

线性规划

线性规划 (LP) 是指目标函数是线性函数, 约束条件由线性函数确定的优化问题. 标准的 LP 可表示为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min C\mathbf{x} \\ \text{subject to:} \\ A\mathbf{x} = B \\ \mathbf{x} \geq 0 \end{array} \right.$$

其中 $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, $A = (a_{ij})_{m \times n}$ and $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T$.

Definition

一个点 x 称为凸集 S 的极点 如果 $x \in S$ 且 x 不能表示为 S 中两点的凸组合.

已证明, 如果 LP 的可行集 S 是有界的, 那么 LP 的最优解对应可行集的一个极点.

单纯形算法

单纯形算法由 Dantzig (1963) 提出, 它是求解 LP 的一个非常有效的算法.

单纯形算法只需在可行集的极点上进行操作. 首先, 单纯形算法任选一个极点作为初始点. 此后以改进目标值为依据选取下一个极点. 该过程一直到目标值不再改进为止. 最后一个极点就是最优解.