De la combinatoire aux graphes (HLIN201) – L1

Cardinalité, dénombrement

Sèverine Bérard

Université de Montpellier

2^e semestre 2017-18

Sommaire

Sommaire

Introduction

Rappels

- Deux ensembles E et F sont équipotents si et seulement s'il existe une application bijective de E dans F
- Notation : $[1..n]_{\mathbb{N}} = \{1, 2, \ldots, n\}$, noté aussi $[1..n]$ si pas d'ambiguïté

Cette partie du cours est « simplifiée »

Les ensembles E que nous considérons sont *discrets* :

- ou bien *finis* comportant n éléments. On dit alors que leur cardinal est n
  On note $card(E) = |E| = n$
  Dans ce cas, E est équipotent à $[1..n]_{\mathbb{N}}$
- ou bien *infinis*, mais dans notre cas équipotents à $\mathbb{N}$
  On dit alors que E est *infini dénombrable*

Introduction

Rappels

- Deux ensembles E et F sont équipotents si et seulement s'il existe une application bijective de E dans F
- Notation : $[1..n]_{\mathbb{N}} = \{1, 2, \ldots, n\}$, noté aussi $[1..n]$ si pas d'ambiguïté

Cette partie du cours est « simplifiée »

Les ensembles E que nous considérons sont *discrets* :

- ou bien *finis* comportant n éléments. On dit alors que leur cardinal est n
  On note $card(E) = |E| = n$
  Dans ce cas, E est équipotent à $[1..n]_{\mathbb{N}}$
- ou bien *infinis*, mais dans notre cas équipotents à $\mathbb{N}$
  On dit alors que E est *infini dénombrable*

Introduction

Rappels

- Deux ensembles E et F sont équipotents si et seulement s'il existe une application bijective de E dans F
- Notation : $[1..n]_{\mathbb{N}} = \{1, 2, \ldots, n\}$, noté aussi $[1..n]$ si pas d'ambiguïté

Cette partie du cours est « simplifiée »

Les ensembles E que nous considérons sont *discrets* :

- ou bien *finis* comportant n éléments. On dit alors que leur cardinal est n
  On note $card(E) = |E| = n$
  Dans ce cas, E est équipotent à $[1..n]_{\mathbb{N}}$
- ou bien *infinis*, mais dans notre cas équipotents à $\mathbb{N}$
  On dit alors que E est *infini dénombrable*

Introduction

Rappels

- Deux ensembles E et F sont équipotents si et seulement s'il existe une application bijective de E dans F
- Notation : $[1..n]_{\mathbb{N}} = \{1, 2, \ldots, n\}$, noté aussi $[1..n]$ si pas d'ambiguïté

Cette partie du cours est « simplifiée »

Les ensembles E que nous considérons sont *discrets* :

- ou bien *finis* comportant n éléments. On dit alors que leur cardinal est n
  On note $card(E) = |E| = n$
  Dans ce cas, E est équipotent à $[1..n]_{\mathbb{N}}$
- ou bien *infinis*, mais dans notre cas équipotents à $\mathbb{N}$
  On dit alors que E est *infini dénombrable*

Introduction

Rappels

- Deux ensembles E et F sont équipotents si et seulement s'il existe une application bijective de E dans F
- Notation : $[1..n]_{\mathbb{N}} = \{1, 2, \ldots, n\}$, noté aussi $[1..n]$ si pas d'ambiguïté

Cette partie du cours est « simplifiée »

Les ensembles E que nous considérons sont *discrets* :

- ou bien *finis* comportant n éléments. On dit alors que leur cardinal est n
  On note $card(E) = |E| = n$
  Dans ce cas, E est équipotent à $[1..n]_{\mathbb{N}}$
- ou bien *infinis*, mais dans notre cas équipotents à $\mathbb{N}$
  On dit alors que E est *infini dénombrable*

Introduction

Rappels

- Deux ensembles E et F sont équipotents si et seulement s'il existe une application bijective de E dans F
- Notation : $[1..n]_{\mathbb{N}} = \{1, 2, \ldots, n\}$, noté aussi $[1..n]$ si pas d'ambiguïté

Cette partie du cours est « simplifiée »

Les ensembles E que nous considérons sont *discrets* :

- ou bien *finis* comportant n éléments. On dit alors que leur cardinal est n
  On note $card(E) = |E| = n$
  Dans ce cas, E est équipotent à $[1..n]_{\mathbb{N}}$
- ou bien *infinis*, mais dans notre cas équipotents à $\mathbb{N}$
  On dit alors que E est *infini dénombrable*

Introduction

Rappels

- Deux ensembles E et F sont équipotents si et seulement s'il existe une application bijective de E dans F
- Notation : $[1..n]_{\mathbb{N}} = \{1, 2, \ldots, n\}$, noté aussi $[1..n]$ si pas d'ambiguïté

Cette partie du cours est « simplifiée »

Les ensembles E que nous considérons sont *discrets* :

- ou bien *finis* comportant n éléments. On dit alors que leur cardinal est n
  On note $card(E) = |E| = n$
  Dans ce cas, E est équipotent à $[1..n]_{\mathbb{N}}$
- ou bien *infinis*, mais dans notre cas équipotents à $\mathbb{N}$
  On dit alors que E est *infini dénombrable*

Rappels

- Deux ensembles E et F sont équipotents si et seulement s'il existe une application bijective de E dans F
- Notation : $[1..n]_{\mathbb{N}} = \{1, 2, \ldots, n\}$, noté aussi $[1..n]$ si pas d'ambiguïté

Cette partie du cours est « simplifiée »

Les ensembles E que nous considérons sont *discrets* :

- ou bien *finis* comportant n éléments. On dit alors que leur cardinal est n
  On note $card(E) = |E| = n$
  Dans ce cas, E est équipotent à $[1..n]_{\mathbb{N}}$
- ou bien *infinis*, mais dans notre cas équipotents à $\mathbb{N}$
  On dit alors que E est *infini dénombrable*

Rappels

- Deux ensembles E et F sont équipotents si et seulement s'il existe une application bijective de E dans F
- Notation : $[1..n]_{\mathbb{N}} = \{1, 2, \ldots, n\}$, noté aussi $[1..n]$ si pas d'ambiguïté

Cette partie du cours est « simplifiée »

Les ensembles E que nous considérons sont *discrets* :

- ou bien *finis* comportant n éléments. On dit alors que leur cardinal est n
  On note $card(E) = |E| = n$
  Dans ce cas, E est équipotent à $[1..n]_{\mathbb{N}}$
- ou bien *infinis*, mais dans notre cas équipotents à $\mathbb{N}$
  On dit alors que E est *infini dénombrable*

Rappels

- Deux ensembles E et F sont équipotents si et seulement s'il existe une application bijective de E dans F
- Notation : $[1..n]_{\mathbb{N}} = \{1, 2, \ldots, n\}$, noté aussi $[1..n]$ si pas d'ambiguïté

Cette partie du cours est « simplifiée »

Les ensembles E que nous considérons sont *discrets* :

- ou bien *finis* comportant n éléments. On dit alors que leur cardinal est n
  On note $card(E) = |E| = n$
  Dans ce cas, E est équipotent à $[1..n]_{\mathbb{N}}$
- ou bien *infinis*, mais dans notre cas équipotents à $\mathbb{N}$
  On dit alors que E est *infini dénombrable*

Énumération

Que les ensembles soit finis ou infinis dénombrables, on est capable de compter/énumérer leurs éléments

Si E est fini de cardinal n

Il existe une bijection entre $[1..n]$ et E, appelons la *enum*
Cette application définit une énumération des éléments de E :
le premier $enum(1)$, le deuxième $enum(2)$, $\ldots$, le n^e $enum(n)$

Exemple : soit $E = \{a, b, c, d\}$ de cardinal 4

Énumération

Que les ensembles soit finis ou infinis dénombrables, on est capable de compter/énumérer leurs éléments

Si E est fini de cardinal n

Il existe une bijection entre $[1..n]$ et E, appelons la $enum$
Cette application définit une énumération des éléments de E :
le premier $enum(1)$, le deuxième $enum(2)$, …, le n^{e} $enum(n)$

Exemple : soit $E = \{a, b, c, d\}$ de cardinal 4

Énumération

Que les ensembles soit finis ou infinis dénombrables, on est capable de compter/énumérer leurs éléments

Si E est fini de cardinal n

Il existe une bijection entre $[1..n]$ et E, appelons la *enum*

Cette application définit une énumération des éléments de E :
le premier $enum(1)$, le deuxième $enum(2)$, ..., le n^e $enum(n)$

Exemple : soit $E = \{a, b, c, d\}$ de cardinal 4

Que les ensembles soit finis ou infinis dénombrables, on est capable de compter/énumérer leurs éléments

Si E est fini de cardinal n

Il existe une bijection entre $[1..n]$ et E, appelons la *enum*
Cette application définit une énumération des éléments de E :
le premier $enum(1)$, le deuxième $enum(2)$, ..., le n^e $enum(n)$

Exemple : soit $E = \{a, b, c, d\}$ de cardinal 4

Énumération

Que les ensembles soit finis ou infinis dénombrables, on est capable de compter/énumérer leurs éléments

Si E est fini de cardinal n

Il existe une bijection entre $[1..n]$ et E, appelons la *enum*
Cette application définit une énumération des éléments de E :
le premier $enum(1)$, le deuxième $enum(2)$, ..., le n^e $enum(n)$

Exemple : soit $E = \{a, b, c, d\}$ de cardinal 4

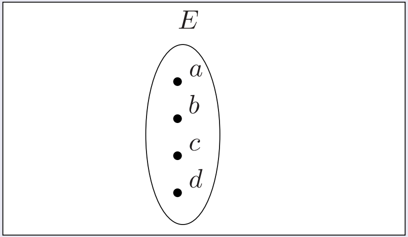
Énumération

Que les ensembles soit finis ou infinis dénombrables, on est capable de compter/énumérer leurs éléments

Si E est fini de cardinal n

Il existe une bijection entre $[1..n]$ et E, appelons la *enum*
Cette application définit une énumération des éléments de E :
le premier $enum(1)$, le deuxième $enum(2)$, ..., le n^e $enum(n)$

Exemple : soit $E = \{a, b, c, d\}$ *de cardinal* 4



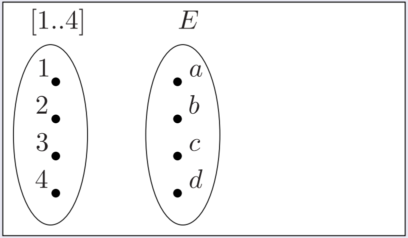
Énumération

Que les ensembles soit finis ou infinis dénombrables, on est capable de compter/énumérer leurs éléments

