

Exercices de compréhension du cours « Langage et induction structurale »

On considère à nouveau le langage L_p défini sur l'alphabet $A=\{p,e,1\}$ dont la définition par induction est :

(base) $pe \in L_p$

- $1m1 \in L_p$
- Si $m=m'em''$ alors $m'1e1m'' \in L_p$ (où m' et m'' désignent des mots quelconques de A^*)

- 1) Donnez tous les mots de longueur inférieure ou égale à 2 de A^*
- 2) Parmi eux, combien sont des mots de L_p
- 3) Donnez tous les mots de longueur inférieure ou égale à 6 de L_p
- 4) Dire si les mots suivants appartiennent au langage L_p (si oui préciser par quelles règles de construction ils ont été obtenus) :

• 11p111e1111	• p111e111
• 111pe111	• ε
• 1e1	• 1111p1e11111
• 1p11e111	• pe
• 1p1e	
- 5) On veut définir par induction la fonction *long* d'un mot de L_p qui à tout mot du langage L_p associe son nombre de symboles. Donnez cette définition par induction.
- 6) Finir la preuve par induction de la propriété « *tout mot de L_p possède un nombre pair de 1* ». Il reste à prouver que si m un mot du langage possède cette propriété et si m est de la forme $m'em''$ alors $m'1e1m''$ possède cette propriété (règle 2 de construction).
- 7) Démontrer par induction que *tout mot de L_p est de la forme $m=m_1.p.m_2.e.m_3$ où m_1 , m_2 et m_3 sont des suites de longueur quelconques de 1 et $\text{longueur}(m_1)+\text{longueur}(m_2)=\text{longueur}(m_3)$.*