Nom :
Prénom :

Contrôle continu de Statistiques Vendredi 9 Janvier 2015
Documents et calculatrices autorisés
Durée : 50mn

Un échantillon de 15 hommes dont la taille et le poids ont été mesurés (approximativement) est donné ci-dessous.

Index k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X_k : Poids (kg)	77	74	92	84	81	83	80	78	75	83	71	87	65	79	111
Y_k : Taille (cm)	191	176	207	186	187	190	187	189	191	205	173	191	172	186	185

$\sum_{k=1}^{15} X_k = 1220$
$\sum_{k=1}^{15} Y_k = 2816$
$\sum_{k=1}^{15} X_k^2 = 100770$
$\sum_{k=1}^{15} Y_k^2 = 529982$
$\sum_{k=1}^{15} X_k Y_k = 229667$

65 71 74, 75 77 78 79, 80 81 83 83 84, 87, 92

172 | 173 | 176 | 183 | 186 | 186 | 187 | 187 | 189 | 190 | 191 | 191 | 191 | 205 |

$\underbrace{183}_{Q_1}$ $\underbrace{187}_{med}$ $\underbrace{191}_{Q_3}$

Q1

Calculer la valeur moyenne, la variance et l'écart type du poids et de la taille. Indiquez les expressions mathématiques dont vous faites usage pour mener ces calculs.

moyenne | $\bar{x} = \frac{\sum_{k=0}^{N} x_k}{N} = \frac{1220}{15} = 81,33$ $\bar{y} = \frac{\sum_{k=0}^{N} y_k}{N} = \frac{2816}{15} = 187$

$N = 15$

Variance | $\sigma_x^2 = \frac{\sum (x_k - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum (x_k^2)}{N} - \bar{x}^2 = \frac{100770}{15} - \left(\frac{1220}{15}\right)^2 = 102,$

$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y_k)^2}{N} - \bar{y}^2 = \frac{529982}{15} - \left(\frac{2816}{15}\right)^2 = 88,33$

Ecart type | $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_k)^2}{N} - \bar{x}^2} = 10,14$

$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y_k)^2}{N} - \bar{y}^2} = 9,40$ (9,3983)

Q2

Q2 : Pour le poids (X) et la taille (Y), calculer

- la médiane,
- le premier et le troisième quartile ,
- l'espacement interquartile.

Utilisez ces données pour représenter la boite à moustaches pour l'échantillon de poids.

médiane | $x_{(\frac{N}{2})} = x_{(8)} = 80$ kg (en rangeant par ordre croissant)

$Q_{1x} = x_{(\frac{N}{4})} = x_4 = 75$ kg / $Q_3 = x_{(\frac{3N}{4})} = x_{12} = 84$ kg

$IC = Q_3 - Q_1 = 9$ kg

$a_1 = Q_1 - 1,5\, IC = 61,5$ kg

$a_3 = Q_3 + 1,5\, IC = 97,5$ kg

Médiane $y_{(\frac{N}{2})} = y_{(8)} = 187$ cm

$IC = Q_3 - Q_1 = 8$ cm

$Q_1 = 183$ cm $Q_3 = 191$ cm

Q3

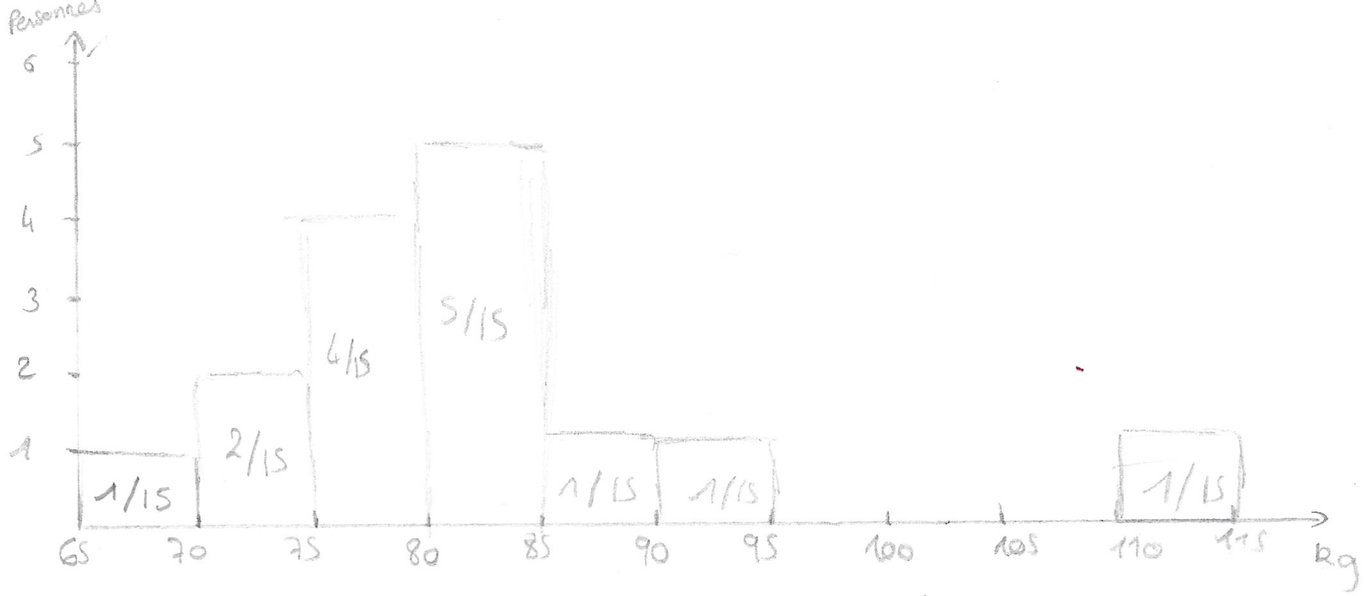
Tracer le diagramme en tige et deuilles pour la variable de poids. Vous prendrez 1 seul digit pour les feuilles.