Si E est fini de cardinal n

Il existe une bijection entre $[1..n]$ et E, appelons la *enum*
Cette application définit une énumération des éléments de E :
le premier $enum(1)$, le deuxième $enum(2)$, ..., le n^e $enum(n)$

Exemple : soit $E = \{a, b, c, d\}$ *de cardinal* 4



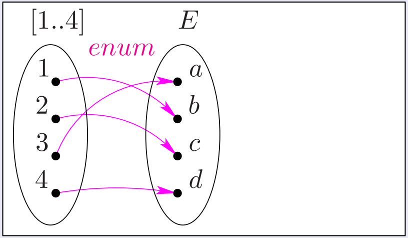
Énumération

Que les ensembles soit finis ou infinis dénombrables, on est capable de compter/énumérer leurs éléments

Si E est fini de cardinal n

Il existe une bijection entre $[1..n]$ et E, appelons la *enum*
Cette application définit une énumération des éléments de E :
le premier $enum(1)$, le deuxième $enum(2)$, ..., le n^e $enum(n)$

Exemple : soit $E = \{a, b, c, d\}$ *de cardinal* 4



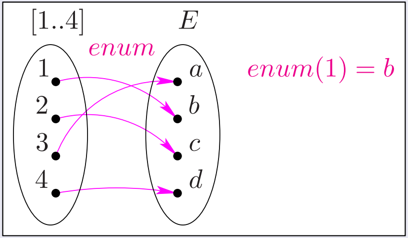
Énumération

Que les ensembles soit finis ou infinis dénombrables, on est capable de compter/énumérer leurs éléments

Si E est fini de cardinal n

Il existe une bijection entre $[1..n]$ et E, appelons la *enum*
Cette application définit une énumération des éléments de E :
le premier $enum(1)$, le deuxième $enum(2)$, . . . , le n^e $enum(n)$

Exemple : soit $E = \{a, b, c, d\}$ de cardinal 4



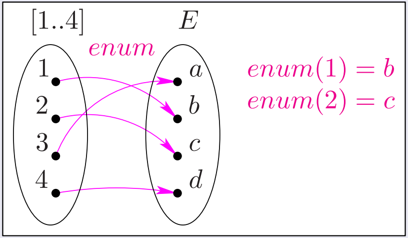
Énumération

Que les ensembles soit finis ou infinis dénombrables, on est capable de compter/énumérer leurs éléments

Si E est fini de cardinal n

Il existe une bijection entre $[1..n]$ et E, appelons la *enum*
Cette application définit une énumération des éléments de E :
le premier $enum(1)$, le deuxième $enum(2)$, ..., le n^e $enum(n)$

Exemple : soit $E = \{a, b, c, d\}$ *de cardinal* 4



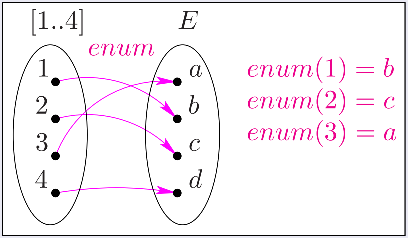
Énumération

Que les ensembles soit finis ou infinis dénombrables, on est capable de compter/énumérer leurs éléments

Si E est fini de cardinal n

Il existe une bijection entre $[1..n]$ et E, appelons la *enum*
Cette application définit une énumération des éléments de E :
le premier $enum(1)$, le deuxième $enum(2)$, . . . , le n^e $enum(n)$

Exemple : soit $E = \{a, b, c, d\}$ de cardinal 4



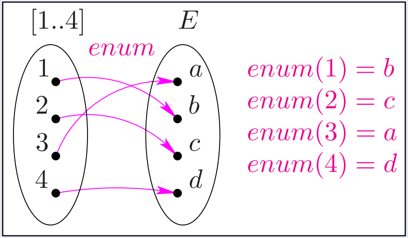
Énumération

Que les ensembles soit finis ou infinis dénombrables, on est capable de compter/énumérer leurs éléments

Si E est fini de cardinal n

Il existe une bijection entre $[1..n]$ et E, appelons la *enum*
Cette application définit une énumération des éléments de E :
le premier $enum(1)$, le deuxième $enum(2)$, ..., le n^e $enum(n)$

Exemple : soit $E = \{a, b, c, d\}$ de cardinal 4



Énumération

Si E est infini équipotent à $\mathbb{N}$

Il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et E, que l'on peut aussi appeler *enum*
Cette application définit encore une *énumération* des éléments de E

Exemple : soit $Pair = \{x \mid \exists p \in \mathbb{N}, \text{avec } x = 2 * p\}$

- Pour énumérer *Pair*, il faut définir une application bijective de $\mathbb{N}$ dans *Pair*
- Soit $\begin{array}{rrcl} \textbf{enum} : & \mathbb{N} & \longrightarrow & Pair \\ & n & \longmapsto & 2 * n \end{array}$
- Est-ce bien une application ? OUI
- Est-elle bien bijective ?
  1. Est-elle bien injective ? OUI
  2. Est-elle bien surjective ? OUI

Énumération

Si E est infini équipotent à $\mathbb{N}$

Il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et E, que l'on peut aussi appeler *enum*

Cette application définit encore une *énumération* des éléments de E

Exemple : soit $Pair = \{x \mid \exists p \in \mathbb{N}, \text{avec } x = 2 * p\}$

- Pour énumérer *Pair*, il faut définir une application bijective de $\mathbb{N}$ dans *Pair*
- Soit $\quad \textbf{enum} : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & Pair \\ n & \longmapsto & 2 * n \end{array}$
- Est-ce bien une application ? OUI
- Est-elle bien bijective ?
  1. Est-elle bien injective ? OUI
  2. Est-elle bien surjective ? OUI

Énumération

Si E est infini équipotent à $\mathbb{N}$

Il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et E, que l'on peut aussi appeler *enum*
Cette application définit encore une *énumération* des éléments de E

Exemple : soit $Pair = \{x \mid \exists p \in \mathbb{N}, \text{avec } x = 2 * p\}$

- Pour énumérer *Pair*, il faut définir une application bijective de $\mathbb{N}$ dans *Pair*
- Soit $\textbf{enum} : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & Pair \\ n & \longmapsto & 2 * n \end{array}$
- Est-ce bien une application ? OUI
- Est-elle bien bijective ?
  1. Est-elle bien injective ? OUI
  2. Est-elle bien surjective ? OUI

Énumération

Si E est infini équipotent à $\mathbb{N}$

Il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et E, que l'on peut aussi appeler *enum*
Cette application définit encore une *énumération* des éléments de E

Exemple : soit $Pair = \{x \mid \exists p \in \mathbb{N}, avec\ x = 2 * p\}$

- Pour énumérer $Pair$, il faut définir une application bijective de $\mathbb{N}$ dans $Pair$
- Soit **enum** : $\begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & Pair \\ n & \longmapsto & 2 * n \end{array}$
- Est-ce bien une application ? OUI
- Est-elle bien bijective ?
  1. Est-elle bien injective ? OUI
  2. Est-elle bien surjective ? OUI

Énumération

Si E est infini équipotent à $\mathbb{N}$

Il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et E, que l'on peut aussi appeler *enum*
Cette application définit encore une *énumération* des éléments de E

Exemple : soit $Pair = \{x \mid \exists p \in \mathbb{N}, avec\ x = 2 * p\}$

- Pour énumérer *Pair*, il faut définir une application bijective de $\mathbb{N}$ dans *Pair*
- Soit **enum** : $\begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & Pair \\ n & \longmapsto & 2 * n \end{array}$
- Est-ce bien une application ? OUI
- Est-elle bien bijective ?
  1. Est-elle bien injective ? OUI
  2. Est-elle bien surjective ? OUI

Énumération

Si E est infini équipotent à $\mathbb{N}$

Il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et E, que l'on peut aussi appeler *enum*
Cette application définit encore une *énumération* des éléments de E

Exemple : soit $Pair = \{x \mid \exists p \in \mathbb{N}, avec\ x = 2 * p\}$

- Pour énumérer *Pair*, il faut définir une application bijective de $\mathbb{N}$ dans *Pair*
- Soit **enum** $: \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & Pair \\ n & \longmapsto & 2 * n \end{array}$
- Est-ce bien une application ? OUI
- Est-elle bien bijective ?
  1. Est-elle bien injective ? OUI
  2. Est-elle bien surjective ? OUI

Énumération

Si E est infini équipotent à $\mathbb{N}$

Il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et E, que l'on peut aussi appeler *enum*
Cette application définit encore une *énumération* des éléments de E

Exemple : soit $Pair = \{x \mid \exists p \in \mathbb{N}, avec\ x = 2 * p\}$

- Pour énumérer $Pair$, il faut définir une application bijective de $\mathbb{N}$ dans $Pair$
- Soit **enum** $: \begin{array}{rcl} \mathbb{N} & \longrightarrow & Pair \\ n & \longmapsto & 2 * n \end{array}$
- Est-ce bien une application ? OUI
- Est-elle bien bijective ?
  1. Est-elle bien injective ? OUI
  2. Est-elle bien surjective ? OUI

Énumération

Si E est infini équipotent à $\mathbb{N}$

Il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et E, que l'on peut aussi appeler *enum*
Cette application définit encore une *énumération* des éléments de E

Exemple : soit $Pair = \{x \mid \exists p \in \mathbb{N}, avec\ x = 2 * p\}$

- Pour énumérer *Pair*, il faut définir une application bijective de $\mathbb{N}$ dans *Pair*
- Soit **enum** $: \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & Pair \\ n & \longmapsto & 2 * n \end{array}$
- Est-ce bien une application ? OUI
- Est-elle bien bijective ?
  1. Est-elle bien injective ? OUI
  2. Est-elle bien surjective ? OUI

Énumération

Si E est infini équipotent à $\mathbb{N}$

Il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et E, que l'on peut aussi appeler *enum*
Cette application définit encore une *énumération* des éléments de E

Exemple : soit $Pair = \{x \mid \exists p \in \mathbb{N}, avec\ x = 2 * p\}$

- Pour énumérer $Pair$, il faut définir une application bijective de $\mathbb{N}$ dans $Pair$
- Soit $\quad \textbf{enum} : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & Pair \\ n & \longmapsto & 2 * n \end{array}$
- Est-ce bien une application ? OUI
- Est-elle bien bijective ?
    1. Est-elle bien injective ? OUI
    2. Est-elle bien surjective ? OUI

Énumération

Si E est infini équipotent à $\mathbb{N}$

Il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et E, que l'on peut aussi appeler *enum*
Cette application définit encore une *énumération* des éléments de E

