COMPTE RENDU TP N°2 : TRAITEMENT DE SIGNAL

LEGRIS Thomas / GUILPAIN Léo

2. Etude d'un filtre linéaire

- Pour retrouver la réponse impulsionnelle h(t), il suffit de suivre la méthode indiquée dans l'image ci-dessous.

2. Filtre linéaire

$$x(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow y(t)$$

si $x(t) = U(t)$ alors

$$y(t) = R_u(t) = U(t) - e^{-t}U(t) - te^{-t}U(t)$$

On veut retrouver $h(t)$

Calcul de $R_u(p)$: "TL de $R_u(t)$"

$$R_u(p) = \int_0^{+\infty} R_u(t)e^{-pt}\,dt$$

$$= \int_0^{+\infty} e^{-pt}\,dt - \int_0^{+\infty} e^{-t(p+1)}\,dt - \overbrace{\int_0^{+\infty} te^{-t(1+p)}\,dt}^{\text{IPP}}$$

$$= \left[\frac{e^{-pt}}{p}\right]_{+\infty}^{0} - \left[\frac{e^{-t(p+1)}}{1+p}\right]_{+\infty}^{0} - \left(\underbrace{\left[\frac{te^{-t(1+p)}}{1+p}\right]_{+\infty}^{0}}_{=0} + \int_0^{+\infty}\frac{e^{-t(1+p)}}{1+p}\,dt\right)$$

$$= \frac{1}{p} - \frac{1}{1+p} - \left[\frac{e^{-t(1+p)}}{(1+p)^2}\right]_{+\infty}^{0}$$

d'où $R_u(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{1+p} - \frac{1}{(1+p)^2}$

or $y(t) = x(t) * h(t)$

donc par TL :

$$Y(p) = X(p)H(p) \Leftrightarrow H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

avec $X(p) = \frac{1}{p}$ on a donc $H(p) = 1 - \frac{p}{1+p} - \frac{p}{(1+p)^2}$

$$H(p) = \frac{(1+p)^2 - p(1+p) - p}{(1+p)^2}$$

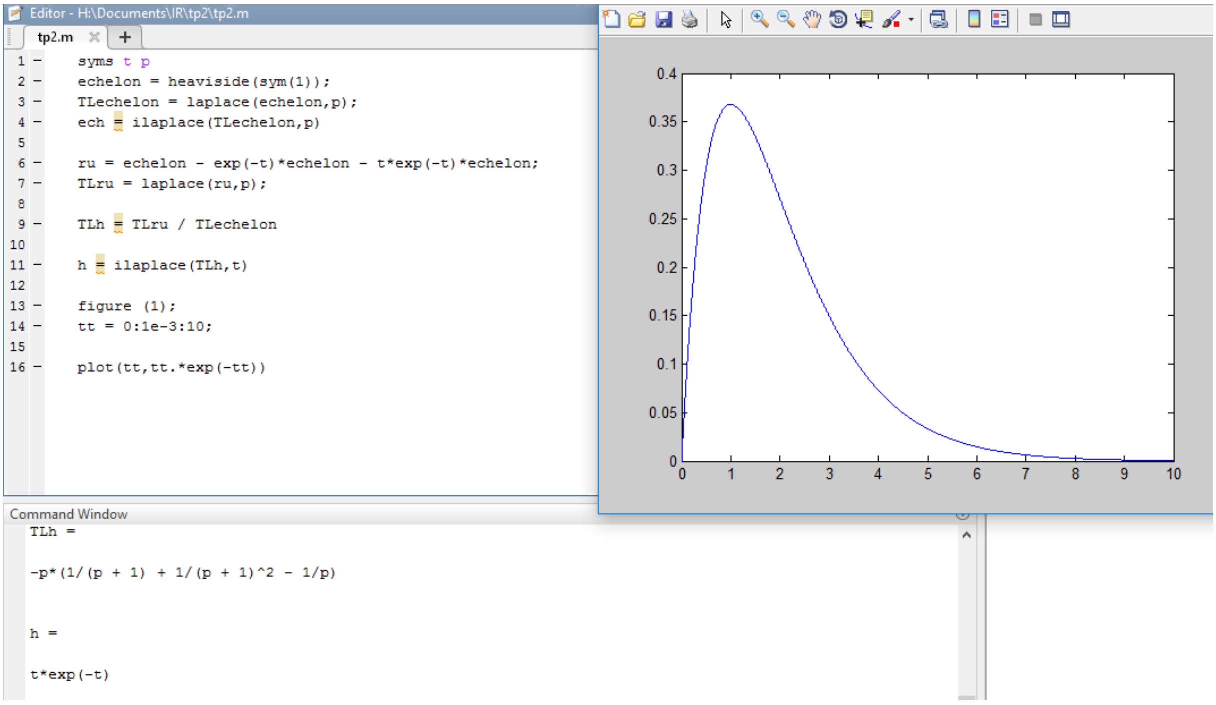
Finalement $\boxed{H(p) = \frac{1}{(1+p)^2}}$

