3 雷达测量精度和分辨力

为研究分析各种复杂信号的性能提供了理论基础，也是优化雷达波形设计的基础。

1、精度：测量目标参数的准确度；

分辨：区分两个或两个以上目标的能力。

（发射波形决定的最大理论精度和固有分辨力）

2、分析的前提：最佳处理系统、窄带信号、点目标

3、目的：波形参量度量精度和分辨力

3.1 “点目标”回波的数学模型

点目标：目标尺寸远小于雷达分辨单元。

分析条件：①传播无衰减；②不考虑天线方向性（回波强度不变）；③径向速度为正。

1、静止点目标

发射信号：

$$s(t) = \mu(t)e^{j2\pi f_0 t}$$

回波信号：

$$s_r(t) = \mu(t-\tau)e^{j2\pi f_0(t-\tau)}$$

$$\tau = \frac{2R_o}{c}$$

2、运动点目标

$$s_r(t) = \mu[t-\tau(t)]e^{j2\pi f_0[t-\tau(t)]} \qquad R(t) = R_0 - vt$$

经过推导有：

$$S_r(t) = \mu[t - \tau + \frac{2vt}{C}]e^{j2\pi f_0[t-\tau+\frac{2vt}{C}]}$$

$$= \mu[\alpha t - \tau]e^{-j2\pi f_0\tau}e^{j2\pi(f_0+f_d)t}$$

$$\alpha = 1 + \frac{2v}{C}, f_d = \frac{2v}{C} f_0 = \frac{2v}{\lambda}$$

运动目标的影响：① 压缩/展宽；②多普勒偏差。

考虑到 $\alpha \approx 1, f_0 >> f_d$ 有：

$$S_r(t) = \mu[t - \tau]e^{j2\pi(f_0+f_d)(t-\tau)}$$

说明： $\alpha \approx 1, f_d << f_o, v << c, BT << \frac{c}{2v}$ (声纳等除外)

3.2 雷达测距精度

一、概念：延迟时间测量准确度。

二、分析条件和方法

条件：①速度已知；②存在噪声；③相位为零；④视频情况；⑤忽略其它因素。

方法：均方差 $\varepsilon^2 = \int_0^T \left| s(t-\tau) - r(t) \right|^2 dt$

三、具体分析结果 $\varepsilon^2 = K - 2\,\mathrm{Re}[R_{SrS}(\tau) + R_{naS}(\tau)]$

$$R_{SrS}(\tau) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} \mu^*(t-\tau)\mu_r(t)dt \right] e^{j2\pi f_0 \tau}$$ ：与信号特性有关

$$R_{naS}(\tau) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} \mu^*(t-\tau)n(t)dt \right] e^{j2\pi f_0 \tau}$$ ：与噪声特性有关

若移到 τ_1 后，使 $[R_{SrS}(\tau_1)+R_{naS}(\tau_1)]$ 最大，则 ε^2 就最小，τ_1 非常接近 τ_0 。由于多值性，则考虑包络，即 $[R_{\mu r\mu}(\tau_1)+R_{n\mu}(\tau_1)]$ 最大。

$$(\tau_1-\tau_0)=-\frac{\mathrm{Re}[R'_{nu}(\tau_1)]}{R''\mu_r\mu(\tau_0)}$$

$$\sigma_\tau=(\tau_1-\tau_0)_{rms}=-\frac{\{\mathrm{Re}[R'_{nu}(\tau_1)]\}_{rms}}{R''\mu_r\mu(\tau_0)}$$

$$\sigma_\tau=\frac{\sqrt{\mathrm{N}_0}}{\left[(2\pi)^2\int_{-\infty}^{\infty}f^2|\mu(f)|^2df\right]^{1/2}}$$

$$\beta_0^{\ 2}=\frac{(2\pi)^2\int_{-\infty}^{\infty}f^{\ 2}\left|\mu(f)\right|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty}\left|\mu(f)\right|^2 df}\qquad \sigma_\tau=\frac{1}{\beta_0\sqrt{\frac{2E}{N_0}}}$$

