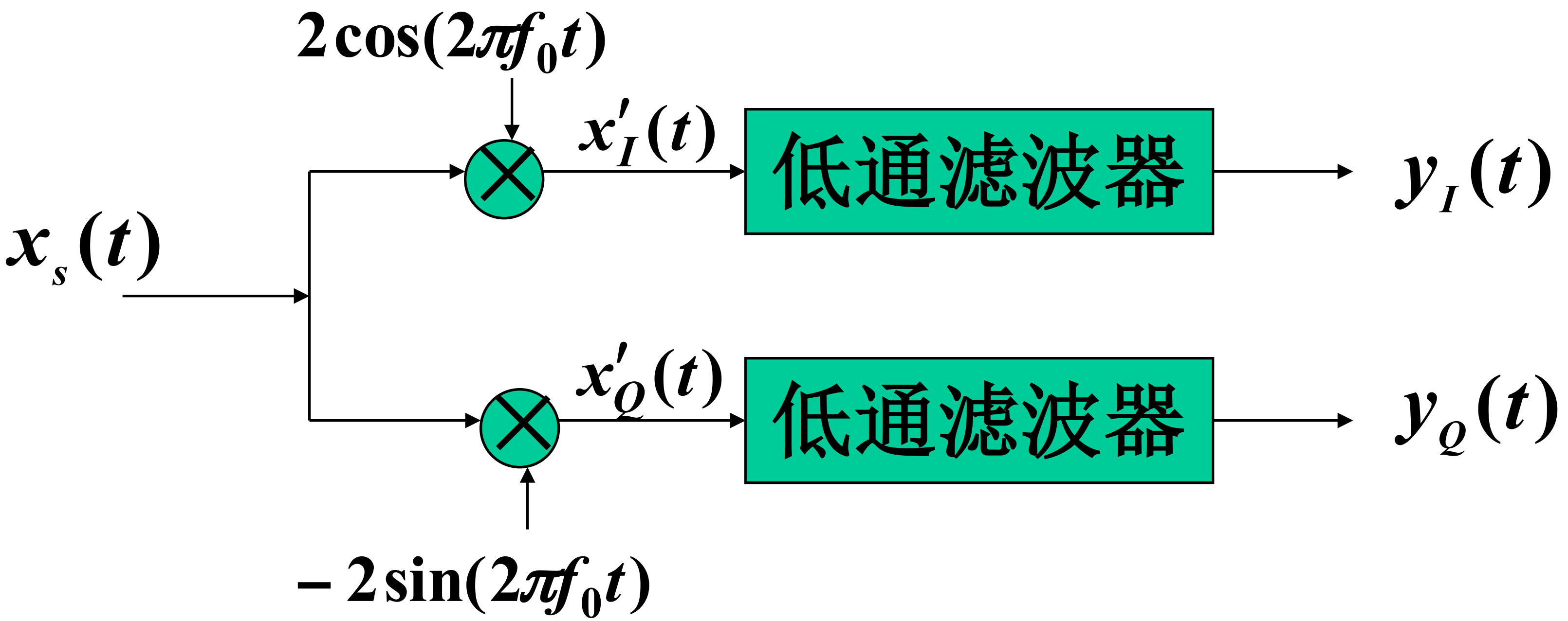
第三章 软件无线电中的数字正交解调

1. 数字正交解调

1.1 正交解调原理

正交相干检波器如下图所示：

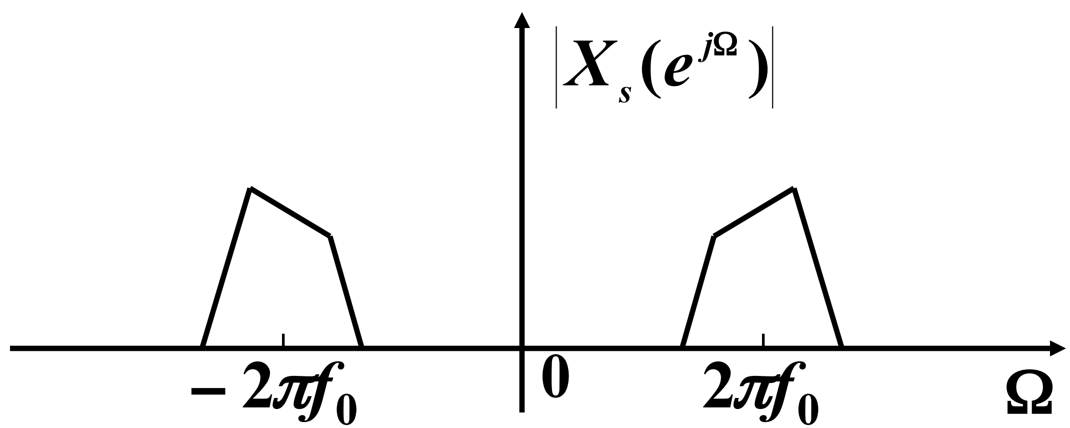


图中$x_s(t)$ 为中频实信号：

$$x_s(t) = a_s(t)\cos(2\pi f_0 t + \theta_s(t))$$

其中f_0为中频频率，$\theta_s(t)$ 为相位。

$x_s(t)$ 的频谱为：



$$x_I'(t) = x_s(t)\big(2\cos(2\pi f_0 t)\big)$$

$$= a_s(t)\big(\cos(\theta_s(t)) + \cos(4\pi f_0 t + \theta_s(t))\big)$$

通过低通滤波器后：

$$y_I(t) = a_s(t)\cos(\theta_s(t))$$

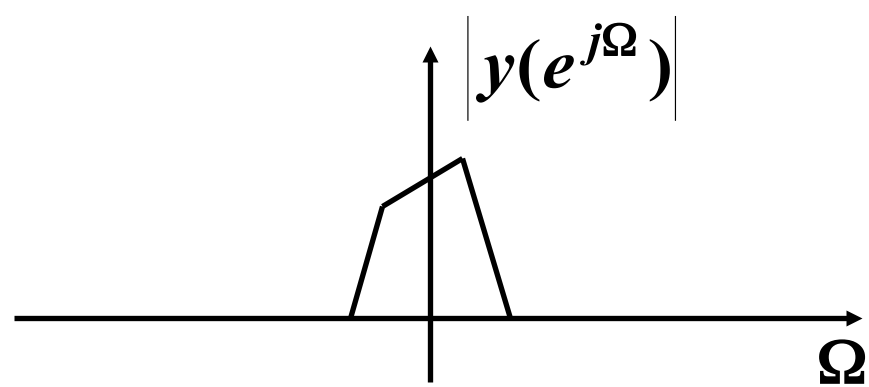
同理有：

$$y_Q(t) = a_s(t)\sin(\theta_s(t))$$

令 $$y(t) = y_I(t) + jy_Q(t)$$

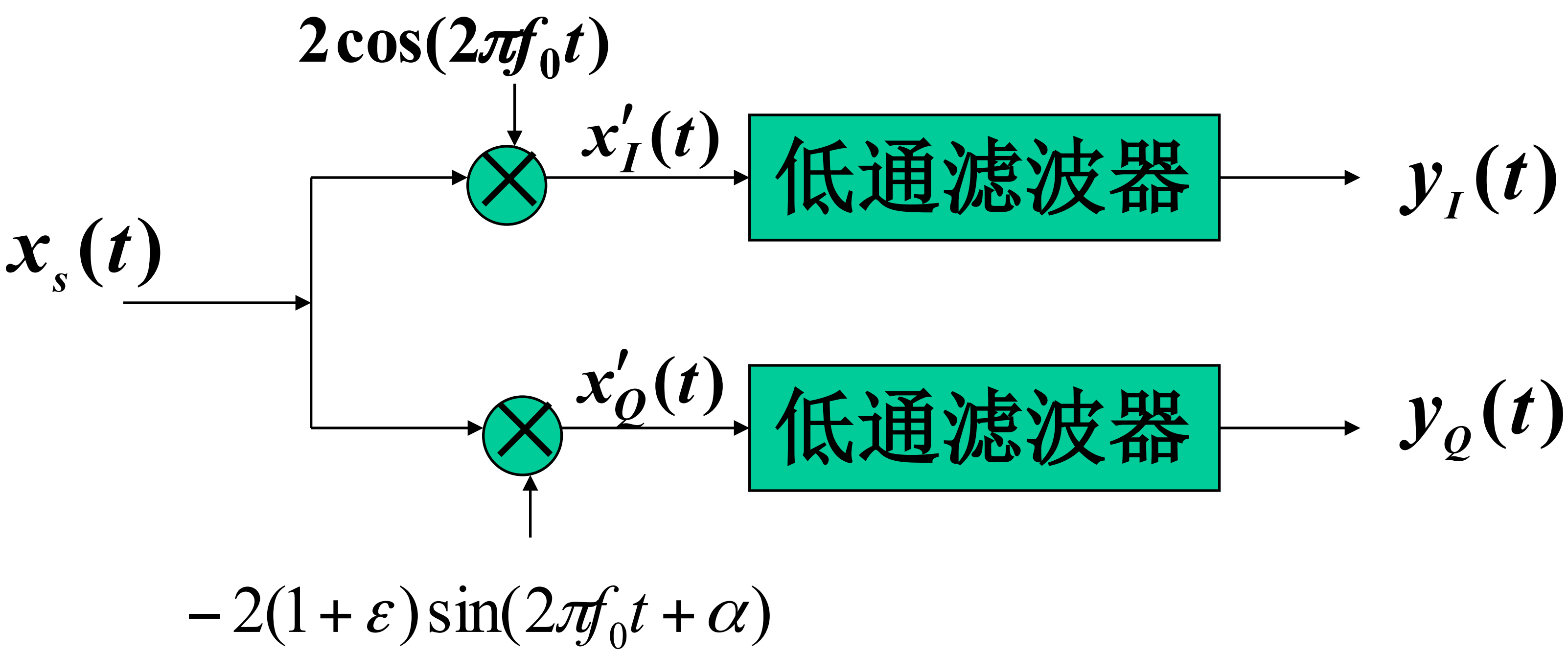
则 $$y(t) = a_s(t)\cos(\theta_s(t)) + ja_s(t)\sin(\theta_s(t))$$

则 $y(t)$ 为零中频信号，
具有如图所示频谱：



当用模拟电路实现上述正交相干解波器时，I支路（同相支路）和Q支路（正交支路）之间的幅度很难一致，相位很难正交。

设幅度不平衡为ε，相位不平衡为 α，



$$g(t) = 2\cos(2\pi f_0 t) - j2(1+\varepsilon)\sin(2\pi f_0 t + \alpha)$$

$$= \left(1 - (1+\varepsilon)\cos\alpha - j(1+\varepsilon)\sin\alpha\right)e^{j2\pi f_0 t}$$

$$+ \left(1 + (1+\varepsilon)\cos\alpha - j(1+\varepsilon)\sin\alpha\right)e^{-j2\pi f_0 t}$$

$$g(t) \approx \left(-\varepsilon - j\alpha\right)e^{j2\pi f_O t} + \left(2 + \varepsilon - j\alpha\right)e^{-j2\pi f_O t}$$