Exemple : soit $Pair = \{x \mid \exists p \in \mathbb{N}, avec\ x = 2 * p\}$

- Pour énumérer *Pair*, il faut définir une application bijective de $\mathbb{N}$ dans *Pair*
- Soit **enum** $: \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & Pair \\ n & \longmapsto & 2 * n \end{array}$
- Est-ce bien une application ? OUI
- Est-elle bien bijective ?
  1. Est-elle bien injective ? OUI
  2. Est-elle bien surjective ? OUI

Énumération

Si E est infini équipotent à $\mathbb{N}$

Il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et E, que l'on peut aussi appeler *enum*
Cette application définit encore une *énumération* des éléments de E

Exemple : soit $Pair = \{x \mid \exists p \in \mathbb{N}, \text{avec } x = 2 * p\}$

- Pour énumérer *Pair*, il faut définir une application bijective de $\mathbb{N}$ dans *Pair*
- Soit $\quad \textbf{enum} : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & Pair \\ n & \longmapsto & 2 * n \end{array}$
- Est-ce bien une application ? OUI
- Est-elle bien bijective ?
  1. Est-elle bien injective ? OUI
  2. Est-elle bien surjective ? OUI

Énumération

Si E est infini équipotent à $\mathbb{N}$

Il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et E, que l'on peut aussi appeler *enum*
Cette application définit encore une *énumération* des éléments de E

Exemple : soit $Pair = \{x \mid \exists p \in \mathbb{N}, avec\ x = 2 * p\}$

- Pour énumérer *Pair*, il faut définir une application bijective de $\mathbb{N}$ dans *Pair*
- Soit **enum** $: \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & Pair \\ n & \longmapsto & 2 * n \end{array}$
- Est-ce bien une application ? OUI
- Est-elle bien bijective ?
  1. Est-elle bien injective ? OUI
  2. Est-elle bien surjective ? OUI

Propositions

Proposition 1

Soient A, B deux ensembles finis : $|A| \leqslant |B|$ si et seulement si il existe une application injective $\mathbf{f} : A \longrightarrow B$.

Preuve : cf. fiche de cours n°2 p. 7

Proposition 2

$\mathbb{N}$ est le plus petit ensemble infini. Il est stable par addition, multiplication et exponentiation. Il est *bien ordonné* : toute partie non vide admet un plus petit élément

L'argument diagonal : L'ensemble des parties de $\mathbb{N}$ n'est pas dénombrable

Preuve : nous ne prouverons que le fait qu'il n'y a pas d'énumération de $\mathcal{P}(\mathbb{N})$
cf. fiche de cours n°2 p. 8

Proposition 1

Soient A, B deux ensembles finis : $|A| \leqslant |B|$ si et seulement si il existe une application injective **f :** $A \longrightarrow B$.

Preuve : cf. fiche de cours n° 2 p. 7

Proposition 2

$\mathbb{N}$ est le plus petit ensemble infini. Il est stable par addition, multiplication et exponentiation. Il est *bien ordonné* : toute partie non vide admet un plus petit élément

L'argument diagonal : L'ensemble des parties de $\mathbb{N}$ n'est pas dénombrable

Preuve : nous ne prouverons que le fait qu'il n'y a pas d'énumération de $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ cf. fiche de cours n° 2 p. 8

Propositions

Proposition 1

Soient A, B deux ensembles finis : $|A| \leqslant |B|$ si et seulement si il existe une application injective **f :** $A \longrightarrow B$.

Preuve : cf. fiche de cours n° 2 p. 7

Proposition 2

$\mathbb{N}$ est le plus petit ensemble infini. Il est stable par addition, multiplication et exponentiation. Il est *bien ordonné* : toute partie non vide admet un plus petit élément

L'argument diagonal : L'ensemble des parties de $\mathbb{N}$ n'est pas dénombrable

Preuve : nous ne prouverons que le fait qu'il n'y a pas d'énumération de $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ cf. fiche de cours n° 2 p. 8

Propositions

Proposition 1

Soient A, B deux ensembles finis : $|A| \leqslant |B|$ si et seulement si il existe une application injective **f :** $A \longrightarrow B$.

Preuve : cf. fiche de cours n° 2 p. 7

Proposition 2

$\mathbb{N}$ est le plus petit ensemble infini. Il est stable par addition, multiplication et exponentiation. Il est *bien ordonné* : toute partie non vide admet un plus petit élément

L'argument diagonal : L'ensemble des parties de $\mathbb{N}$ n'est pas dénombrable

Preuve : nous ne prouverons que le fait qu'il n'y a pas d'énumération de $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ cf. fiche de cours n° 2 p. 8

Propositions

Proposition 1

Soient A, B deux ensembles finis : $|A| \leqslant |B|$ si et seulement si il existe une application injective $\mathbf{f:}\ A \longrightarrow B$.

Preuve : cf. fiche de cours n° 2 p. 7

Proposition 2

$\mathbb{N}$ est le plus petit ensemble infini. Il est stable par addition, multiplication et exponentiation. Il est *bien ordonné* : toute partie non vide admet un plus petit élément

L'argument diagonal : L'ensemble des parties de $\mathbb{N}$ n'est pas dénombrable

Preuve : nous ne prouverons que le fait qu'il n'y a pas d'énumération de $\mathcal{P}(\mathbb{N})$
cf. fiche de cours n° 2 p. 8

Propositions

Proposition 1

Soient A, B deux ensembles finis : $|A| \leqslant |B|$ si et seulement si il existe une application injective **f :** $A \longrightarrow B$.

Preuve : cf. fiche de cours n° 2 p. 7

Proposition 2

$\mathbb{N}$ est le plus petit ensemble infini. Il est stable par addition, multiplication et exponentiation. Il est *bien ordonné* : toute partie non vide admet un plus petit élément

L'argument diagonal : L'ensemble des parties de $\mathbb{N}$ n'est pas dénombrable

Preuve : nous ne prouverons que le fait qu'il n'y a pas d'énumération de $\mathcal{P}(\mathbb{N})$
cf. fiche de cours n° 2 p. 8

Propositions

Proposition 1

Soient A, B deux ensembles finis : $|A| \leqslant |B|$ si et seulement si il existe une application injective **f :** $A \longrightarrow B$.

Preuve : cf. fiche de cours n° 2 p. 7

Proposition 2

$\mathbb{N}$ est le plus petit ensemble infini. Il est stable par addition, multiplication et exponentiation. Il est *bien ordonné* : toute partie non vide admet un plus petit élément

L'argument diagonal : L'ensemble des parties de $\mathbb{N}$ n'est pas dénombrable

Preuve : nous ne prouverons que le fait qu'il n'y a pas d'énumération de $\mathcal{P}(\mathbb{N})$
cf. fiche de cours n° 2 p. 8

Sommaire

Tâches essentielles en informatique

- connaître/calculer le nombre de cas rencontrés dans l'exécution d'un algorithme
- estimer la taille mémoire de l'implantation d'un type de données
- estimer le temps d'exécution d'un programme

Pour cela il faut compter. On dit aussi dénombrer.

Nous allons effleurer dans cette partie les techniques élémentaires de dénombrement

Tâches essentielles en informatique

- connaître/calculer le nombre de cas rencontrés dans l'exécution d'un algorithme
- estimer la taille mémoire de l'implantation d'un type de données
- estimer le temps d'exécution d'un programme

Pour cela il faut compter. On dit aussi dénombrer.

Nous allons effleurer dans cette partie les techniques élémentaires de dénombrement

Tâches essentielles en informatique

- connaître/calculer le nombre de cas rencontrés dans l'exécution d'un algorithme
- estimer la taille mémoire de l'implantation d'un type de données
- estimer le temps d'exécution d'un programme

Pour cela il faut compter. On dit aussi dénombrer.

Nous allons effleurer dans cette partie les techniques élémentaires de dénombrement

Tâches essentielles en informatique

- connaître/calculer le nombre de cas rencontrés dans l'exécution d'un algorithme
- estimer la taille mémoire de l'implantation d'un type de données
- estimer le temps d'exécution d'un programme

Pour cela il faut compter. On dit aussi dénombrer.

Nous allons effleurer dans cette partie les techniques élémentaires de dénombrement

Introduction

Tâches essentielles en informatique

- connaître/calculer le nombre de cas rencontrés dans l'exécution d'un algorithme
- estimer la taille mémoire de l'implantation d'un type de données
- estimer le temps d'exécution d'un programme

Pour cela il faut compter. On dit aussi dénombrer.

Nous allons effleurer dans cette partie les techniques élémentaires de dénombrement

Introduction

Tâches essentielles en informatique

- connaître/calculer le nombre de cas rencontrés dans l'exécution d'un algorithme
- estimer la taille mémoire de l'implantation d'un type de données
- estimer le temps d'exécution d'un programme

Pour cela il faut compter. On dit aussi dénombrer.

Nous allons effleurer dans cette partie les techniques élémentaires de dénombrement

Propriétés simples

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  et si A et B sont disjoints : $|A \cup B| = |A| + |B|$
  Se généralise à une partition, soit $\{A_1, \ldots, A_n\}$ une partition de E, alors $|E| = |A_1| + \ldots + |A_n|$
- $|A \times B| = |A|.|B|$
- $|B^A| = |B|^{|A|}$ ($B^A = \{A \to B\}$ ensemble des applications de A vers B)
- $|\mathcal{P}(E)| = 2^{|E|}$ (à chaque application de E dans $\{0, 1\}$ on associe la partie de E qu'elle représente, combien d'applications ? $|\{0, 1\}|^{|E|} = 2^{|E|}$)

On suppose dans la suite que $|A| = n$ et $|B| = p$, avec $n \geq p$

Propriétés simples

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  et si A et B sont disjoints : $|A \cup B| = |A| + |B|$
  Se généralise à une partition, soit $\{A_1, \ldots, A_n\}$ une partition de E, alors $|E| = |A_1| + \ldots + |A_n|$
- $|A \times B| = |A|.|B|$
- $|B^A| = |B|^{|A|}$ ($B^A = \{A \to B\}$ ensemble des applications de A vers B)
- $|\mathcal{P}(E)| = 2^{|E|}$ (à chaque application de E dans $\{0, 1\}$ on associe la partie de E qu'elle représente, combien d'applications ? $|\{0, 1\}|^{|E|} = 2^{|E|}$)

On suppose dans la suite que $|A| = n$ et $|B| = p$, avec $n \geq p$

Propriétés simples

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  et si A et B sont disjoints : $|A \cup B| = |A| + |B|$
  Se généralise à une partition, soit $\{A_1, \ldots, A_n\}$ une partition de E, alors $|E| = |A_1| + \ldots + |A_n|$
- $|A \times B| = |A|.|B|$
- $|B^A| = |B|^{|A|}$ ($B^A = \{A \to B\}$ ensemble des applications de A vers B)
- $|\mathcal{P}(E)| = 2^{|E|}$ (à chaque application de E dans $\{0, 1\}$ on associe la partie de E qu'elle représente, combien d'applications ? $|\{0, 1\}|^{|E|} = 2^{|E|}$)