结论：①与均方根带宽成反比，与信噪比成反比；

②信噪比一定，不同发射信号具有不同 β_0，不同 σ_τ；

③与频域特性有关，与其时域特性无直接关系；

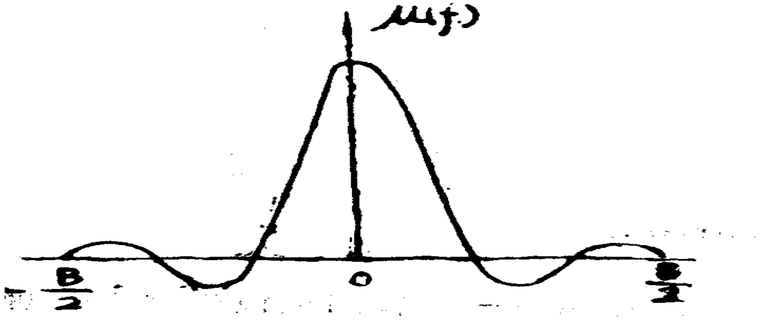
④ σ_τ 是比较各种信号形式能给出最大理论精度的依据；

⑤ β_0 与信号带宽和后面介绍的有效相关带宽不同。

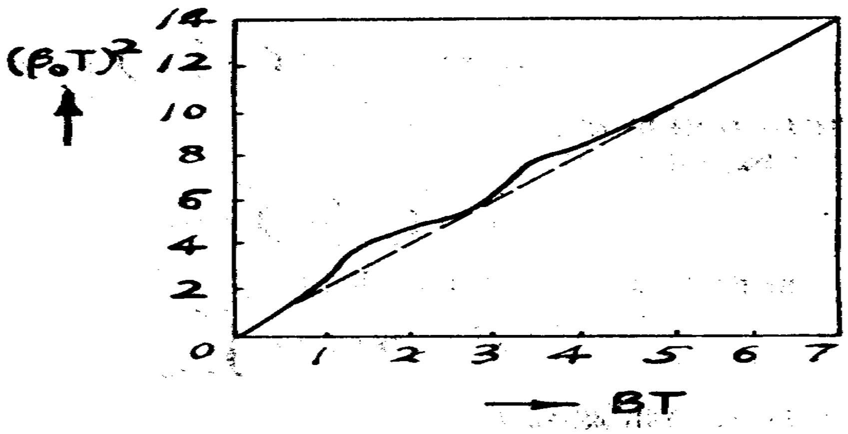
单载频矩形脉冲信号：$\mu(t)=rect\left(\frac{t}{T}\right)$

$$\beta_0^{\ 2}=\frac{(2\pi)^2\int_{-\infty}^{\infty}f^{\ 2}\left|\mu(f)\right|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty}\left|\mu(f)\right|^2 df}=\frac{(2\pi)^2\int_{-\infty}^{\infty}f^{\ 2}\left|\frac{\sin\pi ft}{\pi ft}\right|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{\sin\pi ft}{\pi ft}\right|^2 df}\to\infty$$

$$\beta_0^{\ 2} = \frac{(2\pi)^2 \int_{-B/2}^{B/2} f^{\ 2} \left| \frac{\sin \pi f t}{\pi f t} \right|^2 df}{\int_{-B/2}^{B/2} \left| \frac{\sin \pi f t}{\pi f t} \right|^2 df} = \frac{1}{T^{\ 2}} \left[\frac{\pi BT - \sin \pi BT}{Si(\pi BT) + (\cos \pi BT - 1) / \pi BT} \right]$$



图（3.3.3） 矩形信号的频谱



图（3.3.4） （β_0T）^{2}与BT的关系

$$(\beta_0 T)^2 \approx 2BT \qquad \beta_0^{\ 2} \approx \frac{2B}{T}$$

3.3 雷达测速精度

一、分析条件和方法

条件：①距离已知；②存在噪声；③相位为零；④视频情况；⑤忽略其它因素。

方法：均方差

二、分析结果

$$\sigma_{\xi} = \frac{1}{\delta\sqrt{\frac{2E}{N_0}}} \qquad \delta^2 = \frac{(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |\mu(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |\mu(t)|^2 dt}$$

