

信息素更新

在 t 时刻, 设 \hat{s} 是目前为止的最好可行解, 而 s_t 是当前 t 时刻的最好可行解. 设 $f(\hat{s})$ 和 $f(s_t)$ 是对应的目标函数值.

信息素更新

在 t 时刻, 设 \hat{s} 是目前为止的最好可行解, 而 s_t 是当前 t 时刻的最好可行解. 设 $f(\hat{s})$ 和 $f(s_t)$ 是对应的目标函数值.

如果 $f(s_t) < f(\hat{s})$, 则 $\hat{s} \leftarrow s_t$

信息素更新

在 t 时刻, 设 \hat{s} 是目前为止的最好可行解, 而 s_t 是当前 t 时刻的最好可行解. 设 $f(\hat{s})$ 和 $f(s_t)$ 是对应的目标函数值.

如果 $f(s_t) < f(\hat{s})$, 则 $\hat{s} \leftarrow s_t$

在 \hat{s} 的弧上增强信息素, 而在其它弧上挥发信息素.

信息素增强和挥发的方法一：

$$\tau_{ij}(t) = \begin{cases} (1 - \rho_{t-1})\tau_{ij}(t-1) + \frac{\rho_{t-1}}{|\hat{s}|}, & \text{if } (i, j) \in \hat{s} \\ (1 - \rho_{t-1})\tau_{ij}(t-1), & \text{otherwise,} \end{cases}$$

其中 ρ_t , $0 < \rho_t < 1$ 是挥发因子, 且满足

$$\rho_t \leq 1 - \frac{\ln t}{\ln(t+1)}, (t \geq K), \quad \sum_{t=1}^{\infty} \rho_t = \infty.$$

信息素增强和挥发的方法二（MAX-MIN 方法）：

$$\tau_{ij}(t) = \begin{cases} \max\{(1 - \rho)\tau_{ij}(t - 1) + \frac{\rho}{|\hat{S}|}, \tau_{\min}(t - 1)\}, & \text{if } (i, j) \in \hat{S} \\ \max\{(1 - \rho)\tau_{ij}(t - 1), \tau_{\min}(t - 1)\}, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

其中 ρ , $0 < \rho < 1$ 是挥发因子, 而 $\tau_{\min}(t - 1)$ 为一个实数.

信息素增强和挥发的方法三：

$$\tau_{ij}(t) = \begin{cases} \max\{(1 - \rho)\tau_{ij}(t - 1) + \rho g(\hat{s}), \tau_{\min}\}, & \text{if } (i, j) \in \hat{s} \\ \max\{(1 - \rho)\tau_{ij}(t - 1), \tau_{\min}\}, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

其中 ρ , $0 < \rho < 1$ 是挥发因子, τ_{\min} 是一个参数, 而 $g(s)$, $0 < g(s) < +\infty$ 是一个函数满足 $f(s) < f(s') \Rightarrow g(s) \geq g(s')$, 如可取 $g(s) = 1/(|f(s)| + 1)$.

例

四城市非对称 TSP

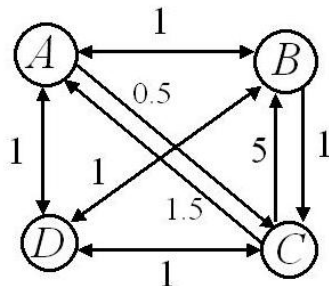


Figure: 四城市 TSP

距离矩阵为

$$D = (d_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0.5 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1.5 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

假设蚁群中有四只蚂蚁，所有蚂蚁都从城市 A 出发，用方法一观察信息素的增强和挥发变化情况。设挥发因子 $\rho_k = \frac{1}{2}$ 。

初始信息素

$$\tau(0) = (\tau_{ij}(0)) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & 0 \end{pmatrix}$$

假设四只蚂蚁行走的路线分别为

第一只 s_1 : $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$, $f(s_1) = 4$;

第二只 s_2 : $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A$, $f(s_2) = 3.5$;

第三只 s_3 : $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$, $f(s_3) = 8$;

第四只 s_4 : $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$, $f(s_4) = 4.5$.

当前最优解为 s_2 .

信息素更新为

$$\tau(1) = (\tau_{ij}(1)) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{24} & \frac{1}{6} & \frac{1}{24} \\ \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{24} & \frac{1}{24} \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{24} & 0 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{6} & \frac{1}{24} & 0 \end{pmatrix}$$

由于 s_2 为全局最优解，无论蚂蚁行走路线如何，信息素更新为

$$\tau(2) = (\tau_{ij}(2)) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{48} & \frac{5}{24} & \frac{1}{48} \\ \frac{5}{24} & 0 & \frac{1}{48} & \frac{1}{48} \\ \frac{1}{48} & \frac{1}{48} & 0 & \frac{5}{24} \\ \frac{1}{48} & \frac{5}{24} & \frac{1}{48} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\tau(3) = (\tau_{ij}(3)) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{96} & \frac{11}{48} & \frac{1}{96} \\ \frac{11}{48} & 0 & \frac{1}{96} & \frac{1}{96} \\ \frac{1}{96} & \frac{1}{96} & 0 & \frac{11}{48} \\ \frac{1}{96} & \frac{11}{48} & \frac{1}{96} & 0 \end{pmatrix}$$