On suppose dans la suite que $|A| = n$ et $|B| = p$, avec $n \geq p$

Propriétés simples

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  et si A et B sont disjoints : $|A \cup B| = |A| + |B|$
  Se généralise à une partition, soit $\{A_1, \ldots, A_n\}$ une partition de E, alors $|E| = |A_1| + \ldots + |A_n|$
- $|A \times B| = |A|.|B|$
- $|B^A| = |B|^{|A|}$ ($B^A = \{A \to B\}$ ensemble des applications de A vers B)
- $|\mathcal{P}(E)| = 2^{|E|}$ (à chaque application de E dans $\{0, 1\}$ on associe la partie de E qu'elle représente, combien d'applications ? $|\{0, 1\}|^{|E|} = 2^{|E|}$)

On suppose dans la suite que $|A| = n$ et $|B| = p$, avec $n \geq p$

Propriétés simples

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  et si A et B sont disjoints : $|A \cup B| = |A| + |B|$
  Se généralise à une partition, soit $\{A_1, \ldots, A_n\}$ une partition de E, alors $|E| = |A_1| + \ldots + |A_n|$

- $|A \times B| = |A|.|B|$

- $|B^A| = |B|^{|A|}$ ($B^A = \{A \to B\}$ ensemble des applications de A vers B)

- $|\mathcal{P}(E)| = 2^{|E|}$ (à chaque application de E dans $\{0, 1\}$ on associe la partie de E qu'elle représente, combien d'applications ? $|\{0, 1\}|^{|E|} = 2^{|E|}$)

On suppose dans la suite que $|A| = n$ et $|B| = p$, avec $n \geq p$

Propriétés simples

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  et si A et B sont disjoints : $|A \cup B| = |A| + |B|$
  Se généralise à une partition, soit $\{A_1, \ldots, A_n\}$ une partition de E, alors $|E| = |A_1| + \ldots + |A_n|$
- $|A \times B| = |A|.|B|$
- $|B^A| = |B|^{|A|}$ ($B^A = \{A \to B\}$ ensemble des applications de A vers B)
- $|\mathcal{P}(E)| = 2^{|E|}$ (à chaque application de E dans $\{0, 1\}$ on associe la partie de E qu'elle représente, combien d'applications ? $|\{0, 1\}|^{|E|} = 2^{|E|}$)

On suppose dans la suite que $|A| = n$ et $|B| = p$, avec $n \geq p$

Propriétés simples

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  et si A et B sont disjoints : $|A \cup B| = |A| + |B|$
  Se généralise à une partition, soit $\{A_1, \ldots, A_n\}$ une partition de E, alors $|E| = |A_1| + \ldots + |A_n|$

- $|A \times B| = |A|.|B|$

- $|B^A| = |B|^{|A|}$ ($B^A = \{A \rightarrow B\}$ ensemble des applications de A vers B)

- $|\mathcal{P}(E)| = 2^{|E|}$ (à chaque application de E dans $\{0,1\}$ on associe la partie de E qu'elle représente, combien d'applications ? $|\{0,1\}|^{|E|} = 2^{|E|}$)

On suppose dans la suite que $|A| = n$ et $|B| = p$, avec $n \geq p$

Propriétés simples

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  et si A et B sont disjoints : $|A \cup B| = |A| + |B|$
  Se généralise à une partition, soit $\{A_1, \ldots, A_n\}$ une partition de E, alors $|E| = |A_1| + \ldots + |A_n|$
- $|A \times B| = |A|.|B|$
- $|B^A| = |B|^{|A|}$ ($B^A = \{A \to B\}$ ensemble des applications de A vers B)
- $|\mathcal{P}(E)| = 2^{|E|}$ (à chaque application de E dans $\{0,1\}$ on associe la partie de E qu'elle représente, combien d'applications ? $|\{0,1\}|^{|E|} = 2^{|E|}$)

On suppose dans la suite que $|A| = n$ et $|B| = p$, avec $n \geq p$

Propriétés simples

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  et si A et B sont disjoints : $|A \cup B| = |A| + |B|$
  Se généralise à une partition, soit $\{A_1, \ldots, A_n\}$ une partition de E, alors $|E| = |A_1| + \ldots + |A_n|$
- $|A \times B| = |A|.|B|$
- $|B^A| = |B|^{|A|}$ ($B^A = \{A \to B\}$ ensemble des applications de A vers B)
- $|\mathcal{P}(E)| = 2^{|E|}$ (à chaque application de E dans $\{0,1\}$ on associe la partie de E qu'elle représente, combien d'applications ? $|\{0,1\}|^{|E|} = 2^{|E|}$)

On suppose dans la suite que $|A| = n$ et $|B| = p$, avec $n \geq p$

Nombre d'applications bijectives de A vers A

Permutations

On peut le voir comme le nombre de manière d'ordonner les éléments de A.

1re position :	n choix
2e position :	$n-1$ choix
...	...
Dernière position :	1 choix

Ce nombre est $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$

Une application bijective de A vers A est aussi appelée une *permutation* de A.

Nombre d'applications bijectives de A vers A

Permutations

On peut le voir comme le nombre de manière d'ordonner les éléments de A.

1$^{\text{re}}$ position :	n choix
2$^{\text{e}}$ position :	$n-1$ choix
…	…
Dernière position :	1 choix

Ce nombre est $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$

Une application bijective de A vers A est aussi appelée une *permutation* de A.

Nombre d'applications bijectives de A vers A

Permutations

On peut le voir comme le nombre de manière d'ordonner les éléments de A.

1re position :	n choix
2e position :	$n-1$ choix
...	...
Dernière position :	1 choix

Ce nombre est $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$

Une application bijective de A vers A est aussi appelée une *permutation* de A.

Nombre d'applications bijectives de A vers A

Permutations

On peut le voir comme le nombre de manière d'ordonner les éléments de A.

1^{re} position :	n choix
2^{e} position :	$n-1$ choix
…	…
Dernière position :	1 choix

Ce nombre est $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$

Une application bijective de A vers A est aussi appelée une *permutation* de A.

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

On peut le voir comme le nombre de manière d'ordonner les éléments de A.

1re position :	n choix
2e position :	$n-1$ choix
$\dots$	$\dots$
Dernière position :	1 choix

Ce nombre est $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$

Une application bijective de A vers A est aussi appelée une *permutation* de A.

Nombre d'applications bijectives de A vers A

Permutations

On peut le voir comme le nombre de manière d'ordonner les éléments de A.

1^{re} position :	n choix
2^{e} position :	$n-1$ choix
…	…
Dernière position :	1 choix

Ce nombre est $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$

Une application bijective de A vers A est aussi appelée une *permutation* de A.

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

On peut le voir comme le nombre de manière d'ordonner les éléments de A.

1^{re} position :	n choix
2^{e} position :	$n-1$ choix
…	…
Dernière position :	1 choix

Ce nombre est $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$

Une application bijective de A vers A est aussi appelée une *permutation* de A.

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

On peut le voir comme le nombre de manière d'ordonner les éléments de A.

1^{re} position :	n choix
2^{e} position :	$n-1$ choix
...	...
Dernière position :	1 choix

Ce nombre est $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$

Une application bijective de A vers A est aussi appelée une *permutation* de A.

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

On peut le voir comme le nombre de manière d'ordonner les éléments de A.

1^{re} position :	n choix
2^{e} position :	$n-1$ choix
...	...
Dernière position :	1 choix

Ce nombre est $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$

Une application bijective de A vers A est aussi appelée une *permutation* de A.

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

On peut le voir comme le nombre de manière d'ordonner les éléments de A.

1^{re} position :	n choix
2^{e} position :	$n-1$ choix
...	...
Dernière position :	1 choix

Ce nombre est $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$

Une application bijective de A vers A est aussi appelée une *permutation* de A.

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

On peut le voir comme le nombre de manière d'ordonner les éléments de A.

1^{re} position :	n choix
2^{e} position :	$n-1$ choix
...	...
Dernière position :	1 choix

Ce nombre est $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$

Une application bijective de A vers A est aussi appelée une *permutation* de A.

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

On peut le voir comme le nombre de manière d'ordonner les éléments de A.

1^{re} position :	n choix
2^{e} position :	$n-1$ choix
...	...
Dernière position :	1 choix

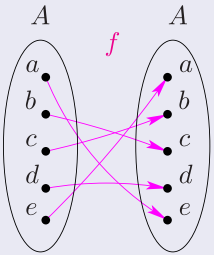
Ce nombre est $n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$

Une application bijective de A vers A est aussi appelée une *permutation* de A.

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

Exemple

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$
et la bijection f de A dans A

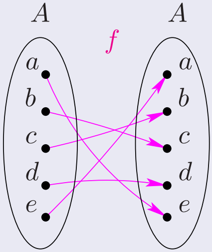


Si on considère que les éléments de A sont ordonnés : (a, b, c, d, e)

Alors cette bijection induit un nouvel ordre :
$(f(a), f(b), f(c), f(d), f(e))$, c.-à-d. (e, c, b, d, a)

Exemple

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$
et la bijection f de A dans A



Si on considère que les éléments de A sont ordonnés : (a, b, c, d, e)

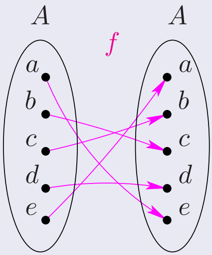
Alors cette bijection induit un nouvel ordre :
$(f(a), f(b), f(c), f(d), f(e))$, c.-à-d. (e, c, b, d, a)

Nombre d'applications bijectives de A vers A

Permutations

Exemple

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$
et la bijection f de A dans A



Si on considère que les éléments de A sont ordonnés : (a, b, c, d, e)

Alors cette bijection induit un nouvel ordre :
($f(a)$, $f(b)$, $f(c)$, $f(d)$, $f(e)$), c.-à-d. (e, c, b, d, a)

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

Quand se sert-on des permutations ?

- On doit faire passer 10 étudiants à l'oral, combien d'ordres possibles ? $10! = 3628800$
- De combien de manières différentes huit personnes peuvent-elles se placer autour d'une table ? $8! = 40320$
- On a 6 couleurs à associer à nos 6 matières du semestre, combien de possibilités d'affectation ? $6! = 720$

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

Quand se sert-on des permutations ?

