## Contrôle continu n°1 en Mathématiques

ESIR, semestre 1, année 2011-2012

(aucun document n'est autorisé)

Soit  $\mathcal{M}_2$  l'ensemble des matrices de taille  $(2 \times 2)$  à composantes réelles. On notera  $M_{m,n}$  la composante située à la m-ième ligne et à la n-ième colonne de la matrice M de  $\mathcal{M}_2$ . Soit  $\mathcal{S}_2$  le sous-ensemble de  $\mathcal{M}_2$  des matrices symétriques à composantes positives dont les deux composantes diagonales sont égales :  $\mathcal{S}_2 = \{M \in \mathcal{M}_2 \mid M_{1,1} = M_{2,2}, M_{1,2} = M_{2,1}, M_{1,1} \geq 0 \text{ et } M_{1,2} \geq 0\}$ . Soit  $\mathcal{S}_2^*$  le sous-ensemble des matrices non nulles de  $\mathcal{S}_2$ . Soit  $\psi$  l'application de  $\mathcal{M}_2$  dans  $\mathbb{R}^+$  définie par :

$$\forall \mathbf{M} \in \mathcal{M}_2, \quad \psi(\mathbf{M}) = \sqrt{(M_{1,1})^2 + (M_{1,2})^2}$$

$$\tag{1}$$

1.	Démontrer que l'application $\psi$ est une norme sur $S_2$ (sur 5 points).

2.	L'application $\psi$ est-elle une norme sur $\mathcal{M}_2$ ? Justifiez votre réponse (sur 1 point).
)	Coloulon los dénivées noutielles d'andre un de « ou noint $M^{(0)}$ de $S^*$ (sun 2 noints)
3.	Calculer les dérivées partielles d'ordre un de $\psi$ au point $M^{(0)}$ de $\mathcal{S}_2^*$ (sur 2 points).
3.	
3.	
3.	
3.	
3.	
3.	
3.	
3.	
3.	
3.	
3.	
3.	
	L'application $\psi$ est-elle différentiable sur $S_2^*$ ? Justifiez votre réponse sans faire de calcul (sur 2 points)
	L'application $\psi$ est-elle différentiable sur $S_2^*$ ? Justifiez votre réponse sans faire de calcul (sur 2 points)
	L'application $\psi$ est-elle différentiable sur $S_2^*$ ? Justifiez votre réponse sans faire de calcul (sur 2 points)
	L'application $\psi$ est-elle différentiable sur $S_2^*$ ? Justifiez votre réponse sans faire de calcul (sur 2 points)
	L'application $\psi$ est-elle différentiable sur $S_2^*$ ? Justifiez votre réponse sans faire de calcul (sur 2 points)
	L'application $\psi$ est-elle différentiable sur $S_2^*$ ? Justifiez votre réponse sans faire de calcul (sur 2 points)
	L'application $\psi$ est-elle différentiable sur $S_2^*$ ? Justifiez votre réponse sans faire de calcul (sur 2 points)