

Contrôle continu de SCP1

Durée : 1h20

Seul document autorisé : une feuille A4 manuscrite de notes de cours

Exercice 1

Soit un système régi par l'équation suivante :

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 5 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 8 \frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = x(t)$$

1. Calculer la fonction de transfert de ce système, $H(p)$.
2. En remarquant que $p = -1$ est un pôle de $H(p)$, décomposer $H(p)$ en éléments simples et en déduire la réponse impulsionnelle $h(t)$.
3. Représenter le diagramme de Bode de $H(p)$ (module, phase).
4. Tracer cette fonction de transfert dans les diagrammes de Black et de Nyquist.

Exercice 2

Soit $x(t)$ l'entrée d'un système bouclé à retour unitaire et $y(t)$ sa sortie. Ce système est caractérisé par une fonction de transfert en boucle ouverte $H(p)$ égale à :

$$H(p) = \frac{k}{(p+3)(p+1)}, \quad k \text{ réel}$$

1. Pour $k = 1$, tracer les diagrammes de Bode asymptotiques (module et phase) de $H(p)$ et celui de Black.
2. Pour $k = 1$, tracer le diagramme de Nyquist de $H(p)$ (contour complet, bien indiquer le sens de parcours).
3. Etudier la stabilité du système en boucle fermée, en fonction de k , à partir du critère de Nyquist (faire un tracé pour $k = 1$ et pour $k = -1$) et vérifier votre résultat à partir du critère de Routh.

Pour les questions 4, 5 et 6, on posera $k = 24$.

4. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée. En déduire le facteur d'amortissement ξ , le facteur de résonance Q , la pulsation correspondante ω_R , la pseudo-pulsation ω_p en réponse à un échelon.
5. Que valent le gain et la phase à ω_R en boucle ouverte et en boucle fermée ?
6. Calculer, pour le système bouclé, l'erreur de sortie à une entrée en échelon, à une entrée en rampe et à une entrée en parabole du système bouclé.

Rappels sur la construction du tableau de Routh-Hurwitz

Soit l'équation caractéristique : $a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0$, avec $a_n > 0$, on forme le tableau suivant :

p^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	_____
p^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	_____
p^{n-2}	$c_n = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$	$c_{n-1} = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$	$c_{n-2} = \frac{a_{n-1}a_{n-6} - a_n a_{n-7}}{a_{n-1}}$	_____
⋮	$d_n = \frac{c_n a_{n-3} - a_{n-1} c_{n-1}}{c_n}$	$d_{n-1} = \frac{c_n a_{n-5} - a_{n-1} c_{n-2}}{c_n}$	_____	_____
	$e_n = \frac{d_n c_{n-1} - d_{n-1} c_n}{d_n}$	$e_{n-1} = \frac{d_n c_{n-2} - d_{n-1} c_{n-1}}{d_n}$		

Le coefficient a_{n-1} est le pivot de la 3^e ligne.

La 4^e ligne s'obtient, comme la 3^e, en multipliant en diagonale les termes de la 2^e ligne et de la 3^e ligne, les termes obtenus étant tous divisés par le pivot de la 4^e ligne, et ainsi de suite.