

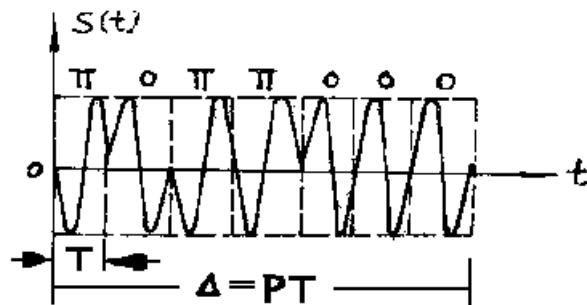
# 6 相位编码脉冲信号

- 6.1 二相编码信号
- 6.2 二元伪随机序列
- 6.3 PN截断码
- 6.4 巴克（**Barker**）序列
- 6.5 增加巴克码长度的方法
- 6.6 二相编码信号的处理
- 6.7 相位编码信号多普勒敏感问题
- 6.8 多相编码信号简介

## 6.1 二相编码信号

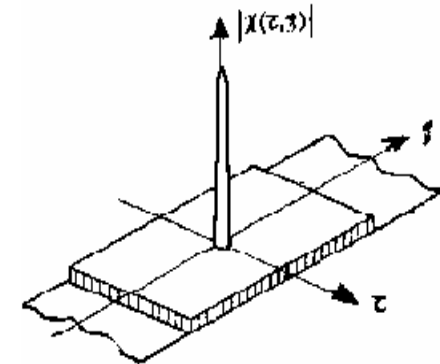
- 一、理想模糊图（图钉型）
- 二、二相编码信号基本概念

$$s(t) = a(t)e^{j\varphi(t)}e^{j2\pi f_0 t} = \mu(t)e^{j2\pi f_0 t}$$



π	0	π	π	0	0	0
-	+	-	-	+	+	+

{c<sub>k</sub>}之积按乘法运算；  
 {d<sub>k</sub>}之积按模2加法运算。



$$c_K = e^{j\varphi(t)} = \begin{cases} 1 & \varphi(t) = 0 \\ -1 & \varphi(t) = \pi \end{cases}$$

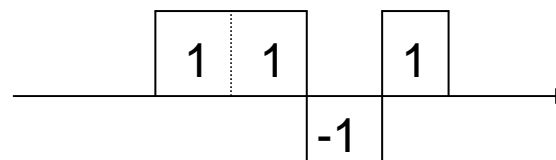
$$\{c_K\} = \{-1, +1, -1, -1, +1, +1, +1\}$$

$$\{c_K\} = \{- \ + \ - \ - \ + \ + \ + \}$$

$$d_K = \begin{cases} 0 & \varphi(t) = 0 \\ 1 & \varphi(t) = \pi \end{cases}$$

$$\{d_K\} = \{1, 0, 1, 1, 0, 0, 0\}$$

### 三、二相编码信号的频谱



$$\mu(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{P}} \sum_{K=0}^{P-1} c_K \mu_1(t - KT) & 0 < t < \Delta \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad \mu_1(t) = \begin{cases} 1/\sqrt{T} & 0 < t < T \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$\mu(t) = \mu_1(t) * \frac{1}{\sqrt{P}} \sum_{K=0}^{P-1} c_K \delta(t - KT) \quad \mu_2(t) = \frac{1}{\sqrt{P}} = \sum_{K=0}^{P-1} c_K \delta(t - KT)$$

$$= \mu_1(t) * \mu_2(t)$$

$$\mu(f) = \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{P}} \sin c(fT) e^{-j\pi fT}$$

结论:

① 频谱形状

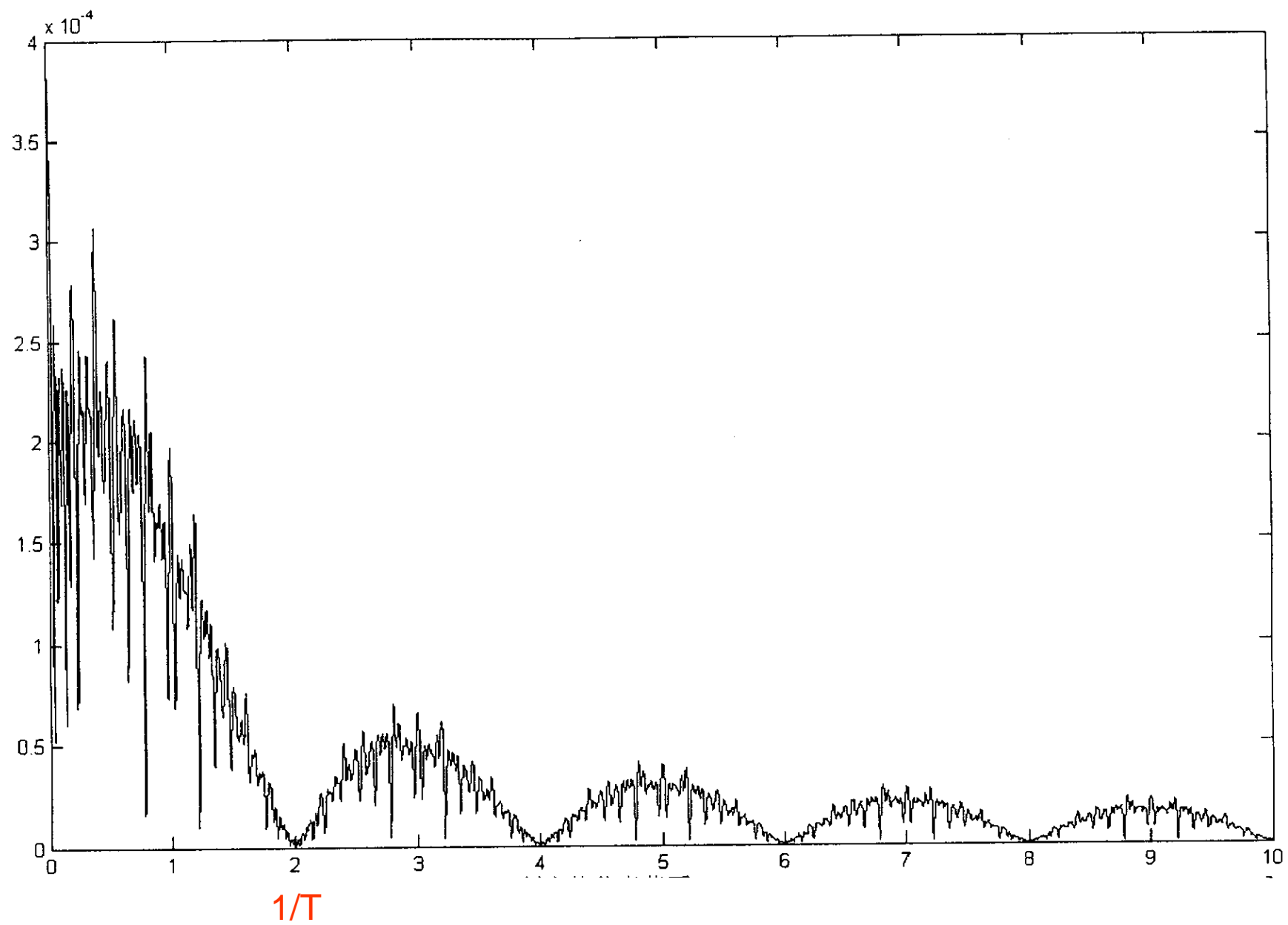
② 频谱宽度

③ 时宽带宽积

④ 大时宽带宽积信号

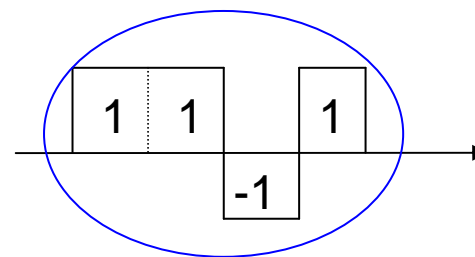
$$\cdot \left[ P + 2 \sum_{K=1}^{P-1} \sum_{n=K}^{P-1} c_n c_{n-K} \cos(2\pi fKT) \right]^{1/2}$$

$$B = \frac{1}{T} = \frac{P}{P \cdot T} = \frac{P}{\Delta}$$



#### 四、二相编码信号的模糊函数

$$\mu(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{P}} \sum_{K=0}^{P-1} c_K \mu_1(t - KT) & 0 < t < \Delta \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$



$$|\chi(\tau, \xi)|^2 = \left| \frac{1}{P} \sum_{m=1}^{p-1} e^{j2\pi\xi mT} \chi_1(\tau + mT, \xi) \sum_{i=0}^{P-1-m} c_i c_{i+m} e^{j2\pi\xi iT} \right. \\ \left. + \frac{1}{P} \sum_{m=0}^{p-1} \chi_1(\tau - mT, \xi) \sum_{i=0}^{P-1-m} c_i c_{i+m} e^{j2\pi\xi iT} \right|^2$$

