

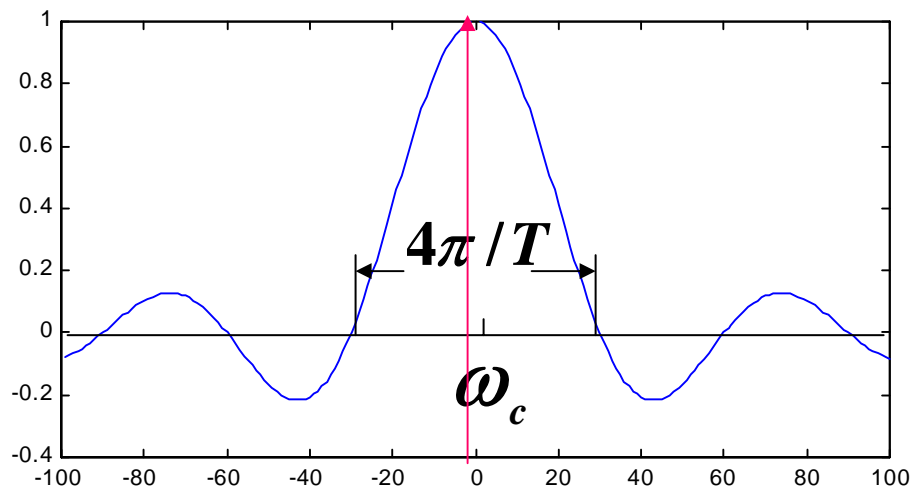
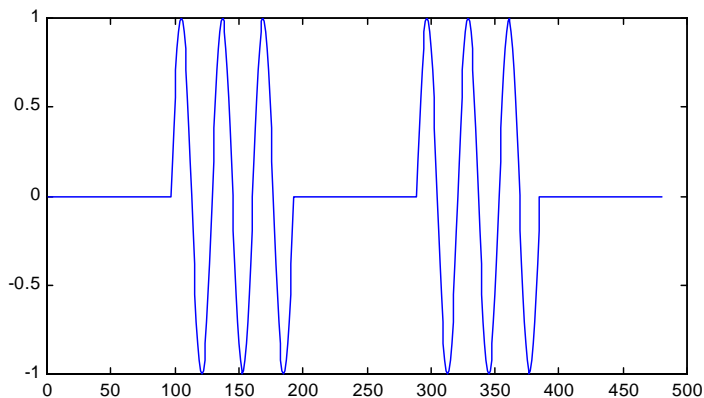
3. 数字调制

3.1 二进制调制

(1) 二进制振幅键控 (2ASK)

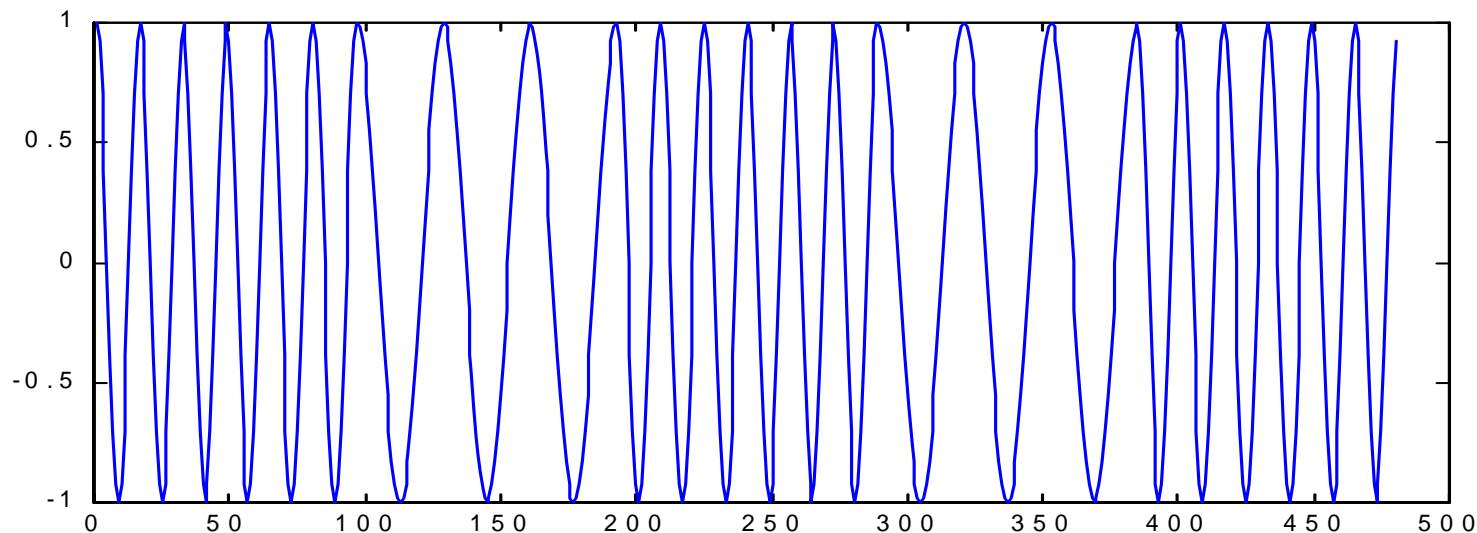
$$s(t) = \sum a_n g(t - nT) \cos(\omega_c t)$$

其中 $g(t)$ 是持续时间为 T 的脉冲信号， a_n 为取值0, 1的二进制序列。



(2) 二进制频移键控 (2FSK)

$$s(t) = \sum a_n g(t - nT) \cos(2\pi f_1 + \theta_1) + \sum \bar{a}_n g(t - nT) \cos(2\pi f_2 + \theta_2)$$



由正交性： $\int_0^T \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_2 t) dt = 0$

得 $(f_2 - f_1) = \frac{n}{2T}, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots$

● 相位不连续的2FSK ($\theta_1 \neq \theta_2$)

$$W_b = |f_1 - f_2| + 2f_d \quad f_d = 1/T \text{ 为码元速率}$$

$$W_b = 2(f_D + f_d) = f_d(D + 2)$$

其中 $f_D = |f_1 - f_2|/2$ 称为频偏

$$D = |f_1 - f_2|/f_d \quad \text{称为频移指数}$$

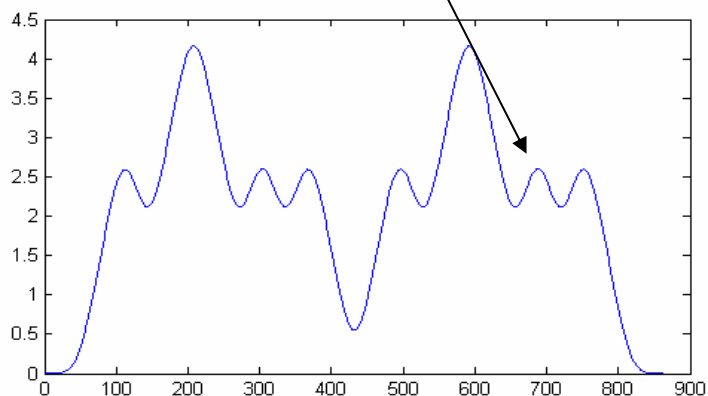
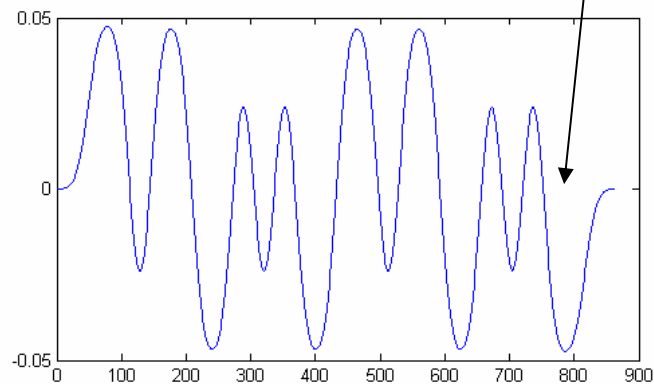
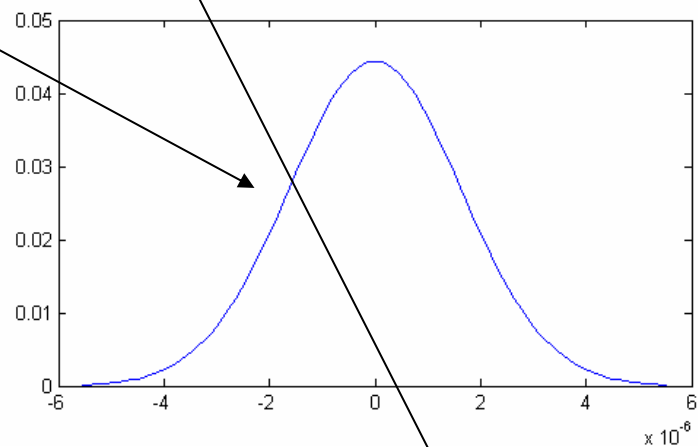
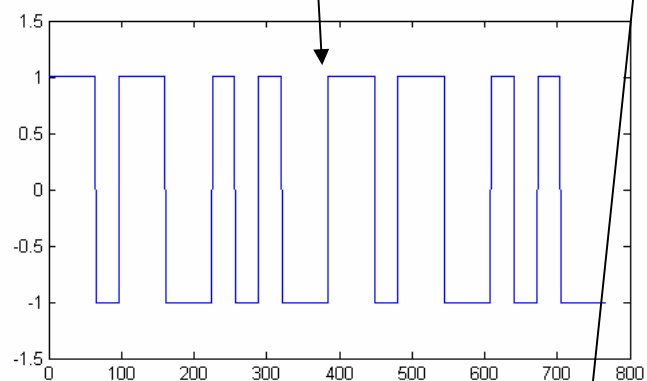
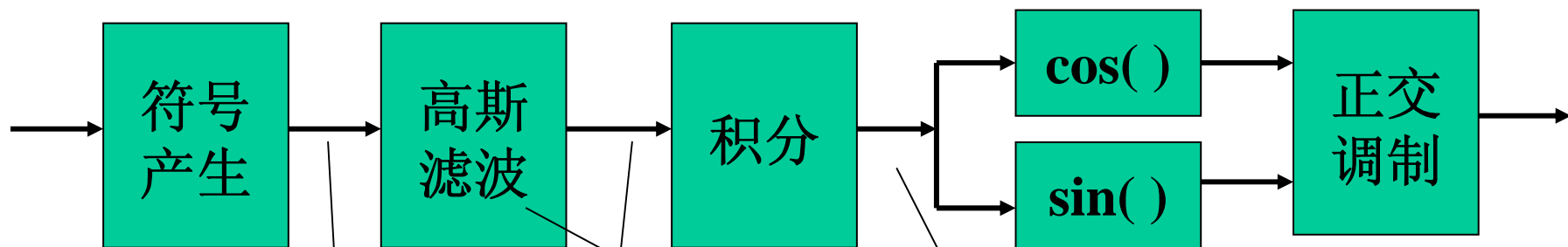
● 相位连续的2FSK