三、单载频矩形脉冲信号： $\delta^2 = \frac{\pi^2}{3} T^2$

3.4 信号的非线性相位特性对测量精度的影响

$\phi(t) \neq 0$， 具有非线性相位。

时间相位常数：

$$\alpha = \frac{2\pi\int_{-\infty}^{\infty} t\phi'(t)a^2(t)dt}{\int_{-\infty}^{\infty}[a(t)]^2 dt} = \frac{2\pi\int_{-\infty}^{\infty} t\phi'(t)|u(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty}|u(t)|^2 dt}$$

$$\sigma_\tau^2 = \frac{1}{\beta_0^2 \frac{2E}{N_0}[1-(\frac{\alpha}{\beta_0\delta})^2]} \qquad \sigma_\xi^2 = \frac{1}{\delta_0^2 \frac{2E}{N_0}[1-(\frac{\alpha}{\beta_0\delta})^2]}$$

结论：① $\phi(t) \neq 0$ ，且非线性相位，测距测速精度之间有牵连，且 α 由时间相位常数决定，与均方根带宽时宽之积有关；

②否则，不存在牵连，最大理论精度由均方根带宽时宽决定。

例1： $u(t) = rect\ (\frac{t}{T})e^{j\pi kt^2} \qquad |t| < T$

$$\phi(t) = \pi kt^2 \qquad \phi'(t) = 2\pi kt$$

$$\alpha = \frac{2\pi\int_{-\infty}^{\infty} t\phi'(t)a^2(t)dt}{\int_{-\infty}^{\infty}[a(t)]^2 dt} = \frac{2\pi\int_{-T/2}^{T/2} t(2\pi kt)dt}{\int_{-T/2}^{T/2} dt} = \frac{\pi^2 kT^2}{3}$$

例2： $u(t) = rect\ (\frac{t}{T})e^{j\pi kt} \qquad |t| < T$

$$\phi(t) = \pi kt \qquad \phi'(t) = \pi k$$

$$\alpha = \frac{2\pi\int_{-\infty}^{\infty} t\phi'(t)a^2(t)dt}{\int_{-\infty}^{\infty}[a(t)]^2 dt} = \frac{2\pi\int_{-T/2}^{t/2} t(\pi k)dt}{\int_{-T/2}^{T/2} dt} = \frac{\pi^2 kT}{2}$$

3.5 雷达不定原理

β_0， δ， α 关系，都用时域表示。

$$\beta_0^2\delta^2-\alpha^2\geq\pi^2$$

$$\beta_0^2\delta^2\geq\pi^2$$

结论：①雷达不定原理；

②存在下限（均方根带宽时宽之积不同时很小）；

③测量精度有上限；

$$\sigma_\tau\sigma_\xi=\frac{1}{\frac{2E}{N_0}\beta_0\delta}\leq\frac{1}{\pi\frac{2E}{N_0}}\qquad\alpha=0$$

$$\sigma_\tau\sigma_\xi=\frac{\beta_0\delta}{\frac{2E}{N_0}[\beta^2{}_0\delta^2-\alpha^2)]}\leq\frac{\beta_0\delta}{\pi^2\frac{2E}{N_0}}\qquad\alpha\neq0$$

