

CONDUCTION THERMIQUE DANS UNE BARRE

I. Objectifs

L'objectif de cette séance est de permettre une première approche du phénomène de conduction thermique, en configuration monodimensionnelle, dans différents métaux. L'analogie 'électrique-thermique' permettra d'introduire la notion de résistance thermique. En régime stationnaire, la conductivité thermique de deux métaux sera mesurée. En configuration instationnaire, la notion de temps diffusif sera abordée, en lien avec le temps de stabilisation d'un système (une barre à deux métaux en série) entre deux états stationnaires.

II. Quelques notions

A. Rappel de calorimétrie, énergie (ou puissance) interne stockée

L'énergie E_{stock} (en J) nécessaire pour élever le volume V d'un matériau de masse m depuis la température initiale T_{ini} jusqu'à la température finale T_{fin} dépend de sa capacité calorifique massique (ou 'chaleur spécifique') C_p :

$$E_{stock} = mC_p(T_{fin} - T_{ini}) = \rho C_p V(T_{fin} - T_{ini}) \quad Eq. 1$$

La masse volumique ρ est en kg/m^3 et la capacité calorifique massique C_p est en J/kg.K . On dit que cette énergie interne est stockée dans le volume V . La puissance (en W) constante nécessaire pour stocker cette énergie pendant la durée Δt est $E_{stock} / \Delta t$. On appelle $C_{th} = mC_p$ la capacitance du volume V , en J/K . Si on considère maintenant l'écoulement d'un fluide (comme l'eau froide dans la boîte à eau du TP) au débit massique¹ \dot{m} qui passe de la température d'entrée $T_{entrée}$ à la température de sortie T_{sortie} , la puissance P_{fluide} (en W) stockée par le fluide s'écrit :

$$P_{fluide} = \dot{m}C_p(T_{sortie} - T_{entrée}) = \rho C_p \dot{q}(T_{sortie} - T_{entrée}) \quad Eq. 1a$$

B. Loi de Fourier

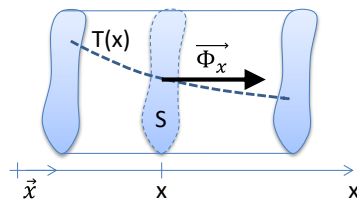


Figure 1: vecteur flux conductif en x , en configuration monodimensionnelle pour un champ de température $T(x)$

¹ $\dot{m} = \rho \dot{q}$ où \dot{q} est le débit volumique en m^3/s

Lorsqu'il existe un gradient de température $T(x)$ dans un matériau immobile, en chaque position x existe un flux d'énergie interne dirigé de la région chaude vers la région froide $\vec{\Phi}_x$. En première approximation, le vecteur flux d'énergie interne qui traverse la section S (en m^2) est proportionnel au gradient de température qui lui donne naissance et est donc dirigé dans la direction opposée à ce gradient. Il s'exprime par la loi de Fourier :

$$\vec{\Phi}_x = -k S \overrightarrow{\text{grad}}(T) \quad \text{Eq. 2}$$

$$\vec{\Phi}_x = \Phi_x \vec{x} = -kS \left. \frac{dT}{dx} \right]_x \vec{x} \quad \text{Eq. 3}$$

$$\vec{\Phi}_x = \varphi_x \vec{x} = \frac{\Phi_x}{S} \vec{x} = -k \left. \frac{dT}{dx} \right]_x \vec{x} \quad \text{Eq. 4}$$

La conductivité thermique k s'exprime en $W/m.K$, le flux Φ_x en W , la densité de flux φ_x en W/m^2 . Quelques conductivités thermiques usuelles figurent dans le classeur de données fourni sur place.