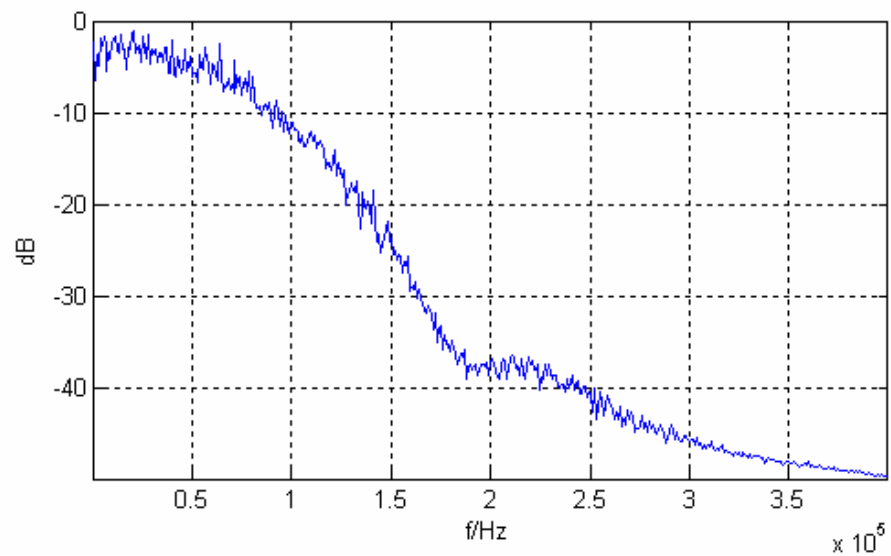
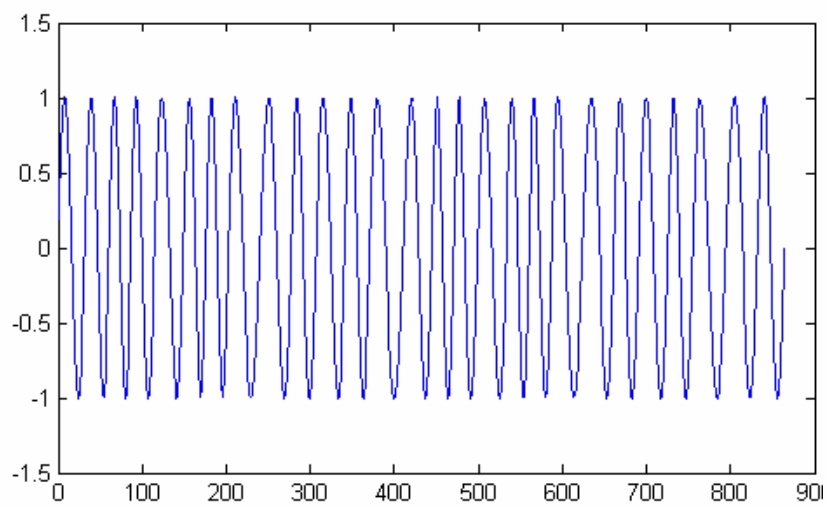
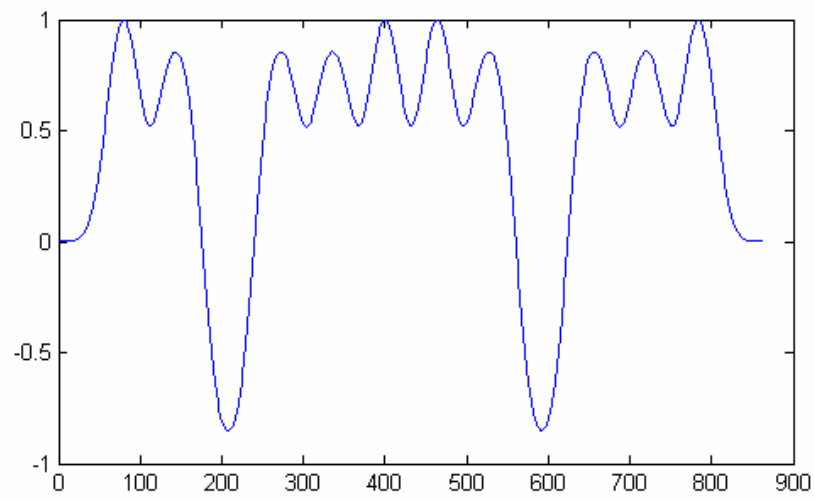
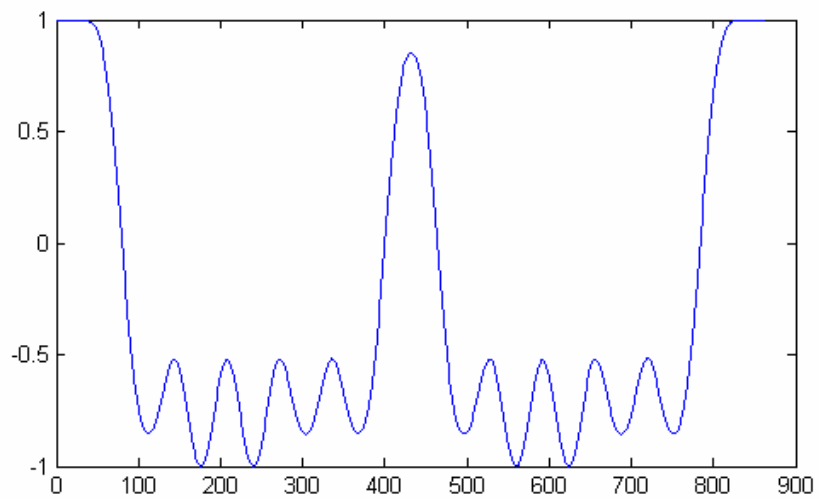
在相同条件下，相位连续2FSK(CPSFSK)的带宽要比相位不连续2FSK小。

D	0.5	0.6~0.7	0.8~1.0	1.5
连续FSK	f_d	$1.5f_d$	$2.5f_d$	$3f_d$
不连续FSK	$2.5f_d$	$2.6\sim 2.7f_d$	$2.8\sim 3.0f_d$	$3.5f_d$

D=0.5时的CPSFSK叫做

MSK (Minimum Shifting Keying)

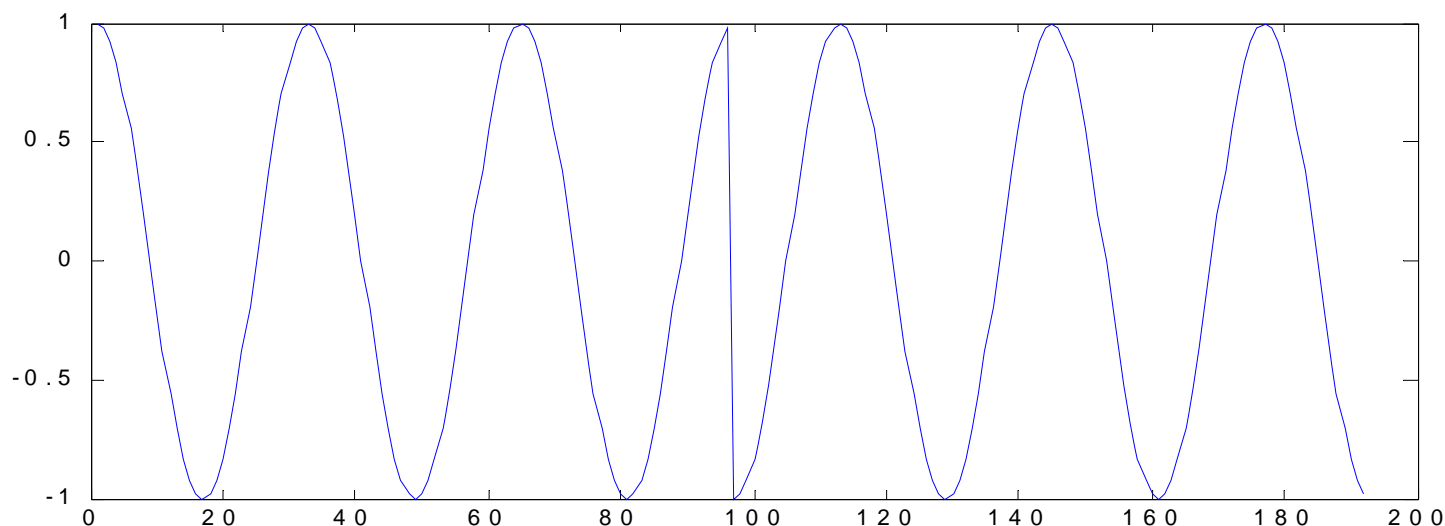




(3) 二进制相移键控(2PSK)

$$s(t) = \sum a_n g(t - nT) \cos(\omega_c t)$$

其中 a_n 取值为+1（二进制0）,或-1（二进制1）。



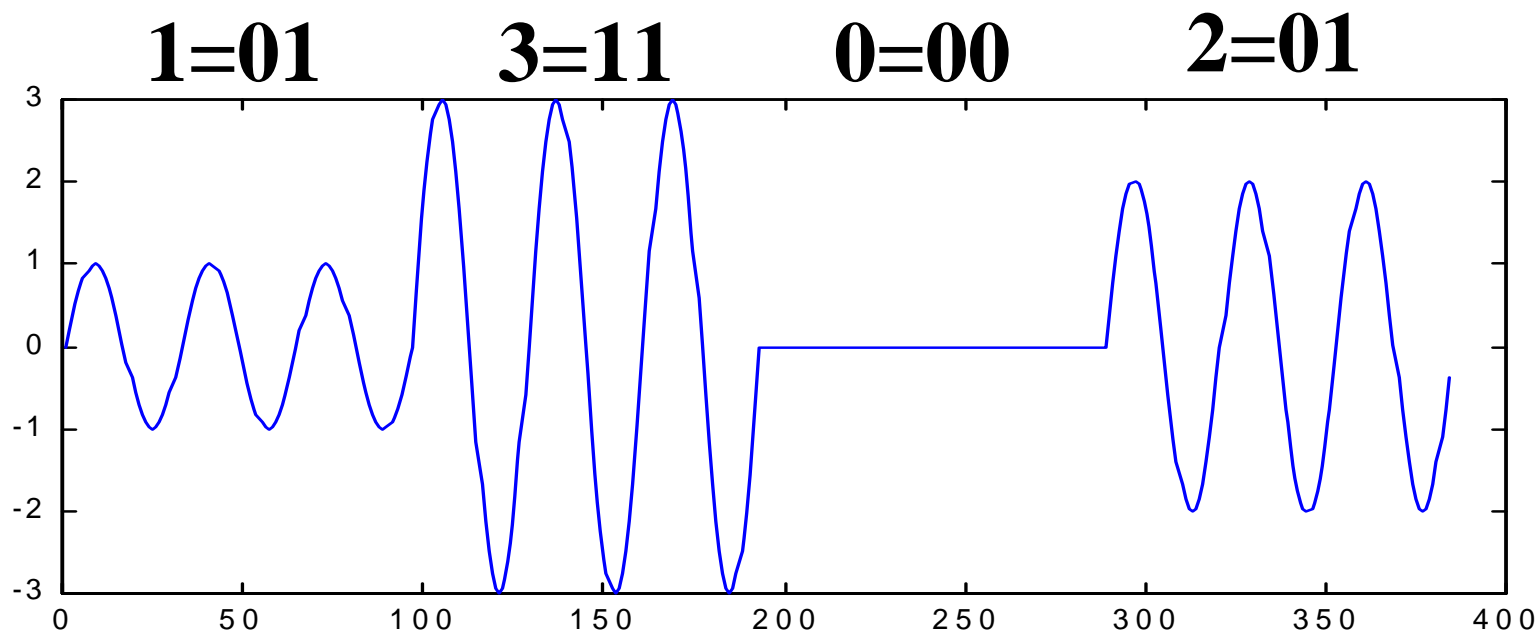
功率谱密度同2ASK, 但当符号0,1随机出现时没有离散载波分量。

3.2 M 进制调制

(1) M 进制幅移键控(MASK)

$$s(t) = \sum a_n g(t - nT) \cos(\omega_c t)$$

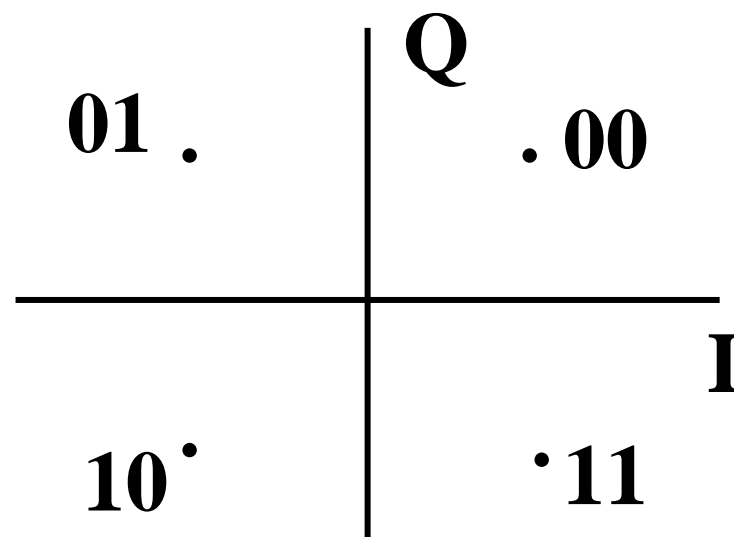
其中 a_n 为 M 进制符号 $0, 1, \dots, M-1$ 。



(3) 四进制相移键控(QPSK)

$$s(t) = \sum g(t - nT) \cos(\omega_c t + \theta_n)$$

$\mathbf{a_1 a_0}$	θ_n
00	$\pi / 4$
01	$3\pi / 4$
10	$5\pi / 4$
11	$7\pi / 4$



为了减小误码率，一般采用格雷编码。

$s(t)$ 也可以表示为:

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum g(t - nT) \cos \theta_n \cos(\omega_c t) \\ &\quad - \sum g(t - nT) \sin \theta_n \sin(\omega_c t) \\ &= \sum I_n g(t - nT) \cos(\omega_c t) - \sum Q_n g(t - nT) \sin(\omega_c t) \end{aligned}$$

其中

$$I_n = \cos \theta_n = \begin{cases} \sqrt{2}/2 & \theta_n = \pi/4, 7\pi/4 \\ -\sqrt{2}/2 & \theta_n = 3\pi/4, 5\pi/4 \end{cases}$$

$$Q_n = \sin \theta_n = \begin{cases} \sqrt{2}/2 & \theta_n = \pi/4, 3\pi/4 \\ -\sqrt{2}/2 & \theta_n = 5\pi/4, 7\pi/4 \end{cases}$$

