TD9
Négation du monde clos / par défaut

Préalable : Soit la règle suivante : Accusé ∧ *non* aCommisDélit → Innocent
« Si un accusé n'a pas commis de délit alors il est innocent »

Avec quelle hypothèse (monde ouvert / clos) interpréteriez-vous la négation ici ?

Dans ce TD, nous étudions la notion de **stratification** qui permet d'associer une base de faits saturée **unique** à une base de connaissances. Plus précisément, lorsqu'un ensemble de règles est stratifiable :

- toutes les dérivations qui « suivent » une stratification sont persistantes et complètes ;
- toutes les dérivations persistantes et complètes conduisent au même résultat.

Voir **extrait du document de cours** en fin de TD.

Exercice 1

Pour chaque ensemble de règles ci-dessous :

I. Est-il possible de construire une dérivation *non persistante* ?
II. Est-il possible pour une certaine base de faits d'obtenir *plusieurs* bases de faits saturées par des dérivations persistantes (et complètes) ?
III. Dire si l'ensemble de règles est *semi-positif*, *stratifiable*, *non stratifiable*.

1) R1 : not B → A R2 : B, not C → A 2) R1 : not B → A R2: not A → B 3) R1 : not B → A R2: not A → C	4) R1 : not B → A R2: A → B 5) R1 : not B → A R2: not C → B 6) R1 : not A → A

Exercice 2

Soit la base de règles suivante :

R1 : p, u → t
R2 : t, not s → q
R3 : s → r
R4 : t, not p → s
R5 : u → p
R6 : r, p → s

1) Soit BF = {t}. On cherche à appliquer les règles dans l'ordre donné, puis on recommence jusqu'à saturation : la dérivation construite (R2 R4 R3) est complète (le vérifier) mais elle n'est pas persistante. Pourquoi ?
2) Donner une dérivation persistante et complète à partir de {t}.
3) Calculer le graphe de précédence des symboles associé à la base de règles. On rappelle que seuls les symboles apparaissant en conclusion de règle sont pertinents. En déduire toutes les stratifications possibles.
4) Partant de BF = {t}, quelle est la base de faits saturée obtenue par une stratification ?
5) Même question avec BF = {u}.

Extrait du cours

- **Ensemble de règles semi-positif** : seuls les symboles qui n'apparaissent *pas* en conclusion de règles peuvent être niés. L'ordre des règles n'a alors aucune importance : en effet, si une règle contient *not* A dans son hypothèse, elle est bloquée si et seulement si A ∈ BF; aucune application de règle ne peut venir la bloquer; en d'autres termes, si A ∉ BF initiale alors A ∉ BF*.

- **Ensemble de règles stratifié :** l'idée est de mettre les règles dans un ordre qui assure que lorsqu'on utilise *not* A dans une hypothèse de règle, aucune règle ne vient produire A par la suite. Plus précisément, on partitionne l'ensemble des règles en sous-ensembles qu'on appelle des *strates* et on ordonne totalement ces strates : on obtient une *stratification* de l'ensemble des règles. On exécute les règles en marche avant par ordre croissant des strates : à l'étape *i*, on sature la base de faits calculée à l'étape *i*-1 avec les règles de la strate *i*.

  Pour ce faire, à chaque symbole *p* apparaissant en conclusion de règle, on associe un entier $\alpha(p)$. Les règles sont ensuite rangées en strates suivant le numéro α associé à leur **conclusion**.
  Pour chaque symbole p, la numérotation $\alpha(p)$ vérifie :

  1. Pour toute règle de la forme … p… → q, on $\alpha(p) \leq \alpha(q)$
  2. Pour toute règle de la forme …not p… → q, on a $\alpha(p) < \alpha(q)$

  Un ensemble de règles est **stratifiable** si on peut le transformer en un ensemble de règles stratifié. Remarquons qu'un ensemble semi-positif est trivialement stratifiable en une strate.

  Propriété 1 : si un ensemble de règles est **stratifiable**, alors **toutes** ses stratifications sont équivalentes : à partir d'une base de faits BF quelconque, elles produisent la **même** base de faits saturée BF*.

  Remarquons qu'une dérivation conforme à une stratification est *persistante*. Pour une certaine BF, il se peut qu'il y ait des dérivations persistantes qui ne suivent pas une stratification, mais lorsqu'elles sont complètes, elles produisent le même résultat que celles qui suivent la stratification :

  Propriété 2 : si un ensemble de règles est **stratifiable**, alors quelle que soit la base de faits BF, la saturation de BF par n'importe quelle **dérivation persistante et complète** produit le **même résultat**.

  On peut ainsi associer une unique base de faits saturée à une base de connaissances (BF,BR) où BR est stratifiable ; cette base de faits saturée correspond à un **unique plus petit modèle** de la base de connaissances : ce plus petit modèle rend vrais les symboles de la base de faits saturée (en prenant une stratification quelconque de BR) et faux les autres symboles.

- Un outil utile : le **graphe de précédence** des symboles. Les sommets de ce graphe sont les symboles qui apparaissent en conclusion de règle (on pourrait aussi mettre les autres symboles, mais ils ne servent à rien) et on a un arc (p,q) si p apparaît dans l'hypothèse d'une règle de la forme H+,H- → q ("p est utilisé pour produire q"); cet arc est étiqueté + si p ∈ H+, et – si p ∈ H-.

  Propriété 3 : un ensemble de règles est **stratifiable** si et seulement si son graphe de précédence n'admet **aucun circuit avec un arc négatif**.

  Une stratification s'obtient alors en associant à chaque **composante fortement connexe** (c.f.c.) une strate de façon compatible avec l'ordre partiel sur les c.f.c. : étant données deux c.f.c. Ci et Cj, s'il y a un arc négatif (respectivement positif) d'une règle de Ci vers une règle de Cj, alors strate(Ci) < strate(Cj) (respectivement strate(Ci) ≤ strate(Cj)).