada uma das máquinas revelaram que, da produção da máquina 1, 1% das peças falham na verificação de todos os requisitos de qualidade, enquanto que da produção das máquinas 2 e 3, falham nos requisitos 2% e 4%, respetivamente.
- (a) Qual a probabilidade de uma peça, seleccionada ao acaso de toda a produção, não falhar nos requisitos de qualidade?
- (b) O proprietário da fábrica encontra-se numa situação em que tem de vender uma das máquinas. Qual a máquina que aconselharia o proprietário a vender?
5. Para estudarem para uma frequência, sabe-se que 40% dos alunos fizeram todos os exercícios propostos, cerca de 55% assistiram a mais de 9 aulas e de entre estes últimos cerca de 64% fizeram todos os exercícios propostos. Calcule a probabilidade de um aluno escolhido ao acaso:
- (a) não ter feito todos os exercícios propostos.
- (b) ter feito todos os exercícios propostos e ter assistido a mais de 9 aulas.
- (c) não ter feito todos os exercícios propostos nem ter assistido a mais de 9 aulas.
- (d) não ter feito todos os exercícios propostos e ter assistido a mais de 9 aulas.
- (e) ter assistido a mais de 9 aulas, sabendo que não realizou todos os exercícios propostos.
6. Numa determinada região 528 indivíduos foram classificados segundo duas características qualitativas. Sejam  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $B_1$ ,  $B_2$  e  $B_3$  os atributos possíveis, respectivamente, na 1ª e 2ª classificação. Os resultados da dupla classificação dispõem-se a tabela:

|       | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ |
|-------|-------|-------|-------|
| $A_1$ | 56    |       | 12    |
| $A_2$ | 47    | 163   | 38    |
| $A_3$ | 14    | 42    | 85    |

Escolhido um indivíduo ao acaso, calcule a probabilidade de:

- (a) Preencha a célula vazia e explique o significado desse valor;
- (b) ter o atributo  $B_2$ ;
- (c) ter os atributos  $A_3$  e  $B_1$ ;

- (d) ter os atributos  $A_1$  ou  $B_3$ ;
  - (e) ter o atributo  $B_1$ , sabendo que possui o atributo  $A_3$ ;
  - (f) ter o atributo  $A_2$ , de entre os que possuem o atributo  $B_2$ .
7. Considere dois centros de Sondagens, centro XP e centro XPTO. Sabe-se que o centro XP acerta nas previsões em 75% dos casos e o centro XPTO em 55%. Em 20% dos casos nenhum dos centros acerta nas suas previsões.
- (a) Calcule a probabilidade de ambos os centros acertarem nas suas previsões.
  - (b) Calcule a probabilidade de um centro acertar e o outro falhar.
  - (c) Calcule a probabilidade de pelo menos um dos centros acertar nas suas previsões.
  - (d) Sabendo que o centro XPTO acertou na sua previsão, qual a probabilidade do centro XP ter falhado?
8. Um conjunto de três atelier de Arquitectura (digamos atelier A, B e C) pretende elaborar conjuntamente um projecto para apresentar na Trienal de Arquitectura 2007, a realizar no Pavilhão de Portugal entre os dias 31 de Maio e 31 de Julho de 2007. A participação na Trienal de Arquitectura 2007 depende do cumprimento de todos os seguintes acontecimentos:

A=“A tarefa do atelier A é executada a tempo”

B=“A tarefa do atelier B é executada a tempo”

C=“A tarefa do atelier C é executada a tempo”.

Suponha que estes acontecimentos são independentes e com probabilidades iguais a 0.8, 0.7 e 0.9, respectivamente.

- (a) Calcule a probabilidade do projecto final estar terminado a tempo de poder participar na Trienal de Arquitectura 2007.
  - (b) Calcule a probabilidade do atelier A ter cumprido a tempo a sua tarefa e pelo menos um dos outros ateliers o não ter conseguido.
  - (c) Sabendo que a tarefa do atelier C foi cumprida a tempo, qual a probabilidade do projecto final estar terminado a tempo de poder participar na Trienal de Arquitectura 2007?
9. Do conjunto de empresas que actuam num dado sector industrial, 25% possuem departamento de investigação, 50% realizam lucros e 20% possuem departamento de investigação e realizam lucros. Pretende-se calcular a probabilidade de uma empresa escolhida ao acaso estar nas seguintes condições:
- (a) possuir departamento de investigação ou realizam lucros ou ambos;
  - (b) não possuir departamento de investigação;
  - (c) não possuir departamento de investigação nem realizar lucros;