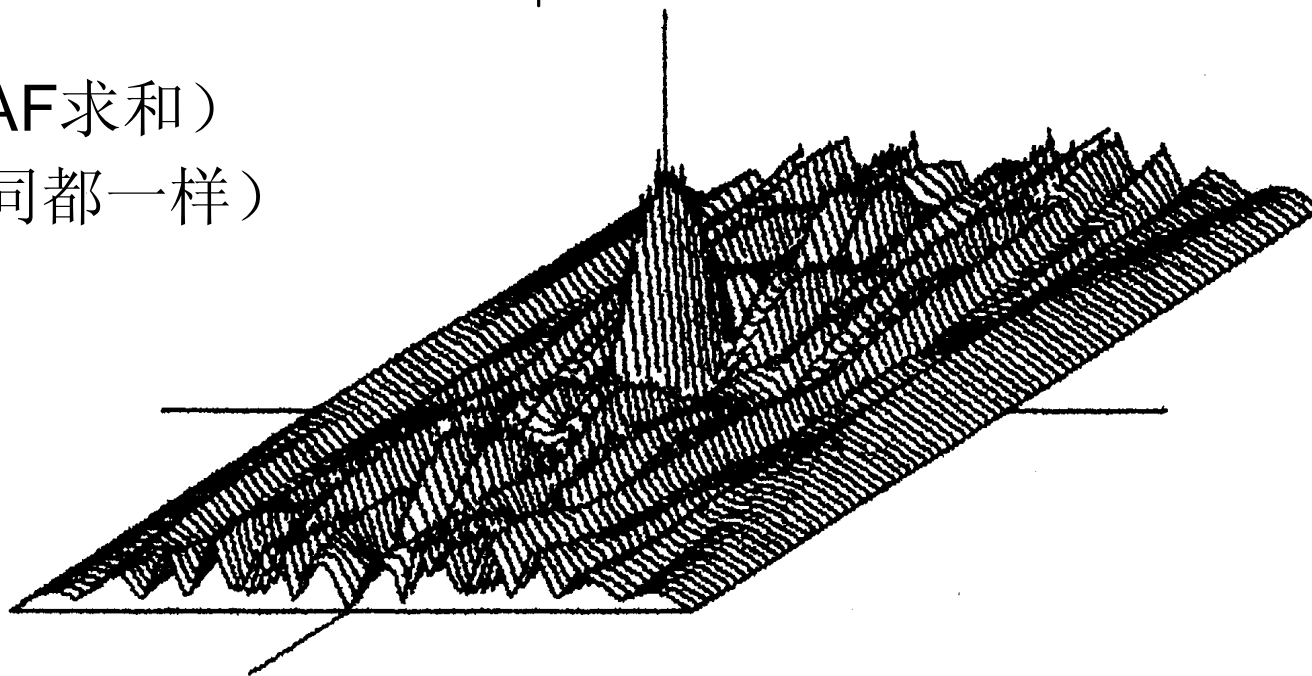
特点：（子脉冲AF求和）

①主峰（码长相同都一样）

②旁瓣

③敏感性

对称性



## 五、二相编码信号的自相关函数（非周期）

$$\chi(\tau, 0) = \frac{1}{P} \sum_{i=0}^{P-1-m} c_i c_{i+m} \cdot \sum_{m=-(P-1)}^{P-1} \chi_1(\tau - mT, 0)$$

$$= \frac{1}{P} \sum_{m=-(P-1)}^{P-1} \chi_1(\tau - mT, 0) \cdot \chi_2(m, 0)$$

$$\chi_2(m, 0) = \sum_{i=0}^{P-1-m} c_i c_{i+m}$$

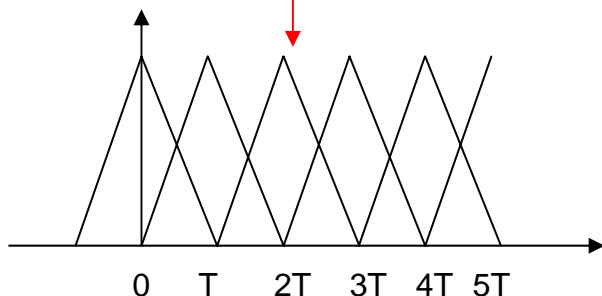
$$\chi_2(0, 0) = \sum_{i=0}^4 c_i c_i = c_0 c_0 + c_1 c_1 + c_2 c_2 + c_3 c_3 + c_4 c_4 = 5$$

$$\chi_2(1, 0) = \sum_{i=0}^3 c_i c_{i+1} = c_0 c_1 + c_1 c_2 + c_2 c_3 + c_3 c_4 = 0$$

$$\chi_2(2, 0) = \sum_{i=0}^2 c_i c_{i+2} = c_0 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_4 = 1$$

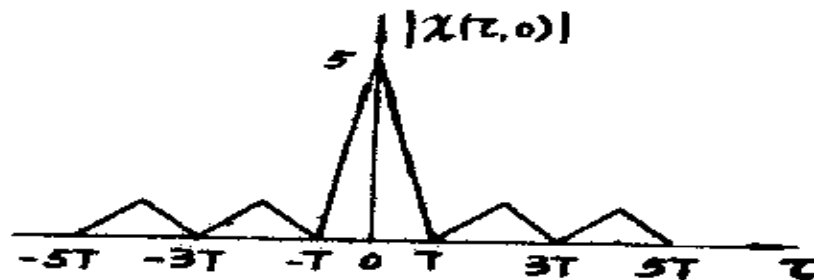
$$\chi_2(3, 0) = \sum_{i=0}^1 c_i c_{i+3} = c_0 c_3 + c_1 c_4 = 0$$

$$\chi_2(4, 0) = \sum_{i=0}^0 c_i c_{i+4} = c_0 c_4 = 1$$



结论：

- ①  $\{C_k\}$  决定自相关函数
- ② 主峰高度，旁瓣电平
- ③ 非周期性



## 6.2 二元伪随机序列

### 一、二元随机序列和二元伪随机序列

平衡性、蝉联性、相关函数、周期、频谱

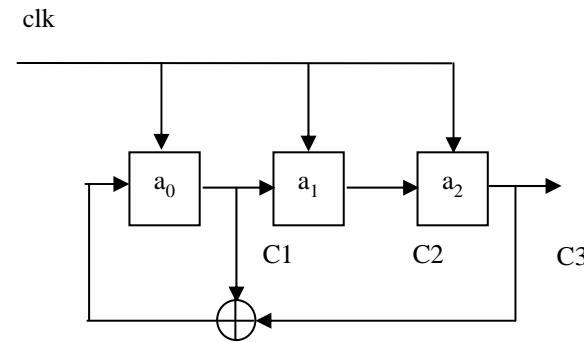
### 二、最大长度序列（M序列）

#### 1、产生

M序列的周期为： $P = 2^n - 1$

反馈联接方式共有： $\frac{\varphi(2^n - 1)}{n}$

反馈方式：见资料



#### 2、模糊函数

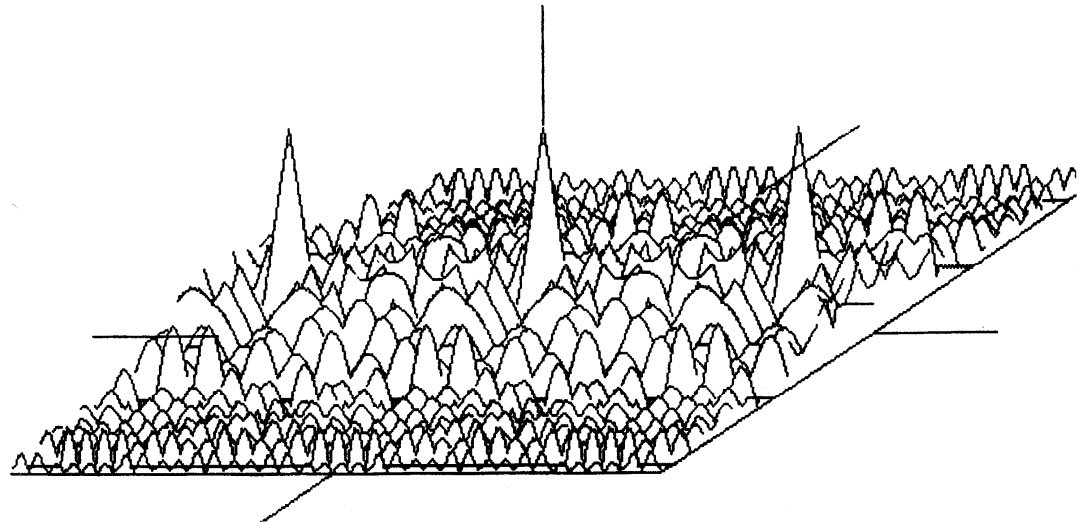
$$\chi(\tau, \xi) = \frac{1}{p} \sum_{i=-(p-1)}^{p-1} e^{j\pi\xi(p-i-1)pT} \frac{\sin[\pi\xi(p-|i|)pT]}{\sin(\pi\xi pT)} \cdot \chi_1(\pi - ipT\xi)$$

特点：①图钉型；②多峰；③旁瓣电平变化规律。

### 3、自相关函数（周期性）

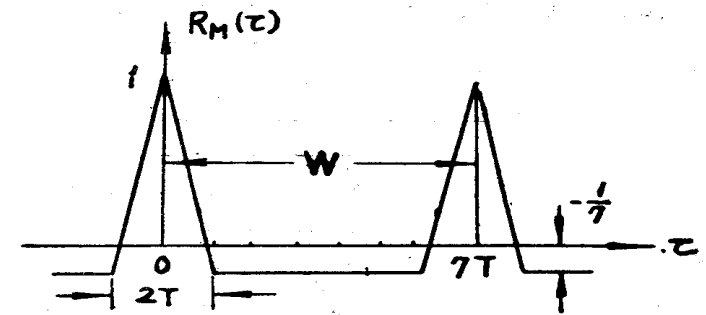
方法一：

$$\chi(\tau, 0) = \begin{cases} 1 - \frac{2^n}{2^n - 1} \left| \frac{\tau}{T} \right| & |\tau| < T \\ \frac{1}{2^n - 1} & \text{其它} \end{cases}$$



方法二：

M序列	---	+++	---	---	+++	---	---	+++	---
不移位 ( $\tau=0$ )	---	+++	---	---	+++	---	---	+++	---
$\tau=1$	+	---	---	---	+++	+	---	---	---
$\tau=2$	-	+	---	---	+++	-	+	---	---
$\vdots$									