Selon le cours : si $s(t) = A.t.e^{-at}$

alors $S(p) = \frac{A}{(p+a)^2}$ (Rampe amortie)

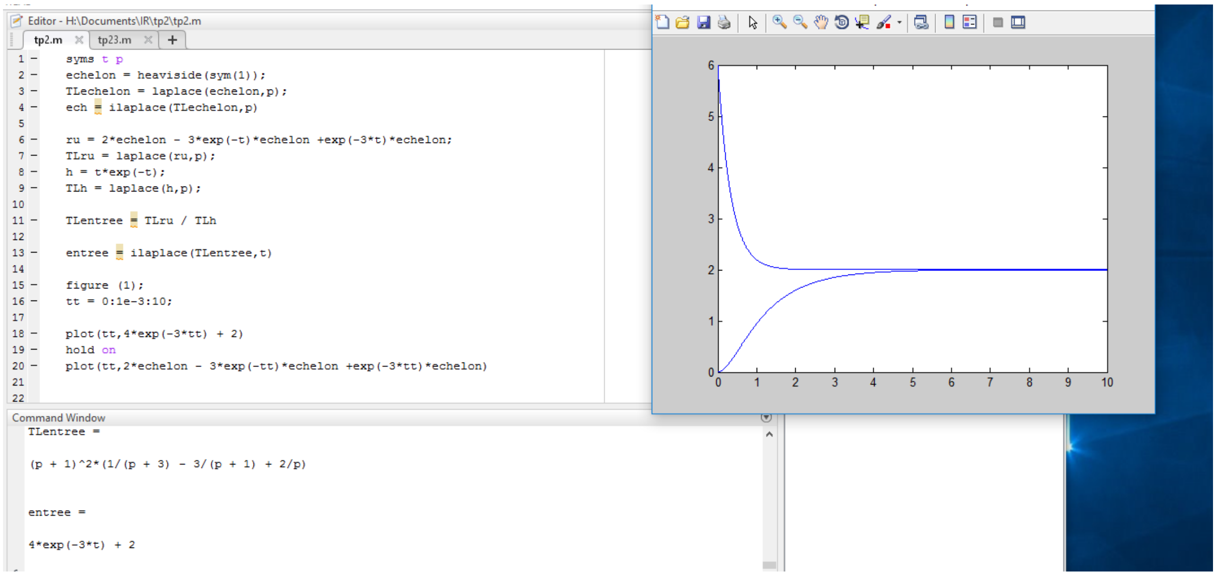
Donc $\boxed{h(t) = te^{-t}}$

Après avoir calculé à la main, on va maintenant vérifier sous matlab.



On retrouve bien les mêmes valeurs.

- On refait la même méthode pour une sortie différente.



3. Transformé en z

On a d'abord résolu le problème à la main par le calcul.

3. Transformé en Z

Soit $h(n) = e^{-nT} U(n)$ et $x(n) = u(n)$.

$$\boxed{X(z) = \frac{1}{1 - 1/z} = \frac{z}{z-1}}$$

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-nT} U(n) z^{-n} = \sum_{n \leqslant -1} e^{-nT} \times 0 \times z^{-n} + \sum_{n \geqslant 0} e^{-nT} z^{-n}$$

$$H(z) = \sum_{n \geqslant 0}^{+\infty} e^{-nT} z^{-n} = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{e^{-T}}{z}\right)^{n}$$

d'où $\boxed{H(z) = \dfrac{1}{1 - e^{-T}/z}}$

Puis on a prouvé notre résultat à l'aide du logiciel.

tp2.m | tp23.m

```
syms n T p
echelon = heaviside(sym(1));
TLechelon = laplace(echelon,p);

x = echelon ;
TLx = ztrans(x)

h = exp(-n*T)* echelon;
TLh = ztrans(h)


TLy = TLh * TLx


y = iztrans (TLy)
```