(4) 正交幅度调制(QAM)

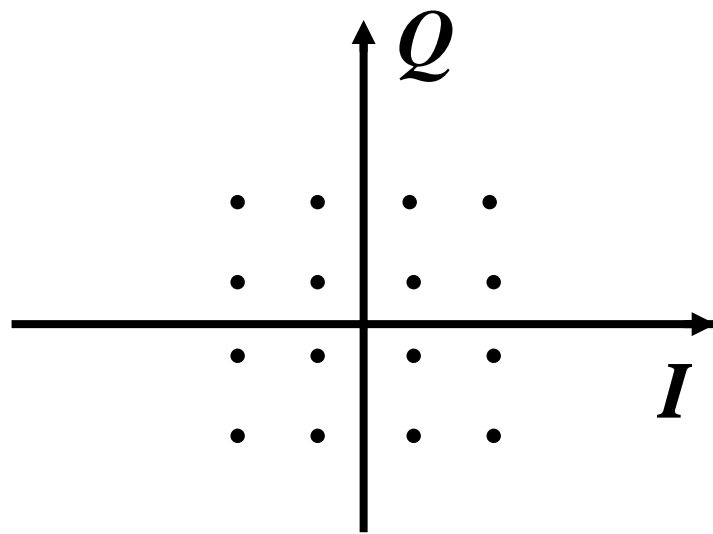
$$s(t) = \sum I_n g(t - nT) \cos \omega_c t - \sum Q_n g(t - nT) \sin(\omega_c t)$$

对于MQAM, I_n/Q_n 为 m 进制符号($2^m=M$)。

4QAM: I_n/Q_n 取值(-1, +1), 等价于QPSK。

16QAM:

I_n/Q_n 取值(-3, -1, +1, +3)。



3.3 差分相移键控 (DPSK)


以相邻前一码元的已调载波相位作为基准的数字调相，是利用载波相位的相对变化来传递数字信息。

$$s(t) = \sum g(t - nT) \cos(\omega_c t + \theta_n)$$


$$\theta_n = \theta_{n-1} + \Delta\theta_n$$

$\pi/4$ -DQPSK

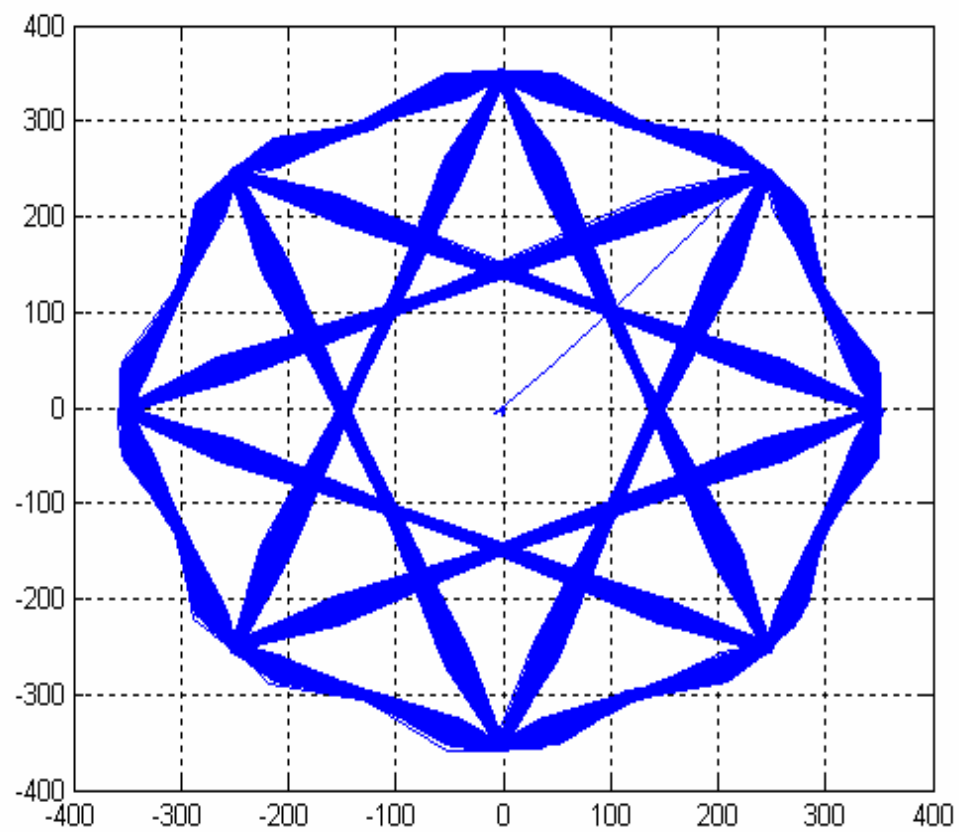
$0, \pi$ -DBPSK



a_n	$\Delta\theta_n$
0	π
1	0



$a_n b_n$	$\Delta\theta_n$
00	$-3\pi/4$
01	$+3\pi/4$
10	$-\pi/4$
11	$+\pi/4$



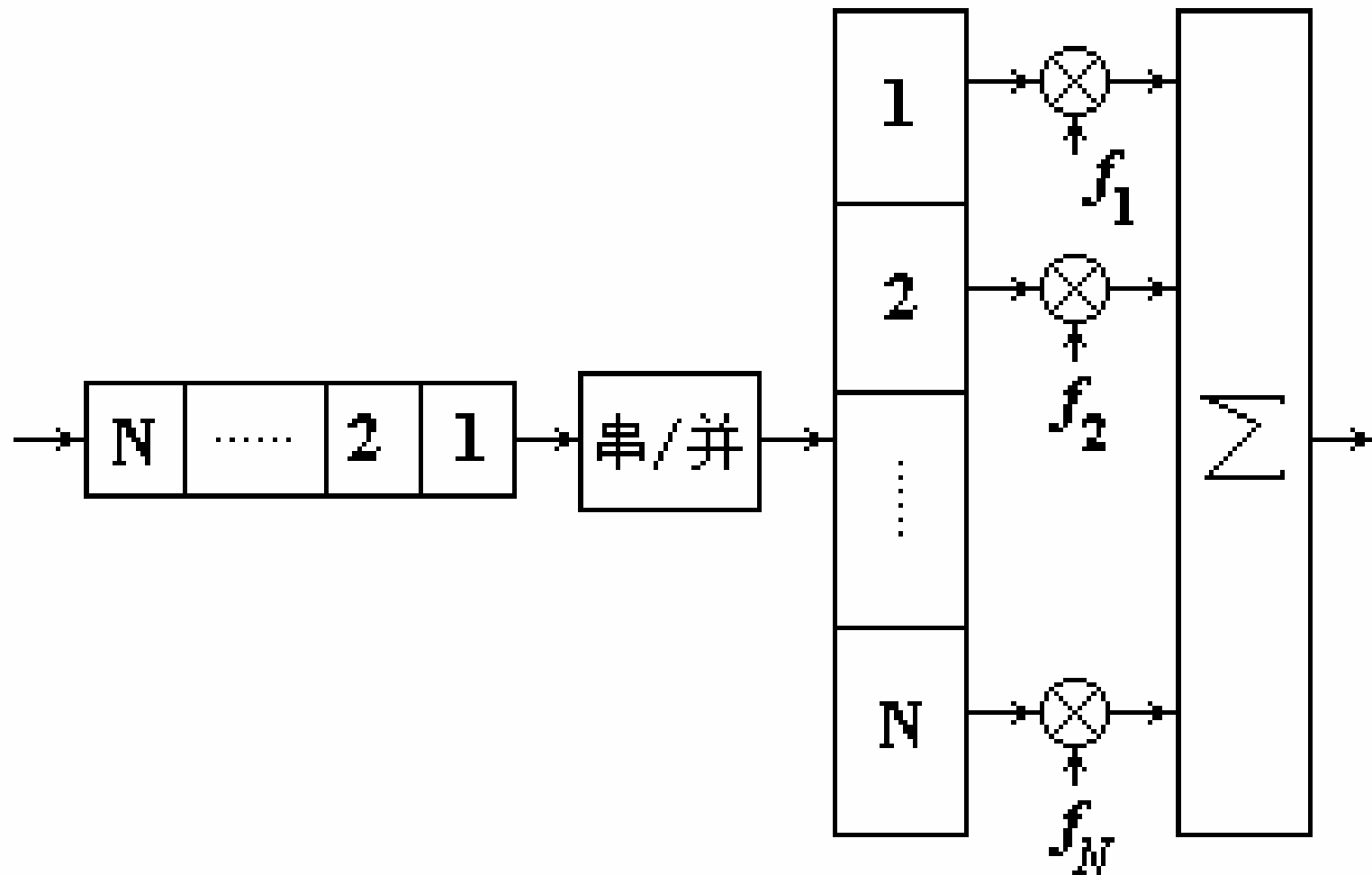
3.4 正交频分复用 (OFDM)

3.4.1 基本原理

高速数据流经串/并变换，分割为若干路低速数据流，然后每路低速数据各采用一个独立的载波调制并将它们迭加在一起构成发送信号。

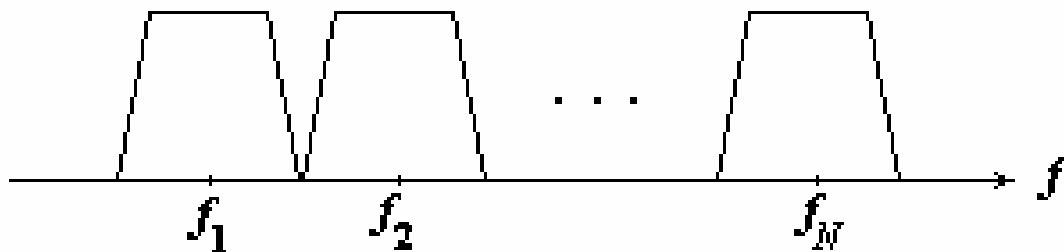
接收端用同样数量的相干载波对接收到的发送信号进行相干解调，获得低速信息数据后，再通过并/串变换重建原来的高速数据流。

FDM原理图



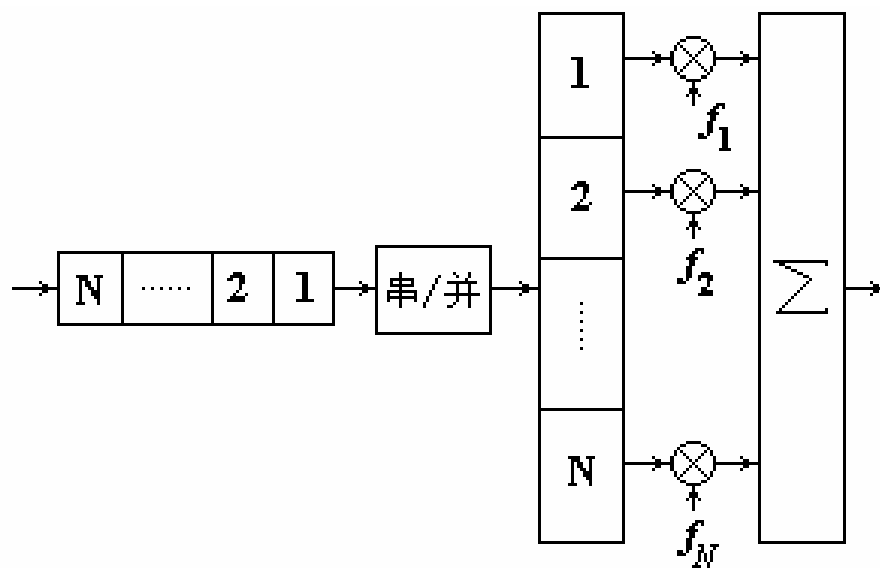
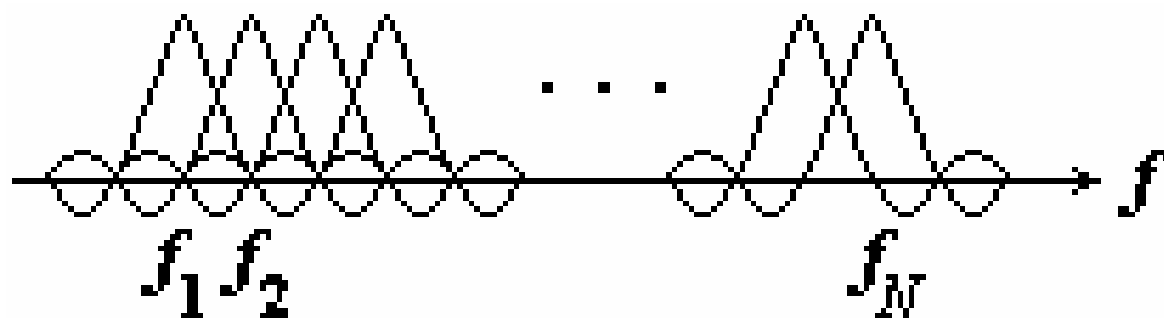
(1) 信号表示

