Règles existentielles (HAI933I)

1 Modèles

Exercice 1

On considère la base de connaissances $\mathcal{K} = (F, \{R\})$ avec :
$F = person(a)$
$R = person(x) \rightarrow \exists y \; hasParent(x, y) \land person(y)$

Question 1 Définir la base de faits saturée F^* et son modèle isomorphe (ou canonique) M^*. Ce modèle est-il fini ?
Remarque : les différentes variantes du chase se comportent toutes de la même façon sur cet exemple.

Question 2 Montrer que $\mathcal{K}$ admet un modèle fini (essayer d'en donner un qui soit minimal au sens du nombre d'atomes dans la base de faits associée) ? Ce modèle est-il universel ? Justifier.

Exercice 2

On considère des bases de connaissances composées de faits (conjonctions d'atomes fermées existentiellement) et de règles existentielles positives (ne contenant pas $\perp$).

Question 1 De telles bases de connaissances sont-elles toujours *satisfiables* ?

Question 2 De telles bases de connaissances admettent-elles toujours au moins un modèle *fini* ?

Question 3 De telles bases de connaissances admettent-elles toujours au moins un modèle *universel* ?

Question 4 De telles bases de connaissances admettent-elles toujours au moins un modèle *universel fini* ?

Justifier chaque réponse (donner un contre-exemple simple ou les arguments qui prouvent la propriété).

Exercice 3

Soit la base de connaissances $\mathcal{K} = (F, \mathcal{R})$ où F est une base de faits sans variables et $\mathcal{R} = \{R_1, R_2\}$ est un ensemble de règles positives (datalog) :

$F = \{p(a,b), p(b,c)\}$
$R_1 : p(x,y) \rightarrow q(y)$
$R_2 : q(x) \wedge p(x,y) \rightarrow r(y)$

Question 1. Pour chacune des trois interprétations $\mathcal{I}_1$, $\mathcal{I}_2$ et $\mathcal{I}_3$ ci-dessous, dire quelle affirmation est vraie (et justifier votre réponse bien sûr) :

1. Ce n'est pas un modèle de $\mathcal{K}$
2. C'est un modèle de $\mathcal{K}$ mais pas un modèle universel de $\mathcal{K}$
3. C'est un modèle universel de $\mathcal{K}$.

$\mathcal{I}_1 = (D, .^{I_1})$ avec $D = \{a, b, c\}$, $p^{I_1} = \{(a,b), (b,c)\}$, $q^{I_1} = \{b, c\}$, $r^{I_1} = \{b, c\}$
$\mathcal{I}_2 = (D, .^{I_2})$ avec $D = \{a, b, c\}$, $p^{I_2} = \{(a,b), (b,c)\}$, $q^{I_2} = \{b, c\}$, $r^{I_2} = \{c\}$
$\mathcal{I}_3 = (D, .^{I_3})$ avec $D = \{a, b, c\}$, $p^{I_3} = \{(a,b), (b,c)\}$, $q^{I_3} = \{b\}$, $r^{I_3} = \{c\}$

Question 2. On rappelle qu'un modèle universel M de $\mathcal{K}$ assure la propriété suivante (P) : pour toute requête conjonctive booléenne Q, si M est un modèle de Q alors $\mathcal{K} \models Q$. Montrez que cette propriété n'est pas vraie si on considère un modèle de $\mathcal{K}$ qui n'est pas universel. Pour cela, vous prendrez la base de connaissances $\mathcal{K}$ de cet exercice, vous choisirez un modèle M de $\mathcal{K}$ non universel (éventuellement pris dans la question précédente si cela convient) et vous construirez un contre-exemple à (P) pour $\mathcal{K}$ et M.