

## TD7

### Sémantique logique des systèmes à base de règles (ordre 0)

#### Exercice 1 : Conséquence logique classique

---

Soit la base de connaissances  $K = (BF, BR)$  avec  $BF = \{D, E\}$  et  $BR$  contenant les règles suivantes :

- R1 :  $B \wedge C \wedge F \rightarrow A$
- R2 :  $C \wedge D \rightarrow B$
- R3 :  $E \rightarrow C$
- R4 :  $A \rightarrow F$
- R5 :  $G \rightarrow A$
- R6 :  $B \wedge E \rightarrow A$
- R7 :  $H \rightarrow G$

- 1) Donnez tous les modèles de  $K$ . Quel est l'unique plus petit modèle de  $K$  ? [On considère les symboles rendus vrais dans ce modèle : "plus petit" signifie qu'on ne peut enlever aucun symbole vrai tout en gardant un modèle].
- 2) Chaînage avant : donnez  $BF^*$ , la base de faits saturée par les règles. Quel est le lien avec la question précédente ?
- 3) Chaînage arrière : on cherche à prouver  $A$ .
  - a. Pouvez-vous prédire le résultat au vu de votre réponse à la question 2 ?
  - b. Dessinez l'arbre de recherche construit par le chaînage arrière, en supposant que l'algorithme considère les règles par numéro croissant et les symboles par ordre d'apparition dans l'hypothèse de la règle considérée. Vous indiquerez sur chaque feuille traitée : *échec*, *(appartient à) BF*, *déjà prouvé*, *boucle*.
- 4) Chacun des littéraux suivants est-il conséquence de  $K$  au sens de la *conséquence logique classique* ( $\models$ ) :  $A$ ,  $G$ ,  $\neg G$  ? De façon générale, comment déterminer si un littéral est conséquence d'une base de connaissances conjonctive et positive ?

#### Exercice 2. Règles conjonctives

---

On considère des règles conjonctives pas forcément positives : la partie condition (hypothèse) est une conjonction de littéraux et la conclusion un littéral. Un fait est un littéral.

1. Montrer que le chaînage avant reste *adéquat* sur de telles bases de connaissances : autrement dit, la base de faits saturée est *conséquence* de la base de connaissances. Vous procéderez par récurrence sur le nombre d'applications de règles ayant conduit à la base de faits saturée.
2. Montrer que le chaînage avant n'est plus *complet* sur de telles bases de connaissances. Quelle méthode complète pourriez-vous proposer pour calculer l'ensemble des littéraux qui sont conséquences de la base de connaissances ?

### Exercice 3. Règles avec disjonction

---

On considère des règles positives mais pas forcément conjonctives : la partie condition (hypothèse) est une conjonction d'atomes (symboles) et la conclusion est une disjonction non vide d'atomes. Un fait est un atome (on pourrait aussi considérer une disjonction d'atomes).

Exemple :

$BF = \{A, B\}$

$R1 : A \wedge B \rightarrow C \vee D$

$R2 : A \wedge C \rightarrow E$

$R3 : D \rightarrow E$

1. De telles bases de connaissances admettent-elles un unique plus petit modèle ?
2. Proposez un mécanisme de chaînage avant pour de telles bases de connaissances. Ce mécanisme pourra produire plusieurs bases de faits saturées. Comment se servir ensuite du résultat du chaînage avant pour déterminer si un atome est conséquence de la base de connaissances ?

### Exercice 4. Monde ouvert / monde clos

---

Dans chacune des situations ci-dessous, quelle hypothèse sur les connaissances représentées (monde ouvert / monde clos) vous paraît la plus adaptée ? On ne se place pas dans un formalisme précis (en particulier, on n'est pas forcément en logique des propositions).

- Base de connaissances généalogique : fait-on l'hypothèse qu'on a une connaissance complète de la réalité à représenter ? En particulier, si la base de connaissance ne permet pas de montrer que *A a une soeur* (ou : *A a un père*), conclut-on que *A n'a pas de soeur* (ou pas de père) ?
- Base de connaissances sur les lignes de transports publics d'une ville : fait-on l'hypothèse qu'on a une connaissance complète de la réalité à représenter ? En particulier, si la base de connaissance ne permet pas de montrer qu' *"il y a un bus allant du point A au point B"*, conclut-on qu'il n'y en a pas ?
- Base de connaissances régissant les accès à un système informatique. En particulier, si la base de connaissance ne permet pas de montrer qu'un utilisateur *A est autorisé* à accéder à une certaine ressource, conclut-on que *A n'est pas autorisé* à accéder à cette ressource ?
- Base de connaissances médicale. En particulier, quand conclut-on que le patient *"n'est pas vacciné contre la maladie B"* ?
- Base de connaissances associée à des investigations criminelles, comportant une règle disant que *"si un proche de la victime n'a pas d'alibi alors il est suspect"* (l'idée étant d'établir une liste de suspects). Quand considère-t-on que quelqu'un n'a pas d'alibi ?