C. Equation de la chaleur

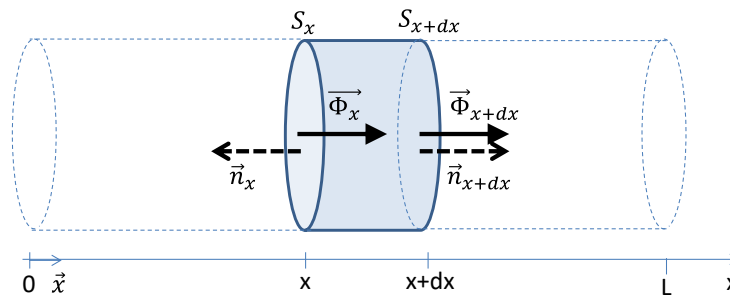


Figure 2 : bilan des flux sur une tranche de volume dV , d'épaisseur dx , de température $T(x)$. Les seules frontières de dV qui sont le siège d'échanges conductifs avec les tranches voisines sont les sections S_x et S_{x+dx} . Chacune est orientée par sa normale dirigée vers l'extérieur du volume, \vec{n}_x et \vec{n}_{x+dx} . Les surfaces latérales sont supposées isolées.

Dans le cas d'un matériau sans source interne de production de chaleur ($p=0 \text{ W/m}^3$), en transfert monodimensionnel selon x , le bilan d'énergie interne de la tranche de volume dV isolée sur ses faces latérales (voir Figure 2) s'écrit :

$$\begin{array}{l} \text{Puissance produite} \\ \text{dans } dV \end{array} = \begin{array}{l} \text{Puissance stockée} \\ \text{dans } dV \end{array} + \begin{array}{l} \text{Puissance échangée aux} \\ \text{frontières } S_x \text{ et } S_{x+dx} \end{array} \quad \text{Eq. 5}$$

$$0 = \rho C_p dV \frac{\partial T}{\partial t} + S_x \varphi_x \vec{x} \cdot \vec{n}_x + S_{x+dx} \varphi_{x+dx} \vec{x} \cdot \vec{n}_{x+dx} \quad \text{Eq. 6}$$

Avec $S_x = S_{x+dx}$, $dV = S_x dx$, l'expression des densités de flux φ_x et φ_{x+dx} données par l'Eq. 4 on obtient :

$$0 = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_x \quad \text{Eq. 7}$$

$$0 = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad \text{Eq. 8}$$

Si la conductivité k est indépendante de la température, on obtient :

$$a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{Eq. 9}$$

Le nouveau paramètre a est la diffusivité thermique en m^2/s , définie par :

$$a = \frac{k}{\rho C_p} \quad \text{Eq. 10}$$

Pour être résolue, l'Eq. 9 devra être associée à deux conditions aux limites (en $x=0$ et $x=L$) et une condition initiale, par exemple uniforme $T(x, t=0) = T_{ini}$. Différentes méthodes de résolution existent pour l'équation 9 (séparation des variables, transformée de Laplace, Transformée de Fourier), elle sera résolue par la méthode des quadripôles thermiques dans une feuille Excel fournie en TP.

Si enfin on considère l'état stationnaire (températures et flux ne dépendent pas de la température, le terme de stockage disparaît), le Laplacien Δ_x du champ de température est nul :

$$\Delta_x T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad \text{Eq. 11}$$

Quelles que soient ces conditions aux limites associées à cette dernière équation, le profil de température $T(x)$ en régime stationnaire dans un matériau sans source interne, en transfert monodimensionnel, et dont les propriétés sont indépendantes de la température, est linéaire :

$$T(x) = A.x + B \quad \text{Eq. 12}$$

Si le profil n'est pas linéaire c'est que l'une des hypothèses ci-dessus est mise en défaut. Si les conditions aux limites sont celles de l'expérience du TP :

- En $x=0$, flux imposé : $\Phi_{x=0} = -kS \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = P_0$
 - En $x=L$, échange convectif imposé avec un fluide à T_f et un coefficient d'échange h_{conv} ($\text{W}/\text{m}^2\text{K}$) :
- $$-kS \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = h_{conv} S [T(x=L) - T_f]$$

On a alors pour cette combinaison de conditions aux limites la solution suivante pour le profil $T(x)$:

$$T(x) = \frac{P_0}{kS} (L-x) + T_f + \frac{P_0}{h_{conv}S} \quad \text{Eq. 13}$$