结论：①双值电平， $MSR=20\log P$ ；②多峰；

③ $P \rightarrow \infty$ ， $\chi(\tau, 0) \approx \delta(t)$ ；④周期性自相关函数。

周期的选择：①  $pT / \tau_{\max} > 2$ ；②  $pTf_{d\max} < \frac{1}{2}$

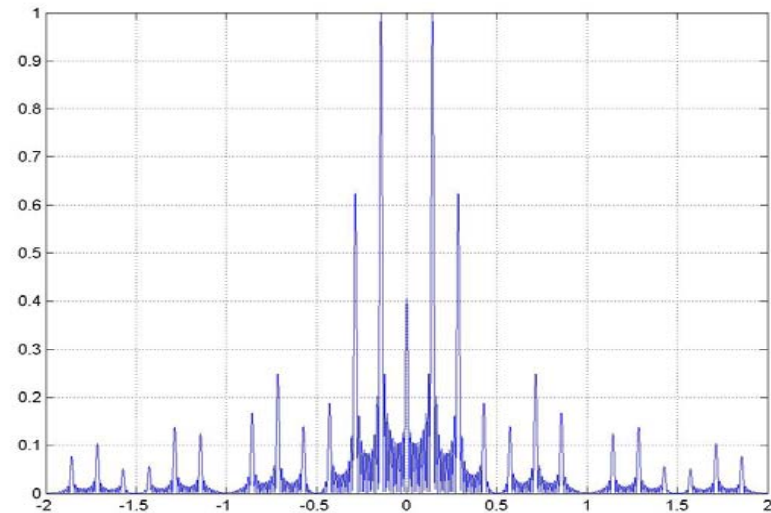


## 4、M序列的功率谱

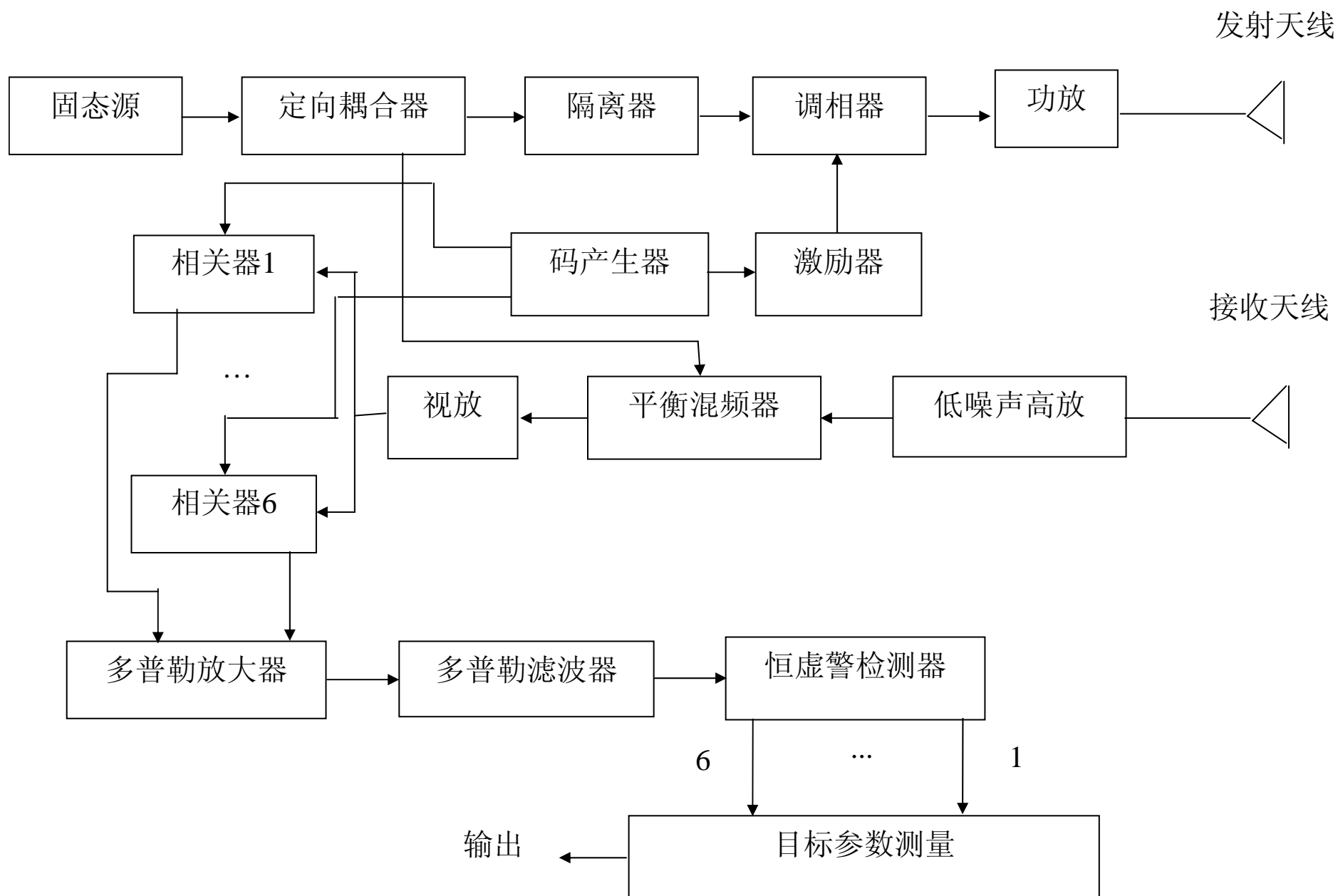
$$\phi(f) = \frac{p+1}{p^2} \left| \frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \right|^2 \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{pT}\right) + \frac{1}{p^2} \delta(f)$$

特点：

- ①线性谱，相邻谱线的间隔为  $\frac{1}{pT}$ ；
- ②零频率分量的强度为  $\frac{1}{p^2}$ ；
- ③包络由码元宽度  $T$  决定；
- ④各谱线的强度与序列的长度和编码码型有关。



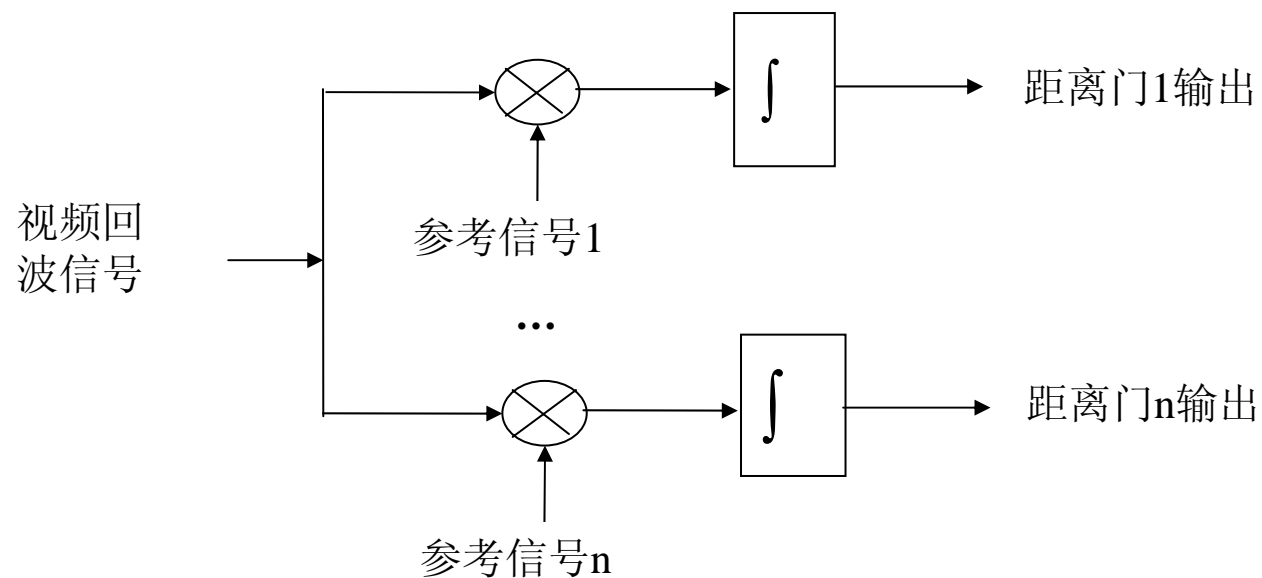
## 5、M序列的应用



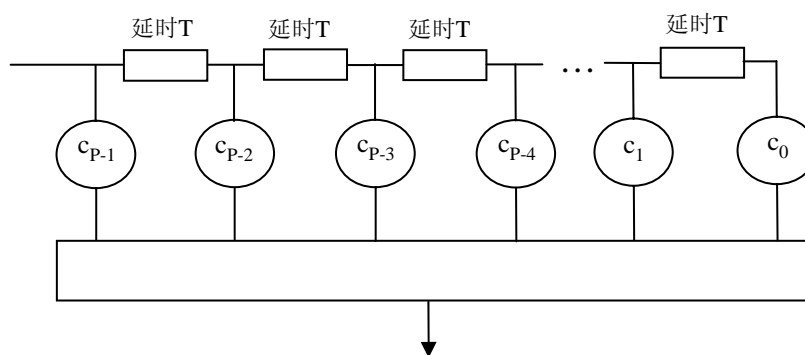
## 6、M序列的信号处理

采用多路相关器（可以复用）和多普勒滤波器组。

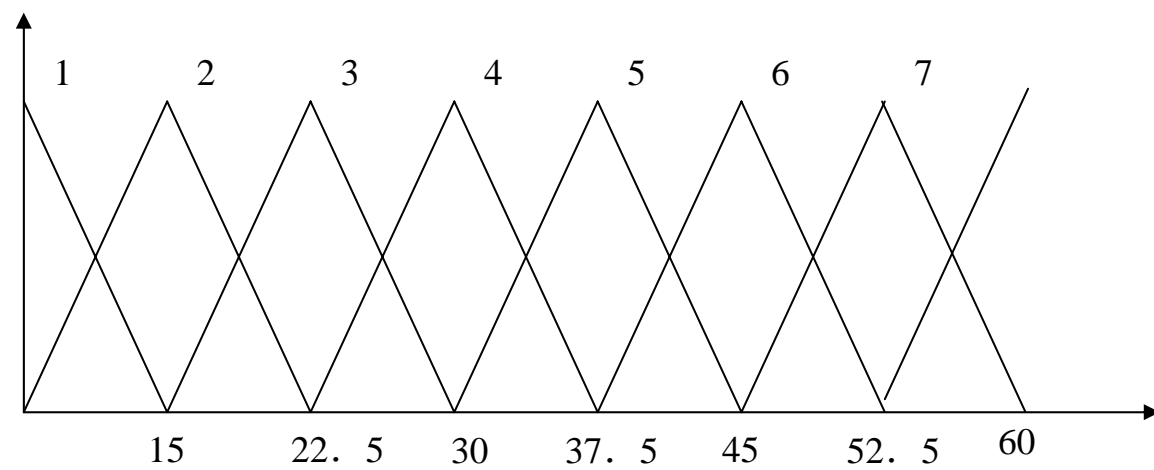
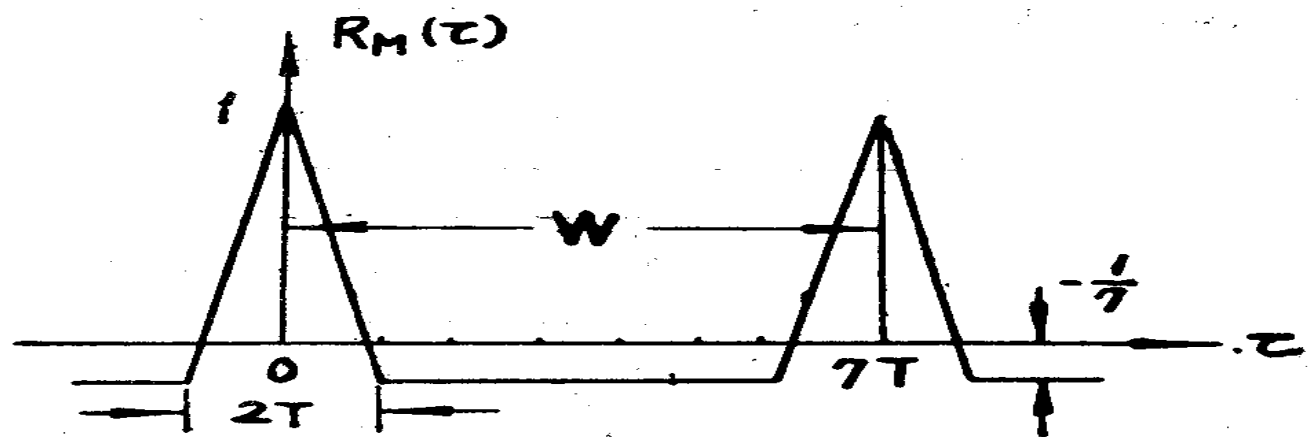
相关器：



