

评价函数

评价函数 $Eval(V)$ 是根据每个染色体 V 的适应函数 $fitness(V)$ 而得到与其他染色体的比例关系，可用它来决定该染色体被选为种群的概率。如

$$Eval(V) = \frac{fitness(V)}{\sum_V fitness(V)}$$

- 基于简单适应函数. 设 $f(x)$ 为目标函数, 则

$$\text{fitness}(x) = f(x), \quad \max \text{ 优化问题}$$

$$\text{fitness}(x) = M - f(x), \quad \min \text{ 优化问题, } M > \max_x f(x)$$

例

考虑

$$z = \max_{x \in [0.5, 1]} f(x) = \max_{x \in [0.5, 1]} \{1 + \log_{10} x\}$$

采用四位编码， 算法的某一代为

x	群体	fitness(x)	Eval(x)
1/2	0000	0.699	0.214
5/8	0100	0.796	0.248
21/32	0101	0.817	0.254
23/32	0111	0.857	0.272

- 基于非线性加速适应函数. 取

$$\text{fitness}(x) = \begin{cases} \frac{1}{1 - f(x)}, & 0.5 \leq x < 1 \\ M, & 1 \leq x \end{cases}$$

其中 $M > 0$ 是一个充分大的数. 则有

x	群体	fitness(x)	Eval(x)
1/2	0000	3.322	0.161
5/8	0100	4.902	0.237
21/32	0101	5.464	0.264
23/32	0111	6.993	0.338

若取

$$\text{fitness}(x) = \begin{cases} \frac{1}{f_{\max} - f(x)}, & f(x) < f_{\max} \\ M, & f(x) = f_{\max} \end{cases}$$

其中 $M > 0$ 是一个充分大的数, f_{\max} 是当前的最优目标值. 则有

x	群体	fitness(x)	Eval(x)
1/2	0000	5.376	$5.376/(46.769+M)$
5/8	0100	16.393	$16.393/(46.769+M)$
21/32	0101	25.000	$25/(46.769+M)$
23/32	0111	M	$M/(46.769+M)$

- 基于线性加速适应函数.

$$\text{fitness}(\mathbf{x}) = \alpha f(\mathbf{x}) + \beta$$

其中 α, β 满足

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \frac{\sum_{i=1}^{pop_size} f(\mathbf{x}_i)}{pop_size} + \beta = \frac{\sum_{i=1}^{pop_size} f(\mathbf{x}_i)}{pop_size} \\ \alpha \max_{1 \leq i \leq pop_size} \{f(\mathbf{x}_i)\} + \beta = M \frac{\sum_{i=1}^{pop_size} f(\mathbf{x}_i)}{pop_size} \end{array} \right.$$

基于排序适应函数

设 $a \in (0, 1)$, $b > 0$, 取

$$\text{fitness}(V_i) = b(1 - a)^{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, \text{pop_size}.$$

注意: $i = 1$ 代表最好的个体, $i = \text{pop_size}$ 代表最坏的个体.