D. Résistance thermique

En régime stationnaire, en transfert monodimensionnel, pour une tranche de matériau de section S , d'épaisseur $e=x_2-x_1$, sans source interne, traversé par le flux Φ (voir Figure 3), puisque le profil de température est linéaire, la loi de Fourier s'écrit :

$$\Phi = -kS \frac{\partial T}{\partial x} = -kS \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e}{kS}} \quad \text{Eq. 14}$$

$$\text{ou encore } T_1 - T_2 = \frac{e}{kS} \Phi \quad \text{Eq. 15}$$

En assimilant la différence de température $T_1 - T_2$ à une différence de potentiel, et le flux Φ au courant électrique, la loi d'Ohm s'écrit :

$$T_1 - T_2 = R_{th} \Phi \quad \text{Eq. 16}$$

$$R_{th} = \frac{e}{kS} \quad \text{Eq. 17}$$

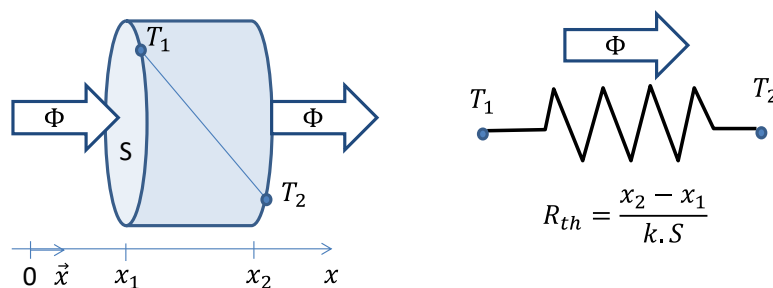


Figure 3 : analogie électrique-thermique donnant la résistance thermique R_{th} d'une tranche de matière de section S , conductivité k , épaisseur $e=x_2-x_1$. Son unité est K/W . La densité de résistance $r_{th}=S.R_{th}$ est en m^2K/W .

L'eq.17 définit la résistance thermique de la tranche de matière de section S , conductivité k et épaisseur $e = x_2 - x_1$. Le schéma électrique équivalent est représenté sur la droite de la Figure 3. Les combinaisons de résistances classiques en électricité sont applicables avec les résistances thermiques, notamment la mise en série de plusieurs résistances thermiques représentant différentes épaisseurs de différents matériaux parcourus successivement par le même flux :

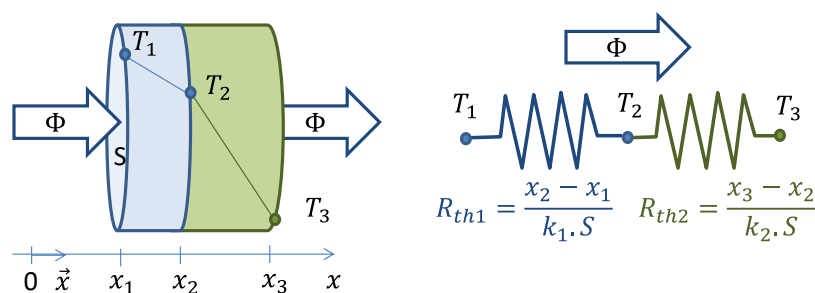


Figure 4 : mise en série de résistances thermiques

Il est bien sûr possible de calculer une résistance thermique équivalente entre les deux 'potentiels' T_1 et T_3 égale à la somme des résistances en présence : $R_{th,eq}=R_{th1} + R_{th2}$. Il existe un type particulier de résistance qui modélise un contact imparfait entre deux sections de passage du flux : la résistance de contact R_c .

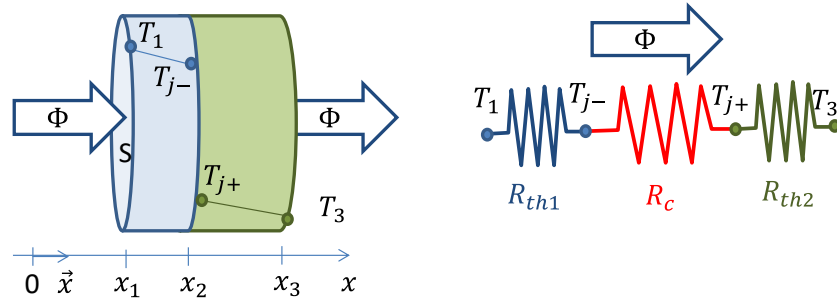


Figure 5 : modélisation d'un contact imparfait par une résistance thermique supplémentaire