传统的频分复用，将整个频带划分为N个互不重叠的子信道；接收端用滤波器组进行分离。



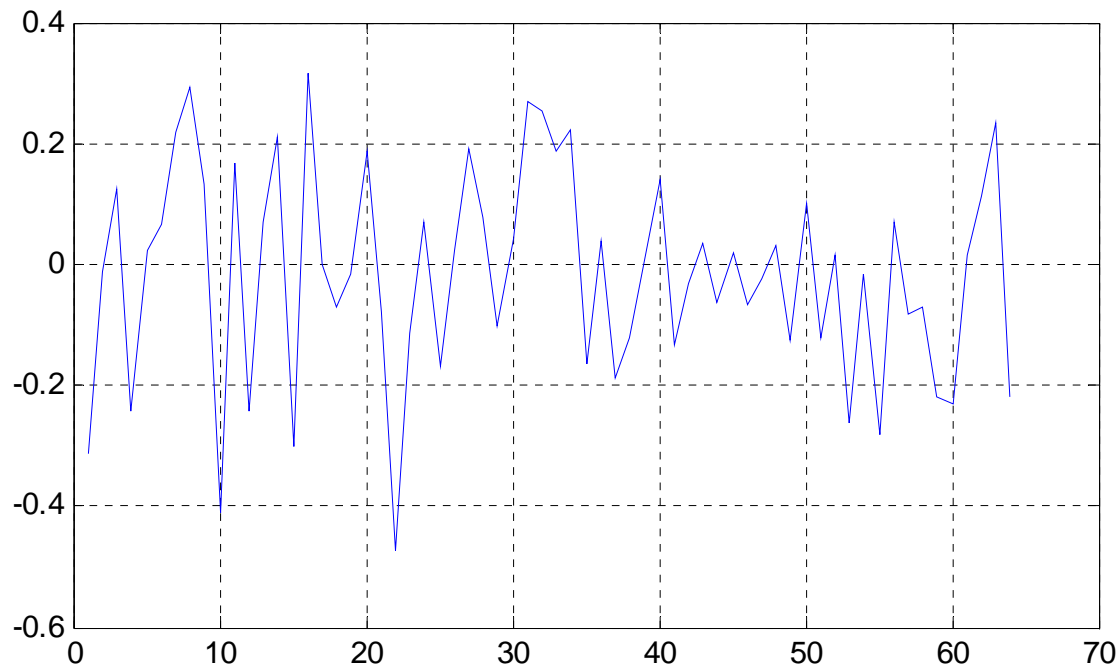
(2) 正交频分复用OFDM

正交频分复用OFDM的各子载波有1/2重叠，但保持相互正交；在接收端通过相关解调技术进行分离，既避免了使用滤波器组，又使频谱利用率提高近一倍。



$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \left(x_I(k) \cos(2\pi f_k t) - x_Q(k) \sin(2\pi f_k t) \right)$$

其中 $f_k = k\Delta f, \Delta f = 1/T$, T 为码元宽度



一个**OFDM**符号波形（**64个QPSK**符号）

上述调制改由数字实现，采样频率 $f_s = N/T$, 则

$$s(n) = \sum_{k=0}^{N/2-1} \left(x_I(k) \cos(2\pi k / N) - x_Q(k) \sin(2\pi k / N) \right)$$

设 $x(k) = x_I(k) + jx_Q(k)$ 满足

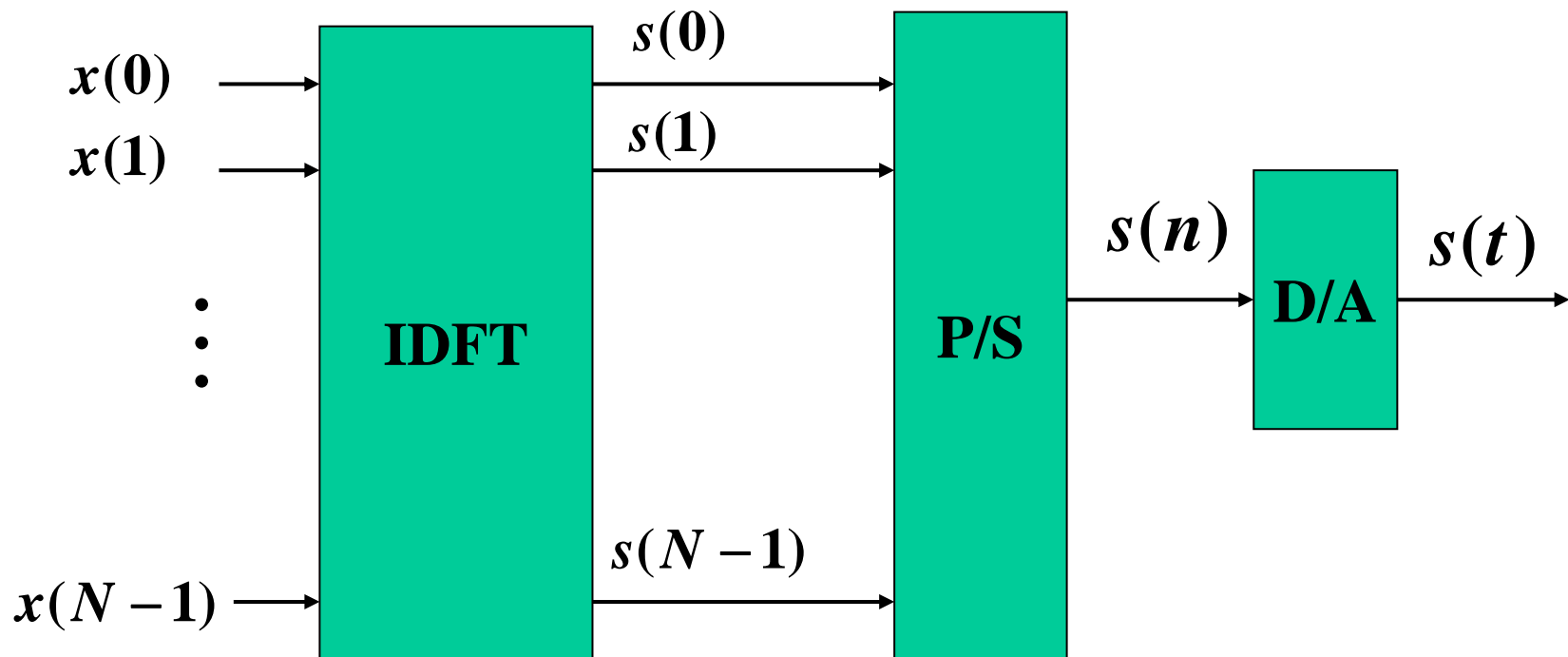
$$x(k) = x^*(N - k), \quad k = N/2, \dots, N-1$$

$$x(0) = 0$$

$$x(N/2) = 0$$

则

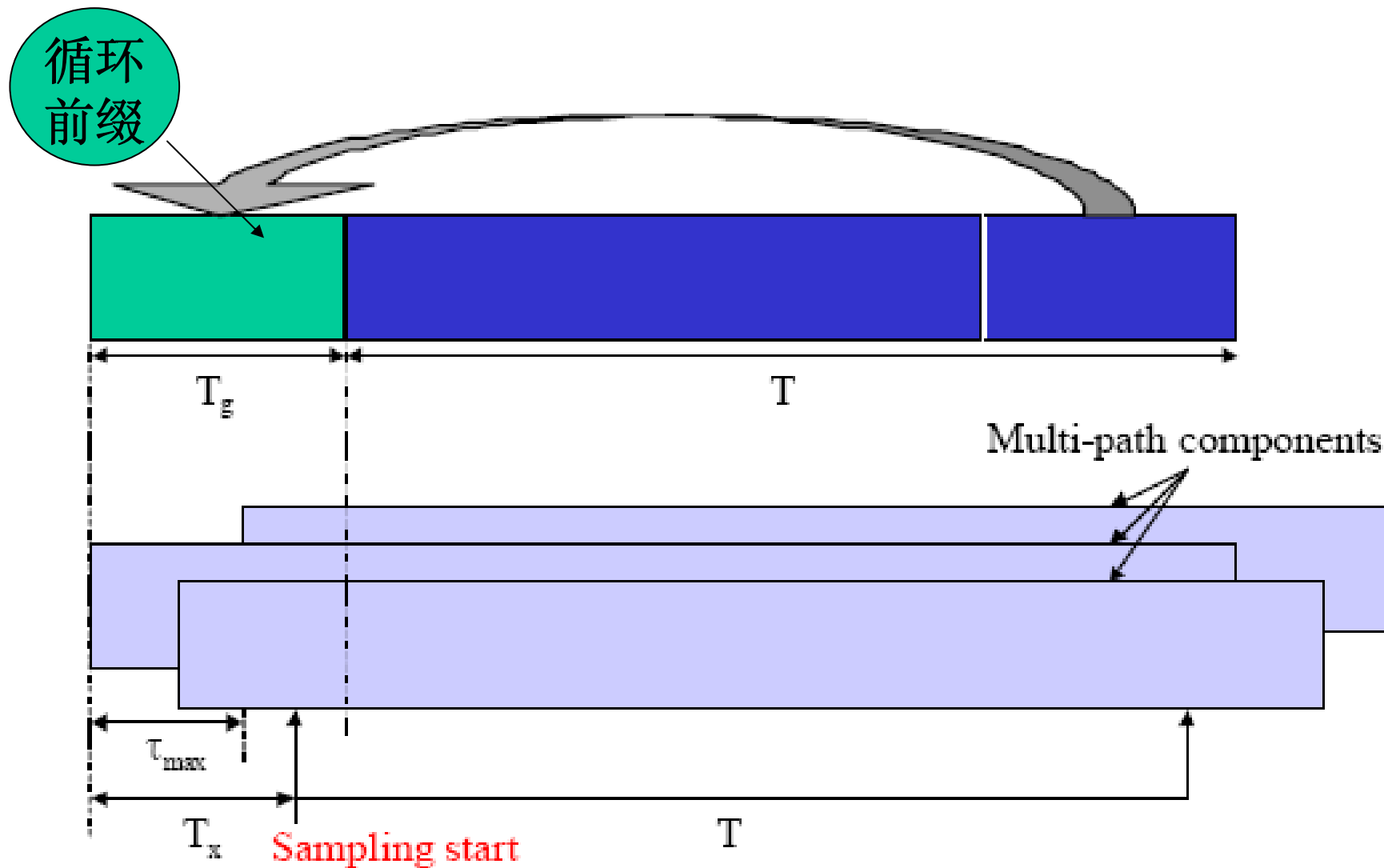
$$s(n) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{j2\pi kn / N}$$



在接收端，对 $s(t)$ 以 f_s 采样后再作 **DFT** 可以实现解调

(3) 循环前缀(Cyclic Prefix)

$$\tau_{\max} < T_x < T_g$$



(1) 设 τ_{\max} 为最大多径扩展，当 $\tau_{\max} < T_g$ 时，相邻OFDM符号没有重叠，从而消除了ISI。循环前缀起到保护间隔的作用。

(2) 接收信号可以表示为： $r_1(n) = s_1(n) * h(n)$

其中 $h(n)$ 为信道冲击响应， $s_1(n) = CP \cup s(n)$

则当 $\tau_{\max} < T_g$ 时，

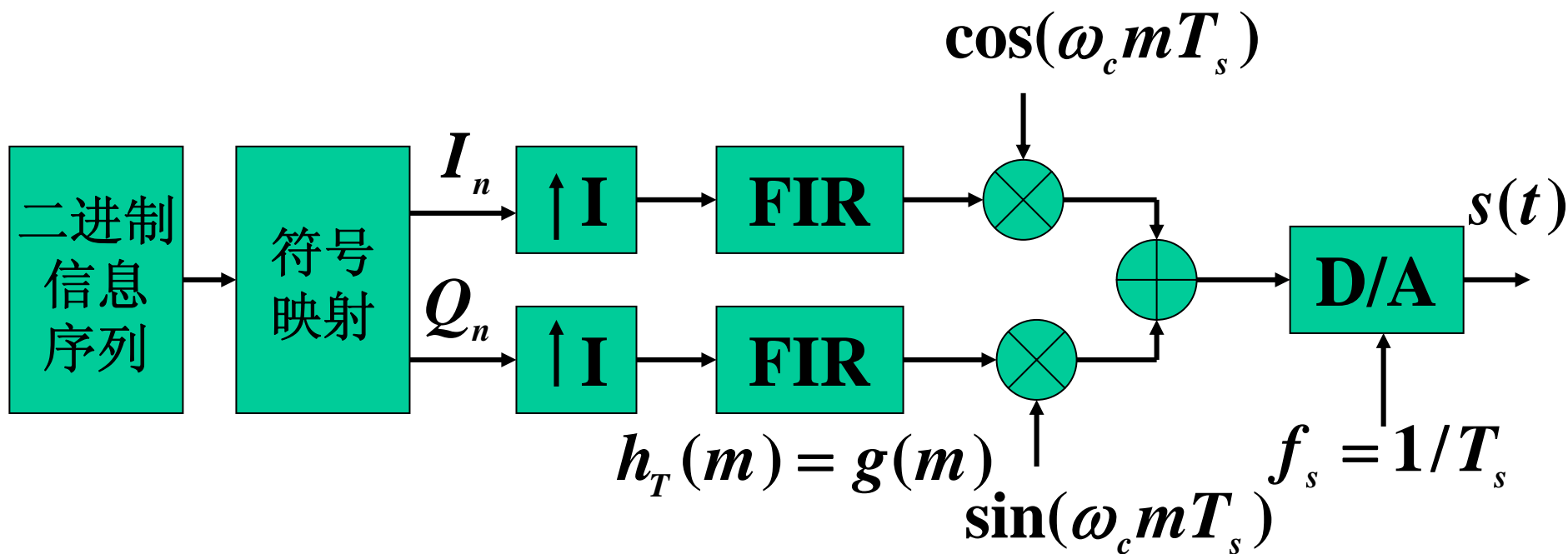
$$r(n) = s(n) \otimes h(n) \longleftrightarrow y(k) = x(k)H(k)$$

