Acyclique

Un <u>graphe</u> est acyclique s'il ne contient aucun <u>cycle</u>.

Adjacent

Deux <u>sommets</u> sont adjacents s'ils sont reliés par une <u>arête</u>. On qualifie souvent de **voisins** deux sommets adjacents. Voici deux sommets adjacents:



Arborescence

Arbre avec un sommet distingué r (la racine).

Arbre

Graphe connexe ne contenant aucun cycle.

Arbre couvrant

Un sous-graphe maximum d'un graphe qui est aussi un arbre. On parle aussi d'arbre de recouvrement.

Arbre de recherche dichotomique

<u>Arbre binaire</u> qui a été étiqueté avec des nombres de sorte que le <u>fils</u> de droite d'un sommet s et tous ses descendants aient des numéros plus petits que le numéro de s, et le fils de gauche de s et tous ses descendants ont des numéros plus grands que celui de s.

Arbre n-aire

Un <u>arbre</u> où chaque <u>sommet</u> a 0 ou n <u>fils</u>. Quand n = 2, on parle d'**arbre binaire**.

Arc

Une <u>arête</u> orientée d'un <u>digraphe</u>.

Arête

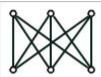
Une arête relie deux <u>sommets</u> dans un <u>graphe</u>. Nous appelons ces deux sommets les **extrémités** de l'arête. Voici les arêtes d'un graphe (en rouge):



Biparti

Un <u>graphe</u> est biparti si ses <u>sommets</u> peuvent être divisés en deux ensembles X et Y, de sorte que toutes les <u>arêtes</u> du graphe relient un sommet dans X à un sommet dans Y. Les <u>arbres</u> sont des exemples des graphes bipartis. Si G est biparti, il est habituellement noté par G = (X, Y, E), où E est l'ensemble des arêtes.

 $K_{3,3}$ est un graphe biparti:



Boucle

<u>Arête</u> ou <u>arc</u> partant d'un <u>sommet</u> et allant vers lui-même. Les boucles ne sont pas autorisées dans les <u>graphes</u> et <u>digraphes</u> **simples**.

Chaîne

Une chaîne dans un graphe est une suite de <u>sommets</u> reliés par des <u>arêtes</u>. La **longueur** d'une chaîne est le nombre d'arêtes utilisées, ou, ce qui revient au même, le nombre de sommets utilisés moins un. Une chaîne **simple** ne peut pas visiter le même sommet deux fois. Voici un exemple d'une chaîne simple:



Chemin

Un chemin dans un <u>digraphe</u> est une suite de <u>sommets</u> reliés les uns aux autres par des <u>arcs</u>. La **longueur** du chemin est le nombre d'arcs utilisés, ou le nombre de sommets moins un. Un chemin **simple** ne peut pas visiter le même sommet plus d'une fois. Un chemin **fermé** a pour dernier sommet le premier. Voici un exemple de chemin:



Circuit

Dans un digraphe, un circuit est un chemin fermé simple.

Clique

Sous-graphe complet d'un graphe G. L'ordre de la plus grande clique de G est noté $\mathbf{W}(\mathbf{G})$. Prononcer oméga de G.

Complet

Dans un graphe complet, toutes les paires de <u>sommets</u> sont <u>adjacentes</u>. Un graphe complet à n sommets est noté K_n (le K est en l'honneur de Kuratowski, un pionnier de la théorie des graphes). Voici le graphe complet sur cinq sommets, noté K_s :



Composante connexe

Dans un <u>graphe</u>, une composante connexe est un <u>sous-graphe induit</u> **maximal** <u>connexe</u>. Maximal signifie qu'il n'y a pas de sous-graphe induit connexe plus grand contenant les <u>sommets</u> de la composante.

Condensé

Étant donné un <u>graphe</u> G, si deux <u>sommets</u> de G sont fusionnés et si tous les <u>boucles</u> ou arêtes <u>multiples</u> créés par cette fusion sont enlevées, le graphe résultant s'appelle **le graphe condensé**.

Connexe

Un <u>graphe</u> connexe est un graphe dans lequel chaque paire de <u>sommets</u> est reliée par une <u>chaîne</u>. Un graphe qui n'est pas connexe est dit **non connexe**, et se décompose en <u>composantes connexes</u>.

Corde

On appelle corde d'un cycle élémentaire une arête qui relie deux sommets non consécutifs de ce cycle.

Couplage ou appariemen

Un couplage est un ensemble d'<u>arêtes</u> tel que chaque <u>sommet</u> du <u>graphe</u> appartient à au plus une arête de cet ensemble.

Couplage parfait

Dans un <u>graphe</u> à 2n <u>sommets</u>, un <u>couplage</u> avec n <u>arêtes</u> est dit parfait. Chaque sommet du graphe est <u>saturé</u> par un couplage parfait.