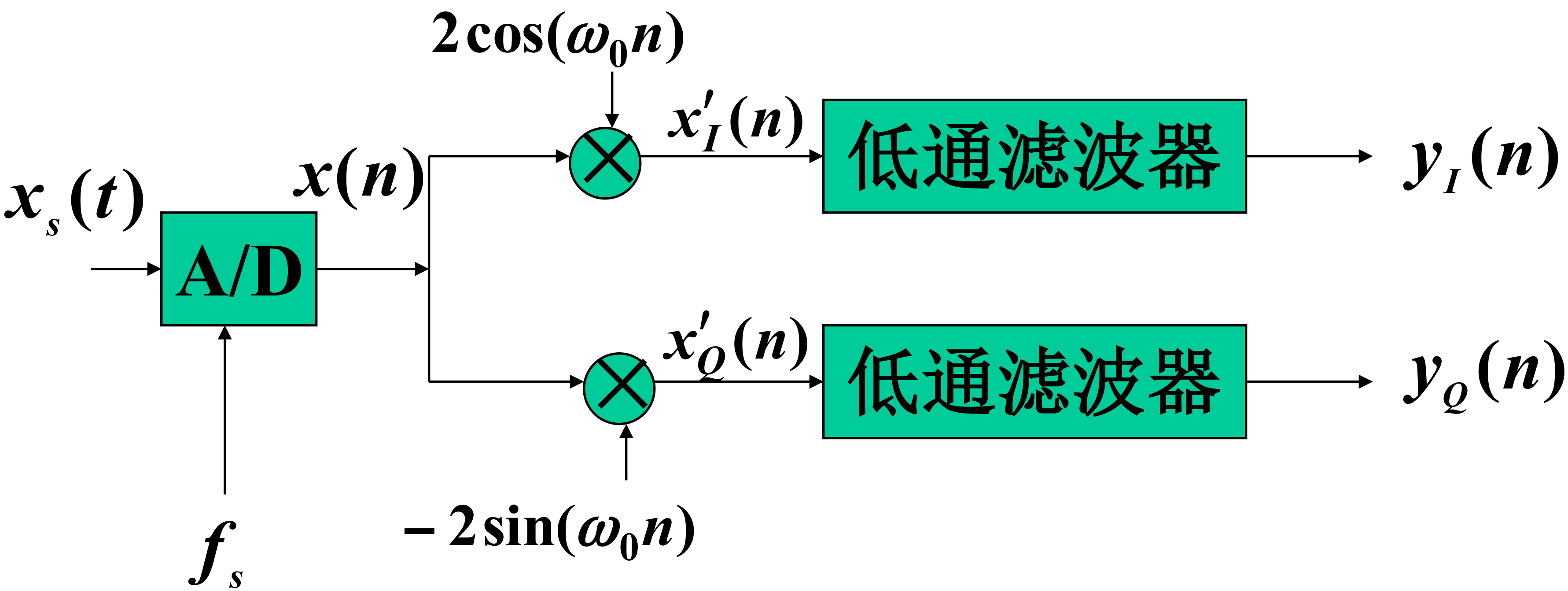
会产生镜频误差，输出有用信号和镜频信号功率之比为：

$$SNR_{dB} = 10\lg\left(\frac{(2+\varepsilon)^2+\alpha^2}{\varepsilon^2+\alpha^2}\right)$$

