

Consigna: Definir claramente las variables de decisión (no pueden tener ambigüedad) y el conjunto de restricciones que le permitan formular matemática las siguientes situaciones.

- (1.0 Ptos)** Una empresa que produce computadores tiene que definir su plan de producción para satisfacer a sus clientes. Esta empresa fabrica dos productos, computadores de escritorio (PC) y computadores portátiles (Notebooks). La demanda por estos productos para los próximos 4 meses se muestra en la tabla siguiente:

Productos	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4
PC	1000	1500	450	850
Notebooks	500	600	1200	650

La capacidad de producción interna de la planta es de 800 PC y 700 Notebooks por mes a un costo de 400US\$ y 650US\$ respectivamente. La empresa tiene la alternativa de comprar a proveedores externos todo lo que necesite a un costo de 550US\$ y 800US\$ por cada PC y Notebook, respectivamente. Las unidades compradas en un mes se reciben al mes siguiente. Si se quiere que la entrega se realice el mismo mes, los proveedores exigen que el costo se incremente en un 30%. Existe una bodega con capacidad de almacenaje de 200 metros cúbicos. Un PC embalado ocupa un volumen de 1.4 metros cúbicos, mientras que un Notebook sólo 0.8 metros cúbicos. El costo de mantener en inventario un PC por mes es de 10US\$ y 7US\$ para un Notebook. A comienzos del mes 1 existe un inventario de 20 PC's y 15 Notebooks y se quiere terminar el mes 4 con la misma cantidad.

Formule un modelo de PL que le permita a la empresa programar la producción para los próximos 4 meses. Con el objetivo de minimizar los costos a la producción, compra a proveedores y mantenimiento del inventario en cada mes. Defina las variables de decisión que puedan responder a lo siguiente:

- ¿Cuántos computadores PC y Notebook son producidos mensualmente?
- ¿Cuántos computadores PC y Notebook son comprados y recibidos en el mismo mes?
- ¿Cuántos computadores PC y Notebook son comprados en un determinado mes y son recibidos en el siguiente mes?
- ¿Cuántas unidades en inventario tiene la empresa de computadores y Notebook en cada mes?

No olvide expresar matemáticamente el conjunto de restricciones de balance de inventarios, producción y compra de cada producto en cada mes, así como también el conjunto de restricciones de capacidad de producción para cada mes y las restricciones de dominio de las variables o de no-negatividad.

- (1.5 Puntos)** Luego de algunos años de trabajo, usted ha ahorrado una suma de 10 000 000 COP. Como actualmente, cuenta con una estabilidad económica, desea usar estos ahorros para invertir en el mundo de valores del mercado de renta fija, para incrementar su riqueza. Pero como no tiene muy claro en qué consisten realmente estas inversiones, le consulta a Logan, su asesor financiero de confianza. Usted ha establecido que estas inversiones quiere hacerlas en un horizonte de 4 meses.

Logan le comenta que este mercado funciona comprando bonos. Al precio de compra se le llama *face value*. Estos bonos tienen dos características principales: la tasa cupón (porcentaje de ganancias que generan los bonos cada mes en función del *face value*) y la duración (el tiempo de vida del bono). Por supuesto, cualquier beneficio obtenido en un mes se puede usar para volver a invertirlo en el siguiente mes o bien reservarlo.

Una vez termine el bono se retorna por completo el *face value* inicial (junto con el último beneficio generado). Finalmente, los bonos tienen una fecha en la que se puede hacer la compra, a esto se le llama fecha de disponibilidad. Estas fechas solo indican la posibilidad de hacer la compra del bono, por tanto, no afectan su duración ni los beneficios que generan.

Los posibles bonos se muestran a continuación, en la Tabla 1.

Bono	1	2	3
Face value (COP)	120.000	200.000	1.000.000
Tasa cupón (%)	5%	3.5%	12%
Duración (meses)	3	2	1
Fecha de disponibilidad (mes)	1 y/o 2	2 y/o 3	3 y/o 4

Tabla 1. Datos de los bonos disponibles,

Como ejemplo, si compramos 3 bonos tipo 1 en el mes 2 (permitido por su disponibilidad) por un valor total de $(120\,000 \cdot 3)$ pesos, basándonos en su duración de 3 meses, los bonos generarán $(120\,000 \cdot 3 \cdot 0,05)$ pesos en el mes 2 y en el mes 3. Por su parte, en el mes 4 se generarían $(120\,000 \cdot 3 \cdot 0,05)$ más el *face value* $(120\,000 \cdot 3)$.

