

置换 Flow-shop 问题

n 个工件在 m 台机器上流水加工，在每一时刻，每台机器只能加工一个工件且每一工件只能在某一台机器上加工，同时在每台机器上所有工件必须以同一顺序加工。工件 i 在机器 j 上的加工时间为 $t_{i,j}$ ，要确定各工件的加工顺序，使得最大完工时间最小。

设工件 i 在机器 j 上的加工完成时间为 $T_{i,j}$, 加工顺序为 $\pi = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n\}$, 则

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad T_{\pi_n, m} \\ \text{s.t.} \quad T_{\pi_1, 1} = t_{\pi_1, 1}, \dots, T_{\pi_1, k} = \sum_{j=1}^k t_{\pi_1, j} \\ T_{\pi_i, 1} = T_{\pi_{i-1}, 1} + t_{\pi_i, 1} \\ T_{\pi_i, k} = \max\{T_{\pi_{i-1}, k}, T_{\pi_i, k-1}\} + t_{\pi_i, k} \\ i = 2, 3, \dots, n, k = 2, 3, \dots, m. \end{array} \right.$$

- 编码： 给产品 $(1, 2, \dots, n)$ 一个序 (i_1, i_2, \dots, i_n) .
- 初始化： 随机产生一个序
- 评价函数： 基于序的评价函数

- 交叉运算：部分映射交叉(PMX) —— 随机产生两个交叉点， 交换父代两个交叉点之间的片断， 在根据该段内的位置确定部分映射， 在各父代个体上先填入无冲突的位置， 而对有冲突的位置分别执行部分映射直到没有冲突， 从而获得后代个体.

- 交叉运算：部分映射交叉(PMX) —— 随机产生两个交叉点， 交换父代两个交叉点之间的片断， 在根据该段内的位置确定部分映射， 在各父代个体上先填入无冲突的位置， 而对有冲突的位置分别执行部分映射直到没有冲突， 从而获得后代个体.

如设父代为 $p_1 = (264735891)$, $p_2 = (452187693)$, 若交叉位置为 4, 7, 则后代个体为 $q_1 = (234187695)$, $q_2 = (412735896)$.

- 变异运算： 可采用互换操作， 逆序操作， 插入操作等.

求最大值

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_3} \\ \text{subject to:} \\ x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

求最大值

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_3} \\ \text{subject to:} \\ x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

400代遗传算法求得最优解为

$x^* = (0.6420, 0.3964, 0.3020)$, 最大值为 1.9804.