匹配滤波器：



多普勒滤波器组：FFT（MTD）

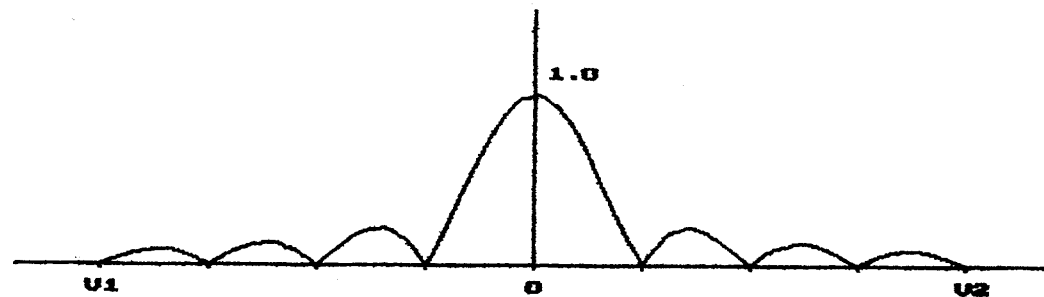
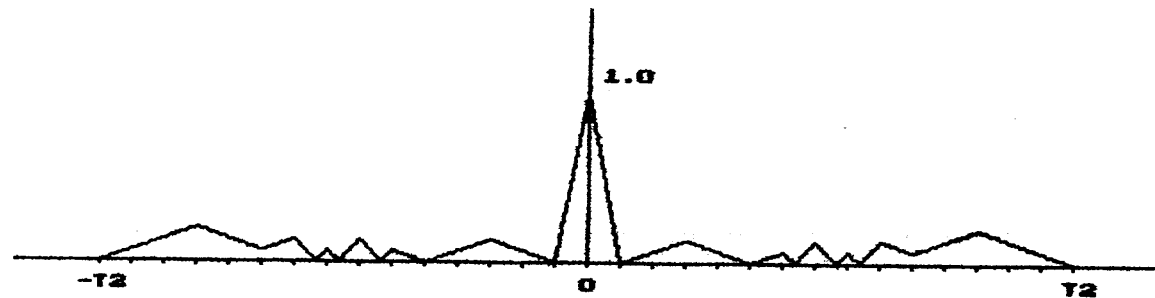
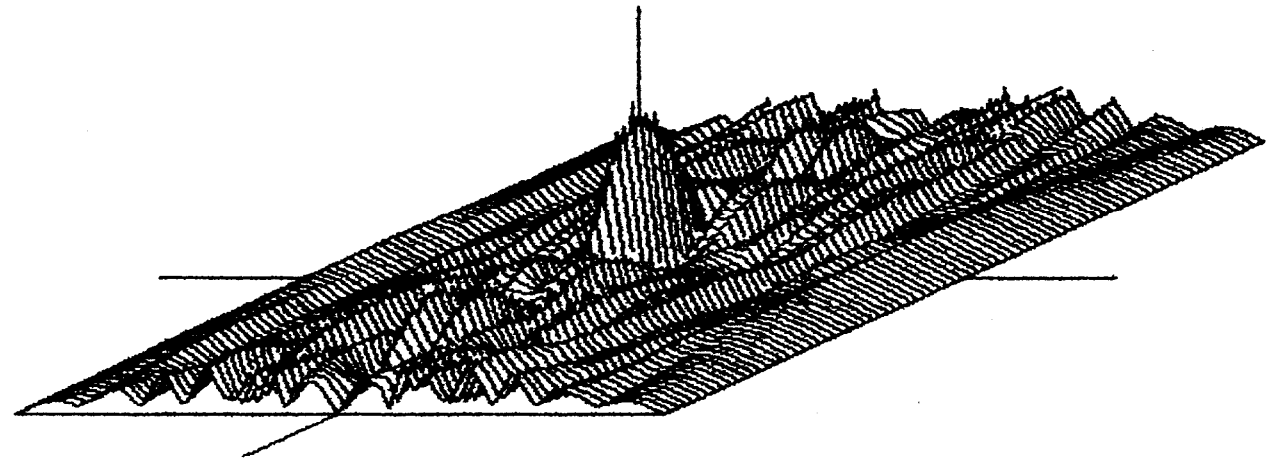


## 6.3 PN截断码

### 一、定义

PN截断码就是从M序列中截取一个周期形成的码截取位置任意，但性能不一样。

### 二、模糊函数



二、自相关函数特性  $\chi_2(m, 0) = \sum_{i=0}^{P-1-m} c_i c_{i+m}$

+ - + + - - - 原序列  
 - - - + + - + 镜像序列

---

- + - - + + +  
 - + - - + + +  
 - + - - + + +  
 + - + + - - -  
 + - + + - - -  
 - + - - + + +  
 + - + + - - -

代数和

---

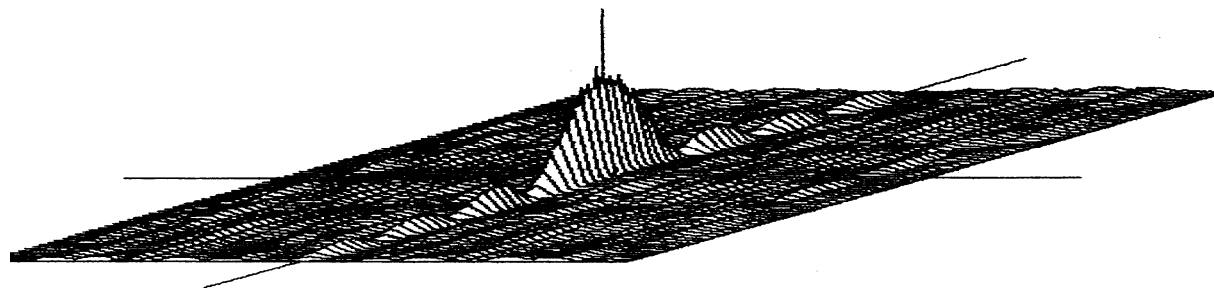
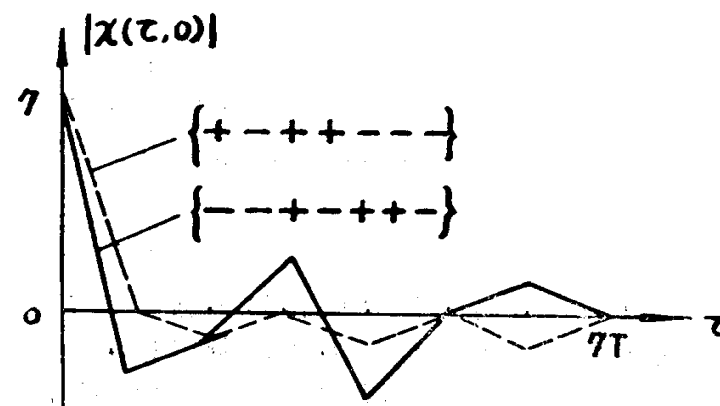
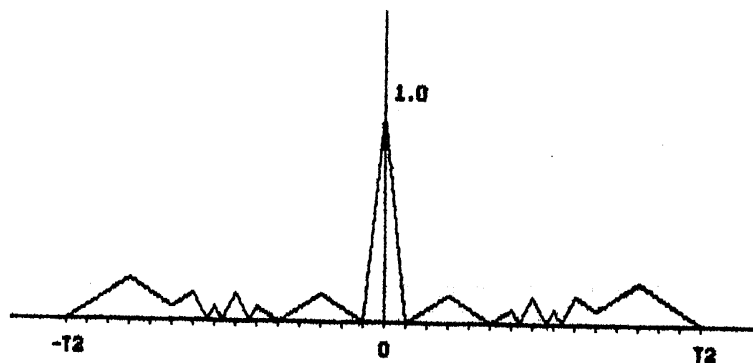
-1, 0, -1, 0, -1, 0, 7, 0, -1, 0, -1, 0, -1

截断序列{+ - + + - - -}: [7, 0, -1, 0, -1, 0, -1];

{- - + - + + -}: [7, -2, -1, 1, -3, 0, 1]

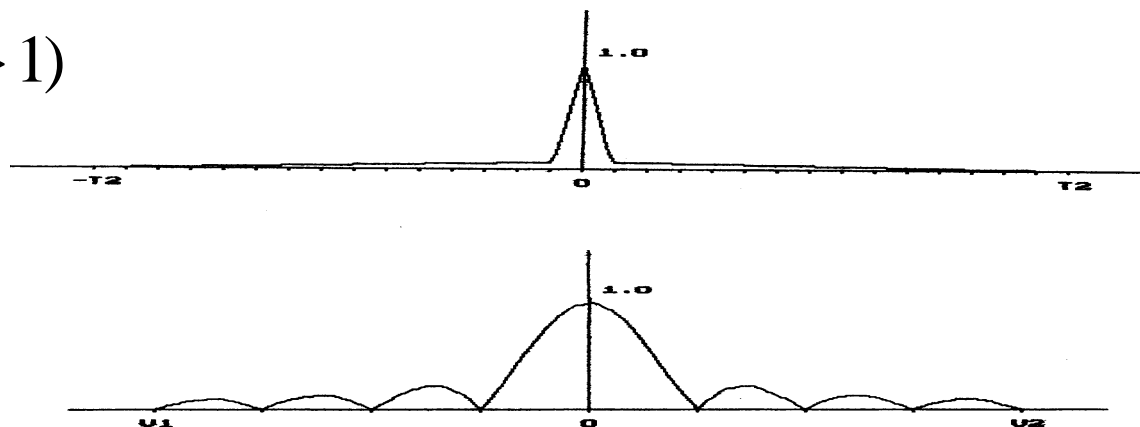
{- + - + + - -}: [7, -2, -1, 0, -1, 0, 1]