Formular este problema mediante programación lineal para encontrar la forma óptima de inversión, de modo que se maximice el dinero obtenido al final del mes 4.

3. **(2.5)** City Developments Limited (CDL) es una compañía internacional singapurense de bienes raíces. En 2016 fue catalogada como la décima compañía más sustentable en el mundo, según la clasificación que hace Corporate Knights. Por lo tanto, además de ser una de las compañías más grandes de Singapur por su fortaleza económica, es una de las empresas que hace uso responsable de los recursos mientras aprovecha al máximo su capital.

CDL quiere desarrollar una serie de proyectos que le permitirán mejorar sus condiciones de trabajo y productividad. Para el desarrollo de los proyectos, CDL ha definido un periodo de planeación correspondiente a un conjunto (T) de meses, al cabo de los cuales todos los proyectos deben haberse terminado. Cada proyecto $j \in P$ tiene un costo c_j y una duración igual a un mes (inicia el primer día del mes y finaliza el último día del mes).

Una vez finalizado, el proyecto $j \in P$ genera mensualmente una utilidad libre para inversión igual a b_j (por ejemplo, si el proyecto j se hace en el periodo 5, se dispondrá de un monto b_j tanto en el periodo 6, como en el 7, y en los periodos subsiguientes). De esa manera, el presupuesto en cada periodo para la realización de estos proyectos está dado por una base m (cada mes) más la suma de las utilidades libres para inversión de los proyectos que ya se hayan terminado. Todo dinero que no se utilice en un periodo se pierde.

Los proyectos 3 y 4 deben finalizarse antes de que inicie la realización del proyecto 5. También debe tenerse en cuenta que los proyectos 7 y 8 deben desarrollarse en periodos consecutivos, sin importar cuál de los dos se hace primero.

Usted debe construir un modelo de optimización que indique en qué mes se debe realizar cada proyecto, de tal forma que los costos por periodo sean lo más homogéneos posibles. En la primera parte debe interpretar las ecuaciones incluidas, mientras que en la segunda debe modelar la situación. Usted es libre de decidir si utilizará (o no) algunos elementos de la primera parte en la segunda.

1. **(20%) Interpretación :** Explique, en sus propias palabras y de manera concisa, lo que representan las siguientes expresiones:

<p>a) Expresión:</p> $r = \sum_{j \in P} c_j$	<p>¿Cuál es la definición en palabras de r?</p>
<p>b) Variable:</p> $x_{jt} : \begin{cases} 1; & \text{si el proyecto } j \in P, \\ & \text{se realiza en el mes } t \in T \\ 0; & \text{de lo contrario.} \end{cases}$ <p>Expresiones:</p> $\sum_{t \in T} t \cdot x_{1t} \leq \sum_{t \in T} t \cdot x_{2t} + 3$ $\sum_{t \in T} t \cdot x_{1t} \leq \sum_{t \in T} t \cdot x_{2t} + 1$	<p>EL CEO de la compañía tiene conocimientos de investigación de operaciones y le ha presentado a Usted las expresiones anteriores. Suponiendo que se cumple lo solicitado en el literal (b) de la segunda parte, ¿qué quiere decir tales restricciones?</p>

2. **80% Modelación :** Plantee la modelación y/o formulación de la situación anterior.

<p>a) (15%) Defina la(s) variable(s) que permite(n) modelar el problema descrito y determina su naturaleza.</p>	<p>d) (10%) Plantee la(s) restricción(es) que limita(n) el costo de cada periodo con el presupuesto.</p>
<p>b) (5%) Escriba la(s) restricción(es) que garantiza(n) que todos los proyectos se realizan una vez en el periodo de planeación.</p>	<p>e) (15%) Escriba la(s) restricción(es) que garantizan que los proyectos 3 y 4 deben finalizarse antes de que inicie la realización del proyecto 5.</p>

<p>c) (10%) Escriba la(s) restricción(es) que cuantifica(n) el costo en el que se incurre en cada periodo.</p>	<p>f) (15%) Escriba la(s) restricción(es) que garantizan que los proyectos 7 y 8 deben realizarse en periodos consecutivos, sin importar cuál de los dos se hace primero.</p>
<p>g) (10%) Escriba la(s) función objetivo y la(s) restricción(es) auxiliares, en caso de que sea(n) necesaria(s).</p>	