其中 $r(n)$ 为去掉CP以后的接收信号。

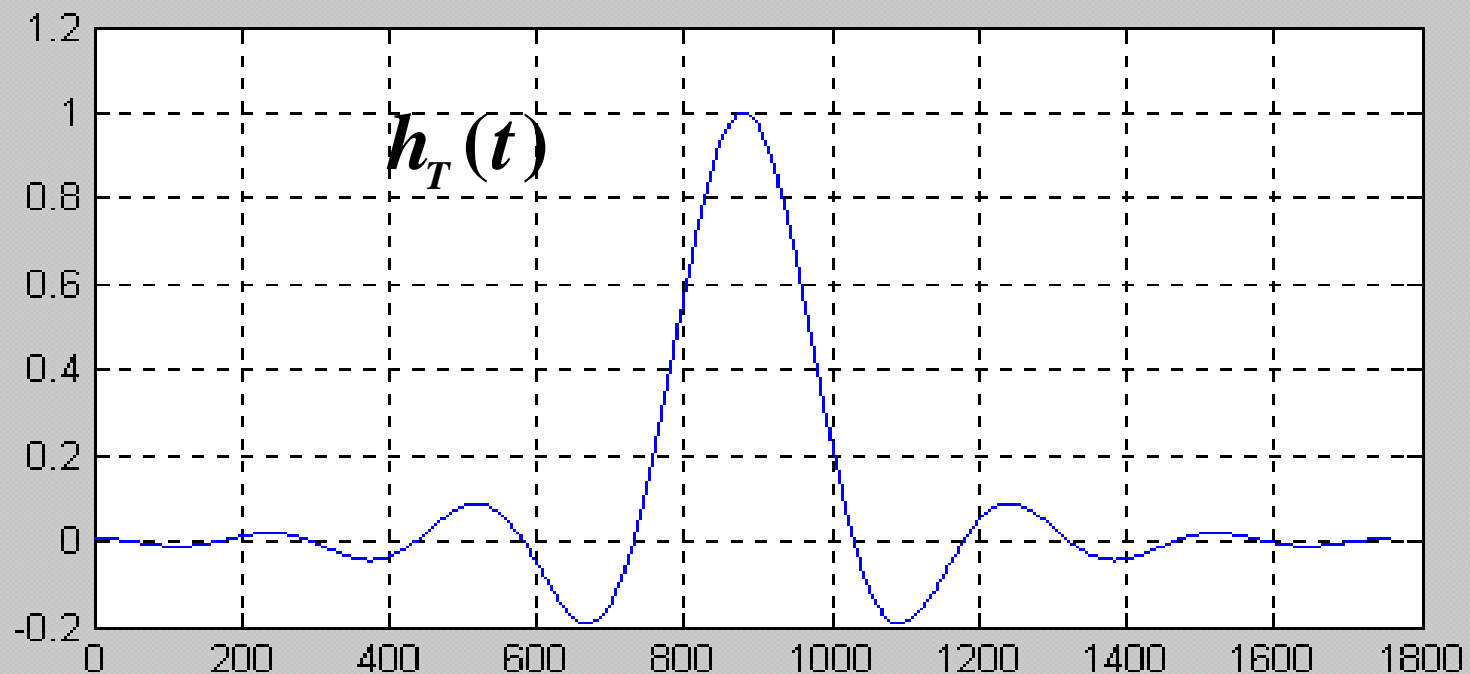
所以每个子信道只收到固定衰减，不存在ICI。这是循环前缀的好处。

(3) 信道估计： $H(k) = y(k) / x(k)$

3.5 数字调制通用模型



3.6 数字基带成形



基带信号可表示为：
$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n \delta(t - nT)$$

其中 x_n 为符号序列， T 为符号周期。

成形滤波器输出为：

$$\begin{aligned}y_o(t) &= x(t) \otimes h_T(t) \\&= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n \delta(t - nT) \otimes h_T(t) \\&= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n h_T(t - nT)\end{aligned}$$

以 $t = mT_s$ 离散化得

$$y_o(mT_s) \equiv y(m) = \sum_n x_n h_T(mT_s - nT)$$

设每个符号有 M 个样点，即 $T = MT_s$ ，则

$$y(m) = \sum_n x_n h_T(mT_s - nMT_s)$$

上式可写为：
$$y(m) = \sum_n x_n h(m - nM)$$

在 x_n 的两个连续样点之间插入 $(M-1)$ 个零，插值后的序列 x'_n 为：

$$x_n, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{M-1}, x_{n+1}, 0, 0, \dots$$

即
$$x_n = x'_{nM}$$

上式改写
为：

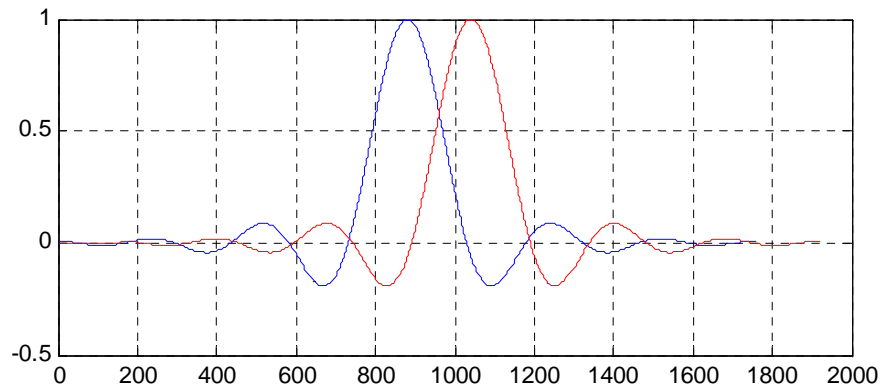
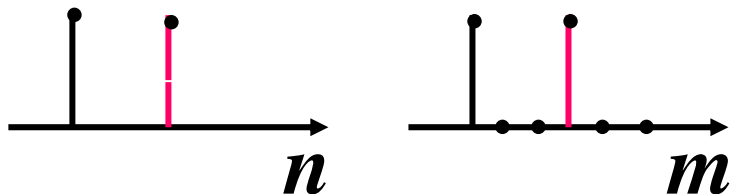
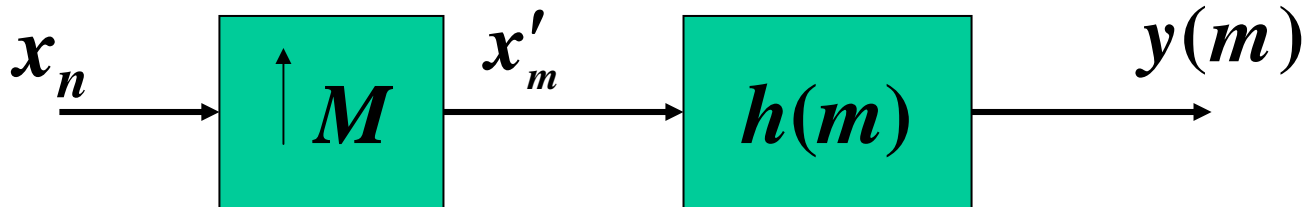
$$\begin{aligned} y(m) &= \sum_n x'_{nM} h(m - nM) \\ &= \sum_n x'_n h(m - n) \end{aligned}$$

通常 $h(m)$ 是截短的，设取 L 个码元周期，即

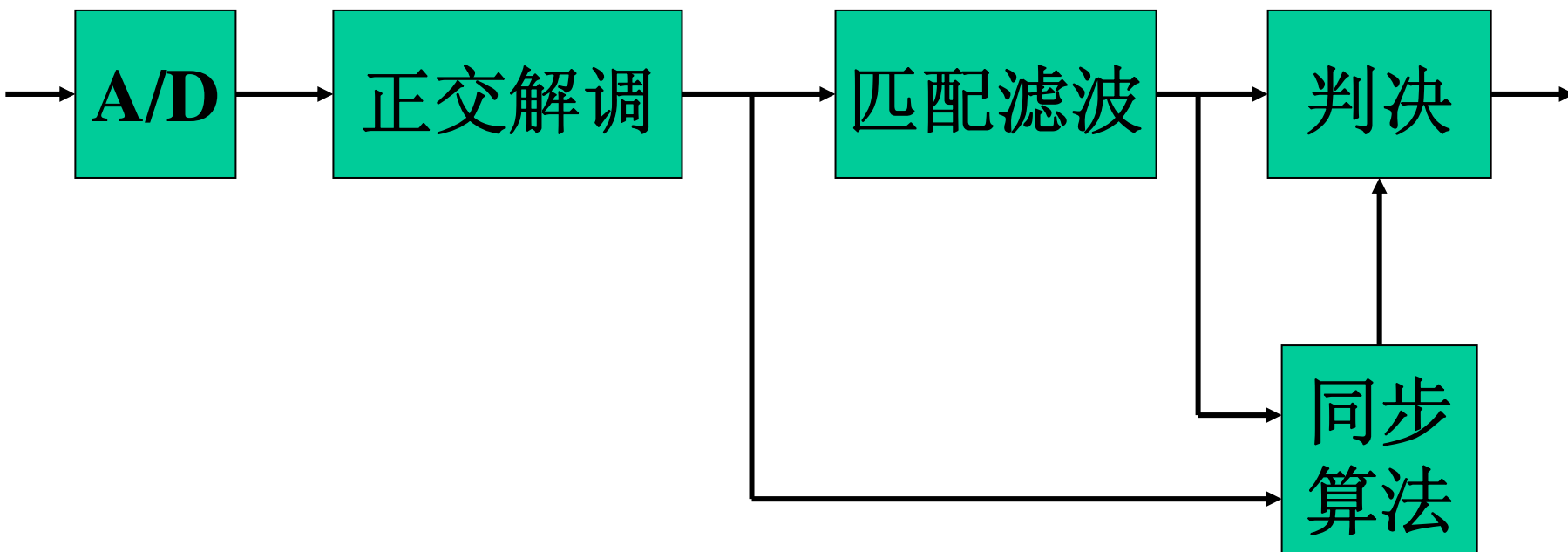
$$h(m) = h_T(t) \Big|_{t=m\frac{T}{M} - \frac{LT}{2}}, \quad 0 \leq m \leq ML-1$$

$$t = -\frac{LT}{2} \sim \frac{LT}{2} - \frac{T}{M}$$

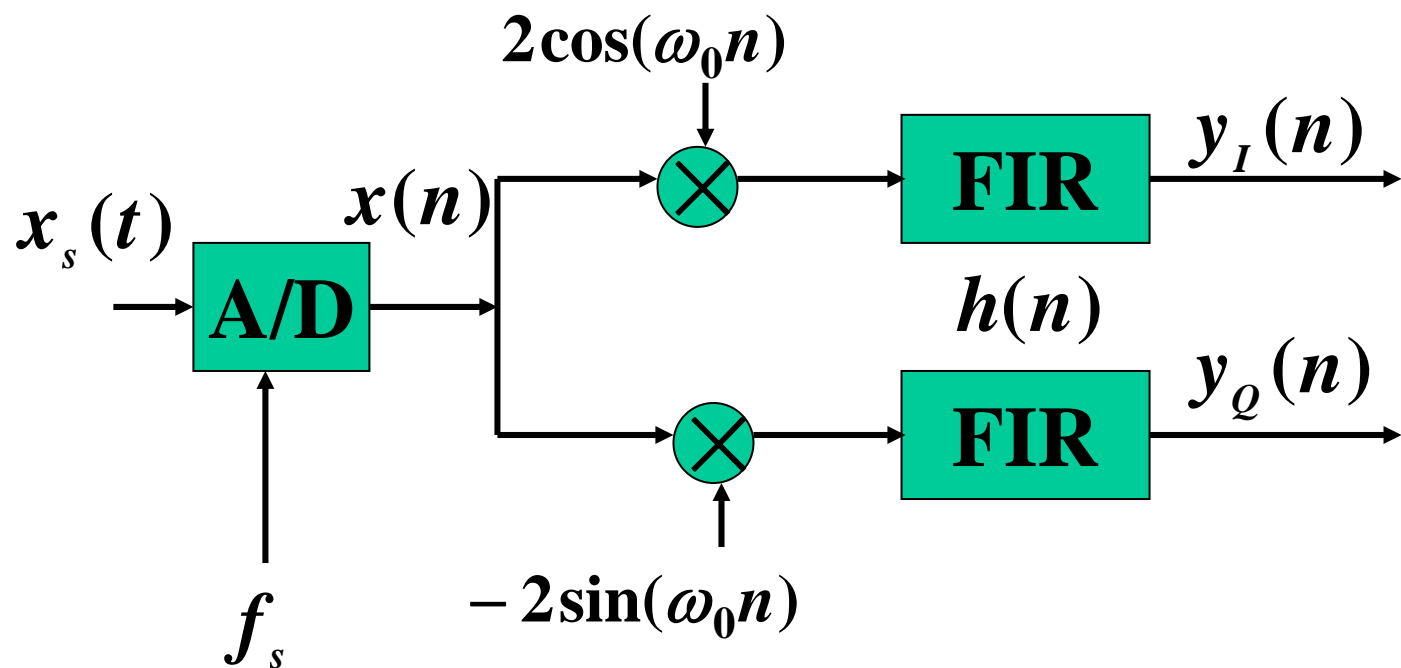
$$y(m) = \sum_{n=0}^{ML-1} x'_{m-n} h(n)$$