结论：①自相关函数非双值电平，旁瓣与截取位置有关；  
 ②  $MSR \approx 20\log \sqrt{p} (p \gg 1)$ ；③非周期；④用公式算。



### 三、PN截断码集

$$MSR \approx 20\log p (p \gg 1)$$



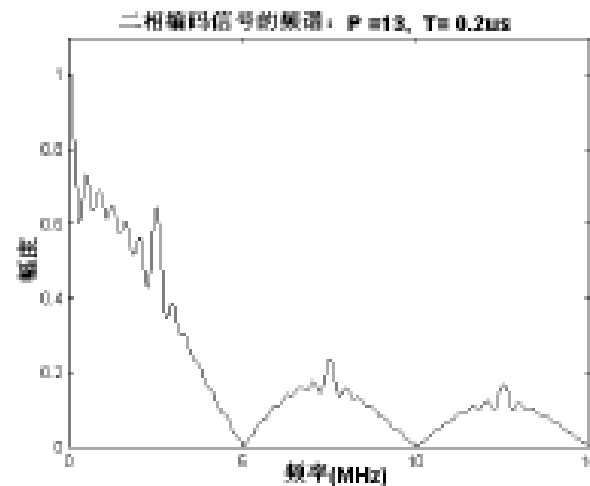
## 6.4 巴克 (Barker) 序列

### 一、定义

$$\chi_2(m,0) = \sum_{K=0}^{P-1-m} c_K c_{K+m} = \begin{cases} P & m=0 \\ \pm 1 \text{或} 0 & m \neq 0 \end{cases}$$

### 二、频谱 (13位巴克码为例)

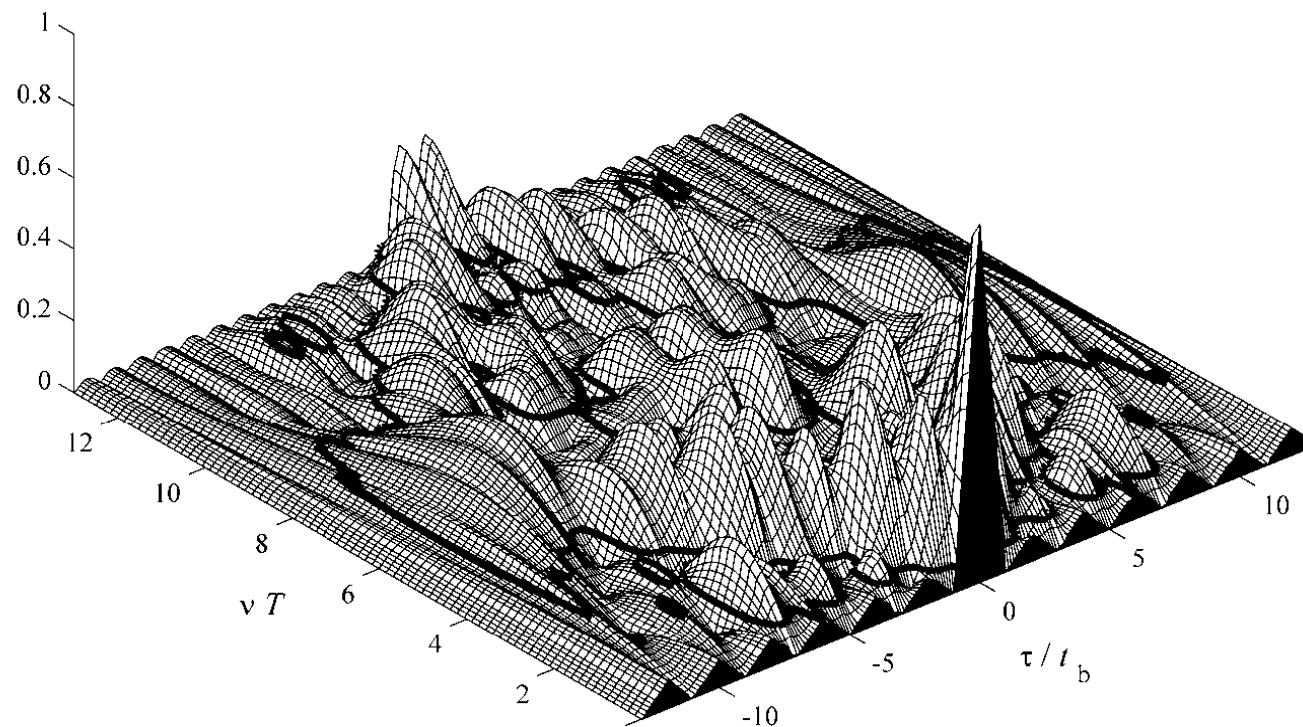
$$\left| \frac{\mu(f)}{T} \right| = \frac{1}{\sqrt{PT}} |\sin c(fT)| \cdot \left[ 12 + \frac{\sin(13 \times 2\pi fT)}{\sin 2\pi fT} \right]^{\frac{1}{2}}$$





### 三、模糊函数

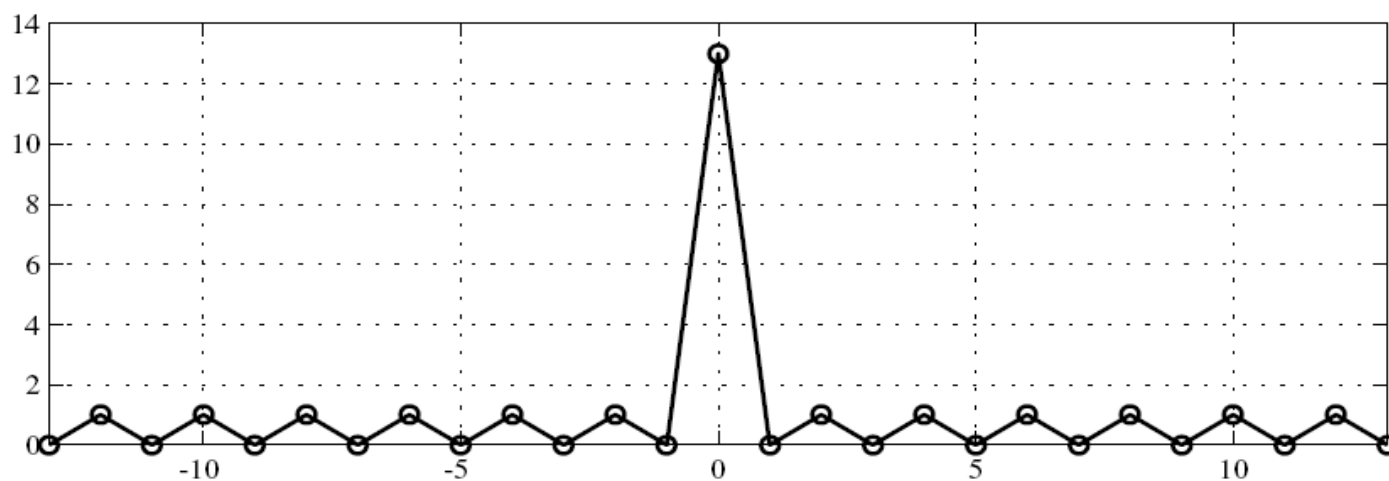
特点：①②③



### 四、自相关函数

主旁瓣比（MSR）： 22.3dB

特点：①②③



## 五、性能

**13位巴克码和同样时宽线性调频信号比较。**

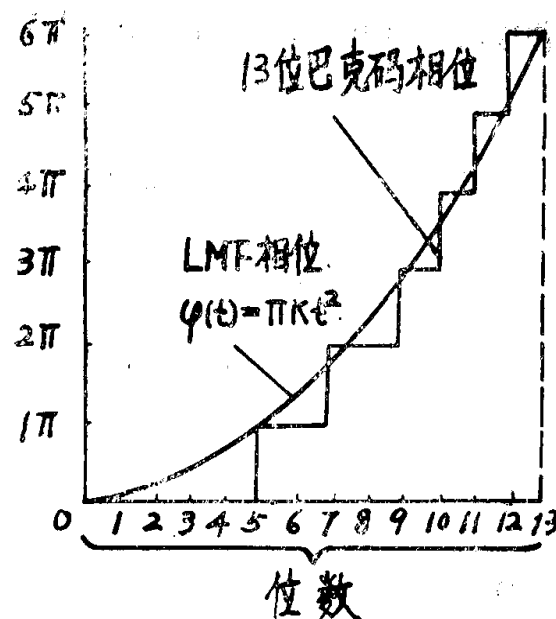
### 1、距离分辨力高

$$\pi K \Delta^2 = 6\pi \text{ 或 } K = \frac{6}{\Delta^2}$$

$$B = K \cdot \Delta = \frac{6}{\Delta} = 4 \left( \frac{3}{2\Delta} \right)$$

$$W_{\text{线}} = B = 4 \left( \frac{3}{2\Delta} \right)$$

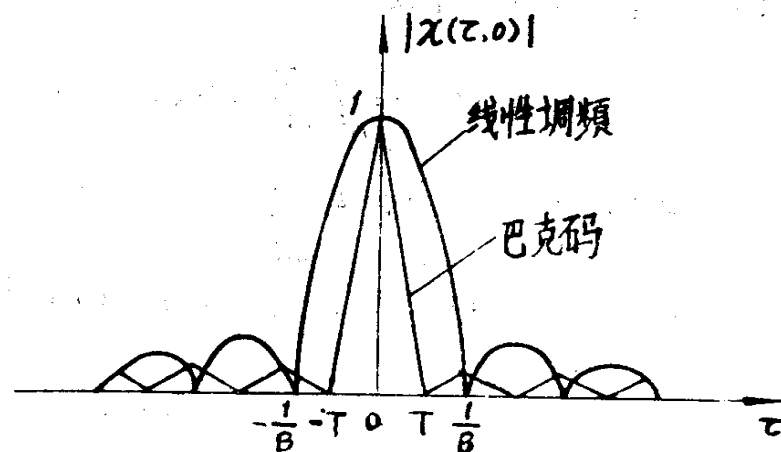
$$W_{\text{巴}} = 12.1 \left( \frac{3}{2\Delta} \right)$$



$\varphi(t) = 0$	1—5 T
$\varphi(t) = \pi$	6—7 T
$\varphi(t) = 2\pi$	8—9 T
$\varphi(t) = 3\pi$	10 T
$\varphi(t) = 4\pi$	11 T
$\varphi(t) = 5\pi$	12 T
$\varphi(t) = 6\pi$	13 T