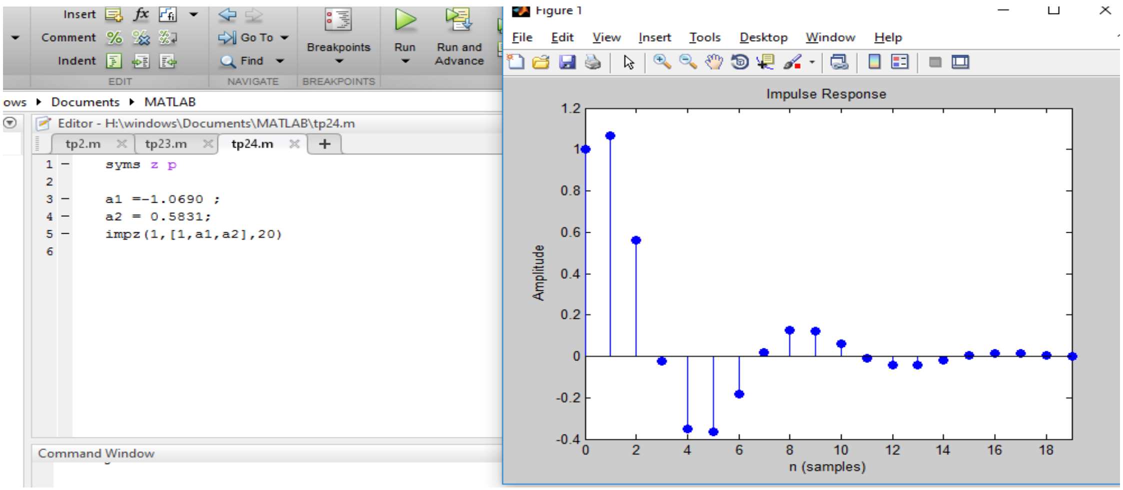
mmand Window

```
TLh =

z/(z - exp(-T))


TLy =

z^2/((z - exp(-T))*(z - 1))


y =

(kroneckerDelta(n, 0) - 1)/(exp(-T) - 1) + kroneckerDelta(n, 0) - (exp(-2*T)*(exp(T)*kroneckerDelta(n, 0) - exp(-T)^n*exp(T)))/(exp(-T) - 1)

>>
```

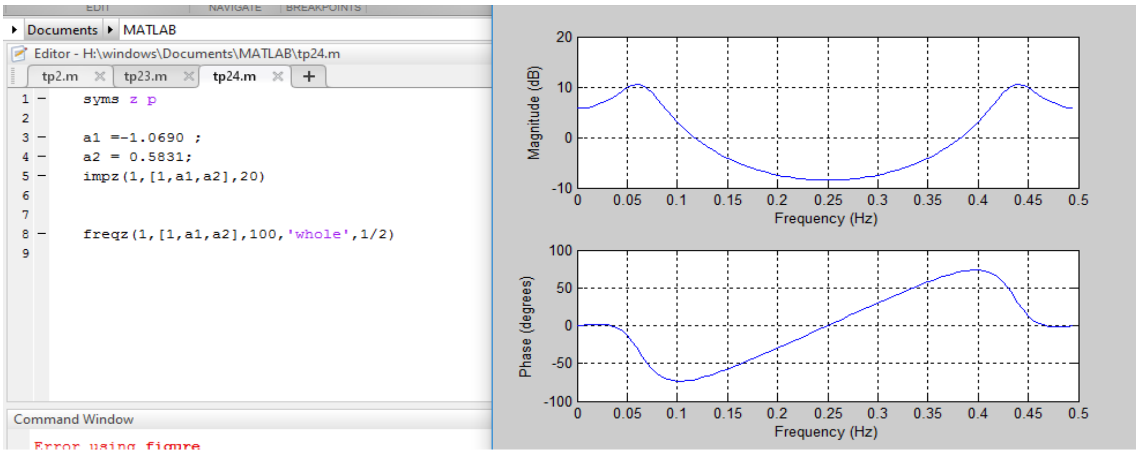
On retrouve bien les valeurs calculées précédemment.

4. Filtrage numérique

- On a calculé la réponse impulsionnelle de h(n) à l'aide de impz.

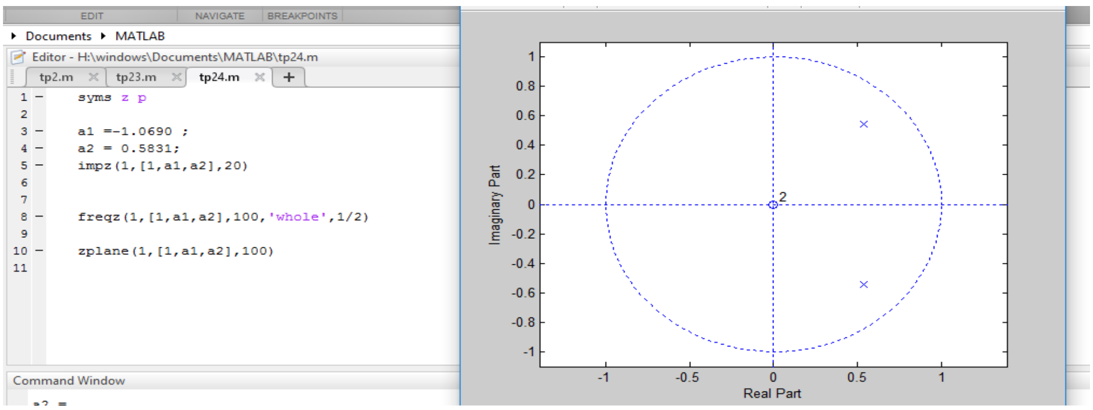


- On a calculé la réponse de transfert en fréquence H(f) à l'aide de freqz.



On obtient la phase et l'amplitude du signal.

- On a calculé les pôles de H(z) à l'aide de la commande roots.



Les pôles sont à l'intérieur du cercle donc le filtre est stable