$$\sum_{i=1}^{n} 2(y_i - b - a x_i) \times (-x_i) = 0$$

$$\sum 2(y_i - b - a x_i) \times (-1) = 0$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} (x_i y_i) = a \sum_i (x_i^2) + b \sum_i x_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_i = a \sum_i (x_i) + n b \end{cases}$$

—

Système de 2 équations à 2 inconnues a et b avec solution unique $(a, b) \Rightarrow$ 1 seule droite

$$② \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = a \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} + b$$

$$\bar{y} = a\bar{x} + b$$

$$\boxed{b = \bar{y} - a\bar{x}}$$

La droite de régression passe par le point moyen de coordonnées $\bar{x}, \bar{y}$

$$\Downarrow$$

on remplace b par sa valeur dans les 2 équations à 2 inconnues $\Rightarrow$ il va rester une seule inconnue : a

(1) : $\sum_{i=1}^{n} x_i(y_i-\bar{y}) = a\sum_{i=1}^{n} x_i(x_i-\bar{x})$

(2) : $\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y}) = a\sum(x_i-\bar{x})$

En multipliant (2) par $\bar{x}$
et en faisant la différence :

(1) $-$ $\bar{x}\times$(2)

il vient

$$\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y}) = a\sum(x_i-\bar{x})^2$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{a = \frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum(x_i-\bar{x})^2} = \frac{cov(x,y)}{S^2(x)}}$$