(65/71/74/75

6	5
7	1 4 5 7 8 9
8	0 1 3 3 4 7
9	2
10	
11	1

Q4

Tracer l'histogramme du poids en considérant des intervalles de 5 kg à partir de la valeur minimale, (intervalles fermés à gauche et ouvert à droite). Indiquer la valeur de comptage (effectif) et la valeur normalisée (fréquence). .



Q5

On s'intéresse à présent à la détermination d'un modèle simple liant la taille et le poids d'un homme.

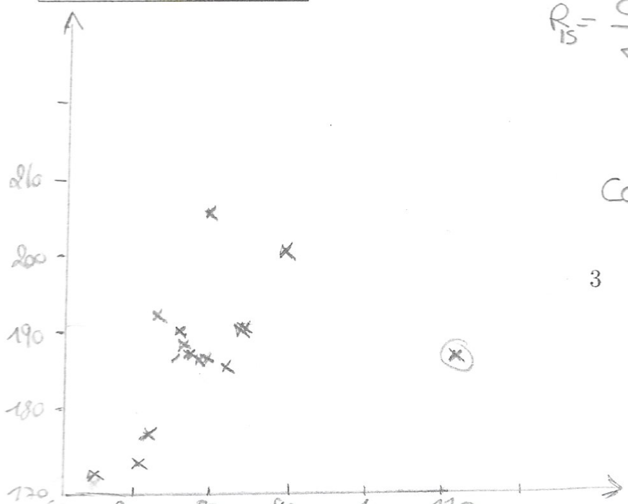
- Représenter le nuage de points en entourant l'échantillon 15
- Calculer le coefficient de corrélation avec et sans l'individu d'index 15
- Que peut-on conclure de la valeur de ces 2 coefficients de corrélation
- Donner la pente de la droite de régression linéaire avec et sans le sujet 15.
- Par quel point remarquable passe cette droitre ?
- Représenter les 2 droites sur la figure du nuage de points
- Proposez un modèle linéaire reliant la taille et le poids d'un adulte, basé sur l'échantillon disponible

Pour les calculs, quelques sommes utiles sur les 14 premiers sujets de l'échantillon sont précisées ci-dessous.

$$\sum_{k=1}^{14} X_k = 1109$$
$$\sum_{k=1}^{14} Y_k = 2631$$
$$\sum_{k=1}^{14} X_k^2 = 88449$$
$$\sum_{k=1}^{14} Y_k^2 = 495757$$
$$\sum_{k=1}^{14} X_k Y_k = 209132$$

$$Cov_{15}(x,y) = \overline{xy} - \bar{x}\bar{y} = \frac{229667}{15} - \frac{2816}{15} \times \frac{1220}{15} = 42,56$$

$$R_{15} = \frac{cov(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{42,56}{10,14 \times 9,40} = 0,45$$



$$Cov_{14}(x,y) = \overline{xy} - \bar{x}\bar{y} = \frac{209132}{14} - \frac{1109}{14} \times \frac{2631}{14} = 51,37$$

$$\sigma_{x_{14}} = \sqrt{\frac{88449}{14} - \left(\frac{1109}{14}\right)^2} = 6,55$$

$$\sigma_{y_{14}} = \sqrt{\frac{495757}{14} - \left(\frac{2631}{14}\right)^2} = 9,70$$

$$R_{14} = \frac{cov_{14}(x,y)}{\sigma_{x_{14}} \sigma_{y_{14}}} = \frac{51,37}{6,55 \times 9,7} = 0,81$$