Ce type de résistance ne présente aucune épaisseur, elle est infiniment fine et implique donc un saut brusque de température de T_j^- à T_j^+

au passage du matériau 1 au matériau 2. Lorsque les matériaux en contacts sont des bons conducteurs de chaleur (métaux), même de forte épaisseur, il est possible que la résistance de contact soit bien plus importante que la résistance des tranches de métaux elles-mêmes.

Remarque : il est aussi possible de décrire l'échange convectif entre la surface S d'un matériau à la température T_p et un fluide à la température T_f en utilisant l'analogie électrique :

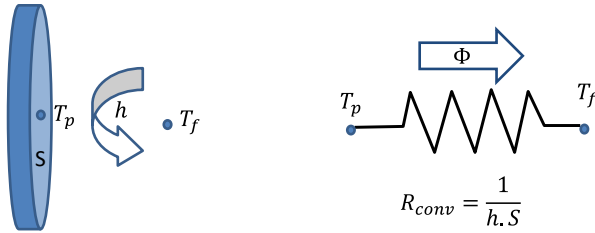


Figure 6 : analogie électrique pour la description d'un échange convectif, h est le coefficient d'échange convectif

En effet le flux échangé s'écrit :

$$\Phi = hS(T_p - T_f) = \frac{T_p - T_f}{\frac{1}{hS}} \quad \text{Eq. 18}$$

Donc la résistance de convection s'écrit :

$$R_{conv} = \frac{1}{hS} \text{ en K/W ou } r_{conv} = \frac{1}{h} \text{ en m}^2\text{K/W} \quad \text{Eq. 19}$$

III. Dispositif expérimental

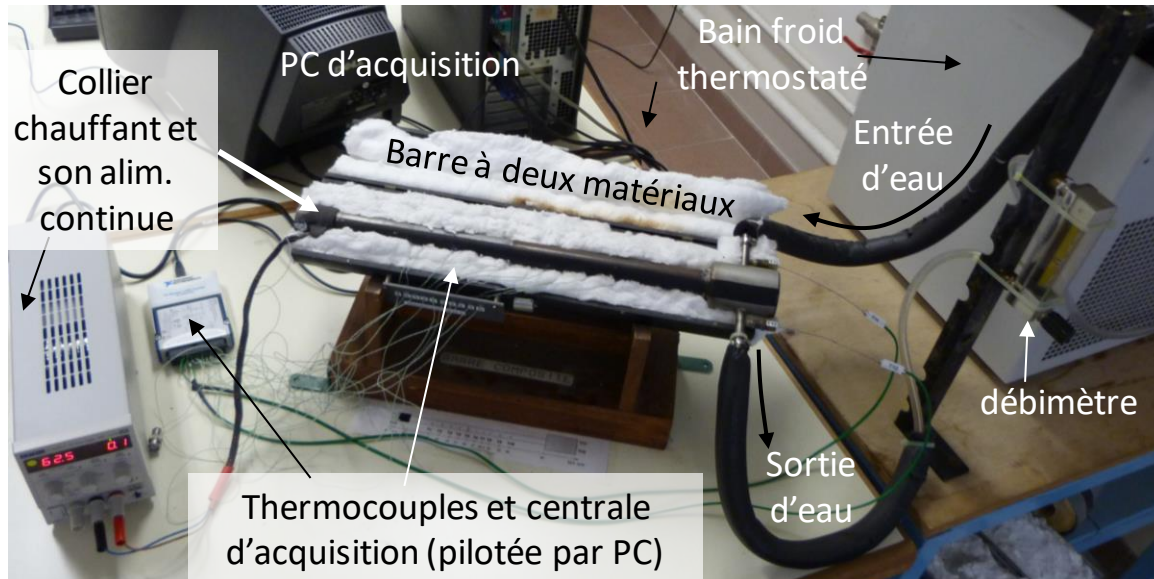


Figure 7 : photo du dispositif expérimental. La barre étudiée est composée de deux barres métalliques : duralumin côté chaud et cuivre côté froid. La jonction entre les deux est effectuée par vissage de l'une dans l'autre, le contact n'est pas parfait.