- On doit faire passer 10 étudiants à l'oral, combien d'ordres possibles ?
  $10! = 3628800$
- De combien de manières différentes huit personnes peuvent-elles se placer autour d'une table ? $8! = 40320$
- On a 6 couleurs à associer à nos 6 matières du semestre, combien de possibilités d'affectation ? $6! = 720$

Nombre d'applications bijectives de A vers A

Permutations

Quand se sert-on des permutations ?

- On doit faire passer 10 étudiants à l'oral, combien d'ordres possibles ? $10! = 3628800$
- De combien de manières différentes huit personnes peuvent-elles se placer autour d'une table ? $8! = 40320$
- On a 6 couleurs à associer à nos 6 matières du semestre, combien de possibilités d'affectation ? $6! = 720$

Nombre d'applications bijectives de A vers A

Permutations

Quand se sert-on des permutations ?

- On doit faire passer 10 étudiants à l'oral, combien d'ordres possibles ? $10! = 3628800$
- De combien de manières différentes huit personnes peuvent-elles se placer autour d'une table ? $8! = 40320$
- On a 6 couleurs à associer à nos 6 matières du semestre, combien de possibilités d'affectation ? $6! = 720$

Nombre d'applications bijectives de A vers A

Permutations

Quand se sert-on des permutations ?

- On doit faire passer 10 étudiants à l'oral, combien d'ordres possibles ?
  $10! = 3628800$
- De combien de manières différentes huit personnes peuvent-elles se placer autour d'une table ? $8! = 40320$
- On a 6 couleurs à associer à nos 6 matières du semestre, combien de possibilités d'affectation ? $6! = 720$

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

Quand se sert-on des permutations ?

- On doit faire passer 10 étudiants à l'oral, combien d'ordres possibles ? $10! = 3628800$
- De combien de manières différentes huit personnes peuvent-elles se placer autour d'une table ? $8! = 40320$
- On a 6 couleurs à associer à nos 6 matières du semestre, combien de possibilités d'affectation ? $6! = 720$

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

Quand se sert-on des permutations ?

- On doit faire passer 10 étudiants à l'oral, combien d'ordres possibles ? $10! = 3628800$
- De combien de manières différentes huit personnes peuvent-elles se placer autour d'une table ? $8! = 40320$
- On a 6 couleurs à associer à nos 6 matières du semestre, combien de possibilités d'affectation ? $6! = 720$

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

Quand se sert-on des permutations ?

- On doit faire passer 10 étudiants à l'oral, combien d'ordres possibles ? $10! = 3628800$
- De combien de manières différentes huit personnes peuvent-elles se placer autour d'une table ? $8! = 40320$
- On a 6 couleurs à associer à nos 6 matières du semestre, combien de possibilités d'affectation ? $6! = 720$

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

Quand se sert-on des permutations ?

- On doit faire passer 10 étudiants à l'oral, combien d'ordres possibles ? $10! = 3628800$
- De combien de manières différentes huit personnes peuvent-elles se placer autour d'une table ? $8! = 40320$
- On a 6 couleurs à associer à nos 6 matières du semestre, combien de possibilités d'affectation ? $6! = 720$

Nombre d'applications bijectives de A vers A
Permutations

Quand se sert-on des permutations ?

- On doit faire passer 10 étudiants à l'oral, combien d'ordres possibles ? $10! = 3628800$
- De combien de manières différentes huit personnes peuvent-elles se placer autour d'une table ? $8! = 40320$
- On a 6 couleurs à associer à nos 6 matières du semestre, combien de possibilités d'affectation ? $6! = 720$

Nombre d'applications injectives de B vers A
Arrangements

Définition

Chaque injection de B vers A est une manière d'ordonner p objets de A,
c.-à-d. d'obtenir une liste ordonnée de p objets choisis dans A.

La question revient donc à combien de listes ordonnées de taille p différentes ?

On choisit chaque élément au fur et à mesure :

Nombre d'applications injectives de B vers A

Arrangements

Définition

Chaque injection de B vers A est une manière d'ordonner p objets de A, c.-à-d. d'obtenir une liste ordonnée de p objets choisis dans A.

La question revient donc à combien de listes ordonnées de taille p différentes ?

On choisit chaque élément au fur et à mesure :

Nombre d'applications injectives de B vers A
Arrangements

Définition

Chaque injection de B vers A est une manière d'ordonner p objets de A, c.-à-d. d'obtenir une liste ordonnée de p objets choisis dans A.

La question revient donc à combien de listes ordonnées de taille p différentes ?

On choisit chaque élément au fur et à mesure :

Nombre d'applications injectives de B vers A
Arrangements

Définition

Chaque injection de B vers A est une manière d'ordonner p objets de A, c.-à-d. d'obtenir une liste ordonnée de p objets choisis dans A.

La question revient donc à combien de listes ordonnées de taille p différentes ?

On choisit chaque élément au fur et à mesure :

Choix pour le 1er élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
…	…
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

$$n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!} = A_n^p$$

Nombre d'applications injectives de B vers A
Arrangements

Définition

Chaque injection de B vers A est une manière d'ordonner p objets de A, c.-à-d. d'obtenir une liste ordonnée de p objets choisis dans A.

La question revient donc à combien de listes ordonnées de taille p différentes ?

On choisit chaque élément au fur et à mesure :

Choix pour le 1er élément :	n choix
Choix pour le 2e élément :	$n-1$ choix
…	…
Choix pour le pe élément :	$n-p+1$ choix

$$n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!} = A_n^p$$

Nombre d'applications injectives de B vers A
Arrangements

Définition

Chaque injection de B vers A est une manière d'ordonner p objets de A, c.-à-d. d'obtenir une liste ordonnée de p objets choisis dans A.

La question revient donc à combien de listes ordonnées de taille p différentes ?

On choisit chaque élément au fur et à mesure :

Choix pour le 1er élément :	n choix
Choix pour le 2e élément :	$n-1$ choix
…	…
Choix pour le pe élément :	$n-p+1$ choix

$$n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!} = A_n^p$$

Nombre d'applications injectives de B vers A

Arrangements

Définition

Chaque injection de B vers A est une manière d'ordonner p objets de A, c.-à-d. d'obtenir une liste ordonnée de p objets choisis dans A.

La question revient donc à combien de listes ordonnées de taille p différentes ?

On choisit chaque élément au fur et à mesure :

Choix pour le 1er élément :	n choix
Choix pour le 2e élément :	$n-1$ choix
...	...
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

$$n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!} = A_n^p$$

Arrangements

Définition

Chaque injection de B vers A est une manière d’ordonner p objets de A, c.-à-d. d’obtenir une liste ordonnée de p objets choisis dans A.

La question revient donc à combien de listes ordonnées de taille p différentes ?

On choisit chaque élément au fur et à mesure :

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
$\ldots$	$\ldots$
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

$$n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!} = A_n^p$$

Nombre d'applications injectives de B vers A
Arrangements

Définition

Chaque injection de B vers A est une manière d'ordonner p objets de A, c.-à-d. d'obtenir une liste ordonnée de p objets choisis dans A.

La question revient donc à combien de listes ordonnées de taille p différentes ?

On choisit chaque élément au fur et à mesure :

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
$\dots$	$\dots$
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

$$n \times (n-1) \times \dots \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!} = A_n^p$$

Nombre d'applications injectives de B vers A
Arrangements

Définition

Chaque injection de B vers A est une manière d'ordonner p objets de A, c.-à-d. d'obtenir une liste ordonnée de p objets choisis dans A.

La question revient donc à combien de listes ordonnées de taille p différentes ?

On choisit chaque élément au fur et à mesure :

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
$\ldots$	$\ldots$
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

$$n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!} = A_n^p$$

Nombre d'applications injectives de B vers A
Arrangements

Définition

Chaque injection de B vers A est une manière d'ordonner p objets de A, c.-à-d. d'obtenir une liste ordonnée de p objets choisis dans A.

La question revient donc à combien de listes ordonnées de taille p différentes ?

On choisit chaque élément au fur et à mesure :

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
$\dots$	$\dots$
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

$$n \times (n-1) \times \dots \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!} = A_n^p$$

Nombre d'applications injectives de B vers A

Arrangements

Définition

Chaque injection de B vers A est une manière d'ordonner p objets de A, c.-à-d. d'obtenir une liste ordonnée de p objets choisis dans A.

La question revient donc à combien de listes ordonnées de taille p différentes ?

On choisit chaque élément au fur et à mesure :

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
...	...
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

$$n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!} = \mathcal{A}_n^p$$

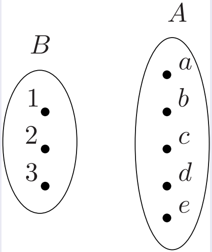
Nombre d’applications injectives de B vers A

Arrangements

Exemple

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ et f une injection de B vers A
$n = 5$, $p = 3$, liste ordonnée de taille 3 d’éléments de A :

Choix pour le 1$^{\text{er}}$ élément : 5 choix
Choix pour le 2$^{\text{e}}$ élément : 4 choix
Choix pour le 3$^{\text{e}}$ élément : 3 choix

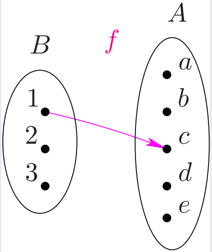


Nombre d'applications injectives de B vers A
Arrangements

Exemple

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ et f une injection de B vers A
$n = 5$, $p = 3$, liste ordonnée de taille 3 d'éléments de A :

Choix pour le 1er élément :	5 choix
Choix pour le 2^{e} élément :	4 choix
Choix pour le 3^{e} élément :	3 choix

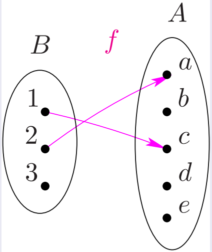


Arrangements

Exemple

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ et f une injection de B vers A
$n = 5$, $p = 3$, liste ordonnée de taille 3 d'éléments de A :

Choix pour le 1^er^ élément :	5 choix
Choix pour le 2^e^ élément :	4 choix
Choix pour le 3^e^ élément :	3 choix

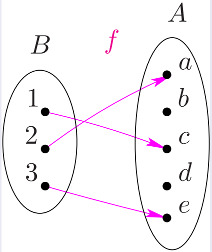


Nombre d'applications injectives de B vers A
Arrangements

Exemple

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ et f une injection de B vers A
$n = 5$, $p = 3$, liste ordonnée de taille 3 d'éléments de A :

Choix pour le 1^{er} élément :	5 choix
Choix pour le 2^{e} élément :	4 choix
Choix pour le 3^{e} élément :	3 choix



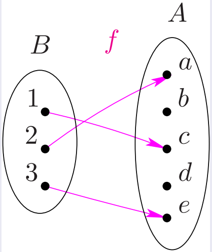
Résultat : (c, a, e)

Nombre d'applications injectives de B vers A
Arrangements

Exemple

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ et f une injection de B vers A
$n = 5$, $p = 3$, liste ordonnée de taille 3 d'éléments de A :

Choix pour le 1^{er} élément : 5 choix
Choix pour le 2^{e} élément : 4 choix
Choix pour le 3^{e} élément : 3 choix



Résultat : (c, a, e)

$\frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$ listes différentes possibles

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$
- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$
- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$
- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$
- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$
- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$
- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$
- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$
- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$
- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$

- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$

- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$

- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$
- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$
- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$
- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$

- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$

- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$

- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$
- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$
- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$
- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$
- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$
- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$
- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$

- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$

- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$

- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$

- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$

- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$

- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$

- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$

- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$

- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^3 = \frac{10!}{7!} = 720$
- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$
- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^4 = \frac{26!}{22!} = 358800$
- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_7^4 = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$
- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$
- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$
- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$

- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$

- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$

- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Quand se sert-on des arrangements ?