Avec l'individu 15 → R proche de 0 donc pas de relation
Sans ——————— → ———— 1 — il existe une relation taille poids

∘ Droite de regression linéaire

$$y = bx$$

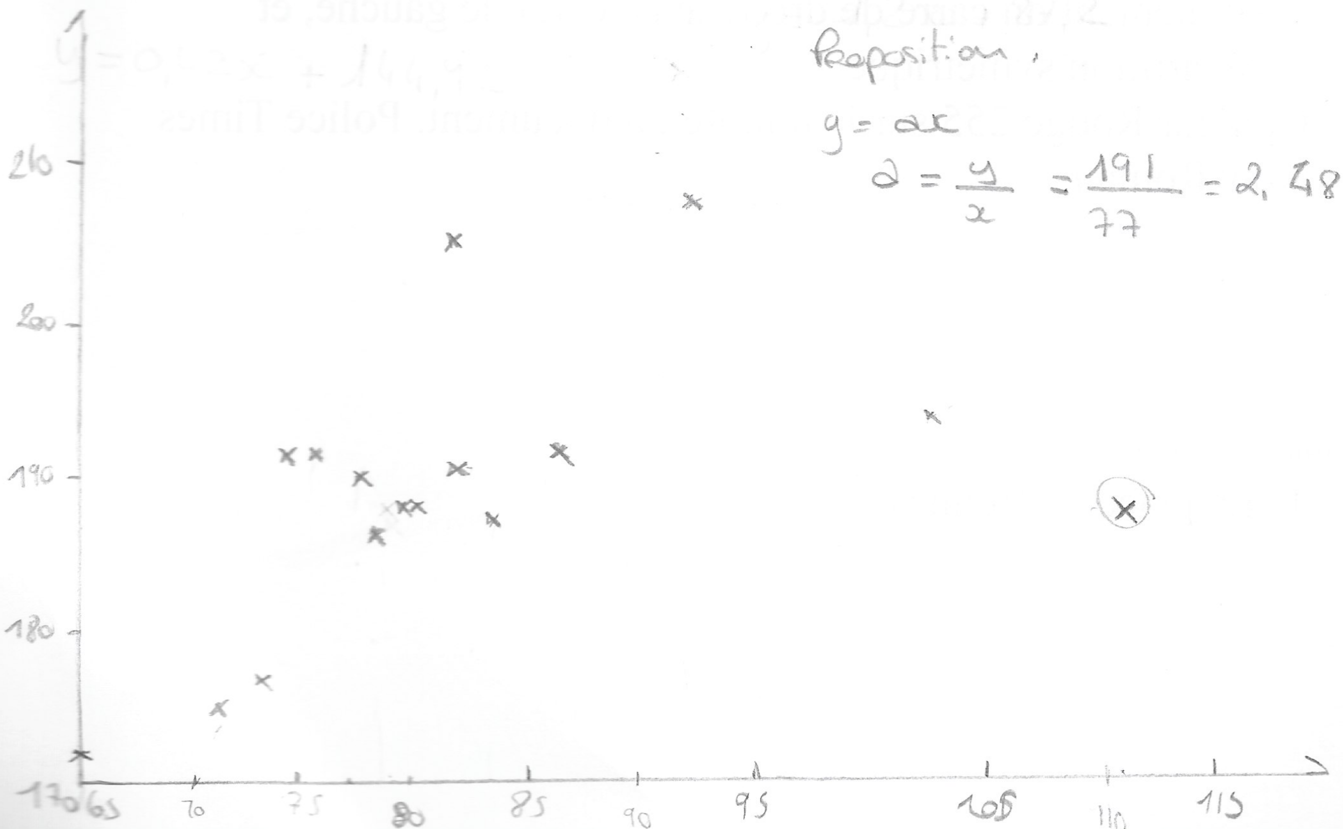
$$b = R \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

avec le 15	sans le 15
$b = 0,45 \times \frac{9,40}{10,14} = \underbrace{0,42}_{\text{pente}}$	$b = 0,81 \times \frac{9,70}{6,55} = \underbrace{1,20}_{\text{pente}}$

∘ La droite passe par l'origine : cela est compliqué d'être grand et de ne peser que dalle.

∘ ~~Representer~~ les 2 droites sur le nuage

$y_{15} = 0,42x$ $y_{14} = 1,2x$



Proposition :

$y = ax$

$a = \frac{y}{x} = \frac{191}{77} = 2,48$