

# Relatório 1º Projeto ASA 2025/2026

**Grupo:** AL030

**Alunos:** Leonor Costa Guedes (113396) e Manuel Francisco Santos Ramos Soares (113402)

## Descrição do Problema e da Solução

O problema consiste em determinar a ordem ótima para remover aminoácidos de uma cadeia, maximizando a energia libertada com base nos seus potenciais e afinidades bioquímicas. Trata-se de uma variante do problema clássico de multiplicação de cadeia de matrizes, adaptado para incluir uma tabela de afinidade entre classes de elementos.

A solução utiliza programação dinâmica para calcular a energia máxima em cada subintervalo, seguida de reconstrução com memorização para obter a sequência lexicograficamente menor. Esta abordagem mantém a eficiência do algoritmo clássico enquanto incorpora as especificidades do problema bioquímico.

## Análise Teórica

### • Leitura dos dados

**de entrada:** leitura de  $n$ , dos valores  $P$  e de  $C$ , com ciclos que dependem

linearmente de  $n$

**Complexidade:**  $O(n)$

• **Pré-processamento:** construção da matriz de afinidade  $A$  com tamanho  $(n + 2) * (n + 2)$ , envolvendo dois ciclos aninhados.

**Complexidade:**  $O(n^2)$

• **Aplicação de programação dinâmica:** preenchimento da tabela  $dp$  com três ciclos aninhados que dependem de  $n$ .

**Complexidade:**  $O(n^3)$

### • Reconstrução da

**solução:** processo recursivo com memorização que, no pior caso, visita cada par  $(i, j)$  e realiza operações de concatenação.

**Complexidade:**  $O(n^3)$

• **Apresentação dos dados:** impressão do resultado e da sequência.

**Complexidade:**  $O(n)$

$$dp[i, j] = \begin{cases} 0, & \text{se } i + 1 \geq j \\ \max_{\substack{k=i+1 \\ j-1}} (dp[i, k] + dp[k, j] + \text{contrib}(i, k, j)), & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde,

$$\text{contrib}(i, k, j) = P[i] * A[i][k] * P[k] + P[k] * A[k][j] * P[j]$$

```
ler n; ler P[1..n]; ler C[1..n]
N := n + 2; inicializar P[0], P[N-1], C[0], C[N-1]
construir classIdx e AfTable
for i=0..N-1:
  for j=0..N-1:
    A[i][j] := afinidade entre i e j // O(N^2)

inicializar dp[i][i] = dp[i][i+1] = 0
for len = 2..N-1:
  for i = 0..N-len-1:
    j := i + len
    best := 0; found := false
    for k = i+1..j-1:
      contrib := P[i]*A[i][k]*P[k] + P[k]*A[k][j]*P[j]
      cand := dp[i][k] + dp[k][j] + contrib
      if not found or cand > best: best := cand; found := true
    dp[i][j] := best

memo := map vazio
function reconstruct(i,j):
  if i+1 >= j: return []
  if (i,j) in memo: return memo[(i,j)]
  target := dp[i][j]
  bestSeq := vazio
  for k = i+1..j-1:
    if dp[i][k] + dp[k][j] + contrib(i,k,j) != target: continue
    L := reconstruct(i,k)
    R := reconstruct(k,j)
    cand := L + R + [k]
    if bestSeq vazio or cand < bestSeq (lexico): bestSeq := cand
  memo[(i,j)] := bestSeq
  return bestSeq
```

# Relatório 1º Projeto ASA 2025/2026

**Grupo:** AL030

**Alunos:** Leonor Costa Guedes (113396) e Manuel Francisco Santos Ramos Soares (113402)

**Complexidade global da solução:  $O(n^3)$**  - O termo cúbico domina sobre as restantes complexidades. Outras operações contribuem com complexidades assintoticamente inferiores, tornando-se insignificantes face ao custo da programação dinâmica.

## Avaliação Experimental dos Resultados

O gráfico mostra a relação entre o tempo de execução do código e a função teórica  $f(n) = n^3$ , representada no eixo horizontal em milhões. Os valores de  $n$  foram escolhidos de forma que  $n^3$  varie de 0 até cerca de 8 milhões, permitindo comparar diretamente o crescimento experimental com o previsto pela análise teórica.

Observa-se uma tendência linear clara entre o tempo medido e  $n^3$ , indicando que o algoritmo apresenta, na prática, um comportamento cúbico. Isso confirma que todos os subproblemas foram computados sem interrupções antecipadas e que os resultados experimentais estão alinhados com a complexidade estimada.

Tamanho (n)	Tempo (s)
100	0.35
200	0.00
300	0.00
400	0.01
500	0.03
600	0.05
700	0.08
800	0.13
900	0.20
1000	0.26
1100	0.32
1200	0.41
1300	0.55
1400	0.75
1500	0.87
1600	1.17
1700	1.28
1800	2.02
1900	2.52
2000	3.09