- Combien de tiercés possibles dans une course de 10 chevaux ?
  $\mathcal{A}_{10}^{3} = \frac{10!}{7!} = 720$
- Combien de mots de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $26 * 26 * 26 * 26 = 26^4 = 456976$
- Combien de mots de 4 lettres sans lettre répétée dans un alphabet de 26 ?
  $\mathcal{A}_{26}^{4} = \frac{26!}{22!} = 358800$
- 7 amis sont en vacances. Pour désigner respectivement celui qui fait le ménage, la cuisine, les courses et la vaisselle, ils tirent au sort. Une urne contient donc 7 papiers (un par prénom). Combien existe-t-il de répartitions possibles des tâches ? (*tiré de http://www.netprof.fr*)
  $\mathcal{A}_{7}^{4} = \frac{7!}{3!} = 840$

Nombre de parties de A ayant pour cardinal p

Coeff. binomiaux, combinaisons

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
$\dots$	$\dots$
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)
Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = n \times (n-1) \times \dots \times (n-p+1)$$

Nombre de parties de A ayant pour cardinal p

Coeff. binomiaux, combinaisons

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

Choix pour le 1^{er} élément : n choix
Choix pour le 2^e élément : $n-1$ choix
$\ldots$ $\ldots$
Choix pour le p^e élément : $n-p+1$ choix

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)
Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1)$$

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

Choix pour le 1^{er} élément : n choix
Choix pour le 2^{e} élément : $n-1$ choix
... ...
Choix pour le p^{e} élément : $n-p+1$ choix

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)
Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1)$$

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
…	…
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)
Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1)$$

Nombre de parties de A ayant pour cardinal p
Coeff. binomiaux, combinaisons

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
$\dots$	$\dots$
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)
Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = n \times (n-1) \times \dots \times (n-p+1)$$

Nombre de parties de A ayant pour cardinal p

Coeff. binomiaux, combinaisons

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
$\dots$	$\dots$
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)
Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = n \times (n-1) \times \dots \times (n-p+1)$$

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

$$\begin{array}{rc}
\text{Choix pour le } 1^{\text{er}} \text{ élément :} & n \text{ choix} \\
\text{Choix pour le } 2^{\text{e}} \text{ élément :} & n-1 \text{ choix} \\
\dots & \dots \\
\text{Choix pour le } p^{\text{e}} \text{ élément :} & n-p+1 \text{ choix}
\end{array}$$

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)
Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = n \times (n-1) \times \dots \times (n-p+1)$$

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
...	...
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)
Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1)$$

Nombre de parties de A ayant pour cardinal p
Coeff. binomiaux, combinaisons

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
...	...
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)

Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1)$$

Nombre de parties de A ayant pour cardinal p
Coeff. binomiaux, combinaisons

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

$$
\begin{array}{rc}
\text{Choix pour le } 1^{\text{er}} \text{ élément :} & n \text{ choix} \\
\text{Choix pour le } 2^{\text{e}} \text{ élément :} & n-1 \text{ choix} \\
\ldots & \ldots \\
\text{Choix pour le } p^{\text{e}} \text{ élément :} & n-p+1 \text{ choix}
\end{array}
$$

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)
Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1)$$

Nombre de parties de A ayant pour cardinal p
Coeff. binomiaux, combinaisons

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

Choix pour le 1$^{\text{er}}$ élément :	n choix
Choix pour le 2$^{\text{e}}$ élément :	$n-1$ choix
...	...
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)
Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = \frac{n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1)}{p!}$$

Nombre de parties de A ayant pour cardinal p
Coeff. binomiaux, combinaisons

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
...	...
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)
Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = \frac{n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!} = C_n^p$$

Nombre de parties de A ayant pour cardinal p
Coeff. binomiaux, combinaisons

Définition

On dénombre l'ensemble des parties de A comportant p éléments par une valeur notée $\binom{n}{p}$.

Choix pour le 1^{er} élément :	n choix
Choix pour le 2^{e} élément :	$n-1$ choix
$\ldots$	$\ldots$
Choix pour le p^{e} élément :	$n-p+1$ choix

Mais il n'y a pas d'ordre dans une partie (rappel : partie = sous-ensemble)
Il faut donc diviser par le nb d'ordres possibles : $p!$

$$\binom{n}{p} = \frac{n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \mathcal{C}_n^p$$

Formule du binôme

Définition

Vu en Calculus au 1er semestre :

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{p} x^p y^{n-p}$$

Exemple pour $n = 4$

$$(x+y)^4 = \binom{4}{0}x^4y^0 + \binom{4}{1}x^3y^1 + \binom{4}{2}x^2y^2 + \binom{4}{3}x^1y^3 + \binom{4}{4}x^0y^4$$

Rmq : on peut aussi calculer ces coefficients à l'aide du triangle de Pascal

Formule du binôme

Définition

Vu en Calculus au 1er semestre :

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{p} x^p y^{n-p}$$

Exemple pour $n = 4$

$$(x+y)^4 = \binom{4}{0}x^4y^0 + \binom{4}{1}x^3y^1 + \binom{4}{2}x^2y^2 + \binom{4}{3}x^1y^3 + \binom{4}{4}x^0y^4$$

Rmq : on peut aussi calculer ces coefficients à l'aide du triangle de Pascal

Formule du binôme

Définition

Vu en Calculus au 1er semestre :

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{p} x^p y^{n-p}$$

Exemple pour $n = 4$

$$(x+y)^4 = \binom{4}{0}x^4y^0 + \binom{4}{1}x^3y^1 + \binom{4}{2}x^2y^2 + \binom{4}{3}x^1y^3 + \binom{4}{4}x^0y^4$$

$$x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

Rmq : on peut aussi calculer ces coefficients à l'aide du triangle de Pascal

Formule du binôme

Définition

Vu en Calculus au 1er semestre :

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{p} x^p y^{n-p}$$

Exemple pour $n = 4$

$$(x+y)^4 = \binom{4}{0}x^4y^0 + \binom{4}{1}x^3y^1 + \binom{4}{2}x^2y^2 + \binom{4}{3}x^1y^3 + \binom{4}{4}x^0y^4$$

$$x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

Rmq : on peut aussi calculer ces coefficients à l'aide du triangle de Pascal

Formule du binôme

Définition

Vu en Calculus au 1er semestre :

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{p} x^p y^{n-p}$$

Exemple pour $n = 4$

$$\begin{array}{ccccccccccc} (x+y)^4 = & \binom{4}{0}x^4y^0 & + & \binom{4}{1}x^3y^1 & + & \binom{4}{2}x^2y^2 & + & \binom{4}{3}x^1y^3 & + & \binom{4}{4}x^0y^4 \\ & x^4 & + & 4x^3y & + & 6x^2y^2 & + & 4xy^3 & + & y^4 \end{array}$$

Rmq : on peut aussi calculer ces coefficients à l'aide du triangle de Pascal

Formule du binôme

Définition

Vu en Calculus au 1er semestre :

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{p} x^p y^{n-p}$$

Exemple pour $n = 4$

$$(x+y)^4 = \binom{4}{0}x^4y^0 + \binom{4}{1}x^3y^1 + \binom{4}{2}x^2y^2 + \binom{4}{3}x^1y^3 + \binom{4}{4}x^0y^4$$

$$x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

Rmq : on peut aussi calculer ces coefficients à l'aide du triangle de Pascal

Formule du binôme

Définition

Vu en Calculus au 1er semestre :

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{p} x^p y^{n-p}$$

Exemple pour $n = 4$

$$(x+y)^4 = \binom{4}{0}x^4y^0 + \binom{4}{1}x^3y^1 + \binom{4}{2}x^2y^2 + \binom{4}{3}x^1y^3 + \binom{4}{4}x^0y^4$$

$$x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

Rmq : on peut aussi calculer ces coefficients à l'aide du triangle de Pascal

Formule du binôme

Définition

Vu en Calculus au 1er semestre :

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{p} x^p y^{n-p}$$

Exemple pour $n = 4$

$$\begin{array}{ccccccccccc} (x+y)^4 = & \binom{4}{0}x^4y^0 & + & \binom{4}{1}x^3y^1 & + & \binom{4}{2}x^2y^2 & + & \binom{4}{3}x^1y^3 & + & \binom{4}{4}x^0y^4 \\ & x^4 & + & 4x^3y & + & 6x^2y^2 & + & 4xy^3 & + & y^4 \end{array}$$

Rmq : on peut aussi calculer ces coefficients à l'aide du triangle de Pascal

Formule du binôme

Définition

Vu en Calculus au 1er semestre :

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{p} x^p y^{n-p}$$

Exemple pour $n = 4$

$$(x+y)^4 = \binom{4}{0}x^4y^0 + \binom{4}{1}x^3y^1 + \binom{4}{2}x^2y^2 + \binom{4}{3}x^1y^3 + \binom{4}{4}x^0y^4$$

$$x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

Rmq : on peut aussi calculer ces coefficients à l'aide du triangle de Pascal

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$
- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$
- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$
- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$
- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$
- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$
- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$
- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$
- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$
- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$
- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$
- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$
- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$
- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$
- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$
- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Quand se sert-on des combinaisons ?