L'étude de la conduction thermique s'effectue ici sur une barre cylindrique composée de deux barres métalliques mises en contact en vissant l'une dans l'autre sur quelques millimètres. Le premier métal est du duralumin (alliage d'aluminium (95%), cuivre (4%) et magnésium (1%)), le second métal est du cuivre. Le côté gauche de la barre de duralumin est entouré d'un collier chauffant alimenté par un courant continu de puissance réglable par l'intermédiaire d'une alimentation continue, qui affiche la tension aux bornes du collier chauffant et le courant qui le traverse. Le côté droit de la barre de cuivre est en contact, dans une boîte à eau, avec une circulation d'eau venant d'un bain thermostaté régulé autour de 10°C. Un débitmètre placé en sortie de la boîte à eau permet de mesurer le débit volumétrique d'eau.

La partie inférieure de la barre est posée sur un isolant fibreux, limitant les échanges avec l'environnement sur cette surface. La surface supérieure de la barre n'est pas entourée d'isolant et des échanges sont alors possibles avec son environnement.

La barre est instrumentée de plusieurs thermocouples de type K numérotés dont la position le long de la barre est repérée sur le montage par rapport au début de la barre. Chaque thermocouple est positionné au fond d'un trou percé radialement dans la barre jusqu'à son centre. Deux thermocouples mesurent la température de l'eau à l'entrée et à la sortie de la boîte à eau. Tous les thermocouples sont reliés à un module de conversion (effectuant la compensation de soudure froide) et d'acquisition qui est lui-même relié à un PC.

Le PC est équipé d'un logiciel d'acquisition multivoies qui effectue l'acquisition, l'enregistrement et l'affichage en temps réel (avec un pas de temps de 5s) des signaux de températures soient 10 thermocouples entre le collier chauffant et la boîte à eau, 1 thermocouple supplémentaire (n°13) à l'extrémité chaude du duralumin à gauche du collier chauffant, et 2 thermocouples pour la boîte à eau (n°11 et 12).

IV. Travail préparatoire

Voir le travail de préparation demandé sur AMETICE

V. Travail à effectuer

A. A l'arrivée en séance

A l'arrivée en séance, le collier chauffant a déjà été mis en marche avec une certaine puissance ainsi que la circulation d'eau froide dans la boîte à eau.

- 1) Vérifier que le régime est stationnaire : toutes les températures et les puissances doivent être fixes.
- 2) Relever sur l'alimentation continue la tension U aux bornes de la résistance du collier chauffant ainsi que le courant I qui la parcourt.
- 3) Relever le débit volumique d'eau dans la boîte à eau ainsi que les températures d'eau à l'entrée et à la sortie de la boîte sur le logiciel.
- 4) Relever les températures des 10 thermocouples placés entre le collier chauffant et la boîte à eau.
- 5) Après que l'enseignant ait validé vos mesures, lancer la procédure de démarrage de la phase instationnaire : arrêter l'acquisition en cours et effacer le journal, démarrer un nouvel enregistrement pendant quelques secondes puis faire passer la tension d'alimentation du collier chauffant de 65V à 110 V. Relever l'heure à laquelle ce changement a été effectué : c'est l'instant initial de la phase instationnaire.
- 6) Quitter l'expérience en cours pour effectuer plusieurs simulations instationnaires sous Excel. Vos mesures seront exploitées plus tard.

B. Régime instationnaire - Simulations

Lancer le fichier Excel 'TP_conduction_Simulation_date.xls' et l'enregistrer sous un nouveau nom dans lequel 'date' est remplacé par la date du jour. Ce fichier vous permet de contrôler les paramètres qui agissent sur l'évolution de température au cours du temps d'une barre hétérogène de section S (en m^2 , cellule M2) composée de deux barres en série et en mauvais contact, initialement isothermes à la température T_{ini} (cellule M5). A $t=0$, une puissance thermique P_0 (en W, cellule A10) est imposée en $x=0$ et un échange convectif (coefficient h en W/m^2K , cellule M3) est imposé en $x=e_1+e_2$ avec de l'eau à la température T_{eau} (cellule M4).