4. 数字解调与同步



4.1 数字正交解调



$$\omega_0 = 2\pi f_0 / f_s$$

设

$$x(n) = \sum_l \{I_l g_T(n - lM) \cos(\omega_0 n) - Q_l g_T(n - lM) \sin(\omega_0 n)\}$$

其中 $M = T / T_s$ 为一个符号周期内采样点数。

则

$$\begin{aligned} y_I(n) &= (x(n) * \cos(\omega_0 n)) \otimes h(n) \\ &= \sum_l I_l g(n - lM) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_Q(n) &= -(x(n) * \sin(\omega_0 n)) \otimes h(n) \\ &= \sum_l Q_l g(n - lM) \end{aligned}$$

如果**载波频率**和**载波相位**不同步，例如

$$x(n) = \sum_l I_l g_T(n - lM) \cos((\omega_0 + \Delta\omega)n + \theta_0) \\ - \sum_l Q_l g_T(n - lM) \sin((\omega_0 + \Delta\omega)n + \theta_0)$$

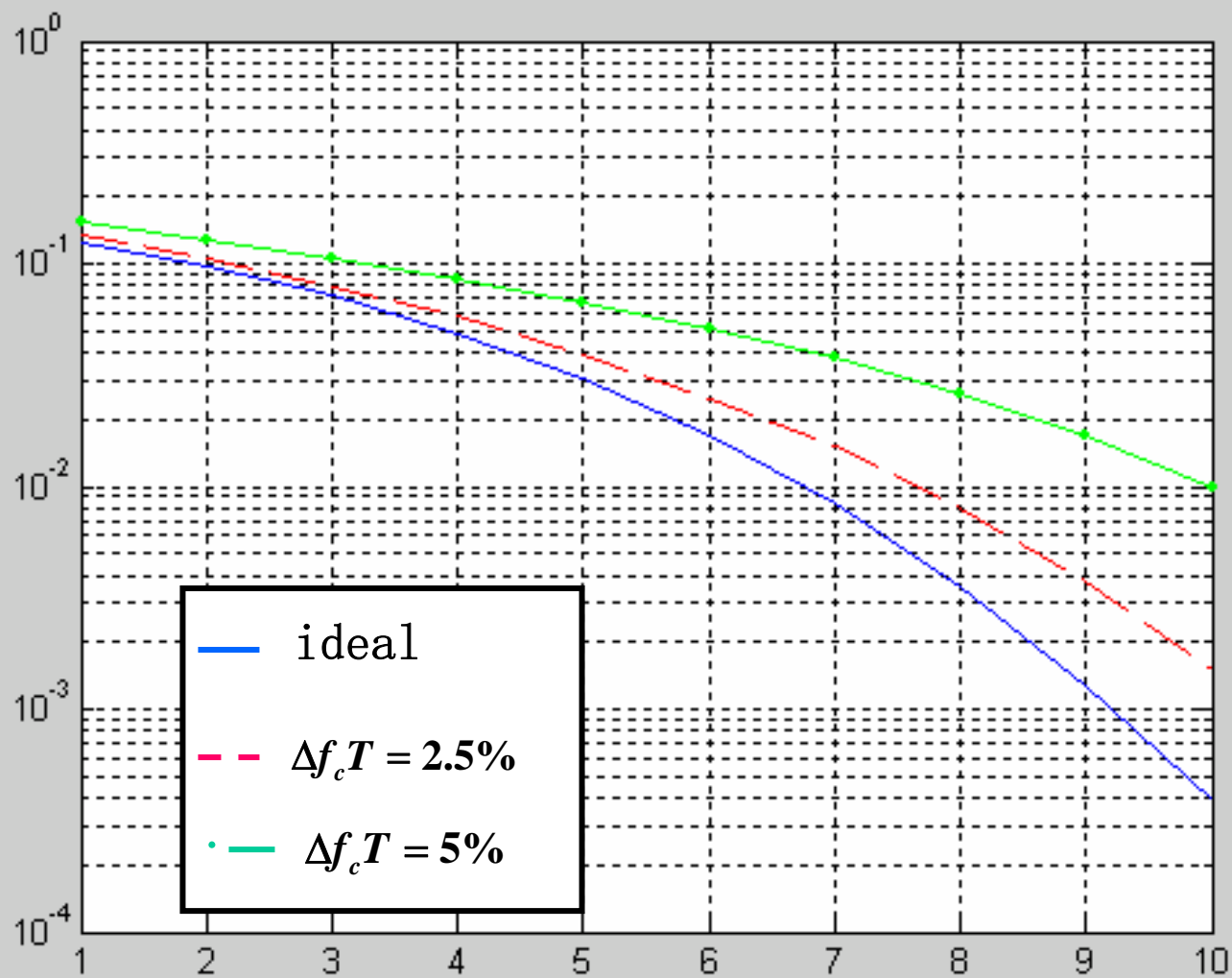
则正交数字解调输出为：

$$y_I(n) = \sum_l \{I_l g_T(n - lM) \cos(\Delta\omega \cdot n + \theta_0) - Q_l g_T(n - lM) \sin(\Delta\omega \cdot n + \theta_0)\}$$

$$y_Q(n) = \sum_l \{Q_l g_T(n - lM) \cos(\Delta\omega + \theta_0) - I_l g_T(n - lM) \sin(\Delta\omega + \theta_0)\}$$

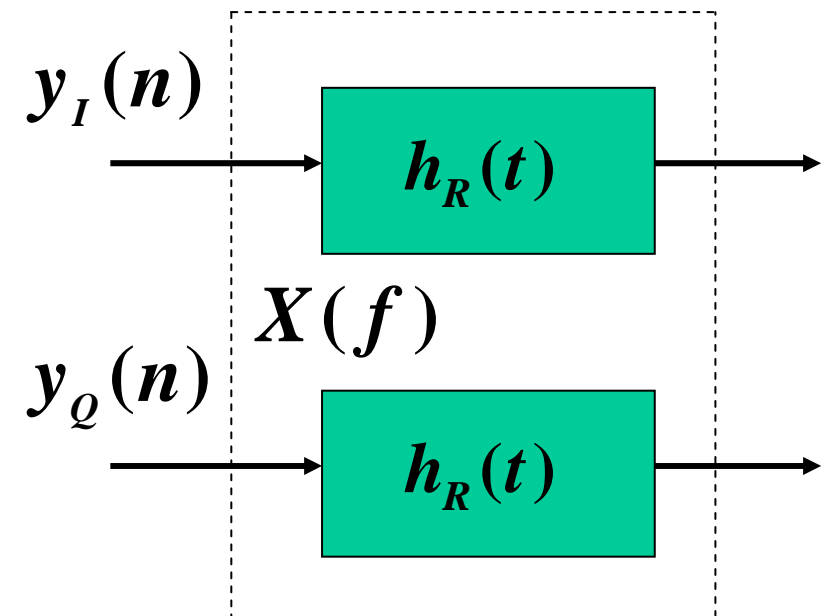
或
$$y(n) = \sum_l x_l g_T(t - lM) e^{j(\Delta\omega \cdot n + \theta_0)} + n(n)$$

其中 $x_l = I_l + jQ_l$ $n(n)$ 为高斯白噪声, $N(0, \sigma^2)$

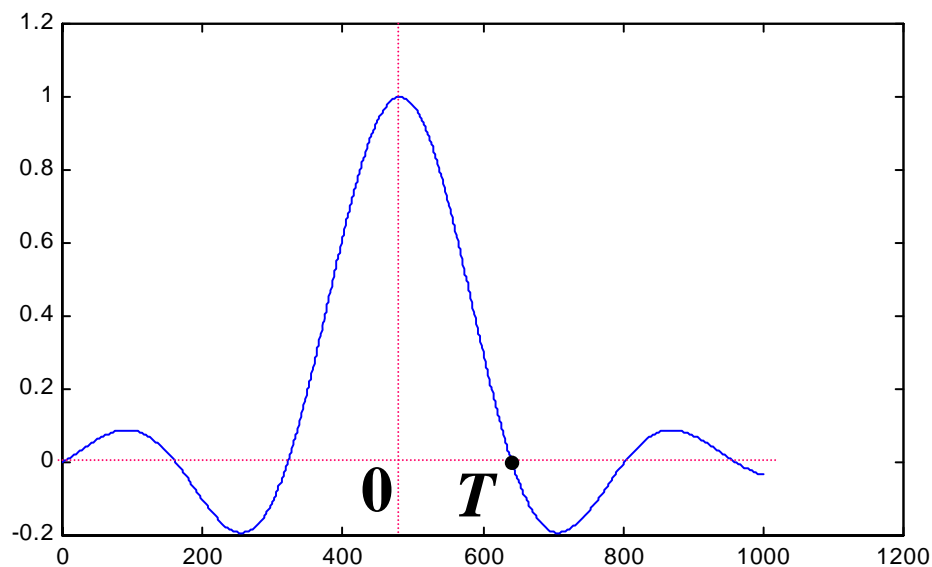
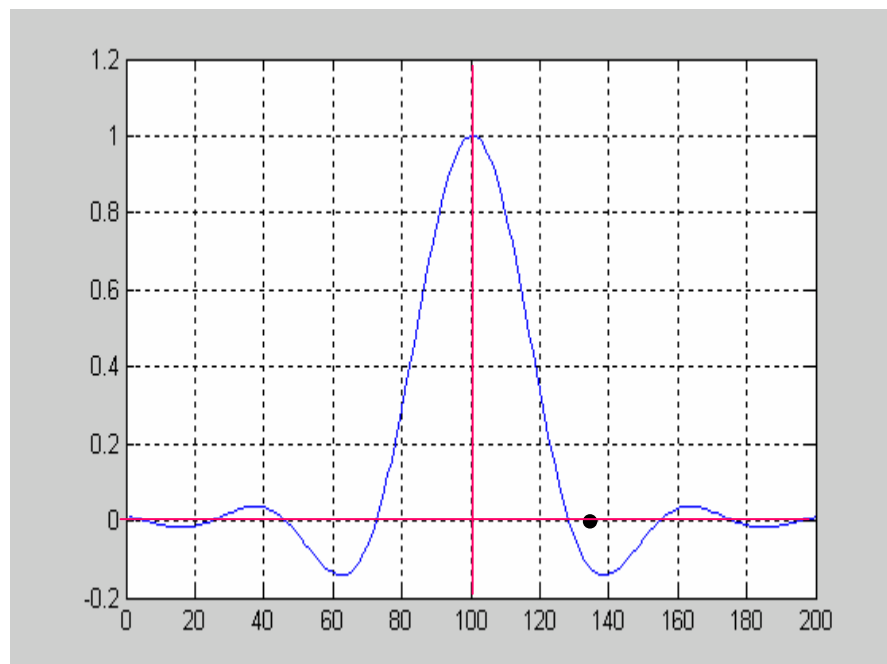