- Combien de tirages de loto possible (5 boules parmi 49) ?
  $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!44!} = 1906884$

- Combien d'ensemble de 4 lettres dans un alphabet de 26 ?
  $\binom{26}{4} = \frac{26!}{4!22!} = 14950$

- 7 amis sont en vacances. Ils n'ont que 3 billets pour aller au concert, ils décident de tirer au sort (ils ont toujours l'urne avec leur 7 prénoms). Combien de tirages différents possibles ?
  $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$

- *Question subsidiaire : combien chacun a-t-il de chances d'aller au concert ?*
  Autrement dit, combien de tirages de 3 prénoms contiennent un prénom donné ?
  Nb de tels tirages : $\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$
  D'où 15 chances sur 35 d'aller au concert, soit environ 43 %

Autre manière de compter

Combien de listes ordonnées de p éléments choisis parmi n

On cherche à re-calculer A_n^p

1. On choisit un lot de p éléments parmi n, il y a $\binom{n}{p}$ lots possibles
2. puis on les ordonne, il y a $p!$ manières d'ordonner chaque lot

$$\text{d'où } A_n^p = \binom{n}{p} \times p! = \frac{n!}{p!(n-p)!} \times p! = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Autre manière de compter

Combien de listes ordonnées de p éléments choisis parmi n

On cherche à re-calculer A_n^p

1. On choisit un lot de p éléments parmi n, il y a $\binom{n}{p}$ lots possibles
2. puis on les ordonne, il y a $p!$ manières d'ordonner chaque lot

d'où $A_n^p = \binom{n}{p} \times p! = \frac{n!}{p!(n-p)!} \times p! = \frac{n!}{(n-p)!}$

Autre manière de compter

Combien de listes ordonnées de p éléments choisis parmi n

On cherche à re-calculer $\mathcal{A}_n^p$

1. On choisit un lot de p éléments parmi n, il y a $\binom{n}{p}$ lots possibles
2. puis on les ordonne, il y a $p!$ manières d'ordonner chaque lot

d'où $\mathcal{A}_n^p = \binom{n}{p} \times p! = \frac{n!}{p!(n-p)!} \times p! = \frac{n!}{(n-p)!}$

Autre manière de compter

Combien de listes ordonnées de p éléments choisis parmi n

On cherche à re-calculer $\mathcal{A}_n^p$

1. On choisit un lot de p éléments parmi n, il y a $\binom{n}{p}$ lots possibles
2. puis on les ordonne, il y a $p!$ manières d'ordonner chaque lot

d'où $\mathcal{A}_n^p = \binom{n}{p} \times p! = \frac{n!}{p!(n-p)!} \times p! = \frac{n!}{(n-p)!}$

Autre manière de compter

Combien de listes ordonnées de p éléments choisis parmi n

On cherche à re-calculer $\mathcal{A}_n^p$

1. On choisit un lot de p éléments parmi n, il y a $\binom{n}{p}$ lots possibles
2. puis on les ordonne, il y a $p!$ manières d'ordonner chaque lot

d'où $\mathcal{A}_n^p = \binom{n}{p} \times p! = \frac{n!}{p!(n-p)!} \times p! = \frac{n!}{(n-p)!}$

Autre manière de compter

Combien de listes ordonnées de p éléments choisis parmi n

On cherche à re-calculer $\mathcal{A}_n^p$

1. On choisit un lot de p éléments parmi n, il y a $\binom{n}{p}$ lots possibles
2. puis on les ordonne, il y a $p!$ manières d'ordonner chaque lot

d'où $\mathcal{A}_n^p = \binom{n}{p} \times p! = \frac{n!}{p!(n-p)!} \times p! = \frac{n!}{(n-p)!}$

Autre manière de compter

Combien de listes ordonnées de p éléments choisis parmi n

On cherche à re-calculer $\mathcal{A}_n^p$

1. On choisit un lot de p éléments parmi n, il y a $\binom{n}{p}$ lots possibles
2. puis on les ordonne, il y a $p!$ manières d'ordonner chaque lot

d'où $\mathcal{A}_n^p = \binom{n}{p} \times p! = \frac{n!}{p!(n-p)!} \times p! = \frac{n!}{(n-p)!}$

Autre manière de compter

Combien de listes ordonnées de p éléments choisis parmi n

On cherche à re-calculer $\mathcal{A}_n^p$

1. On choisit un lot de p éléments parmi n, il y a $\binom{n}{p}$ lots possibles
2. puis on les ordonne, il y a $p!$ manières d'ordonner chaque lot

d'où $\mathcal{A}_n^p = \binom{n}{p} \times p! = \frac{n!}{p!(n-p)!} \times p! = \frac{n!}{(n-p)!}$

Autre manière de compter

Combien de listes ordonnées de p éléments choisis parmi n

On cherche à re-calculer $\mathcal{A}_n^p$

1. On choisit un lot de p éléments parmi n, il y a $\binom{n}{p}$ lots possibles
2. puis on les ordonne, il y a $p!$ manières d'ordonner chaque lot

d'où $\mathcal{A}_n^p = \binom{n}{p} \times p! = \frac{n!}{p!(n-p)!} \times p! = \frac{n!}{(n-p)!}$

Autre manière de compter

Combien de listes ordonnées de p éléments choisis parmi n

On cherche à re-calculer $\mathcal{A}_n^p$

1. On choisit un lot de p éléments parmi n, il y a $\binom{n}{p}$ lots possibles
2. puis on les ordonne, il y a $p!$ manières d'ordonner chaque lot

d'où $\mathcal{A}_n^p = \binom{n}{p} \times p! = \frac{n!}{p!(n-p)!} \times p! = \frac{n!}{(n-p)!}$

Principe des tiroirs

Rappel

- $\lceil x \rceil \in \mathbb{N}$ désigne la partie entière supérieure de $x \in \mathbb{Q}$
- *Ex :* $\lceil 1,3 \rceil = 2$; $\lceil 1 \rceil = 1$
- Soit $|A| = n$ et $|B| = p$, si $n > p$ alors il n'existe pas d'injection de A vers B

Chaussettes et tiroirs

- Prenons C un ensemble de n chaussettes et T un ensemble de p tiroirs
- Si on veut ranger n chaussettes dans p tiroirs, et si on veut de plus que chaque chaussette soit dans un tiroir différent, en fait on veut construire une application injective de C vers T
- Quand $n > p$ c'est impossible

Principe des tiroirs

Rappel

- $\lceil x \rceil \in \mathbb{N}$ désigne la partie entière supérieure de $x \in \mathbb{Q}$
- *Ex :* $\lceil 1,3 \rceil = 2$; $\lceil 1 \rceil = 1$
- Soit $|A| = n$ et $|B| = p$, si $n > p$ alors il n'existe pas d'injection de A vers B

Chaussettes et tiroirs

- Prenons C un ensemble de n chaussettes et T un ensemble de p tiroirs
- Si on veut ranger n chaussettes dans p tiroirs, et si on veut de plus que chaque chaussette soit dans un tiroir différent, en fait on veut construire une application injective de C vers T
- Quand $n > p$ c'est impossible

Rappel

- $\lceil x \rceil \in \mathbb{N}$ désigne la partie entière supérieure de $x \in \mathbb{Q}$
- *Ex :* $\lceil 1,3 \rceil = 2$; $\lceil 1 \rceil = 1$
- Soit $|A| = n$ et $|B| = p$, si $n > p$ alors il n'existe pas d'injection de A vers B

Chaussettes et tiroirs

- Prenons C un ensemble de n chaussettes et T un ensemble de p tiroirs
- Si on veut ranger n chaussettes dans p tiroirs, et si on veut de plus que chaque chaussette soit dans un tiroir différent, en fait on veut construire une application injective de C vers T
- Quand $n > p$ c'est impossible

Principe des tiroirs

Rappel

- $\lceil x \rceil \in \mathbb{N}$ désigne la partie entière supérieure de $x \in \mathbb{Q}$
- *Ex :* $\lceil 1,3 \rceil = 2$; $\lceil 1 \rceil = 1$
- Soit $|A| = n$ et $|B| = p$, si $n > p$ alors il n'existe pas d'injection de A vers B

Chaussettes et tiroirs

- Prenons C un ensemble de n chaussettes et T un ensemble de p tiroirs
- Si on veut ranger n chaussettes dans p tiroirs, et si on veut de plus que chaque chaussette soit dans un tiroir différent, en fait on veut construire une application injective de C vers T
- Quand $n > p$ c'est impossible

Principe des tiroirs

Rappel

- $\lceil x \rceil \in \mathbb{N}$ désigne la partie entière supérieure de $x \in \mathbb{Q}$
- *Ex :* $\lceil 1,3 \rceil = 2$; $\lceil 1 \rceil = 1$
- Soit $|A| = n$ et $|B| = p$, si $n > p$ alors il n'existe pas d'injection de A vers B

Chaussettes et tiroirs

- Prenons C un ensemble de n chaussettes et T un ensemble de p tiroirs
- Si on veut ranger n chaussettes dans p tiroirs, et si on veut de plus que chaque chaussette soit dans un tiroir différent, en fait on veut construire une application injective de C vers T
- Quand $n > p$ c'est impossible

Principe des tiroirs

Rappel

- $\lceil x \rceil \in \mathbb{N}$ désigne la partie entière supérieure de $x \in \mathbb{Q}$
- *Ex :* $\lceil 1,3 \rceil = 2$; $\lceil 1 \rceil = 1$
- Soit $|A| = n$ et $|B| = p$, si $n > p$ alors il n'existe pas d'injection de A vers B

Chaussettes et tiroirs

- Prenons C un ensemble de n chaussettes et T un ensemble de p tiroirs
- Si on veut ranger n chaussettes dans p tiroirs, et si on veut de plus que chaque chaussette soit dans un tiroir différent, en fait on veut construire une application injective de C vers T
- Quand $n > p$ c'est impossible

Principe des tiroirs

Rappel

- $\lceil x \rceil \in \mathbb{N}$ désigne la partie entière supérieure de $x \in \mathbb{Q}$
- *Ex :* $\lceil 1,3 \rceil = 2$; $\lceil 1 \rceil = 1$
- Soit $|A| = n$ et $|B| = p$, si $n > p$ alors il n'existe pas d'injection de A vers B

Chaussettes et tiroirs

- Prenons C un ensemble de n chaussettes et T un ensemble de p tiroirs
- Si on veut ranger n chaussettes dans p tiroirs, et si on veut de plus que chaque chaussette soit dans un tiroir différent, en fait on veut construire une application injective de C vers T
- Quand $n > p$ c'est impossible

Principe des tiroirs

Rappel

- $\lceil x \rceil \in \mathbb{N}$ désigne la partie entière supérieure de $x \in \mathbb{Q}$
- *Ex :* $\lceil 1,3 \rceil = 2$; $\lceil 1 \rceil = 1$
- Soit $|A| = n$ et $|B| = p$, si $n > p$ alors il n'existe pas d'injection de A vers B

Chaussettes et tiroirs

- Prenons C un ensemble de n chaussettes et T un ensemble de p tiroirs
- Si on veut ranger n chaussettes dans p tiroirs, et si on veut de plus que chaque chaussette soit dans un tiroir différent, en fait on veut construire une application injective de C vers T
- Quand $n > p$ c'est impossible