3.6 距离分辨力

一、概述

二、分析条件和准则

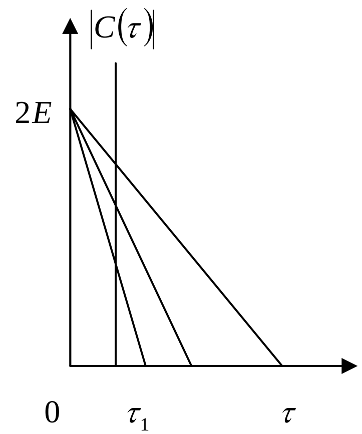
条件：①速度相同点目标，②无噪声，③反射能力相同；

准则：均方差准则

三、分析结果

$$\varepsilon^2 = \int \left| Sr_1(t) - Sr_2(t) \right|^2 dt$$

$$= 4E - 2\left|C(\tau)\right| \cos[2\pi f_0 \tau + arctg(c(\tau))]$$



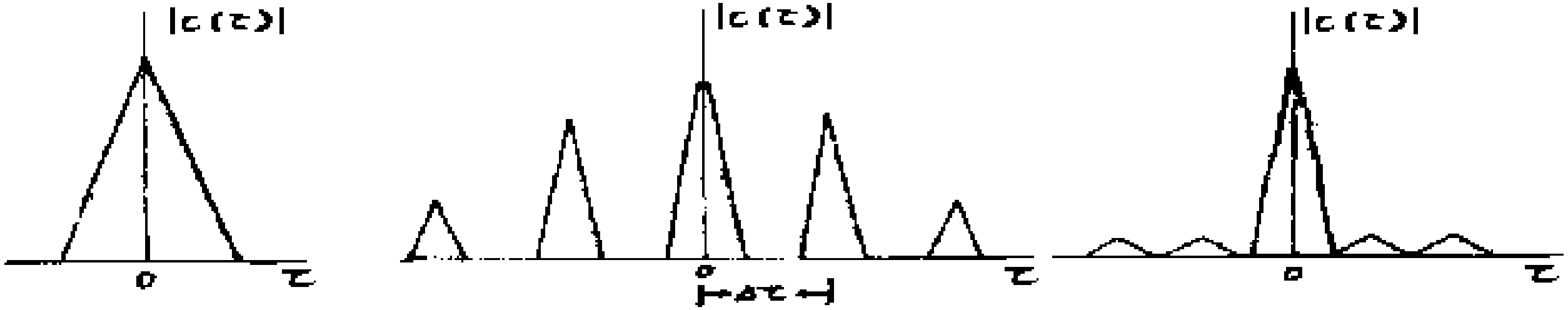
$C(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u^*(t)u(t-\tau)dt$ 为距离自相关函数。

四、$C(\tau)$ 对距离分辨力的影响

五、$C(\tau)$ 与匹配滤波器输出响应的关系

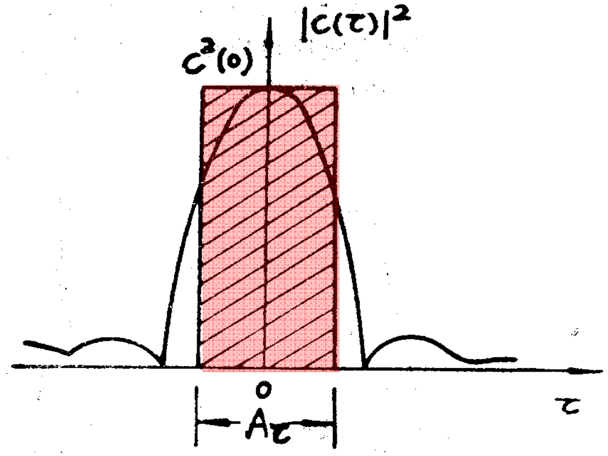
$$g_c(t)=u(t)*h_m(t)=C[-(t-t_0)]$$

匹配滤波器的输出响应有三种形式：



六、衡量距离分辨力的波形参量

时延分辨常数：



$$A_\tau=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}|C(\tau)|^2dt}{C^2(0)}=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}|u(f)|^4df}{[\int_{-\infty}^{\infty}|u(f)|^2df]^2}$$

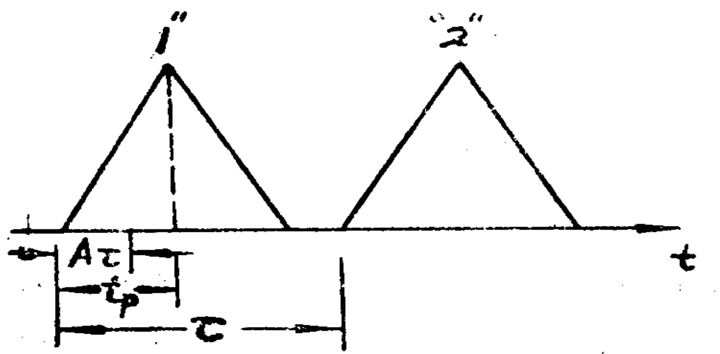
时延分辨常数与分辨力的关系： $\Delta R = \frac{C}{2} A_\tau$

