

Rappels Règles du calcul de Lambek :

$$\frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma \vdash B/A} /_i \quad \frac{A, \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \backslash B} \backslash_i \quad \frac{\Gamma \vdash A \quad \Delta \vdash A \backslash B}{\Gamma, \Delta \vdash B} \backslash_e \quad \frac{\Delta \vdash B/A \quad \Gamma \vdash A}{\Delta, \Gamma \vdash B} /_e$$

Toute dérivation peut se réduire en une dérivation normale.

Dans une dérivation normale toute formule (ou catégorie) est sous formule d'une hypothèse ou de la conclusion.

Lorsque la dérivation se termine par une règle d'élimination, il existe une branche principale (une série d'éliminations) d'une hypothèse non annulée H_0 jusqu'à la conclusion qui est le but de de l'hypothèse H_0 .

Il existe une procédure de décision qui consiste à remonter toutes les règles d'introduction jusqu'à ce que la conclusion soit une catégorie de base a , puis à choisir une hypothèse H_0 de but a et à construire une branche principale de H_0 à a . Cette procédure est complète : elle permet de trouver une dérivation chaque fois qu'il en existe une.

Exercices

1. (a) Montrer que $sn \vdash S/(sn \backslash S)$ et que $sn \vdash (S/sn) \backslash S$ sont dérivables
 (b) Montrer que $S/(sn \backslash S) \vdash sn$ et $(S/sn) \backslash S \vdash sn$ ne sont pas dérivables.
2. Donner des catégories pour *Pierre*, *Jacques*, *il*, *déteste* de sorte qu'on puisse dériver :

- (1) Pierre regarde Jacques.
- (2) Il déteste Jacques.

et qu'on ne puisse pas dériver :

- (3) * Pierre déteste il.
- (4) * Il déteste il.

3. On considère le lexique G suivant :

<i>Roberto</i>	sn	<i>qui</i>	$(n \backslash n)/(sn \backslash S)$	$(sn \backslash sn)/(sn \backslash S)$	<i>connait</i>	$(sn \backslash S)/sn$
<i>la</i>	sn/n	<i>que</i>	$(n \backslash n)/(S/sn)$	$(sn \backslash sn)/(S/sn)$	<i>passe</i>	$(sn \backslash S)$
<i>filles</i>	n	<i>regarde</i>	$(sn \backslash S)/sn$		<i>sourit</i>	$(sn \backslash S)$

On appelle $L(G)$ le langage engendré par G avec le calcul de Lambek. On appelle $AB(G)$ le langage engendré par G avec le calcul de Lambek restreint aux règles d'élimination.

- (a) Les phrases suivantes font-elles partie de $AB(G)$? de $L(G)$? On justifiera sa réponse.

- (5) Roberto connaît la fille qui passe.
- (6) Roberto qui connaît la fille qui passe sourit.
- (7) La fille qui connaît Roberto passe.
- (8) La fille que Roberto connaît passe.

- (b) Comparer $L(G)$ et $AB(G)$. Justifier votre réponse.

4. Quelle catégorie donner à "et" dans les phrases suivantes :

- (9) Roberto passe et sourit.
- (10) Roberto connaît et regarde la fille qui passe.
- (11) Roberto regarde la fille qui passe et sourit.