

Modèles de calcul

UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER


TD 5

Exercice 1 Opérateurs arithmétiques

Trouvez un programme pour calculer les fonctions suivantes. (On peut réutiliser des programmes déjà faits !)




1. $f_2 : (x, y) \mapsto x + y$
2. $f_2 : (x, y) \mapsto x \times y$
3. $f_1 : x \mapsto 2^x$
4. $f_2 : (x, y) \mapsto y^x$
5. $f_2 : (x, y) \mapsto x^y$
6. $f_2 : (x, y) \mapsto x - y$ (Si $y > x$ alors 0)

Exercice 2 Prédicats

On dit d'un prédicat ¹ $p(\bar{x})$ qu'il est récursif primitif s'il existe un programme  tel que :

$$\begin{aligned} \text{P}(\bar{x}) = 1 &\Leftrightarrow p(\bar{x}) \text{ est vrai} \\ \text{P}(\bar{x}) = 0 &\Leftrightarrow p(\bar{x}) \text{ est faux} \end{aligned}$$

On utilisera donc 0 comme le booléen False et 1 comme le booléen True.

1. Montrez que le prédicat suivant est récursif primitif en donnant un programme : “ x est égal à zéro”.
2. Trouvez un programme  calculant la fonction suivante : $f_1 : (x) \mapsto \neg x$ où \neg est le *non* logique.
3. Trouvez des programmes ,  pour calculer les fonctions suivantes : $f_2 : (x, y) \mapsto x \& y$ ($x|y$) où $\&$ et $|$ sont respectivement les *et* et *ou* logiques.
4. Montrez que les prédicats suivants sont récursifs primitifs en donnant un programme qui les calcule :
 - a) $x > 0$,
 - b) $x \leq y$,
 - c) $x \geq y$,

¹. Dans cet exercice, un prédicat est une fonction n -aire des entiers vers $\{\text{True}, \text{False}\}$. Ainsi un prédicat prend des entiers en entrée et donne en sortie un booléen.

d) $x = y$,

e) x est pair.

5. Donnez un programme calculant la fonction

$$f_3 : (x, y, z) \mapsto \text{si } x \text{ alors } y \text{ sinon } z$$

Exercice 3 Arithmétique : la suite

Donnez un programme calculant les fonctions suivantes

1. $f_1 : x \mapsto \lfloor \sqrt{x} \rfloor$

2. $f_1 : x \mapsto \lfloor \log_2(x + 1) \rfloor$