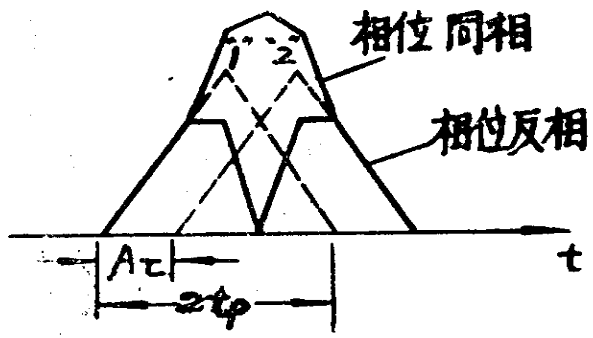
有效相关带宽： $W_e = \frac{[\int_{-\infty}^{\infty} |u(f)|^2 df]^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |u(f)|^4 df} = \frac{1}{A_\tau}$

总结：①②③④

例：单载频矩形脉冲信号的有效相关带宽？

$$W_e = \frac{1}{A_\tau} = \frac{3}{2}\frac{1}{Tp}$$





3.7 速度分辨力

一、分析条件和准则

条件： ①距离相同点目标，②无噪声， ③反射能力相同;

准则：均方差准则（回波信号的频谱）

二、分析结果

$$\varepsilon^2 = 4E - 2\,\mathrm{Re}[K(\xi)]$$

$K(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} u^*(f)u(f-\xi)df$ 为频率自相关函数。

三、衡量速度分辨力的波形参量

多普勒分辨常数：

$$A_\xi = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |K(\xi)|^2 df}{K^2(0)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^4 dt}{[\int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^2 dt]^2}$$

有效相关时宽：

$$T_e = \frac{[\int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^2 dt]^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^4 dt}$$

本章小结

1、分析条件

2、准则

$$\varepsilon 1^2 = \int_0^T \left| s(t-\tau) - r(t) \right|^2 dt \qquad \varepsilon 2^2 = \int \left| Sr_1(t) - Sr_2(t) \right|^2 dt$$

a.含意，b.条件，c.决定因素，d.波形参量

3、最大理论精度、固有分辨力

$$\sigma_\tau = \frac{1}{\beta_0 \sqrt{\frac{2E}{N_0}}} \qquad \sigma_\xi = \frac{1}{\delta \sqrt{\frac{2E}{N_0}}} \qquad \Delta R = \frac{C}{2} A_\tau = \frac{C}{2} \frac{1}{We} \qquad \Delta V = \frac{C}{2} \frac{A_\xi}{f_0} = \frac{C}{2 f_0} \frac{1}{T_e}$$

4、不定原理

$$\beta_0^2 \delta^2 - \alpha^2 \geq \pi^2$$

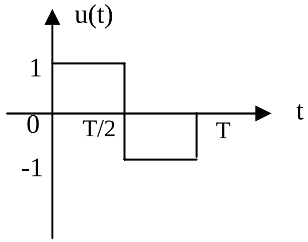
$$\beta_0^2 \delta^2 \geq \pi^2$$

作　业（P92）

1、已知信号的复包络为：$\mu(t)=\sum_{n=0}^{2}a_n\cdot\mu_1(t-nT)$　，其中

$\mu_1(t)=rect\left[\dfrac{t-T/2}{T}\right], a_0=a_1=1, a_2=-1$　，求 $\mu(t)$ 的 A_τ 、W_e 、A_ξ 和 T_e 。

2、求下图极性反转信号的 W_e 和 T_e 。



3、求下图梯形脉冲信号的 β_0 、δ 。