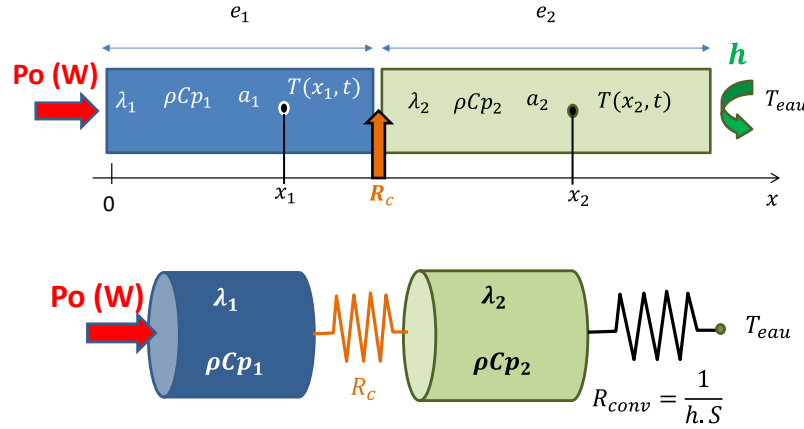


Figure 8 : schéma physique du système ‘barre composite avec échange fluide en face arrière’ et schéma électrique correspondant en situation instationnaire : les deux barres ne sont alors plus des résistances pures comme dans le cas stationnaire puisqu’elles sont également capacitives.

Ce fichier vous permet de simuler les évolutions de température théoriques enregistrées par deux thermocouples (TC, qui donnent des ‘thermogrammes’), l’un placé dans la première barre à la position x_1 (cellule D13), l’autre dans la deuxième barre à la position x_2 (cellule I13). C’est le suivi du second TC qui permettra de quantifier le temps de stabilisation à 99% (calculé en cellule O19 par analyse automatique du thermogramme tracé sur le Graphe 2). Le TC2 sera donc placé loin de la source de chauffage, en bout de barre 2 ($x=7/8$ de (e_1+e_2)). Les deux thermogrammes $T(x_1, t)$ et $T(x_2, t)$ sont tracés sur le graphe 1 sur 200 points séparés d’un **pas de temps dt (cellule M6) à ajuster pour être sûr d’atteindre l’état stationnaire**. Les thermogrammes adimensionnés (échauffements adimensionnés par leur valeur stationnaire finale $\theta_{stat}(x_i) = T_{stat}(x_i) - T_{ini}$, $i=1$ ou 2) sont compris entre 0 et 1, ils sont calculés par l’équation suivante :

$$\theta_i^*(t) = \frac{\theta(x_i, t)}{\theta_{stat}(x_i)} = \frac{T(x_i, t) - T_{ini}}{T_{stat}(x_i) - T_{ini}}, \quad i=1,2 \quad \text{Eq. 20}$$

$T_{stat}(x_i)$ est la température du thermocouple i à l’état stationnaire et $\theta_{stat}(x_i)$ est l’échauffement mesuré en i à l’état stationnaire, par rapport à l’état initial.

Temps de stabilisation

Le système étudié n’est en réalité pas purement diffusif, puisque la barre solide est en échange convectif sur sa face arrière ($x=e_1+e_2$). Ainsi, lorsque la puissance P_0 change en face avant, le temps de stabilisation des températures dans le barreau dépendra de la ‘qualité’ du transfert dans la partie solide (barre 1 + contact + barre 2, résistance $R_{th_1} + R_c + R_{th_2}$, voir eq. 17 et Fig. 5) mais aussi de la ‘qualité’ de l’échange convectif en bout de barre (résistance $1/hS$, voir eq. 19 et Fig. 6). L’ordre de grandeur du temps de stabilisation τ d’un tel système peut être estimé par le produit $R_{th}C_{th}$ de sa résistance totale R_{th} (incluant la résistance convective) et de sa capacitance totale C_{th} . **ATTENTION : il s’agit du système homogène équivalent. Vos simulations devront démontrer si on peut toujours utiliser cette valeur**

