非线性规划

非线性规划 (NLP) 中目标函数是非线性函数或 约束条件由非线性函数确定. NLP 的一般形式为

$$\begin{cases} \max \ f(\mathbf{x}) \\ \text{subject to:} \\ \qquad g_j(\mathbf{x}) \le 0, \quad j = 1, 2, \cdots, p \end{cases}$$

Kuhn-Tucker 条件

粗率地说, 如果 $\mathbf{x}^*$ 是局部最优解, 那么存在 Lagrange 乘子 $\lambda_j, j = 1, 2, \cdots, p$ 使得以下 Kuhn-Tucker 条件成立,

$$\begin{cases} \nabla f(\mathbf{x}^*) - \sum_{j=1}^{p} \lambda_j \nabla g_j(\mathbf{x}^*) = 0 \\ \lambda_j g_j(\mathbf{x}^*) = 0, \quad j = 1, 2, \cdots, p \\ \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \cdots, p. \end{cases}$$

如果所有的函数 $f(\mathbf{x})$ 和 $g_j(\mathbf{x}), j = 1, 2, \cdots, p$ 都是凸的, 并且 点 $\mathbf{x}^*$ 满足 Kuhn-Tucker 条件, 那么 $\mathbf{x}^*$ 是问题的整体最优解.

下降法

选一个认为最可能是极大值的点. 从该点出发构造一个点列， 每个点的目标值都比前面点的目标值有所改进. 该操作直到满足某终止标准为止.

下降法

选一个认为最可能是极大值的点. 从该点出发构造一个点列， 每个点的目标值都比前面点的目标值有所改进. 该操作直到满足某终止标准为止.

- 直接法只需要目标函数的值.
- 梯度法需要函数 f 的一阶导数的值.
- *Hessian*法需要函数 f 的二阶导数的值.

下降法

选一个认为最可能是极大值的点. 从该点出发构造一个点列， 每个点的目标值都比前面点的目标值有所改进. 该操作直到满足某终止标准为止.

- 直接法只需要目标函数的值.
- 梯度法需要函数 f 的一阶导数的值.
- *Hessian*法需要函数 f 的二阶导数的值.

实际上, 没有一个最好的方法适合所有的问题. 一个方法的有效性非常依赖于目标函数.