

$$\sum_{i=1}^n 2(y_i - b - ax_i) \times (-x_i) = 0$$

$$\sum 2(y_i - b - ax_i) \times (-1) = 0$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (x_i y_i) = a \sum_{i=1}^n (x_i^2) + b \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n y_i = a \sum_{i=1}^n (x_i) + n b \end{cases}$$

Système de 2 équations  
 à 2 inconnues  $a$  et  $b$   
 avec solution unique  
 $(a, b) \Rightarrow$  1 seule droite

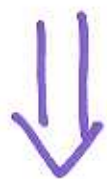
p.2

$$\textcircled{2} \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = a \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} + b$$

$$\bar{y} = a \bar{x} + b$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x}$$

La droite de régression  
passe par le point moyen  
de coordonnées  $\bar{x}, \bar{y}$



on remplace  $b$  par sa  
valeur dans les 2 équations  
à 2 inconnues  $\Rightarrow$  il va rester  
une seule inconnue :  $a$



$$\textcircled{1}: \sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y}) = a \sum_{i=1}^n x_i (x_i - \bar{x})$$

$$\textcircled{2}: \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) = a \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})$$

En multipliant  $\textcircled{2}$  par  $\bar{x}$   
et en faisant la différence :

$$\textcircled{1} - 2\bar{x} * \textcircled{2}$$

il vient

$$\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = a \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\text{cov}(x, y)}{S^2(x)}$$