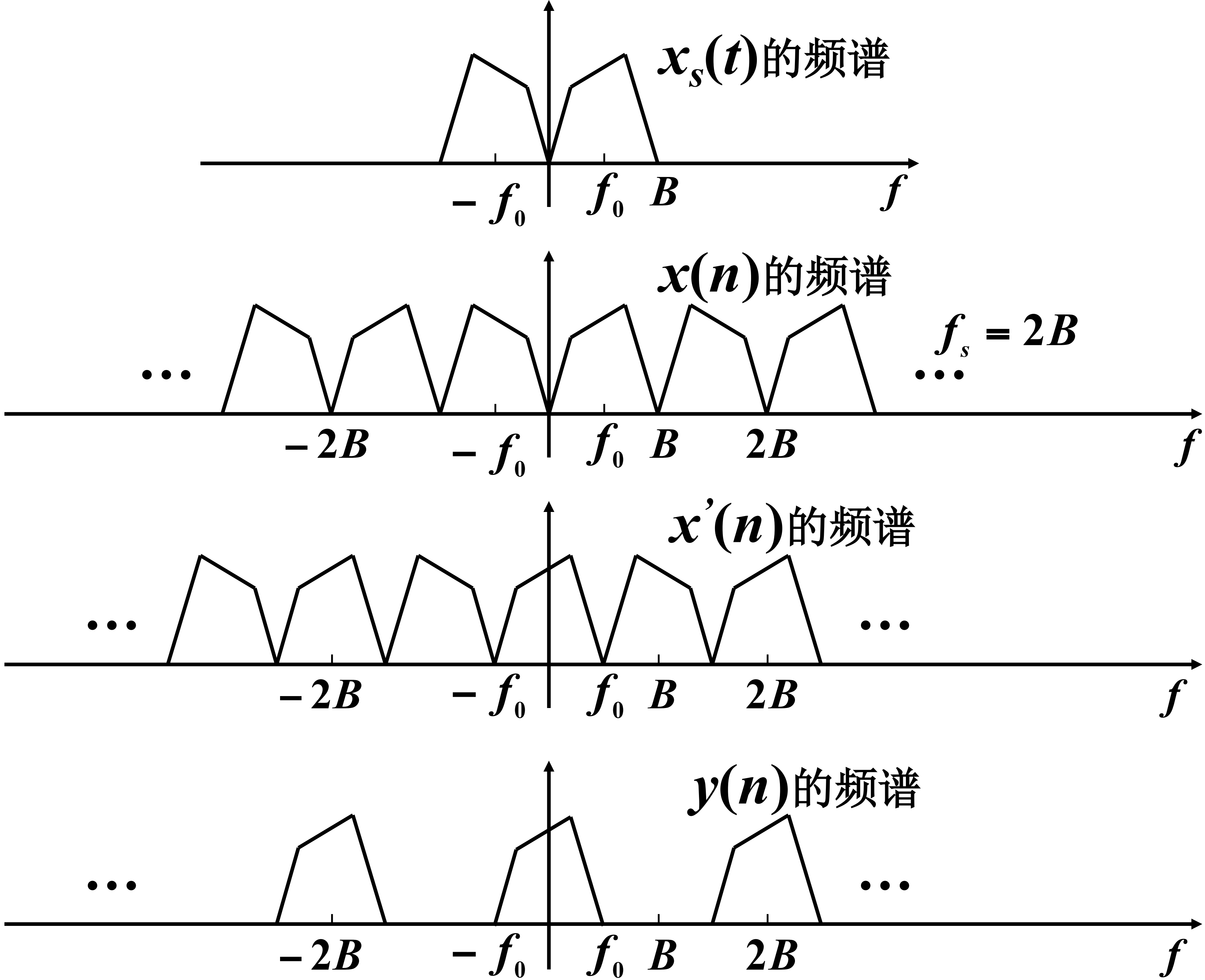
$$SNR_{dB} = 6 + 4.3\varepsilon - 10\lg(\varepsilon^2+\alpha^2)$$

当ε= 0.05, α =3º 时，$\mathbf{SNR_{dB}}$ = 28.8 dB

1.2 数字混频正交解调



$$\omega_0 = 2\pi f_0 / f_s$$


$x_s(t)$的频谱
$-f_0$
f_0
B
f
$x(n)$的频谱
$f_s = 2B$
$-2B$
$-f_0$
f_0
B
$2B$
f
$x'(n)$的频谱
$-2B$
$-f_0$
f_0
B
$2B$
f
$y(n)$的频谱
$-2B$
$-f_0$
f_0
B
$2B$
f

2. 免混频数字正交解调

设输入信号 $x_s(t) = a_s(t)\cos(2\pi f_0 t + \theta_s(t))$

采样频率 f_s 满足：

$$f_s = \frac{4f_0}{2M-1} \qquad M = 1, 2, \ldots$$

$$f_s \geq 2B$$

则采样序列$x(n)$为：

$$x(n) = a(n)\cos(2\pi f_0 n / f_s + \theta(n))$$

$$= a(n)\cos(\theta(n))\cos(2\pi f_0 n / f_s) - a(n)\sin(\theta(n))\sin(2\pi f_0 n / f_s)$$

$$= x_I(n)\cos\left(2\pi\frac{2M-1}{4}n\right) - x_Q(n)\sin\left(2\pi\frac{2M-1}{4}n\right)$$

其中

$$\boldsymbol{x_I(n) = a(n)\cos(\theta(n))}$$

$$\boldsymbol{x_Q(n) = a(n)\sin(\theta(n))}$$

假定 $\boldsymbol{M}$ 为奇数，则

$$\cos\left(2\pi\frac{2M-1}{4}n\right) = \cos(n\pi/2)$$

$$= \begin{cases} (-1)^{n/2}, & for \quad n \quad even \\ 0, & for \quad n \quad odd \end{cases}$$

$$\sin\left(2\pi\frac{2M-1}{4}n\right)=\sin(n\pi/2)$$

$$=\begin{cases}(-1)^{(n-1)/2}, & for \quad n \quad odd \\ 0, & for \quad n \quad even\end{cases}$$

$$x(n)=\begin{cases}(-1)^{n/2}x_I(n) & \textbf{\textit{n}}\text{为偶数} \\ -(-1)^{(n-1)/2}x_Q(n) & \textbf{\textit{n}}\text{为奇数}\end{cases}$$