$R_{th}C_{th}$ comme un prédicteur correct du temps de stabilisation, notamment en fonction de la répartition des différentes résistances et capacités dans la barre. Il s'écrit (cellule O18):

$$\begin{aligned}\tau = R_{th}C_{th} &= \left(R_{th_1} + R_c + R_{th_2} + \frac{1}{hS}\right)(m_1C_{p_1} + m_2C_{p_2}) \\ &= \left(\frac{e_1}{k_1S} + R_c + \frac{e_2}{k_2S} + \frac{1}{hS}\right)(\rho_1C_{p_1}e_1S + \rho_2C_{p_2}e_2S) \quad eq. 21\end{aligned}$$

Les valeurs extrêmes possibles du temps de stabilisation sont données en Annexe. Vous effectuerez vos simulations dans la situation d'un solide thermiquement épais (donc limité par la diffusion dans la barre et non par la convection en bout de barre supposée très bonne), sauf la simulation n°7 où la résistance convective en bout de barre sera prise en compte.

Réalisez les 7 simulations demandées qui figurent sur une feuille fournie en TP et en version pdf **A DEPOSER SUR AMETICE A LA FIN DU TP**. Le coefficient d'échange en bout de barre (cellule M3) doit être très grand ($2.5.10^7 \text{W/m}^2\text{K}$) pour simuler un excellent échange avec l'eau, sauf à la simulation n°7 ($h=2.5.10^3 \text{W/m}^2\text{K}$ conforme au TP). Seules quelques cellules sont à modifier pour chaque simulation (en blanc encadrées en rouge). Les temps diffusifs figurent en cellules D18 et I18. Le produit ($R_{th}*C_{th}$) total figure en cellule O15. Les énergies stockées sont en cellules D21, I21 et O21. Vos commentaires dans le tableau des simulations doivent aborder les points suivants, par famille de simulations :

- I) Famille 1 (simulations 1 et 2) : Barre homogène : influence de la **longueur** sur le temps de stabilisation ?
- II) Famille 2 (simulations 3 et 4) : Barre homogène mais avec défaut (mauvais contact) : influence de la **position du défaut** ('proche' ou 'loin' de la source de chauffage) sur le temps de stabilisation ? Comparaison avec la simulation 2 ? Expliquer comment ces deux situations peuvent permettre d'expliquer l'inertie d'un bâtiment dont les parois sont isolées par l'intérieur ou par l'extérieur : si les deux bâtiments sont initialement à la température extérieure, lequel des deux bâtiments sera plus rapide à chauffer ? Justifier.
- III) Famille 3 : (simulations 5 et 6) : Barre hétérogène : influence de **l'ordre des matériaux** sur le temps de stabilisation ?
- IV) Simulation 7 : influence du **mauvais échange convectif** en bout de barre sur le temps de stabilisation ? Vérifier que l'ordre de grandeur du temps de stabilisation correspond à l'expérience réelle du TP.

Question récurrente à chaque simulation : Est-ce que $(R_{th}C_{th})_{total}$ est toujours un bon prédicteur du temps de stabilisation ?

Conseil pour aider aux interprétations : observez bien les niveaux d'énergie stockée dans chaque couche pour comprendre les variations du temps de stabilisation pour chaque simulation.

C. Régime stationnaire – Exploitation de vos mesures du début de séance

A l'arrivée en séance, le collier chauffant a déjà été mis en marche avec une certaine puissance ainsi que la circulation d'eau froide dans la boîte à eau.

