Trabajo del Tema 1

Problema 1

Escoger una distribución de probabilidad de cada tipo de la siguiente lista y explicar su importancia junto
con sus propiedades (media, varianza y función de probabilidad o función de distribución, según
corresponda, cada una) y un ejemplo de fenómeno que siga cada distribución.

Distribución continua: Gaussiana

La distribución Gaussiana o normal, es una de las distribuciones que aparece con mayor frecuencia en poblaciones numéricas. Aproxima el valor de una variable aleatoria a una situación ideal teniendo en cuenta propiedades como la media y la desviación estándar.

El concepto de distribución Gaussiana puede definirse gracias a la media y la distribución estándar.
Asi, La distribución normal se puede definir como

$$P(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

Donde μ es la media de la distribución y σ es la desviación estándar de la distribución

La media “μ” representa el valour central de la distribución Gaussiana. Este valor representa el punto en el que la campana de Gauss está centrada, haciendo la curva simétrica respecto a la media.
La desviación estándar “σ” da la amplitud de la distribución mostrando la dispersión de los datos. Da un valor de cuánto varían los datos con respecto a la media
De forma empírica se puede mostrar que aproximadamente el 68.3% de los datos corresponden a una desviación estándar de la media, el 95.5% de los datos está dentro de dos desviaciones estándar, y el 99.7% dentro de tres desviaciones estándar
Directamente, la varianza “Var” es la raíz cuadrada de la desviación estándar.

La función de densidad de probabilidad calcula probabilidades a intervalos de valores. La probabilidad de que la variable aleatoria caiga en un intervalo dado se obtiene integrando la función de densidad de probabilidad sobre ese intervalo. Es el área bajo la curva de la función de probabilidad *f*(x) y está dada por la siguiente expresión para los intervalos a y b:

$$P[\, a \leq X \leq b \,] = \int_a^b f(x)dx \quad \forall\, a, b, \in \mathbf{R}$$

Ejemplo de aplicación de la Distribución normal
Esta distribución es muy usada en mantenimiento de maquinaria. Supongamos que el tiempo entre fallas de una máquina sigue una distribución normal. Así, es posible saber el período de funcionamiento continuo de una máquina antes de que falle. Tener conocimiento del periodo de

fiabilidad de la máquina nos va a permitir establecer una política de mantenimiento y por ejemplo determinar cuándo realizar mantenimiento preventivo en la máquina para minimizar el riesgo de fallas y maximizar el tiempo de funcionamiento.
También permite hacer un análisis del gasto de mantenimiento conociendo los costos asociados con el tiempo de inactividad de la máquina. Es posible utilizar esta información para optimizar estrategias de mantenimiento demostrando por ejemplo que se emplean menos recursos haciendo mantenimiento preventivo a la máquina en comparación con el costo de tenerla inactiva debido a falla.
Distribución discreta: Binomial

Es un modelo de distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta. La distribución binomial es resultado de contar el número de éxitos al repetir un experimento un número determinado de veces, en donde solo hay 2 resultados posibles, Éxito (p) o Fracaso (q).
La distribución binomial esta dada por la función:

$$P(X=x) = p^x \, (1-p)^{n-x} \qquad \text{para } x = 0, 1, 2, \ldots, n$$

En donde:
x es el número de éxitos
P es la probabilidad de éxito
1-p es la probabilidad de fracaso. (Tembien representada con q)
N es el número de ensayos

La media o el valor de la esperanza matemática representa el número esperado de éxitos en una serie de ensayos, y se puede dar con la expresión:
$E(x) = n \,.\, p$
La desviación estándar mide la dispersión de los resultados alrededor de la media y se define con la siguiente expresión:
$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$

La función de probabilidad de la distribución binomial calcula las probabilidades asociadas con números de éxitos en una secuencia con un número fijo de ensayos idénticos e independientes. Está dada por la siguiente expresión:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Ejemplo de aplicación de la Distribución binomial

En mantenimiento de maquinaria, es posible usa la distribución binomial para calcular la probabilidad de que el mantenimiento correctivo de máquinas de producción sea exitoso en un periodo determinado
Es posible calcular la probabilidad de que exactamente ”x” cantidad de máquinas necesitan mantenimiento en el periodo determinado. La cantidad de que al menos “x” cantidad de máquinas van a requerir mantenimiento.
Conocer esto es útil para planificar los fondos que deben ser destinados a mantenimiento de maquinaria, o el personal de mantenimiento requerido en un periodo de tiempo.

Problema 2

Explicar cómo funciona la prueba por grupos y bajo qué condiciones permite ahorrar test PCR del coronavirus. Explicar cómo se deben escoger los grupos (pensad qué casos se pueden dar) y cuantificar el ahorro en número de tests. Extensión : lo que haga falta.

La prueba por grupos es utilizada para reducir el número total de pruebas necesarias para llegar a una respuesta. Esto permite ahorrar en recursos que serían necesarios para testear a todo el grupo o población. Para llevarlo a cabo, se recopilan muestras individuales de diferentes personas en una población que tengan algo en común. Las muestras se agrupan en lotes. Se realiza una única prueba a una muestra del lote. Si la prueba del lote da negativo, se asume que todo el lote es negativo. Por el contrario, si la prueba del lote da positivo, se procede a realizar pruebas individuales a cada muestra del lote para identificar los positivos.

En el caso de los test PCR para determinar si una persona tiene o no coronavirus, la prueba por grupos es ideal ya que disminuye los recursos necesarios para determinar qué individuos están contagiados con la enfermedad. Esta eficiencia en el test, permite a las autoridades tener una visión más eficaz de la evolución de la enfermedad y les permite proponer medidas remediales de manera más rápida y eficiente.

De esta forma, en una población de una ciudad de 1 millón de personas, no es necesario pagar por 1 millón de test pcr, sino que separando la población en grupos afines entre sí, es posible reducir las muestras y los costos asociados a ellas.

El número de personas contagiadas con coronavirus asciende a 800 Millones aproximadamente. Lo que indica que casi un 10% de la población se vio afectada por el virus. Esto indica que la enfermedad no fue de baja prevalencia, así que muestras aleatorias para formar los lotes no habrían sido tan efectivas. En su lugar, es necesario agrupar a personas que tengan algo en común para formar los lotes de muestra.

Como el covid19 es un virus de contagio de persona a persona que puede usar aire como medio de traslado, es aconsejable formar lotes con personas que tengan proximidad geográfica tanto en su hogar como en el trabajo. Ya que estos son los lugares fácilmente identificables en donde las personas pasan mayor parte del tiempo.

Para cuantificar el ahorro, vamos a suponer que utilizamos estos dos grupos anteriormente mencionados para formar lotes de 10 muestras. Empresas que tengan 10 empleados de una misma área. Familias y vecinos.

Un test tradicional general en una población de 1 millón de personas, a un costo de 10 euros por test, daría un costo total de test de 10 millones de euros.

Por otro lado, utilizando pruebas por grupos, podemos reducir el costo total pues el número de muestras ahora es 100,000 en vez del millón. Si a esto le sumamos que de esos lotes algunos salieron positivos, el 10%, es decir que habría 10,000 lotes a los que habría que hacer el test a todas las personas del lote. Aproximadamente unos 200,000 test deben ser realizados con la prueba con grupo.

Comparándolos, vemos que el test individual costaría 10 millones de euros, mientras que el hecho con prueba de grupo 2 millones de euros. Aproximadamente 5 veces más económico y eficiente.