DQPSK

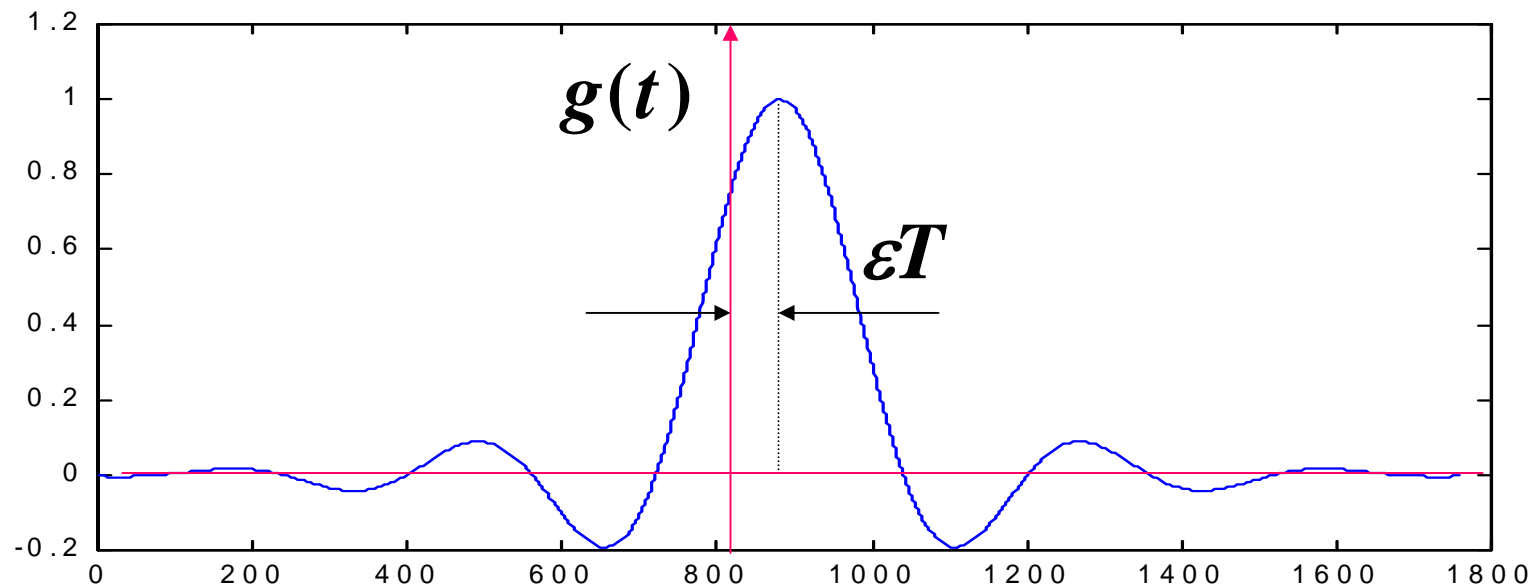
4.2 匹配滤波

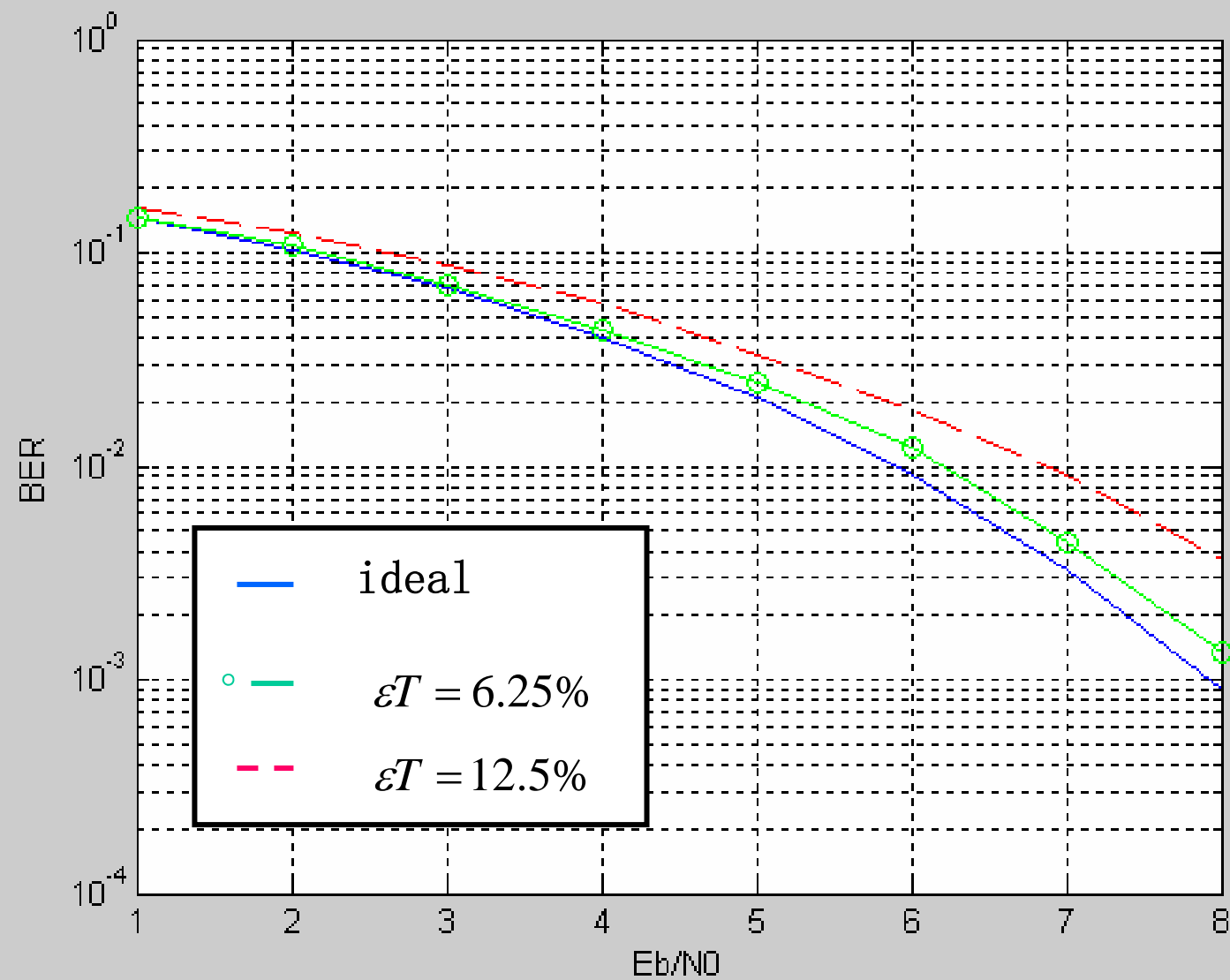


$$h_R(t) = h_T(t)$$



4.3 符号同步（位同步、符号定时）





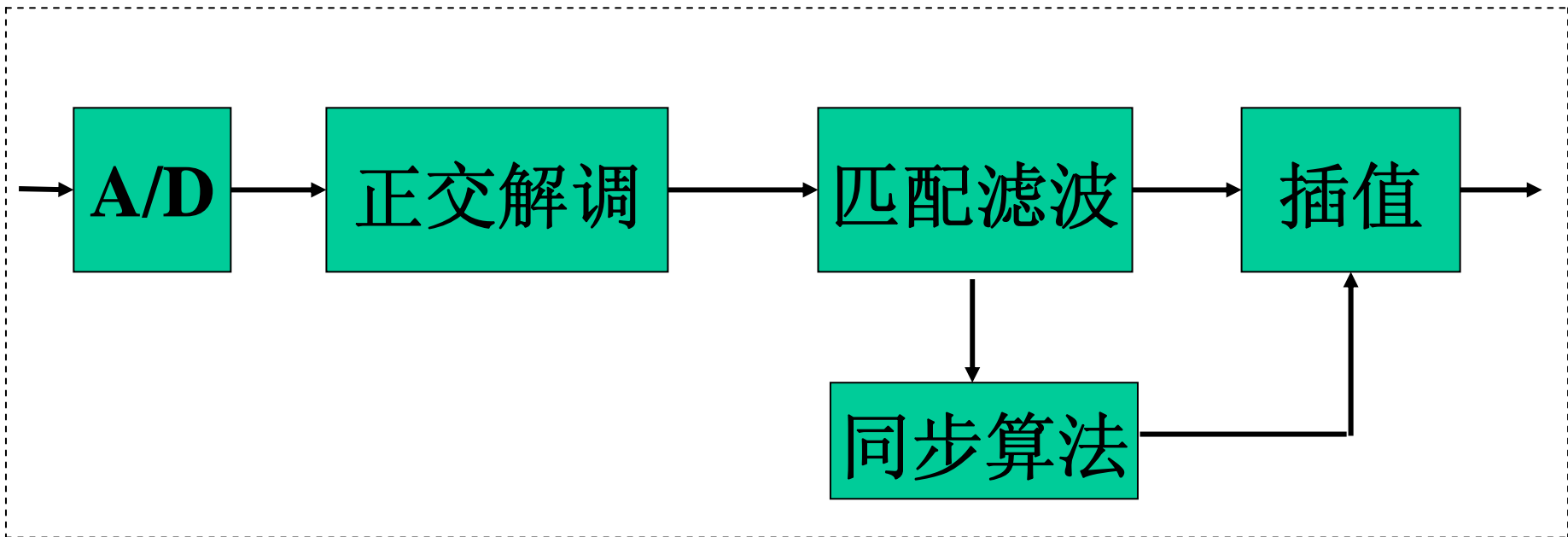
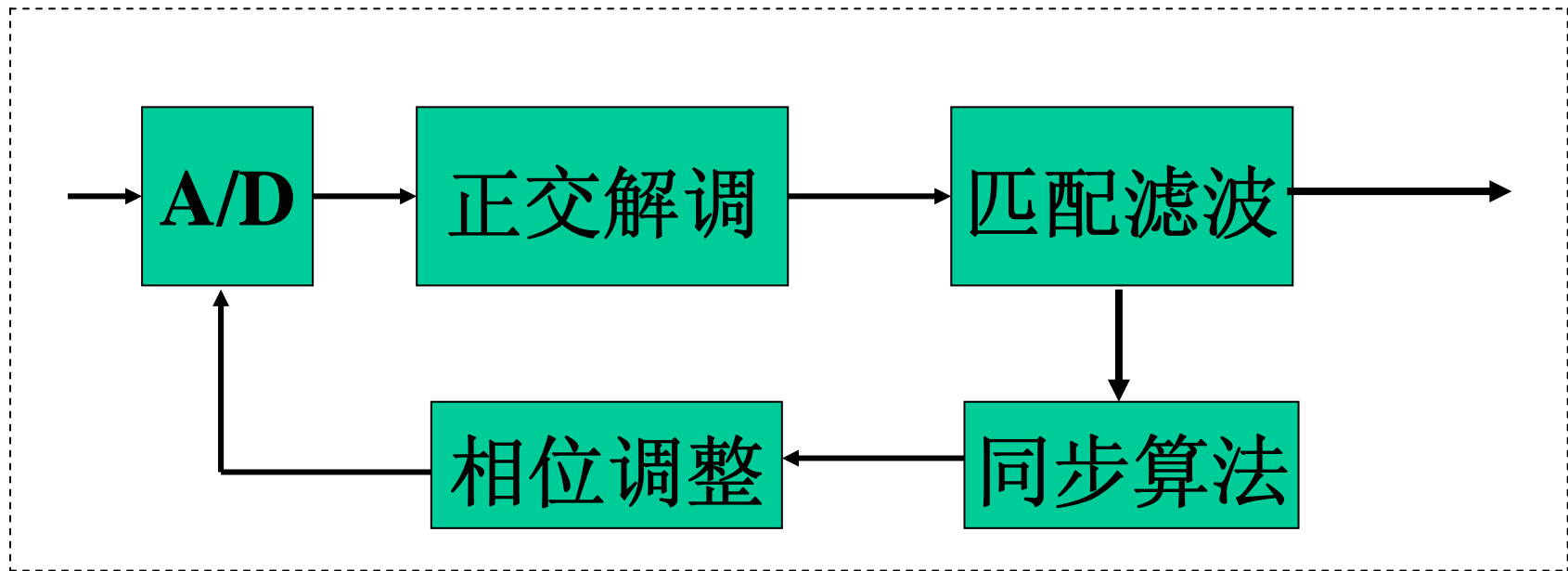
DBPSK

位定时误差的检测:

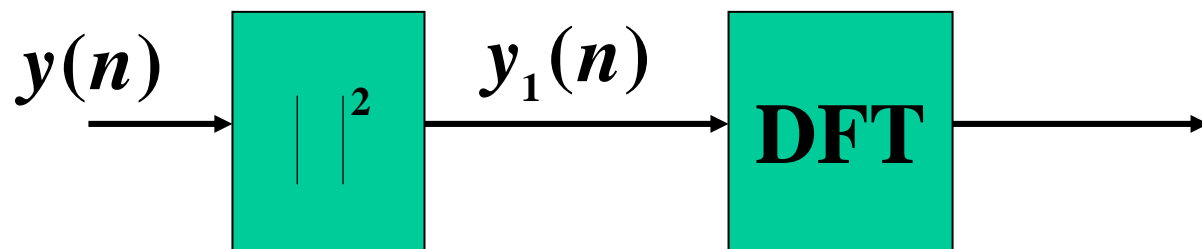
- (1) 定量估计 εT
- (2) 定性估计偏移量

位同步方式:

