模糊模拟

我们设计模糊模拟计算

$$L = \mathrm{Cr}\{f(\xi) \le 0\}.$$

随机地产生 θ_k 使得 $\mathrm{Cr}\{\theta_k\} \ge \varepsilon/2$, 记 $\nu_k = (2\mathrm{Cr}\{\theta_k\}) \wedge 1$ 及 $\xi(\theta_k)$, $k = 1, 2, \cdots, N$, 其中 ε 任意小. 等价地, 从 ξ 的ε-水平集中随机产生, 记 $\nu_k = \mu(\xi(\theta_k))$, $k = 1, 2, \cdots, N$, 其中 μ 是 ξ 的隶属度. 那么 $\mathrm{Cr}\{f(\xi) \le 0\}$ 可如下计算,

$$L = \frac{1}{2}\left(\max_{1\le k\le N}\{\nu_k \mid f(\xi(\theta_k)) \le 0\} + \min_{1\le k\le N}\{1 - \nu_k \mid f(\xi(\theta_k)) > 0\}\right).$$

算法

Step 1. 随机地产生 θ_k 使得 $\mathrm{Cr}\{\theta_k\} \geq \varepsilon/2$, $k = 1, 2, \cdots, N$, 其中 ε 任意小.

Step 2. 令 $\nu_k = (2\mathrm{Cr}\{\theta_k\}) \wedge 1$, $k = 1, 2, \cdots, N$.

Step 3. 返回 L 的值.

Fuzzy Simulation模糊模拟

设 $f : \Re^n \to \Re$ 是一个函数, 而 ξ 是一个定义在可信性空间 $(\Theta, \mathcal{P}(\Theta), \mathrm{Cr})$ 上的模糊向量. 设计一个模糊模拟计算 $\overline{f}$ 使得

$$\mathrm{Cr}\left\{f(\xi) \geq \overline{f}\right\} \geq \alpha$$

随机从 Θ 中产生 θ_k 使得 $\mathrm{Cr}\{\theta_k\} \geq \varepsilon/2$, 记 $\nu_k = (2\mathrm{Cr}\{\theta_k\}) \wedge 1$, $k = 1, 2, \cdots, N$, 其中 ε 是任意小的数. 对任何实数 r, 记

$$L(r) = \frac{1}{2}\left(\max_{1\leq k\leq N}\left\{\nu_k \mid f(\xi(\theta_k)) \geq r\right\} + \min_{1\leq k\leq N}\left\{1 - \nu_k \mid f(\xi(\theta_k)) < r\right\}\right)$$

由单调性， 可用二分法找到满足 $L(r) \geq \alpha$ 的最大值 r.

算法 (计算关键值的模糊模拟)

Step 1. 随机从 Θ 中产生 θ_k 使得 $\mathrm{Cr}\{\theta_k\} \geq \varepsilon/2$, $k = 1, 2, \cdots, N$, 其中 ε 是任意小的数.

Step 2. 找满足 $L(r) \geq \alpha$ 的最大值 r

Step 3. 返回 r.

模糊模拟 I

模糊模拟计算期望值

$$E[f(\xi)] = \int_0^{+\infty} \mathrm{Cr}\{f(\xi) \geq r\}\mathrm{d}r - \int_{-\infty}^0 \mathrm{Cr}\{f(\xi) \leq r\}\mathrm{d}r.$$

随机产生 θ_k 使得 $\mathrm{Cr}\{\theta_k\} \geq \varepsilon/2$, 记 $\nu_k = (2\mathrm{Cr}\{\theta_k\}) \wedge 1$, $k = 1, 2, \cdots, N$, 其中 ε 充分小. 那么对 $r \geq 0$, 可信性 $\mathrm{Cr}\{f(\xi) \geq r\}$ 可如下估计

$$\frac{1}{2}\left(\max_{1\leq k\leq N}\{\nu_k \mid f(\xi(\theta_k)) \geq r\} + \min_{1\leq k\leq N}\{1 - \nu_k \mid f(\xi(\theta_k)) < r\}\right)$$

模糊模拟 II

对 $r<0$, 可信性 $\mathrm{Cr}\{f(\xi)\le r\}$ 可如下估计

$$\frac{1}{2}\left(\max_{1\le k\le N}\{\nu_k \mid f(\xi(\theta_k))\le r\}+\min_{1\le k\le N}\{1-\nu_k \mid f(\xi(\theta_k))>r\}\right)$$

算法 (模糊模拟期望值)

Step 1. 令 $e = 0$.

Step 2. 随机产生 θ_k 使得 $\mathrm{Cr}\{\theta_k\} \geq \varepsilon/2$, $k = 1, 2, \cdots, N$, 其中 ε 充分小.

Step 3. 令 $a = f(\xi(\theta_1)) \wedge \cdots \wedge f(\xi(\theta_N))$, $b = f(\xi(\theta_1)) \vee \cdots \vee f(\xi(\theta_N))$.

Step 4. 从 $[a, b]$ 中随机产生 r.

Step 5. 如 $r \geq 0$, 那么 $e \leftarrow e + \mathrm{Cr}\{f(\xi) \geq r\}$.

Step 6. 如 $r < 0$, 那么 $e \leftarrow e - \mathrm{Cr}\{f(\xi) \leq r\}$.

Step 7. 重复第四至第六步 N 次.

Step 8. $E[f(\xi)] = a \vee 0 + b \wedge 0 + e \cdot (b - a)/N$.