$$=\{x_I(0),-x_Q(1),-x_I(2),x_Q(3),\ldots\ldots\}$$

数字本振计算得：

$$\cos(\pi n/2)=\{1,0,-1,0,1,0,-1,\ldots\}$$

$$-\sin(\pi n/2)=\{0,-1,0,1,0,-1,0,\ldots\}$$

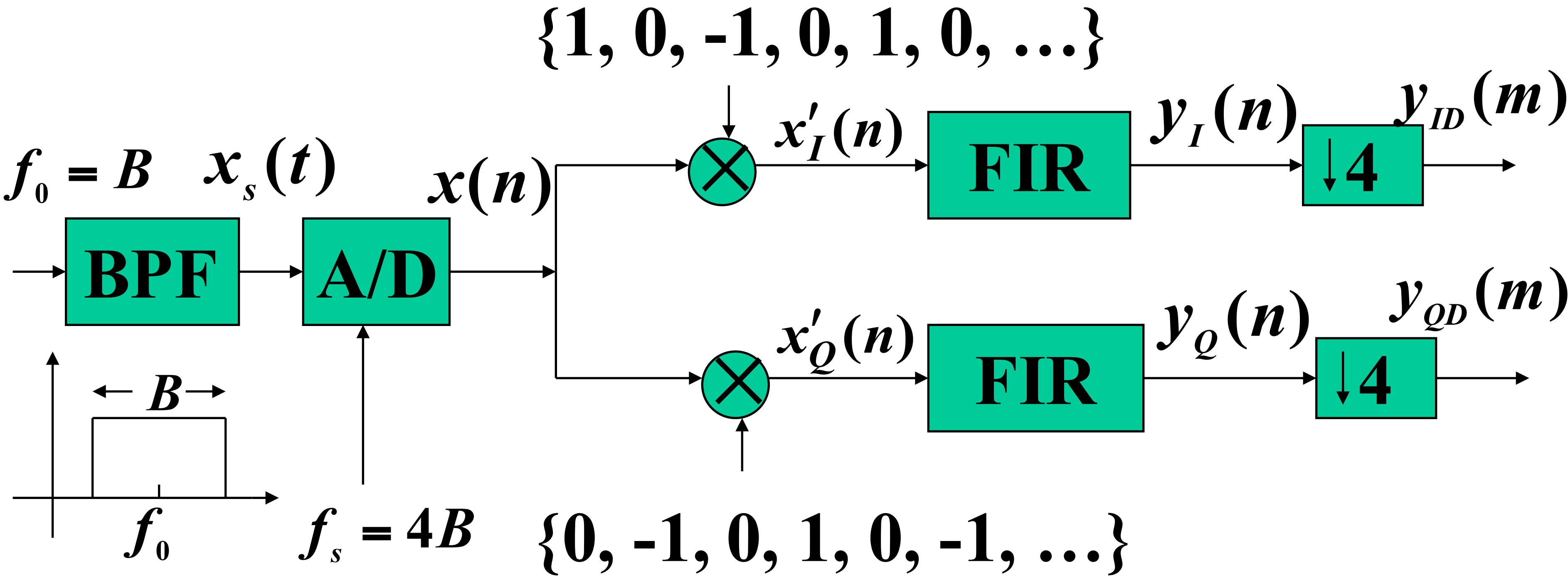
可见，数字下变频已不需要乘法器了，只需符号修正。下变频输出为：

$$x_I'(n)=\{x_I(0),\quad 0,\quad x_I(2),\quad 0,\quad x_I(4),\quad \ldots\}$$

$$x_Q'(n)=\{\ 0,\quad x_Q(1),\quad 0,\quad x_Q(3),\quad 0\quad,\quad \ldots\}$$

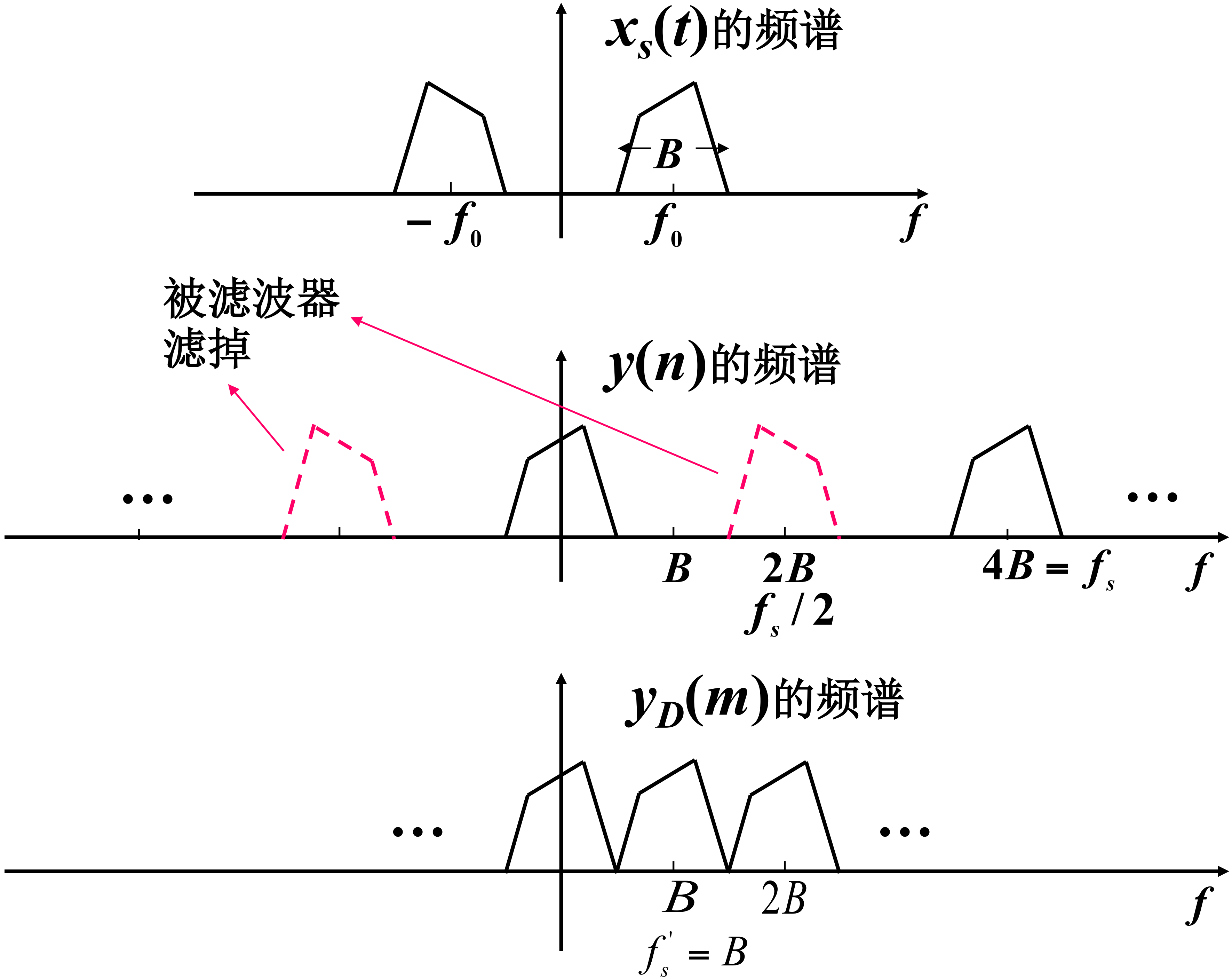
交替得到所需的同相和正交分量。

2.1 FIR低通滤波法



当 $M = 1$ 时

$$\boxed{f_s = \frac{4f_0}{2M-1} = 4f_0 = 4B}$$



$x_s(t)$的频谱
B
$-f_0$
f_0
f
被滤波器
滤掉
$y(n)$的频谱
…
…
B
$2B$
$f_s/2$
$4B=f_s$
f
$y_D(m)$的频谱
…
…
B