自相关函数  $|\chi(\tau, 0)|$

$$\frac{1}{B} = \frac{\Delta}{6} = \frac{13T}{6} \approx 2T$$



## 2、速度分辨力相同

两种信号的时宽相同时，其速度分辨力相同，因为它们的有效时宽都是由时宽  $T_{e\text{线}} = T_{e\text{巴}} = \Delta$  决定。（模糊图在多普勒轴交点相同）

## 3、测距精度高

$$\beta_{0\text{巴}} \cong \sqrt{\frac{2B}{T}} = \sqrt{\frac{2}{T^2}} \quad \beta_{0\text{线}} = \sqrt{\frac{(\pi B)^2}{3}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{1}{4T^2}} \quad \beta_{0\text{巴}} = \frac{\sqrt{2}}{T} = \frac{2}{\pi} \sqrt{6} \cdot \beta_{0\text{线}} = 1.56 \beta_{0\text{线}}$$

$$4、MSR_{\text{巴}} = -22.3\text{dB} \quad MSR_{\text{线}} = -13.2\text{dB}$$

5、旁瓣电平

6、压缩比

7、多普勒敏感信号

8、码型捷变

## 6.5 增加巴克码长度的方法

### 一、概念

组合巴克码就是用某一个巴克码作为基本码元〔称为内码〕，组成另一个新的巴克码〔称为外码〕。

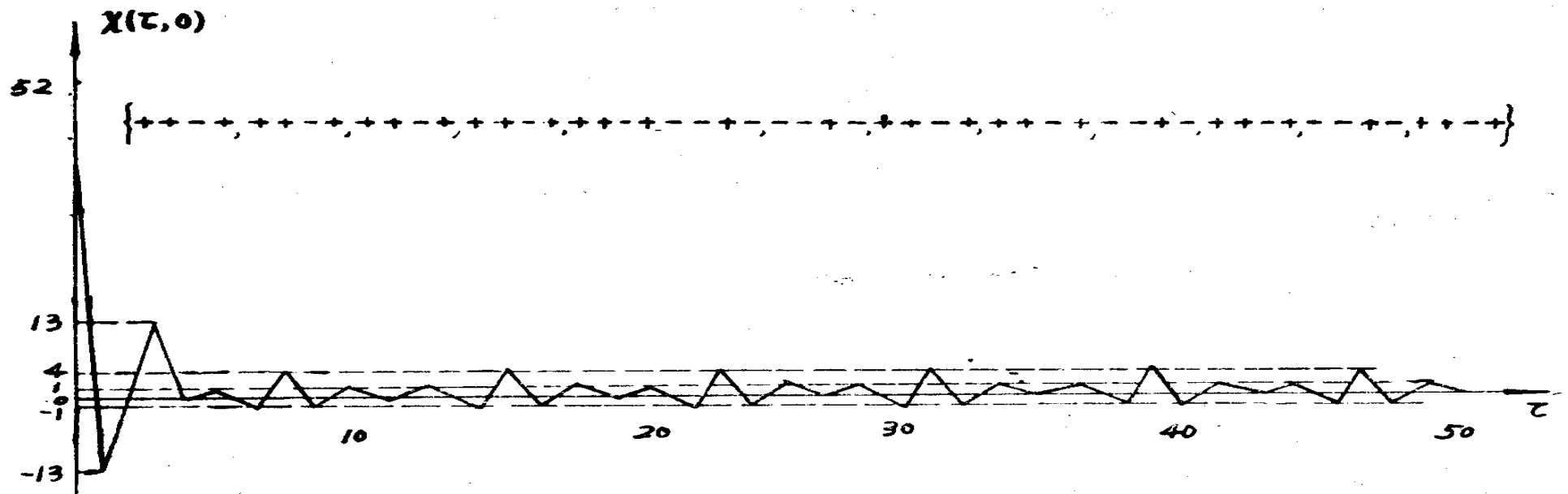
$$\begin{aligned} B_0(13) = \{ & B_i(4), B_i(4), B_i(4), B_i(4), B_i(4), \\ & -B_i(4), -B_i(4), B_i(4), B_i(4) - B_i(4), B_i(4), \\ & -B_i(4), B_i(4) \} \end{aligned}$$

[++-+, ++-+, ++++, ++++, ++-+, - -+-, - -+-, ++++, ++-+,  
- -+-, ++++, - -+-, ++++, ]

### 二、自相关函数计算

①公式 
$$R(\tau) = R_0(K) \cdot R_i(\tau - KL_i) + R_0(K+1) \cdot R_i[(K+1)L_i - \tau]$$

$$K = 0, 1, 2, \dots, (L_0 - 1), \tau = 0, 1, 2, \dots, (L_0 L_i - 1), KL_i \leq \tau \leq (K+1)L_i$$



## ②简便法

- 原则：
- a. 把外码和内码的自相关函数相乘；即用外码的自相关函数的每个值，逐项对内码自相关函数值进行加权；
  - b. 把乘积按内码长度进行分段；
  - c. 找出对称轴，用“对称迭加”对相关值进行修正。

例如:  $R_0=[3,0,-1], R_i=[2,-1]$

$$[3,0,-1] \times [2,-1]$$

$$[6,-3 \mid 0,0 \mid -2,1]$$

修正后:  $[6,-3 \mid 0,1 \mid -2,1]$

例如:  $R_0=[4, -1, 0, 1], R_i=[3, 0, -1]$

$$[4, -1, 0, 1] \times [3, 0, -1]$$

$$=[12, 0, -4 \mid -3, 0, 1 \mid 0, 0, 0 \mid 3, 0, -1]$$

修正后:  $[12, 1, -4, -3, 0, 1, 0, -1, 0, 3, 0, -1]$

$$\textcircled{3} \text{按 } \chi_2(m,0) = \sum_{i=0}^{P-1-m} c_i c_{i+m}$$

结论:  $\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}\textcircled{4}$

## 6.6 二相编码信号的处理

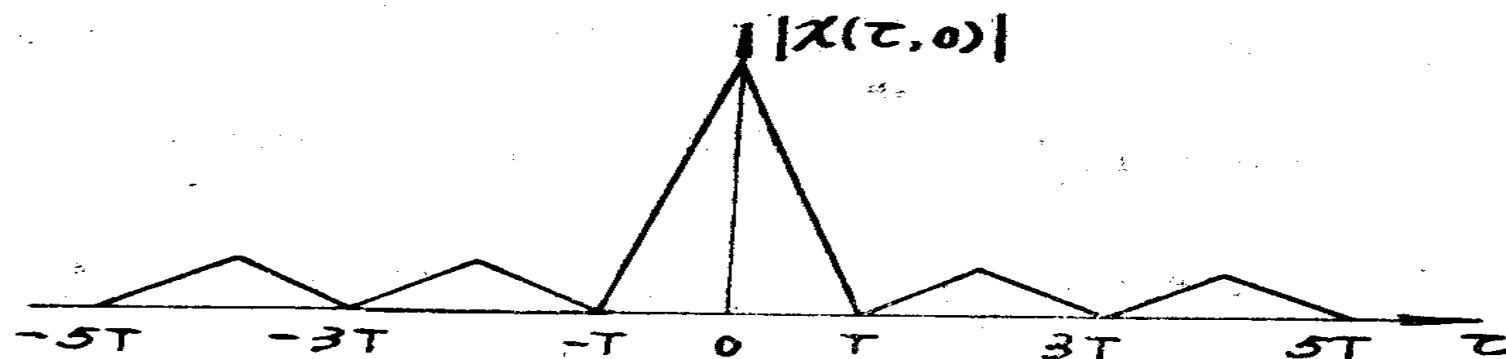
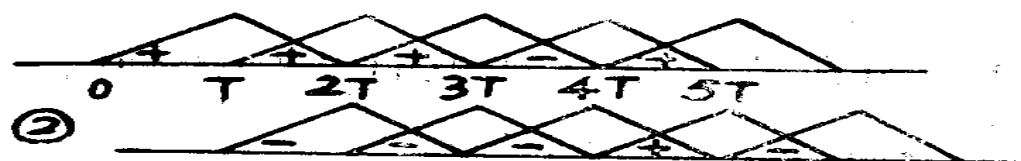
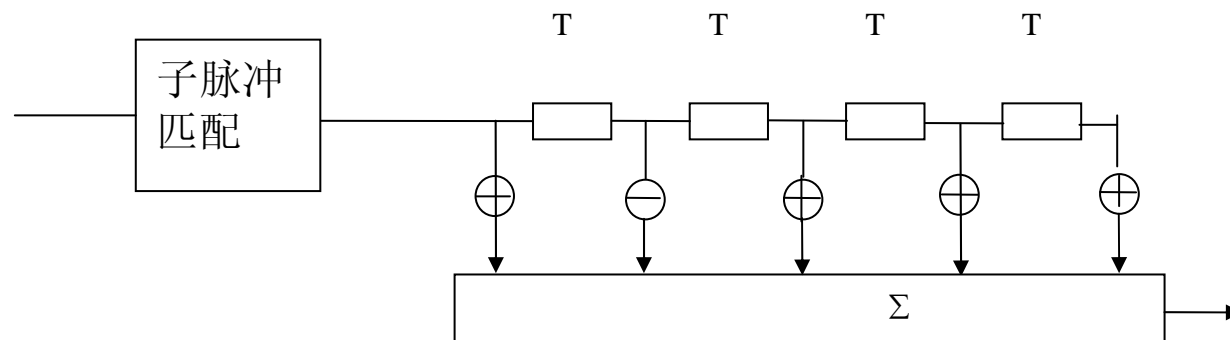
### 一、匹配滤波器特性

$$\mu * (f) = \sqrt{\frac{T}{P}} \sin c(fT) e^{j\pi fT} \sum_{K=0}^{P-1} c_K e^{j2\pi fKT} = \mu_1 * (f) \cdot \mu_2(f)$$

$$H(f) = \mu * (f) e^{-j2\pi ft_0}$$

$$= \mu_1 * (f) \cdot \mu_2(f) \cdot e^{-j2\pi ft_0} = \mu_1 * (f) \cdot \mu'_2(f)$$

$$\mu_1 * (f) = \sqrt{\frac{T}{P}} \sin c(fT) e^{j\pi fT} \quad \mu'_2(f) = \sum_{K=0}^{P-1} c_{(P-1)-K} e^{-j2\pi f(KT)}$$