Principe des tiroirs

Rappel

- $\lceil x \rceil \in \mathbb{N}$ désigne la partie entière supérieure de $x \in \mathbb{Q}$
- *Ex :* $\lceil 1,3 \rceil = 2$; $\lceil 1 \rceil = 1$
- Soit $|A| = n$ et $|B| = p$, si $n > p$ alors il n'existe pas d'injection de A vers B

Chaussettes et tiroirs

- Prenons C un ensemble de n chaussettes et T un ensemble de p tiroirs
- Si on veut ranger n chaussettes dans p tiroirs, et si on veut de plus que chaque chaussette soit dans un tiroir différent, en fait on veut construire une application injective de C vers T
- Quand $n > p$ c'est impossible

Principe des tiroirs

Rappel

- $\lceil x \rceil \in \mathbb{N}$ désigne la partie entière supérieure de $x \in \mathbb{Q}$
- *Ex :* $\lceil 1,3 \rceil = 2$; $\lceil 1 \rceil = 1$
- Soit $|A| = n$ et $|B| = p$, si $n > p$ alors il n'existe pas d'injection de A vers B

Chaussettes et tiroirs

- Prenons C un ensemble de n chaussettes et T un ensemble de p tiroirs
- Si on veut ranger n chaussettes dans p tiroirs, et si on veut de plus que chaque chaussette soit dans un tiroir différent, en fait on veut construire une application injective de C vers T
- Quand $n > p$ c'est impossible

Principe des tiroirs

Rappel

- $\lceil x \rceil \in \mathbb{N}$ désigne la partie entière supérieure de $x \in \mathbb{Q}$
- *Ex :* $\lceil 1,3 \rceil = 2$; $\lceil 1 \rceil = 1$
- Soit $|A| = n$ et $|B| = p$, si $n > p$ alors il n'existe pas d'injection de A vers B

Chaussettes et tiroirs

- Prenons C un ensemble de n chaussettes et T un ensemble de p tiroirs
- Si on veut ranger n chaussettes dans p tiroirs, et si on veut de plus que chaque chaussette soit dans un tiroir différent, en fait on veut construire une application injective de C vers T
- Quand $n > p$ c'est impossible

Principe des tiroirs

Un cas particulier : $n = p + 1$

- Si p tiroirs sont occupés par $p + 1$ chaussettes, alors au moins un tiroir contient au moins 2 chaussettes

Principe des tiroirs

Un cas particulier : $n = p + 1$

- Si p tiroirs sont occupés par $p + 1$ chaussettes, alors au moins un tiroir contient au moins 2 chaussettes

Principe des tiroirs

Un cas particulier : $n = p + 1$

- Si p tiroirs sont occupés par $p + 1$ chaussettes, alors au moins un tiroir contient au moins 2 chaussettes

Principe des tiroirs

Un cas particulier : $n = p + 1$

- Si p tiroirs sont occupés par $p + 1$ chaussettes, alors au moins un tiroir contient au moins 2 chaussettes

Principe des tiroirs

Un cas particulier : $n = p + 1$

- Si p tiroirs sont occupés par $p + 1$ chaussettes, alors au moins un tiroir contient au moins 2 chaussettes

Principe des tiroirs

Un cas particulier : $n = p + 1$

- Si p tiroirs sont occupés par $p + 1$ chaussettes, alors au moins un tiroir contient au moins 2 chaussettes

Principe des tiroirs

Cas général

- Si p tiroirs sont occupés par n chaussettes, alors il existe au moins un tiroir qui contient au moins $\lceil n/p \rceil$ chaussettes
- Ex : 10 chaussettes et 4 tiroirs ; au moins un tiroir avec au moins $\lceil 10/4 \rceil =$

Principe des tiroirs

Cas général

- Si p tiroirs sont occupés par n chaussettes, alors il existe au moins un tiroir qui contient au moins $\lceil n/p \rceil$ chaussettes
- Ex : 10 chaussettes et 4 tiroirs ; au moins un tiroir avec au moins $\lceil 10/4 \rceil =$

Principe des tiroirs

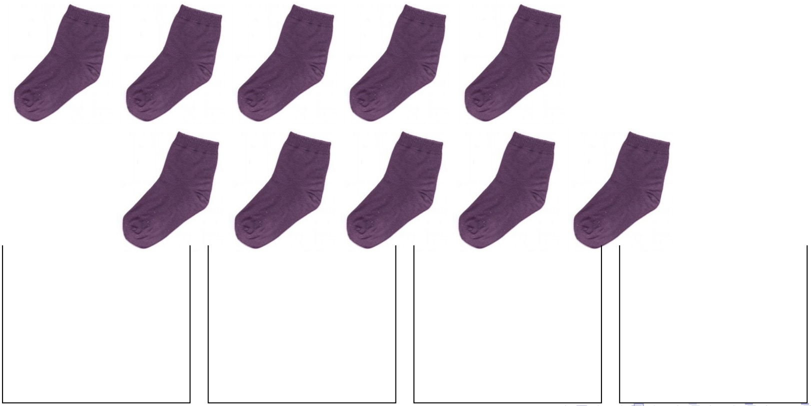
Cas général

- Si p tiroirs sont occupés par n chaussettes, alors il existe au moins un tiroir qui contient au moins $\lceil n/p \rceil$ chaussettes
- Ex : 10 chaussettes et 4 tiroirs ; au moins un tiroir avec au moins $\lceil 10/4 \rceil =$

Principe des tiroirs

Cas général

- Si p tiroirs sont occupés par n chaussettes, alors il existe au moins un tiroir qui contient au moins $\lceil n/p \rceil$ chaussettes
- Ex : 10 chaussettes et 4 tiroirs ; au moins un tiroir avec au moins $\lceil 10/4 \rceil =$



Principe des tiroirs

Cas général

- Si p tiroirs sont occupés par n chaussettes, alors il existe au moins un tiroir qui contient au moins $\lceil n/p \rceil$ chaussettes
- Ex : 10 chaussettes et 4 tiroirs ; au moins un tiroir avec au moins $\lceil 10/4 \rceil =$

Principe des tiroirs

Cas général

- Si p tiroirs sont occupés par n chaussettes, alors il existe au moins un tiroir qui contient au moins $\lceil n/p \rceil$ chaussettes
- Ex : 10 chaussettes et 4 tiroirs ; au moins un tiroir avec au moins $\lceil 10/4 \rceil =$

Principe des tiroirs

Cas général

- Si p tiroirs sont occupés par n chaussettes, alors il existe au moins un tiroir qui contient au moins $\lceil n/p \rceil$ chaussettes
- Ex : 10 chaussettes et 4 tiroirs ; au moins un tiroir avec au moins $\lceil 10/4 \rceil = 3$

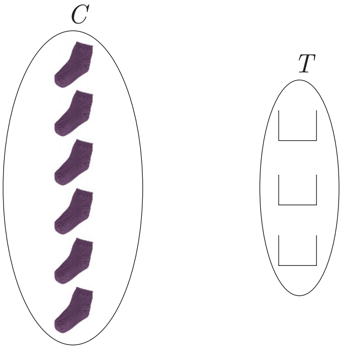
Principe des tiroirs

Cas général

- Si p tiroirs sont occupés par n chaussettes, alors il existe au moins un tiroir qui contient au moins $\lceil n/p \rceil$ chaussettes
- Ex : 10 chaussettes et 4 tiroirs ; au moins un tiroir avec au moins $\lceil 10/4 \rceil = 3$

Utilisation

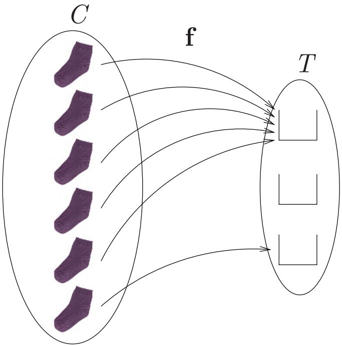
- Soit une application $\mathbf{f} : C \longrightarrow T$, avec $|C| = n, |T| = p$,
- D'après le principe des tiroirs : il existe un élément de l'ensemble d'arrivée qui a au moins $\lceil n/p \rceil$ antécédents
- Autrement dit, il existe $t \in T$ tel que $|f^{-1}(\{t\})| \geqslant \lceil n/p \rceil$.



Principe des tiroirs

Utilisation

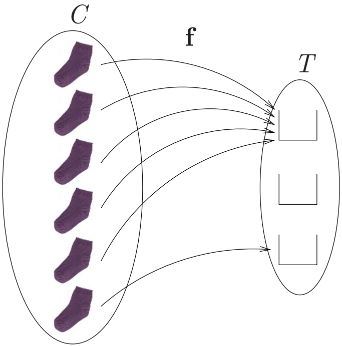
- Soit une application $\mathbf{f} : C \longrightarrow T$, avec $|C| = n, |T| = p$,
- D'après le principe des tiroirs : il existe un élément de l'ensemble d'arrivée qui a au moins $\lceil n/p \rceil$ antécédents
- Autrement dit, il existe $t \in T$ tel que $|f^{-1}(\{t\})| \geqslant \lceil n/p \rceil$.



Principe des tiroirs

Utilisation

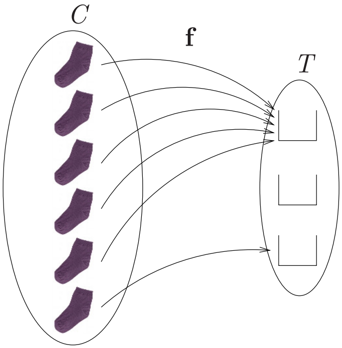
- Soit une application **f :** $C \longrightarrow T$, avec $|C| = n, |T| = p$,
- D'après le principe des tiroirs : il existe un élément de l'ensemble d'arrivée qui a au moins $\lceil n/p \rceil$ antécédents
- Autrement dit, il existe $t \in T$ tel que $|f^{-1}(\{t\})| \geqslant \lceil n/p \rceil$.



Principe des tiroirs

Utilisation

- Soit une application **f :** $C \longrightarrow T$, avec $|C| = n, |T| = p$,
- D'après le principe des tiroirs : il existe un élément de l'ensemble d'arrivée qui a au moins $\lceil n/p \rceil$ antécédents
- Autrement dit, il existe $t \in T$ tel que $|f^{-1}(\{t\})| \geqslant \lceil n/p \rceil$.



Principe des tiroirs

Utilisation

- Soit une application $\mathbf{f} : C \longrightarrow T$, avec $|C| = n, |T| = p$,
- D'après le principe des tiroirs : il existe un élément de l'ensemble d'arrivée qui a au moins $\lceil n/p \rceil$ antécédents
- Autrement dit, il existe $t \in T$ tel que $|f^{-1}(\{t\})| \geqslant \lceil n/p \rceil$.