- 1) Calculer la puissance électrique P_0 (en W) qui est dissipée par la résistance chauffante en début de barre
- 2) Calculer la puissance thermique P_{eau} (en W) perdue par la barre et reçue par l'eau en bout de barre.
- 3) Pourquoi y a-t-il une différence entre P_0 et P_{eau} ? Laquelle des deux puissances a réellement traversé la barre ? C'est celle-ci qui devra être utilisée pour les calculs de la suite.
- 4) Tracer le profil de température $T(x)$ sous Excel. Que valent les températures à gauche et à droite de la jonction des deux métaux, T_j^- et T_j^+ ?
- 5) L'allure du profil de température dans la barre vous permet-elle de valider l'hypothèse d'absence de pertes latérales ? Comment savoir visuellement avec ce graphe, lequel des deux métaux (duralumin et cuivre) est le plus conducteur de chaleur ?
- 6) Connaissant la puissance qui traverse la barre et le profil de température dans chaque métal, calculer avec la loi de Fourier la conductivité de chaque métal. Les comparer aux valeurs théoriques présentes dans le classeur fourni.
- 7) Calculer la résistance thermique de contact entre les deux métaux. La comparer aux résistances thermiques des deux barres de duralumin et de cuivre.
- 8) La puissance chauffante est maintenant supérieure à celle du début de séance, comment se placera le tracé du second régime stationnaire par rapport au premier ? Bien indiquer si les nouvelles droites sont au-dessus ou au-dessous des précédents et si les pentes sont modifiées.

Annexe

Les deux situations extrêmes pour des solides en régime instationnaire en présence de convection sont les suivantes :

Solide thermiquement mince	Solide thermiquement épais
$\frac{R_{conductive}}{R_{convective}} \ll 1 \Leftrightarrow (R_{th_1} + R_c + R_{th_2}) \ll \frac{1}{hS}$	$\frac{R_{conductive}}{R_{convective}} \gg 1 \Leftrightarrow (R_{th_1} + R_c + R_{th_2}) \gg \frac{1}{hS}$
Description : la chaleur est diffusée (ou ‘conduite’) ‘sans difficulté’ dans le solide mais est mal transférée au fluide en bout de barre. La partie ‘lente’ du transfert sera donc l’échange convectif : on dit que le système est ‘limité par la convection’, c’est elle qui impose le temps de stabilisation.	Description : la chaleur est diffusée ‘avec difficulté’ dans le solide mais est très bien transférée au fluide en bout de barre. La partie ‘lente’ du transfert sera donc cette fois l’échange diffusif dans le solide : on dit que le système est ‘limité par la diffusion’, c’est elle qui impose le temps de stabilisation.
Conséquence : le solide est quasiment isotherme à chaque instant (donc ‘thermiquement mince’) et le temps de stabilisation sera donc très dépendant du coefficient d’échange.	Conséquence : fort gradient de température le long du solide à chaque instant et température en bout de barre proche de celle-du fluide (le fluide y ‘impose’ sa température).
<p>Temps de stabilisation :</p> $\tau \rightarrow \left(\frac{1}{hS} \right) (\rho_1 C_{p_1} e_1 S + \rho_2 C_{p_2} e_2 S)$ <p>Si la barre 2 est de même nature que la barre 1 ($\rho_1 C_{p_1} = \rho_2 C_{p_2}$) :</p> $\tau \rightarrow \left(\frac{\rho_1 C_{p_1} (e_1 + e_2)}{h} \right)$ <p>c’est le ‘temps convectif’ d’une barre homogène de longueur $e_1 + e_2$. Dans ce régime, le système sera ‘rapide’ si l’échange convectif est bon (h fort) et si le matériau est faiblement capacitif.</p>	<p>Temps de stabilisation :</p> $\tau \rightarrow \left(\frac{e_1}{k_1 S} + R_c + \frac{e_2}{k_2 S} \right) (\rho_1 C_{p_1} e_1 S + \rho_2 C_{p_2} e_2 S)$ <p>Si la barre 2 est de même nature que la barre 1 ($\rho_1 C_{p_1} = \rho_2 C_{p_2}$ et $k_1 = k_2$) et en bon contact ($R_c = 0$) :</p> $\tau \rightarrow \left(\frac{(e_1 + e_2)^2}{a_1} \right) \text{ avec } a_1 = \frac{k_1}{\rho_1 C_{p_1}}$ <p>on retrouve le ‘temps diffusif’ d’une barre homogène de longueur $e_1 + e_2$ (travail préparatoire). Dans ce régime, le système sera rapide si la diffusivité a_1 est forte et si sa longueur totale est faible. Si la longueur est doublée, le temps de stabilisation est quadruplé.</p>