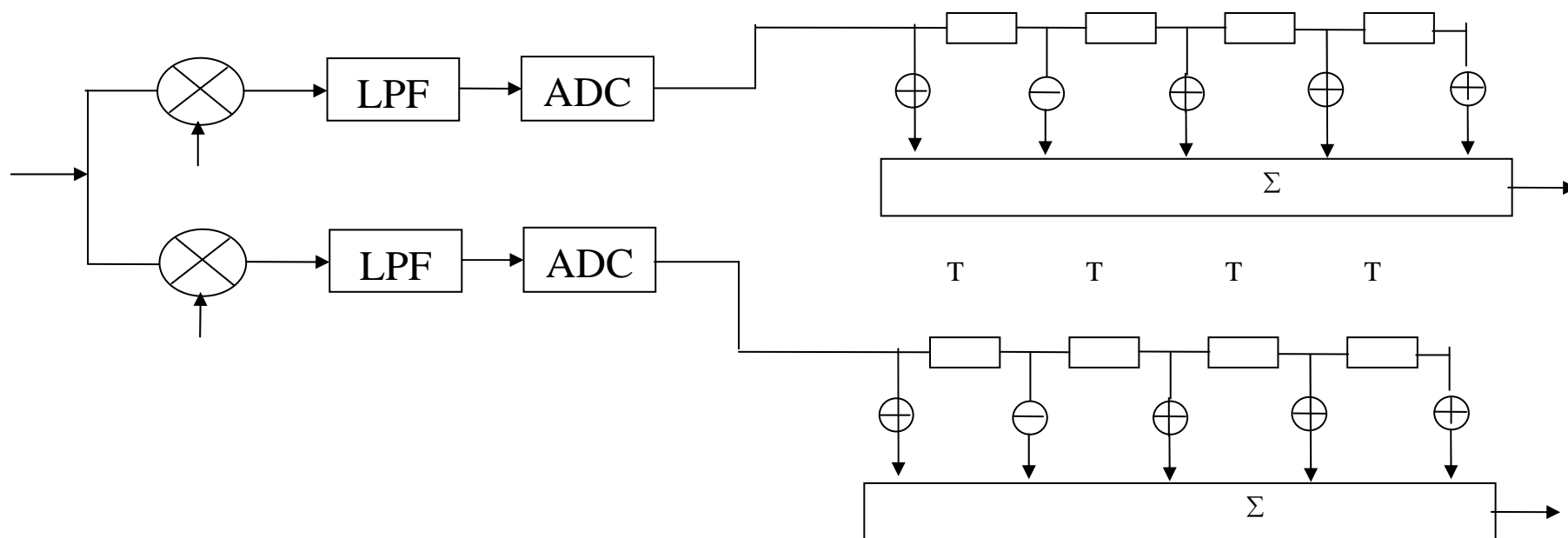
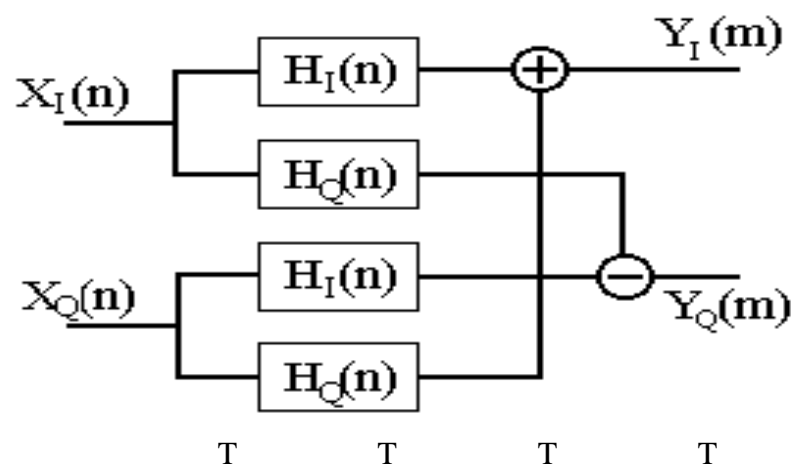


## 二、二相编码信号的处理方法

1、4路变2路

2、时域处理

3、采样频率



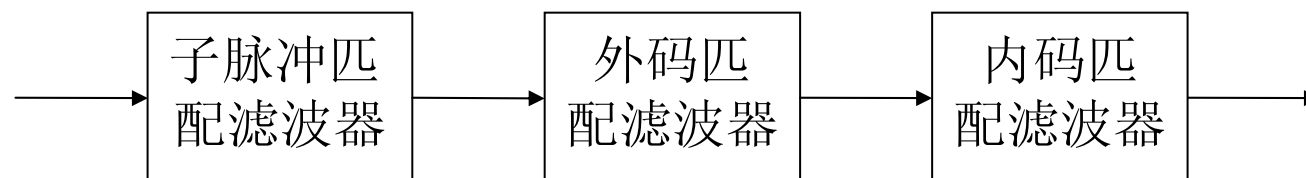
信号处理增益（信噪比提高）

$$S_o/N_o = P/\sigma_i \sqrt{P} = \sqrt{P}/\sigma_i \quad S_i/N_i = 1/\sigma$$

$$20\log \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} = 20\log \sqrt{P} = 10\log P$$

提高MSR方法:①抑制旁瓣；②捷变积累。

### 三、组合巴克码的处理



外码匹配滤波器：延迟时间为PT（P为内码码长）

内码匹配滤波器：与普通一样

## 6.7 二相编码信号多普勒敏感问题

### 一、概念

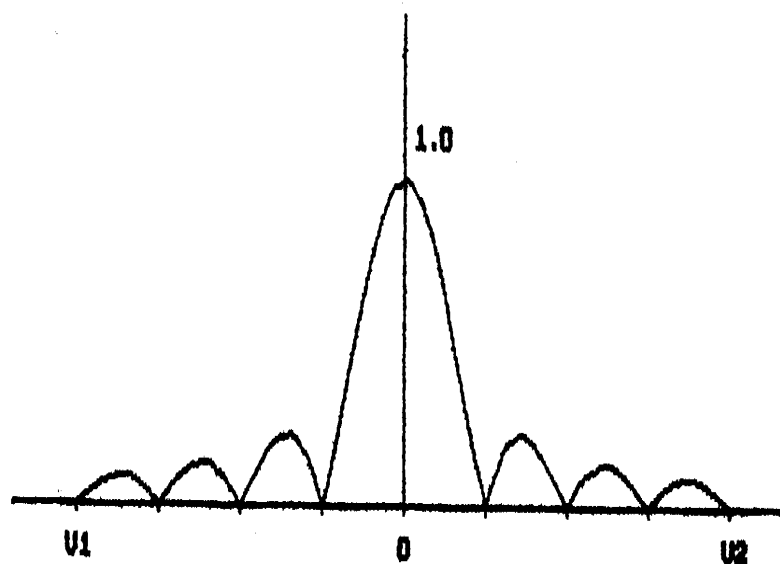
当存在多普勒频率时，**主峰**要下降，**旁瓣**要增加，主旁瓣比要降低。

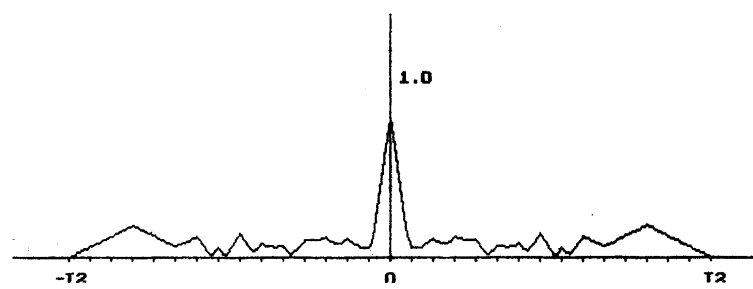
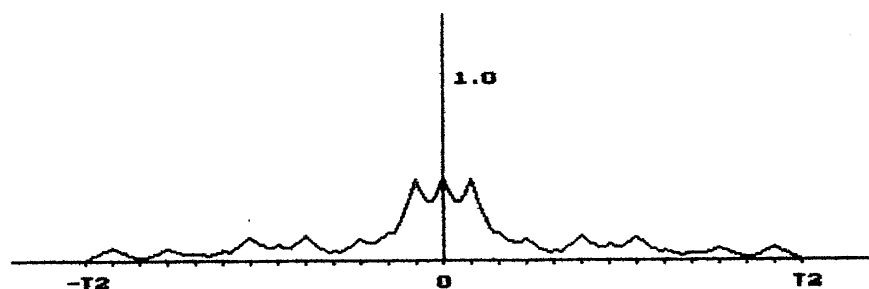
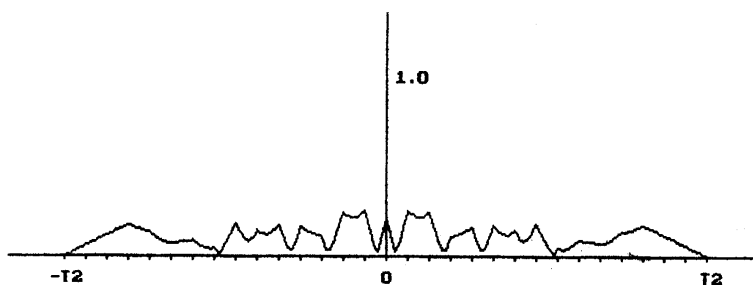
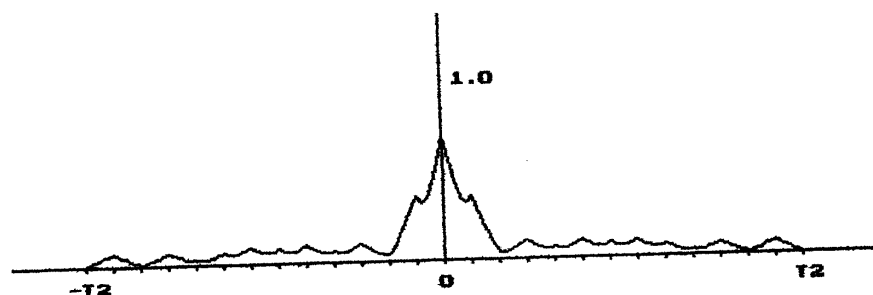
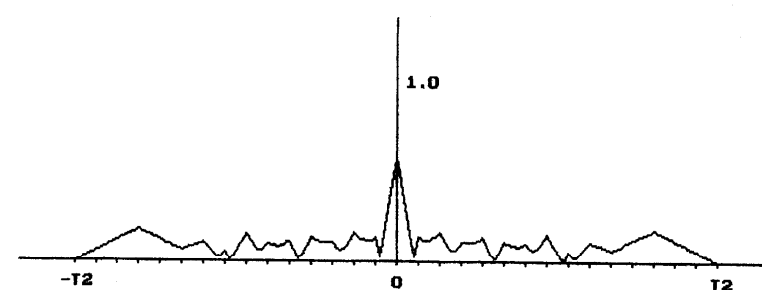
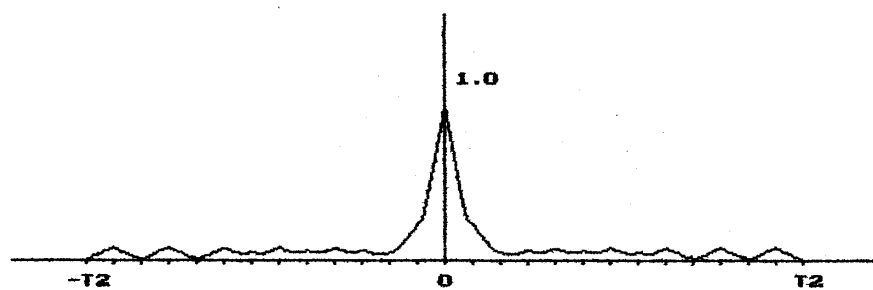
### 二、影响主旁瓣比的因素