$2B$
$f_s'=B$
f

2.2 多相滤波法

由前述，设输入信号 $x_s(t)=a_s(t)\cos(2\pi f_0 t+\theta_s(t))$

如果采样频率 f_s 满足：

$$f_s=\frac{4f_0}{2M-1}=4f_0 \qquad M=1$$

$$f_s\geq 2B$$

则有

$$x(n)=\begin{cases}(-1)^{n/2}x_I(n) & n\text{为偶数}\\ -(-1)^{n-1/2}x_Q(n) & n\text{为奇数}\end{cases}$$

$$\begin{array}{cccc} x(0) & x(1) & x(2) & x(3),\ \ldots, \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

$$\{x_I(0), -x_Q(1), -x_I(2), x_Q(3), \ldots,\}$$

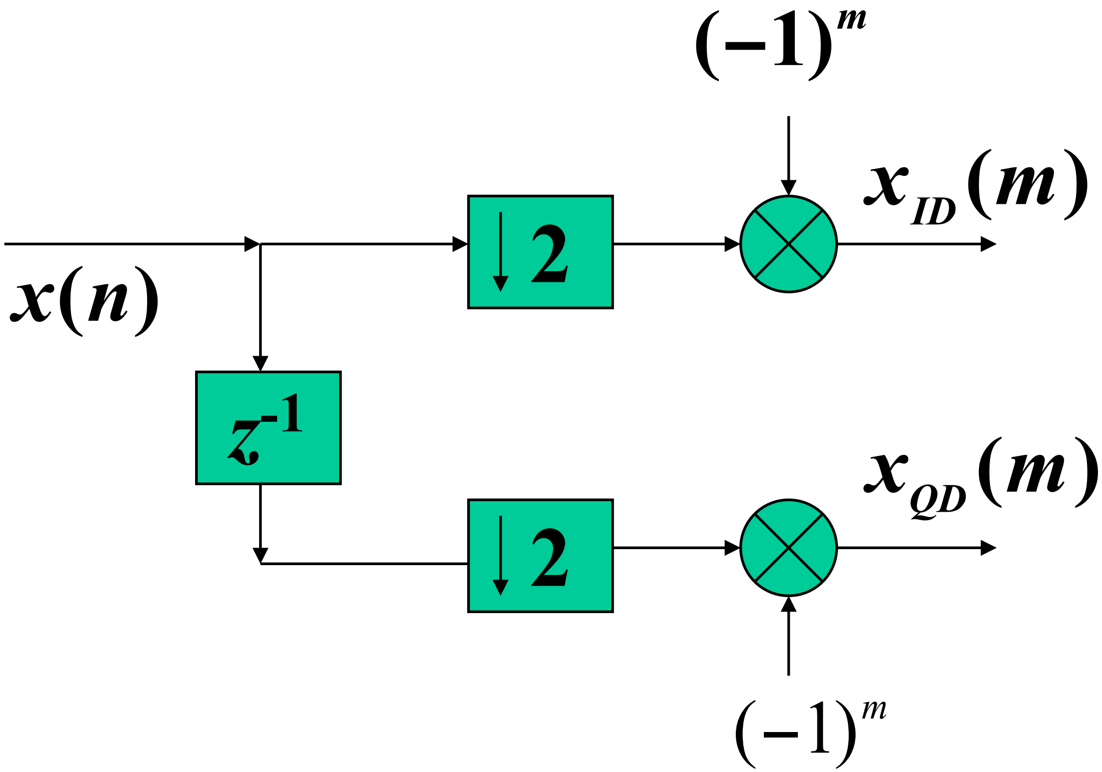
对I支路作偶数点2倍抽取，对Q支路作奇数点2倍抽取，即

$$\boxed{\begin{aligned} x'_{ID}(m) &= x(2m) = (-1)^m x_I(2m) \\ x'_{QD}(m) &= x(2m-1) = (-1)^m x_Q(2m-1) \end{aligned}}$$