- (d) não possuir departamento de investigação ou não realizar lucros;
  - (e) possuir departamento de investigação e não realizar lucros;
  - (f) não possuir departamento de investigação e realizar lucros.
10. Em determinada população existem 60% mulheres das quais 6% têm mais de 170 cm de altura e existem 40% de homens dos quais 2% têm mais de 170 cm de altura. Selecionou-se uma pessoa dessa população e verificou-se que tinha mais de 170 cm de altura. Qual a probabilidade de ser mulher?
11. Sejam A e B dois acontecimentos tais que  $P(A) = \frac{3}{8}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$  e  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ . Calcule:
- (a)  $P(A \cup B)$ ;
  - (b)  $P(\overline{A})$ ;
  - (c)  $P(\overline{B})$ ;
  - (d)  $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ .
12. Sejam A e B dois acontecimentos tais que  $P(A) = \frac{1}{3}$  e  $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ . Calcule  $P(B \cap \overline{A})$ .
13. Sabendo que  $P[A \cap (B \cup C)] = 0,2$ ;  $P(\overline{A}) = 0,6$  e que  $P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) = 0,1$ , calcule  $P(B \cup C)$ .
14. Considere os acontecimentos A, B e C de probabilidades não nulas. Sabendo que C é mutuamente exclusivo quer com A quer com B; dois dos acontecimentos são independentes;  $P(A) = 0,2$ ;  $P(C) = 0,15$  e  $P(A \cap B) = 0,06$ . Calcule  $P(A \cup B \cup C)$ .
15. Numa fábrica, um certo tipo de peças para um equipamento de laboratório é embalado em caixas e por uma das 3 linhas de produção diferentes: L1, L2, L3. Os registos mostram que as percentagens das caixas que não são embaladas em condições próprias sabendo que provêm de L1, L2 e de L3 são, respectivamente, de 3%, 3,5% e 2%. Sabe-se ainda que a percentagem de caixas embaladas por cada uma das linhas de produção é de 40%, 25% e 35%, respectivamente.
- (a) Qual a probabilidade de uma caixa, escolhida ao acaso, não estar em condições?
  - (b) Sabendo que uma caixa foi devidamente embalada, qual a probabilidade de ser proveniente da linha de produção L2?
16. Num laboratório um investigador fez um ensaio com 3 classes de bactérias A, B e C, na proporção de 0.10, 0.30 e 0.60 de cada classe, respectivamente. As bactérias da classe A reagem na presença de sulfatos em 80% dos casos, as da classe B em 60% e as da classe C em 40%.
- (a) Qual a probabilidade de uma bactéria escolhida ao acaso ser da classe A e reagir na presença de sulfatos?
  - (b) Qual a probabilidade de uma bactéria escolhida ao acaso não reagir na presença de sulfatos?

- (c) O investigador ao escolher uma bactéria verificou que ela não reagiu na presença de sulfatos. Qual a probabilidade desta pertencer à classe B?
17. O Nunes consegue à última da hora um bilhete para assistir às primeiras Meias-Finais do Campeonato Europeu de Futebol de 2008, que está a decorrer na Austria e na Suíça. Para se deslocar de casa até ao estádio de St.Jakob-Park, em Basileia, o Nunes tem apenas três meios de transporte distintos à sua escolha,  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ . Sabe-se que a probabilidade de
- usar o meio de transporte  $T_1$  é de 0,7;
  - chegar atrasado, sabendo que utilizou o transporte  $T_1$  é 0,8;
  - chegar atrasado, sabendo que utilizou o transporte  $T_2$  é 0,5;
  - chegar a horas, sabendo que utilizou o transporte  $T_3$  é 0,6;
  - usar o meio de transporte  $T_2$  é igual à probabilidade de o meio de transporte  $T_3$ .
- (a) Sabendo que o Nunes chegou atrasado ao jogo, calcule a probabilidade de ter utilizado o transporte  $T_2$ ?
- (b) Qual a probabilidade do Nunes chegar atrasado ao jogo?
18. Numa determinada fábrica do Distrito de Évora, três inspectores o Sertório, o Geraldês e o Gastão, inspeccionam respectivamente, 20%, 30% e 50% dos artigos produzidos por essa fábrica. Sendo um artigo inspeccionado pelo inspector Sertório a probabilidade deste ser um artigo defeituoso é de 5%; é de 10% se tiver sido pelo inspector Geraldês e é de 15% se tiver sido pelo inspector Gastão.
- (a) Retirando ao acaso um artigo inspeccionado, qual a probabilidade deste ser defeituoso?
- (b) Sendo o artigo inspeccionado um artigo defeituoso, por qual dos três inspectores foi mais provável este artigo defeituoso ter sido inspeccionado? Apresente todos os cálculos.
19. Numa urbanização recente um inquérito aos moradores revelou que 5% viviam em moradias, 20% em prédios em banda e os restantes em torres. Alguns desses moradores foram aí instalados através de programas de realojamento. Dos moradores que vivem em moradias 2% são realojados, o mesmo acontecendo com 3% dos que vivem em prédios em banda e com 10% dos que vivem em torres. Escolhido ao acaso um dos habitantes dessa urbanização, qual a probabilidade de:
- (a) Ele ter sido alvo do programa de realojamento?
- (b) Ele viver numa moradia sabendo que se trata de um realojado?
20. A poluição do ar de certa cidade é causada essencialmente por gases industriais (75% dos casos) e por gases dos escapes de automóveis (25% dos casos). Nos próximos 4 anos prevê-se que a possibilidade de controlar com sucesso a poluição dado que provêm dessas duas fontes de poluição são de 70% e de 60%, respectivamente.

- (a) Qual a probabilidade de haver controlo bem sucedido da poluição do ar dessa cidade (i.e. controlar com sucesso pelo menos uma das fontes de poluição) nos próximos 4 anos?
  - (b) Constatando-se que houve controlo bem sucedido de poluição do ar ao fim de 4 anos, qual a probabilidade de isso ser devido ao controlo de gases dos escapes de automóveis?
21. Durante a travessia do Canal da Mancha, a probabilidade de um velejador apanhar mau tempo é de  $2/3$ . Sabe-se ainda que, se estiver mau tempo, tem  $1/4$  de probabilidade de ter uma colisão com um petroleiro, mas, não estando mau tempo, a probabilidade de atravessar o Canal da Mancha sem colidir é de  $5/6$ . Face a uma futura viagem, determine a probabilidade:
- (a) De vir a atravessar o Canal da mancha sem colidir.
  - (b) Não apanhar mau tempo caso venha a colidir com um petroleiro.

**Docentes:** Dulce Gomes e Patrícia Filipe