- (1) 调整A/D转换器的采样时钟: 反馈方式
- (2) 内插: 前馈方式



4.3.1 位定时误差的定量估计



平方DFT法

$$\begin{aligned}
 y(n) &= y_I(n) + jy_Q(n) \\
 &= \sum_l a_l g(n - lM)
 \end{aligned}$$

其中 $a_l = I_l + jQ_l$ 为复序列。

假设 $E[a_l] = 0$, $E[a_l a_k^*] = \sigma_a^2 \delta_{lk}$

$g(n) = g(t - \varepsilon T)|_{t=nT_s}$ $g(t)$ 为升余弦成形函数。

$$\begin{aligned}
 y_1(n) &= |y(n)|^2 = \left| \sum_l a_l g(n - lM) \right|^2 \\
 &= \sum_k \sum_l a_k a_l^* g(n - kM) g(n - lM) \\
 &= v(n) + n_s(n)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} v(n) &= E[y_1(n)] \\ &= \sum_l \sigma_a^2 g^2(n - lM) \quad \text{为均值。} \end{aligned}$$

$n_s(n)$ 为白噪声序列。

利用**Poisson**和公式得

$$v(n) = \frac{\sigma_a^2}{T} \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} H'\left(\frac{m}{T}\right) e^{j2\pi nm/M}$$

其中 $H'(f)$ 是 $g^2(t - \varepsilon T)$ 的傅立叶变换。

$$\therefore H'(f) = G'(f) \otimes G'(f)$$

其中 $G'(f)$ 是 $g(t - \varepsilon T)$ 的傅立叶变换。

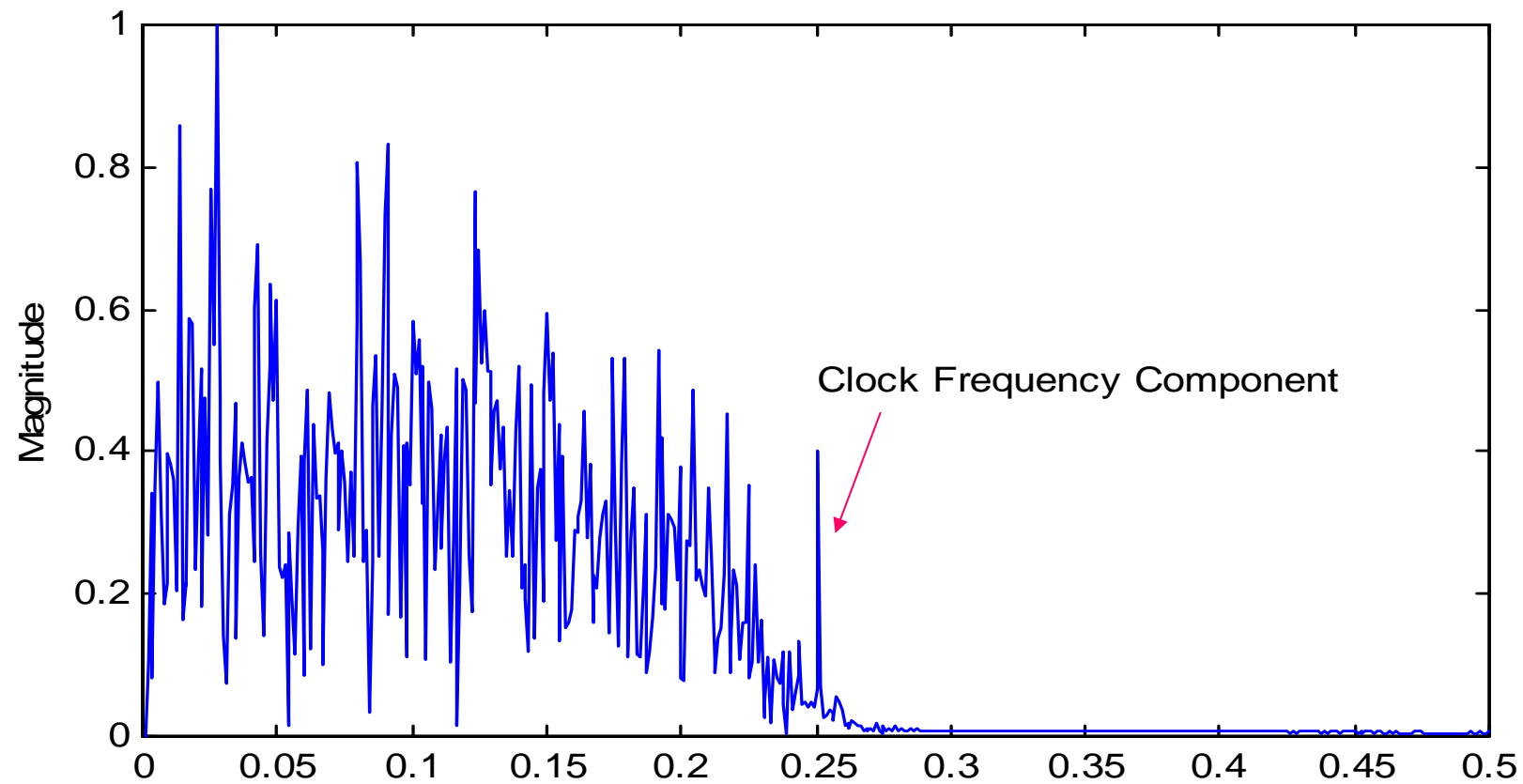
$$G'(f) = G(f)e^{-j2\pi f\epsilon T}$$

其中 $G(f)$ 是 $g(t)$ 的傅立叶变换。

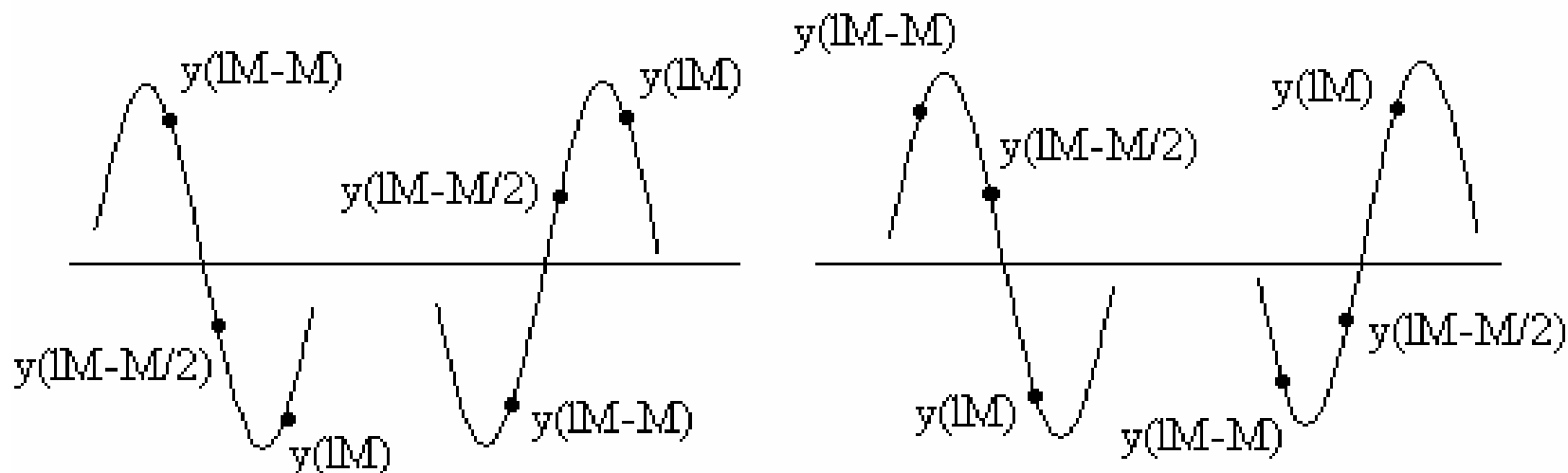
$$v(n) = \frac{3\alpha\sigma_a^2}{8T^2} + \frac{\alpha\sigma_a^2}{4T^2} \cos(2\pi n / M - 2\pi\epsilon)$$

$$y_1(n) \xrightarrow{M*L \text{ 点 DFT}} Y_1(k)$$

$$\hat{\epsilon} = -\frac{1}{2\pi} \arg(Y_1(k)|_{k=L})$$



4.3.2 位定时误差的定性估计



$$u(l) = y_I(lM - M / 2)(y_I(lM - M) - y_I(lM)) \\ + y_Q(lM - M / 2)(y_Q(lM - M) - y_Q(lM))$$

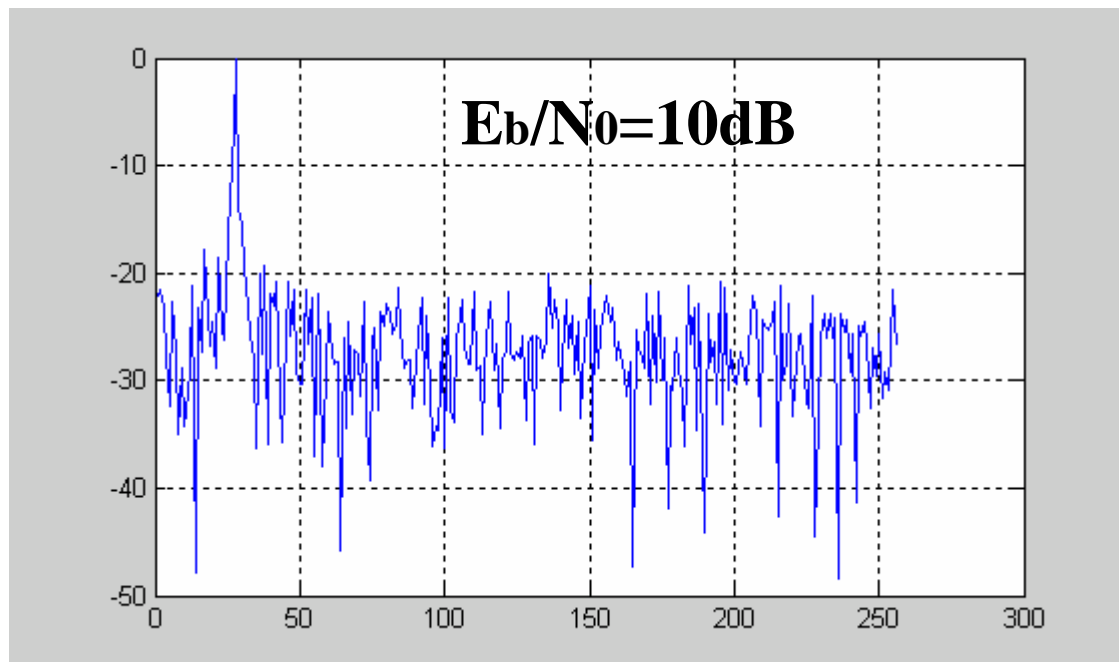
4.4 载波频率同步

$$y(n) = \sum_l x_l g_T(t - lM) e^{j(\Delta\omega \cdot n + \theta_0)} + n(n)$$

1. FFT法

DBPSK

$y^2(n)$ **FFT** \longrightarrow



2. 符号延时共轭相乘法

符号同步后有：

$$y(m) = e^{j(\Delta\omega \cdot m + \theta_0 + \theta(m))}$$

延时共轭相乘：

$$z(m) = y(m) \cdot y^*(m-1) = e^{j(\Delta\omega + \Delta\theta(m))}$$

$$\text{BPSK} \longrightarrow z^2(m) = e^{j(2\Delta\omega + 2\Delta\theta(m))} = e^{j(2\Delta\omega)}$$

$$\Delta\hat{\omega} = \frac{1}{2} \arg[z^2(n)]$$

4.5 载波相位同步

设现有符号观察序列 $\bar{y} = \{y(1), y(2), \dots, y(L)\}$
 $y(l)$ 的条件概率密度为:

$$p(y(l) / \theta_0, x_l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{|x_l - y(l)e^{-j\theta_0}|^2}{2\sigma^2}}$$

观察符号序列 \bar{y} 的条件概率密度为:

$$p(\bar{y} / \theta_0, x_l) = \prod_{l=1}^L \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{|x_l - y(l)e^{-j\theta_0}|^2}{2\sigma^2}}$$

则 θ_0 的最大似然估计为：

$$\hat{\theta} = \arg \left(\sum_{l=1}^L y(l) x_l^* \right)$$

Data-aided

$$\hat{\theta} = \arg \left(\sum_{l=1}^L y(l) \hat{x}_l^* \right)$$

Decision-directed

$$\hat{\theta} = \arg \left(\sum_{l=1}^L y^M(l) \right)$$

Non-data-aided