

Attraction pour fractales

Travail d'Initiative Personnelle Encadré

Classe Préparatoire aux Grandes Écoles

Mathématiques Physique et Sciences de l'Ingénieur

École Nationale de Chimie Physique Biologie de Paris

Léo Colombaro

2013 · 2014 — v0.0.1

Plus tard, en me documentant, je m'aperçus que ces idées étaient apparues simultanément dans de nombreuses disciplines, par exemple chez les mathématiciens qui avaient commencé à étudier l'itération de systèmes non linéaires à l'aide d'ordinateurs, chez les théoriciens de la météorologie et de la génétique des populations, tout comme chez les physiciens étudiant des objets aussi variés que les fluides, les lasers et les orbites planétaires ; tous avaient indépendamment mis en évidence des modèles mathématiques non linéaires présentant des boucles de rétroaction génératrices de chaos et avaient étudié leurs propriétés, chaque groupe découvrant quelques bizarreries que les autres n'avaient pas trouvées.

TABLE DES MATIÈRES

1	SUITE LOGISTIQUE	2
1	Définition et notions préliminaires	2
A	Introduction	2
B	Principe	2
2	Théorèmes fondamentaux	3
3	Étude comportementale	3
A	Cas $0 < \mu < 1$	3
B	Cas $\mu = 1$	3
C	Cas $1 < \mu < 2$	3
D	Cas $\mu = 2$	3
E	Cas $2 < \mu < 3$	3
F	Cas $\mu = 3$	3
4	Application	3
2	ATTRACTEURS	4
1	Définition	4
2	Henon	4
3	Lorenz	4
4	Application	4
3	FRACTALES	5
1	Notions	5
2	Approche chaotique	5
3	Application	5
A	BIBLIOGRAPHIE	6

SUITE LOGISTIQUE

I DÉFINITION ET NOTIONS PRÉLIMINAIRES

A *Introduction*

On s'aperçoit rapidement de la diversité des utilisations possibles de la suite logistique. L'origine de l'étude des systèmes dynamique est motivé par ces applications concrètes qui permettent d'expliquer des mécanisme naturels. C'est ainsi que nous le rappelle Daniel [Perrin(2008)].

Le type même de problèmes qui est à l'origine de la théorie des systèmes dynamiques est celui de l'évolution d'une population en fonction du temps. Le mot population est à prendre ici en un sens très large. Il peut aussi bien s'agir d'une population humaine, qu'animale, des victimes d'une épidémie, d'un ensemble de molécules, de particules, etc. Les modèles dont je vais parler sont des modèles déterministes. Cela signifie qu'ils sont régis par une loi bien déterminée, qui doit permettre, en théorie, de décrire leur évolution à partir d'un état initial connu. On sait depuis Poincaré que, malgré cette hypothèse restrictive, le comportement de ces modèles peut être excessivement compliqué, en particulier à cause de la sensibilité du système aux conditions initiales.

L'importance des conditions initiales est en effet immense, puisque le comportement y est déterminé.

Nous nous proposons donc dans cette première partie d'étudier l'influence des conditions initiales sur la suite logistique, pour comprendre l'intérêt applicatif de cette suite.

B *Principe*

Modèle continu

Modèle discret

Tout d'abord, il convient de définir précisément la suite logistique et les objets qui la composent.

Nommons-la $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$. On donne l'expression par récurrence :

$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n)$$

avec μ un réel positif, nommé, et x_0 le premier terme de la liste.

2 THÉORÈMES FONDAMENTAUX

3 ÉTUDE COMPORTEMENTALE

A *Cas* $0 < \mu < 1$

B *Cas* $\mu = 1$

C *Cas* $1 < \mu < 2$

D *Cas* $\mu = 2$

E *Cas* $2 < \mu < 3$

F *Cas* $\mu = 3$

4 APPLICATION

ATTRACTEURS

- 1 DÉFINITION
- 2 HENON
- 3 LORENZ
- 4 APPLICATION

FRACTALES

- 1 NOTIONS
- 2 APPROCHE CHAOTIQUE
- 3 APPLICATION



BIBLIOGRAPHIE

[Perrin(2008)] Daniel Perrin. *La suite logistique et le chaos*. IREM, 2008.