**主峰的变化：**

- 1、M序列：处理时间
- 2、PN码：PT
- 3、PN码集：PT<sub>r</sub>
- 4、Barker码：PT
- 5、互补码PT(频分/时分)

与压缩比D(P)、子脉冲宽度T、重复周期T<sub>r</sub>有关。





13位巴克码的模糊图切割

15位PN截断码的模糊图切割

### 三、解决方法

- 1、多普勒补偿（变本振）：静止目标变运动，影响对消
- 2、修正匹配滤波器（移动模糊图原点）：匹配滤波器太多
- 3、消除多普勒电路：非线性，影响邻近分辨
- 4、补偿式旁瓣抑制滤波器：对应失配输出进行抑制

## 6.8 多相编码信号简介

### 一、概念

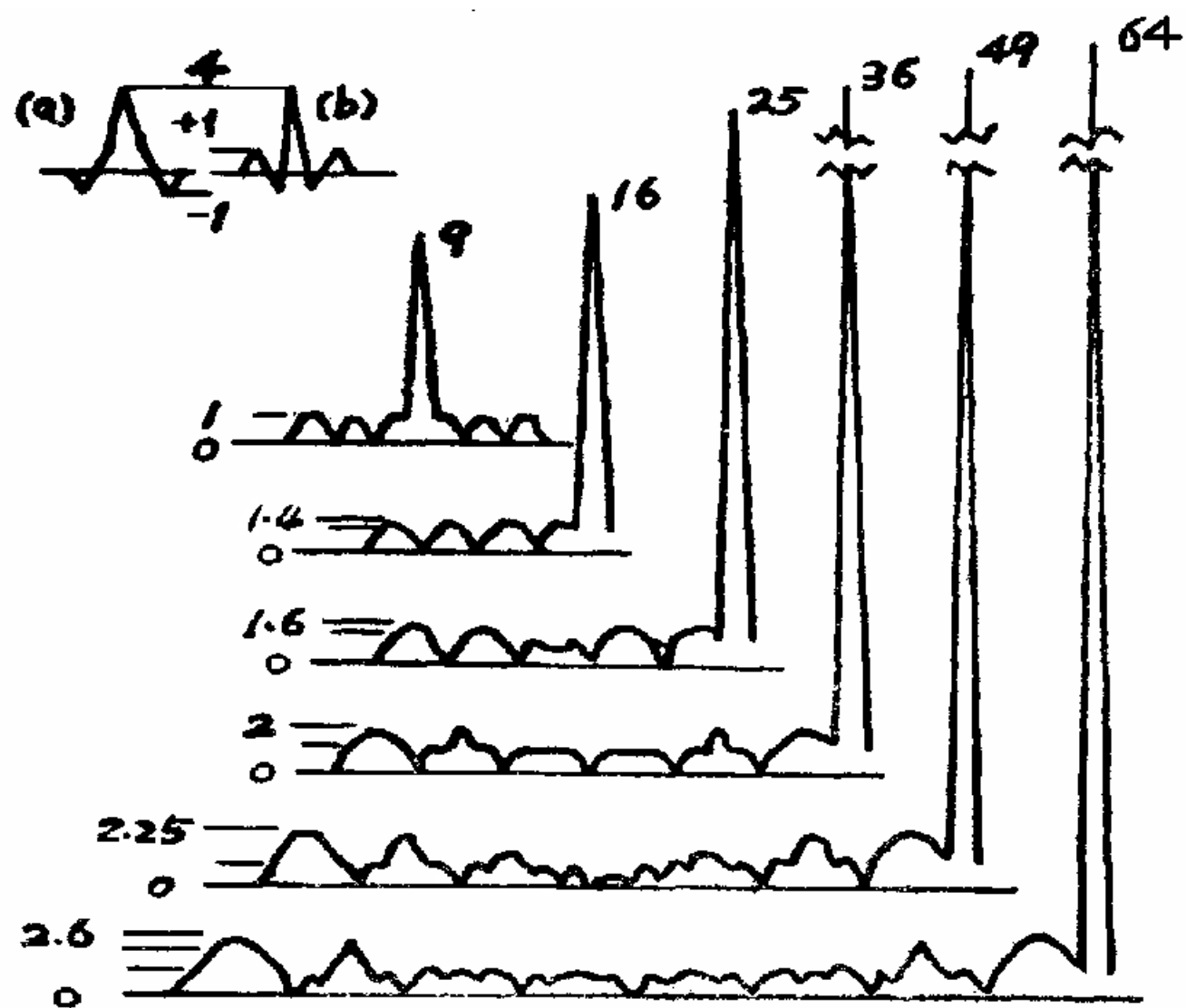
二相编码信号：BPSK；四相编码信号：QPSK，多相编码信号。

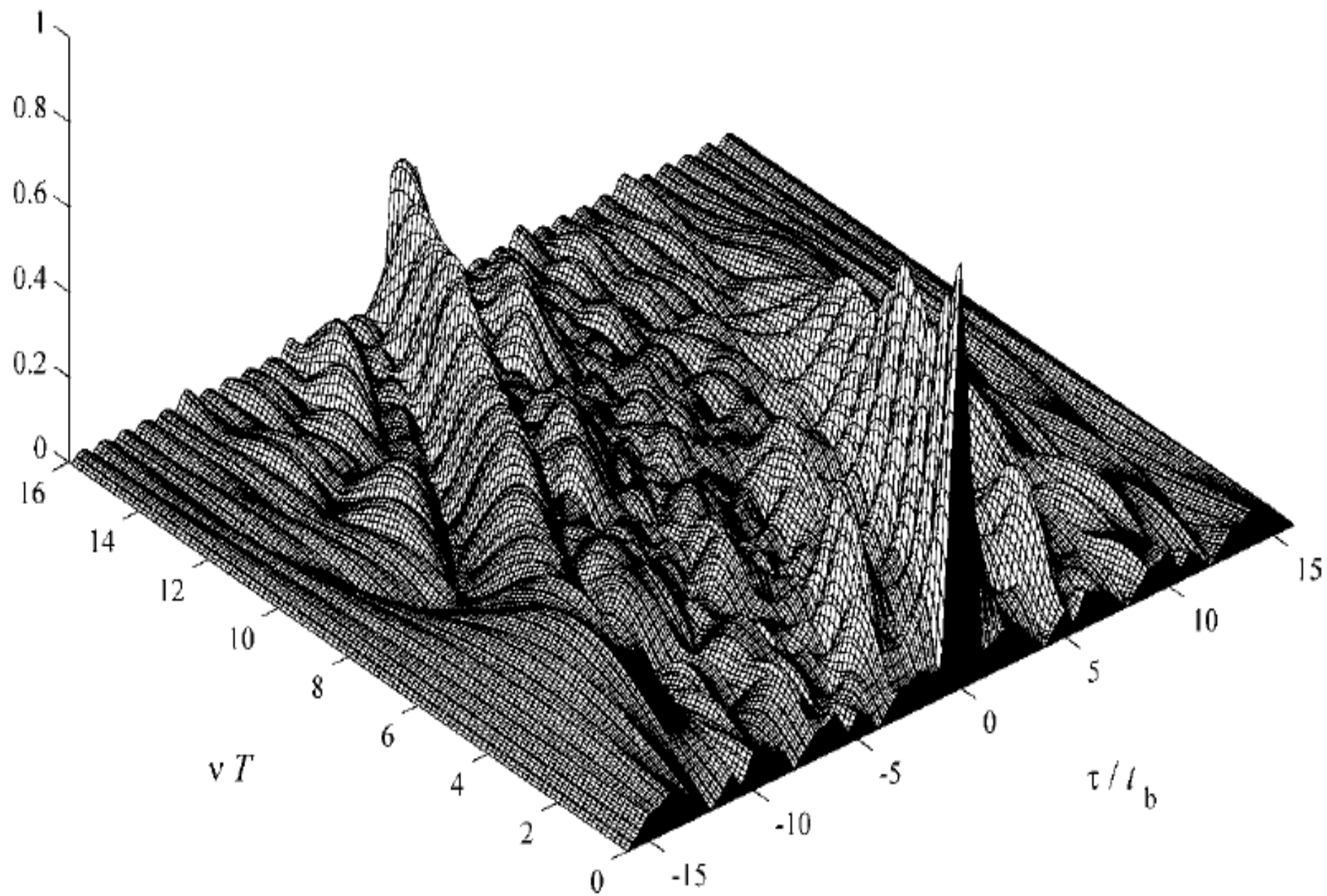
### 二、弗兰克[Frank]多相编码（基本相移： $2\pi/N$ ）

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{或} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \dots & (N-1) \\ 0 & 2 & 4 & 6 & \dots & 2(N-1) \\ 0 & 3 & 6 & 9 & \dots & 3(N-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & (N-1) & 2(N-1) & \dots & \dots & (N-1)^2 \end{pmatrix}$$

$$\{\varphi_K\} = \left\{ 0, 0, 0, 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 0, \frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right\}$$

$$\{c_K\} = \left\{ 1, 1, 1, 1, e^{j\frac{2\pi}{3}}, e^{j\frac{4\pi}{3}}, 0, e^{j\frac{4\pi}{3}}, e^{j\frac{2\pi}{3}} \right\}$$







# 作 业

- 1、写出由4位巴克码[+ + - +]作为基本码元（内码），组成一个新的7位巴克码[+ + + - - + -]（外码）的编码形式，计算出该码的距离自相关函数，并绘出处理系统的结构示意图。
- 2、PN截断码序列和M序列的距离自相关函数有何区别？
- 3、以M序列信号处理方法为例，说明相关器和匹配滤波器的关系。