然后分别作符号变换:

$$\boxed{\begin{aligned} x_{ID}(m) &= x'_{ID}(m)(-1)^m = x_I(2m) \\ x_{QD}(m) &= x'_{QD}(m)(-1)^m = x_Q(2m-1) \end{aligned}}$$

如下图所示：



$x_I(0)$, $x_I(2)$, $x_I(4)$,

$x_Q(-1)$, $x_Q(1)$, $x_Q(3)$,

在时域上，I 支路输出信号和 Q 支路输出信号之间有半个采样周期的时延。

从频域上看，I 支路输出信号的频谱为：

$$X_{ID}(e^{j\omega}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_{ID}(m) e^{-j\omega m}$$

$$= \frac{1}{2} X_I(e^{j\omega/2}) + \frac{1}{2} X_I(e^{j(\omega-2\pi)/2})$$

其中 $X_I(e^{j\omega})$ 为 $x_I(m)$（基带信号的实部）的频谱。

如果满足：

$$X_I(e^{j\omega}) = 0, \quad \pi/2 \le |\omega| \le \pi$$

则有：

$$X_{ID}(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} X_I(e^{j\omega/2}), \quad 0 \le |\omega| \le \pi$$

同理，如果满足：

$$X_Q(e^{j\omega})=0,\quad \pi/2\le|\omega|\le\pi$$

则有：

$$X_{QD}(e^{j\omega})=\frac{1}{2}X_Q(e^{j\omega/2})e^{-j\omega/2},\quad 0\le|\omega|\le\pi$$

可见，时域上半个采样周期的延时等效为频域上多一个相位因子 $e^{-j\omega/2}$

这种时间上的不对齐可用两个时延滤波器加以修正，这两个滤波器的频响应满足：

$$\begin{cases} H_I(e^{j\omega}) = e^{-j\omega/2} \\ H_Q(e^{j\omega}) = 1 \end{cases}$$

从而得到下列输出序列：

$$x_I(1),\quad x_I(3),\quad x_I(5),\quad \ldots$$

$$x_Q(1),\quad x_Q(3),\quad x_Q(5),\quad \ldots$$

一种实现方法是：对 I 支路进行 半个样点的内插（利用N 阶FIR线性相位全通滤波器，N为偶数），而对 Q 支路只作（N/2-1）点的延时。但除非信号带宽比采样频率低很多，否则全通滤波器幅频响应的任何偏差将导致I支路和Q支路的不匹配。

假设 $N = 6$

$\boldsymbol{x_I(0)}$, $x_I(2)$, $x_I(4)$, $x_I(6)$, $x_I(8)$, ……

滤波输出 $x_I(1)$, $x_I(3)$, $x_I(5)$, ……

$x_Q(-1)$, $\boldsymbol{x_Q(1)}$, $\boldsymbol{x_Q(3)}$, $x_Q(5)$, $x_Q(7)$, ……

延时输出 $x_Q(-1)$, $\boldsymbol{x_Q(1)}$, $\boldsymbol{x_Q(3)}$, $x_Q(5)$, ……

设 $I = 4$ 的低通滤波器频响为：

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \le \pi / I \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

取滤波器长度N=32, 冲击响应为$h(n)$，则其多相滤波器结构中各个分支滤波器$h_k(n) = h(nI+k)$为：

h(0)	h(1)	h(2)	h(3)
h(4)	h(5)	h(6)	h(7)
h(8)	h(9)	h(10)	h(11)
h(12)	h(13)	h(14)	h(15)
h(16)	h(17)	h(18)	h(19)
h(20)	h(21)	h(22)	h(23)
h(24)	h(25)	h(26)	h(27)
h(28)	h(29)	h(30)	h(31)

