

TD 3 – Forme clausale

Exercice 1 – Soit la fbf : $F = ((r \rightarrow p) \rightarrow (\neg(q \vee r) \rightarrow p))$, dessinez l'arborescence syntaxique de F puis mettez F sous forme conjonctive. Finalement donnez sa forme clausale.

Exercice 2 – Mettez sous forme clausale les fbf suivantes, puis simplifiez les en éliminant les clauses tautologiques et subsumées :

$$(p \leftrightarrow (q \vee \neg(r \wedge p)))$$

$$\neg((b \rightarrow a) \rightarrow \neg c \wedge \neg(d \rightarrow e \wedge f))$$

$$(\neg(b \vee c) \rightarrow a \vee c) \rightarrow (c \rightarrow a \wedge \neg b)$$

Exercice 3 – « Subsomption » : Soit deux clauses C1 et C2, on dit que C1 subsume C2 (i.e. C2 est une clause subsumée par C1) ssi $C1 \subseteq C2$. Montrez que si C1 subsume C2 et que C1 est satisfiable alors C2 est satisfiable. En déduire qu'une forme clausale F est insatisfiable ssi F débarrassée des clauses subsumées est insatisfiable.

Exercice 4 – « Tautologie » : Montrez qu'une forme clausale F est insatisfiable ssi F débarrassée des clauses tautologiques (valides) est insatisfiable.

Exercice 5 – Simplifiez la forme clausale suivante : $\{\{p, q, r\}, \{\neg p, q, s\}, \{p, \neg q, \neg s\}, \{r, s\}, \{p, t, \neg p\}, \{\neg p, s\}, \{\neg t\}\}$. Donnez deux formules sous forme conjonctive correspondant à cette forme clausale simplifiée. Exhibez alors deux interprétations partielles des ces formules, garantissant que tout extension à une interprétation complète de l'ensemble des symboles de la formule soit un modèle pour l'une et un contre-modèle pour l'autre.

Exercice 6 – Soit F une forme clausale et l un littéral, on note $F[l]$ la forme clausale obtenue à partir de F en supprimant les clauses contenant le littéral l et en supprimant le littéral opposé à l, noté \bar{l} , des autres clauses. Montrez que F est insatisfiable ssi $F[l]$ et $F[\bar{l}]$ sont insatisfiables.

Exercice 7 – Un littéral pur d'une forme clausale F est un littéral qui n'apparaît que sous une seule forme dans F, i.e. F contient des occurrences de l mais aucune occurrence de \bar{l} . Soit F une forme clausale et l un littéral pur de F, montrez que $F[l]$ est insatisfiable si et seulement si F est insatisfiable.

Exercice 8 – Une clause unitaire est une clause ne contenant qu'un seul littéral. Montrez que si $\{l\}$ est une clause unitaire d'une forme clausale F alors F est insatisfiable ssi $F[l]$ est insatisfiable.