$h_0(n)$ $\qquad$ $h_1(n)$ $\qquad$ $h_2(n)$ $\qquad$ $h_3(n)$

可以证明，其多相滤波器结构中各个分支滤波器$h_k(n)=h(nI+k)$的频响为：

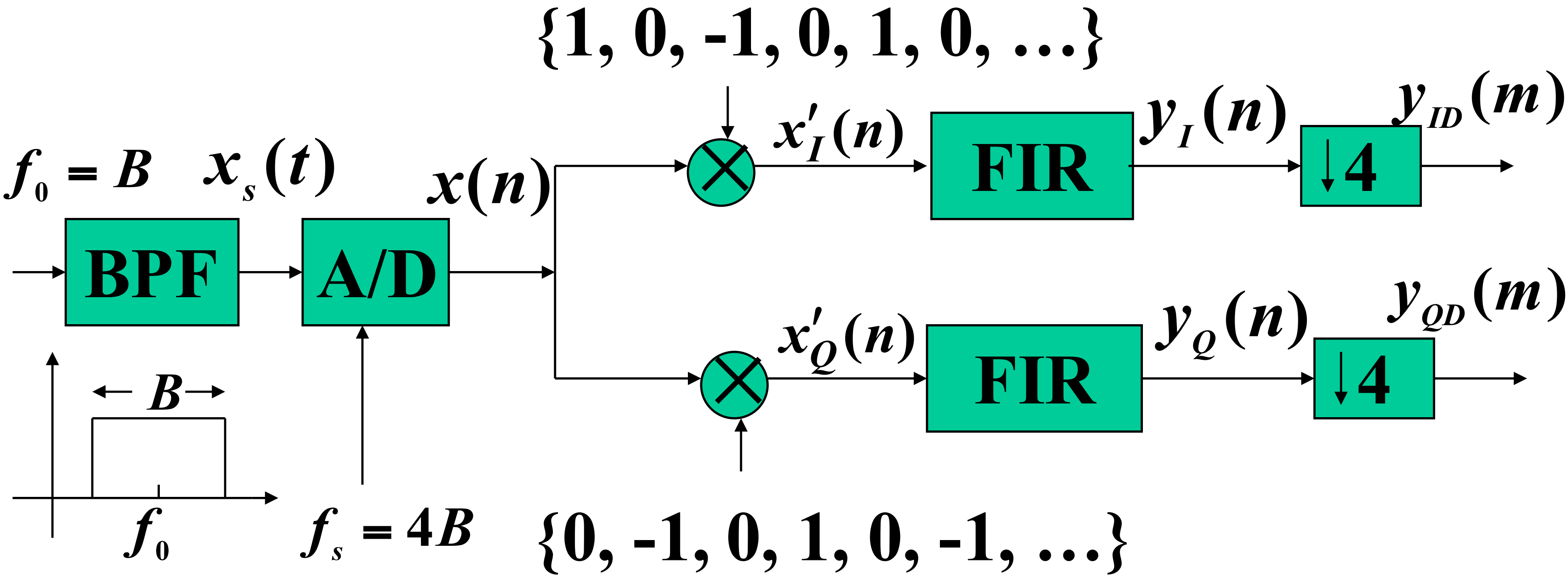
$$H_k(e^{j\omega})=e^{j\omega k/I} \quad (k=0,1,2,3)$$

$$=\begin{cases}1, & for\ k=0\\ e^{j\omega/4}, & for\ k=1\\ e^{j\omega/2}, & for\ k=2\\ e^{j3\omega/4}, & for\ k=3\end{cases}$$

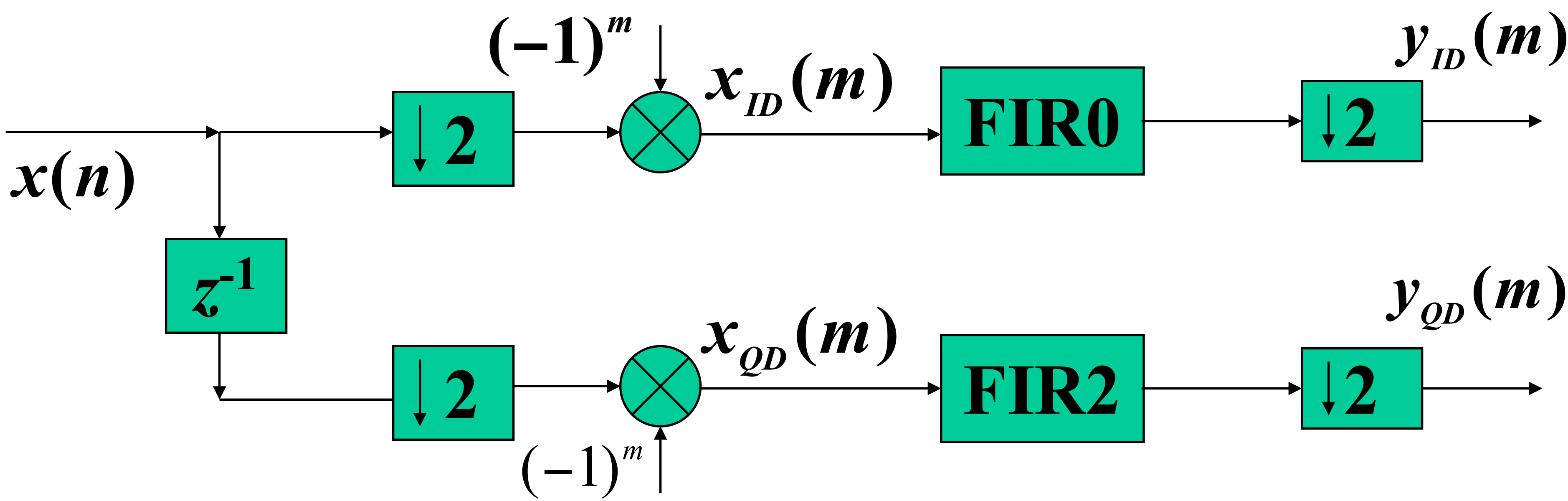
可以取 $\left\{H_0(e^{j\omega}),H_2(e^{j\omega})\right\}$ 或 $\left\{H_1(e^{j\omega}),H_3(e^{j\omega})\right\}$

两种方法比较：

多相滤波法由于先进行2倍抽取，滤波器阶数低。



{1, 0, -1, 0, 1, 0, …}
$f_0 = B$
$x_s(t)$
$x(n)$
$x'_I(n)$
$y_I(n)$
$y_{ID}(m)$
BPF
A/D
FIR
↓4
$x'_Q(n)$
$y_Q(n)$
$y_{QD}(m)$
B
FIR
↓4
f_0
$f_s = 4B$
{0, -1, 0, 1, 0, -1, …}



$(-1)^m$
$x_{ID}(m)$
$y_{ID}(m)$
$x(n)$
↓2
FIR0
↓2
z^{-1}
$x_{QD}(m)$
$y_{QD}(m)$
↓2
FIR2
↓2
$(-1)^m$

A Double Nyquist Digital Product Detector for Quadrature Sampling

IEEE Transactions on Signal Processing
Vol. 40, No. 7. July 1992