Cycle

Dans un <u>graphe</u>, un cycle est une <u>chaîne</u> simple dont les extrémités coïncident. On ne rencontre pas deux fois le même <u>sommet</u>, sauf celui choisi comme sommet de départ et d'arrivée.

Degré

Le degré d'un <u>sommet</u> est la taille de son <u>voisinage</u>. Le degré d'un <u>graphe</u> est le degré maximum de tous ses sommets.

Diamètre

Le diamètre d'un graphe est la plus longue des distances entre deux sommets de ce graphe.

Digraphe

Un digraphe est un <u>graphe</u> dans lequel les arêtes sont orientées et appelées <u>arcs</u>. Plus formellement, un digraphe est un ensemble de <u>sommets</u> ainsi qu'un ensemble de paires ordonnées des sommets, appelées les arcs. Voici un digraphe sur 4 sommets:



Distance

La distance entre deux <u>sommets</u> est la longueur de la plus courte <u>chaîne</u> entre eux.

Étiquette

Les étiquettes sont simplement des noms donnés aux <u>sommets</u> et aux <u>arêtes</u> de façon à pouvoir les différencier. L'étiquetage des sommets est arbitraire.

Eulérien

Une chaîne ou un circuit est dit eulérien si chaque arête du graphe y apparaît exactement une fois.

Fermeture

La fermeture d'un <u>graphe</u> G à n <u>sommets</u> est le graphe obtenu à partir de G en ajoutant progressivement des <u>arêtes</u> entre les sommets non <u>adjacents</u> dont la somme des <u>degrés</u> est au moins égale à n, jusqu'à ce que ceci ne puisse plus être fait. Plusieurs résultats sur l'existence des <u>circuits</u> <u>hamiltoniens</u> se rapportent à la fermeture d'un graphe.

Feuille

Sommet de degré 1. Aussi appelé sommet pendant.

Fils

Dans un <u>arbre</u>, les sommets <u>adjacents</u> à un <u>sommet</u> donné du <u>niveau</u> supérieur sont appelés **fils** de ce sommet. Les **descendants** d'un sommet sont les sommets qui sont le fils, ou le fils du fils, etc., d'un sommet donné.

Forêt (Forest)

Graphe qui ne contient aucun cycle. Les composantes connexes d'une forêt sont des arbres.

Fortement connexe

Dans un <u>digraphe</u> **fortement connexe**, chaque <u>sommet</u> peut être atteint depuis n'importe quel autre par un <u>chemin</u>.

Graphe

Un graphe est un ensemble de points, dont certaines paires sont reliées par des lignes. Les points sont appelés sommets et les lignes sont nommées arêtes.

Plus formellement, un graphe est composé de deux ensembles, l'ensemble des <u>arêtes</u> (E) et l'ensemble des <u>sommets</u> (V). L'ensemble des sommets est simplement une collection d'<u>étiquettes</u> qui permettent de distinguer un sommet d'un autre. L'ensemble des arêtes est constitué de paires non ordonnées d'étiquettes de sommets.

Voici la représentation graphique d'un graphe et les ensembles définissant le graphe:



(B,D)}

-- l'ensemble des arêtes

Une représentation graphique

Hamiltonien

Une <u>chaîne</u> ou un <u>cycle</u> est dit **hamiltonien** si chaque <u>sommet</u> du <u>graphe</u> y apparaît exactement une fois. Les <u>chemins</u> et les <u>circuits</u> des <u>digraphes</u> sont dits hamiltoniens sous les mêmes conditions. Un graphe contenant un circuit hamiltonien ou un digraphe contenant un cycle hamiltonien est appelé **graphe ou digraphe hamiltonien**.

Hauteur

La hauteur d'un <u>arbre</u> est la longueur de la plus longue <u>chaîne simple</u> partant de la <u>racine</u> de l'arbre.

Homéomorphe

Deux <u>graphes</u> sont homéomorphes s'ils peuvent tous les deux être obtenus à partir d'un graphe commun en remplaçant les <u>arêtes</u> par des <u>chaînes simples</u>.

Incident

Un <u>sommet</u> est incident à une <u>arête</u> s'il est situé à une des deux extrémités de cette arête. Inversement, une <u>arête</u> est incidente à un <u>sommet</u> si elle "touche" ce sommet.

Isomorphe

Deux <u>graphes</u> sont isomorphes si ce sont les mêmes graphes, dessinés différemment. Deux graphes sont isomorphes si on peut étiqueter les deux graphes avec les mêmes <u>étiquettes</u> de sorte que chaque sommet ait exactement les mêmes <u>voisins</u> dans les deux graphes. Voici deux graphes isomorphes:





Isthme

Arête dont la suppression augmente le nombre de composantes connexes du graphe.

Liste d'adjacences

Une représentation d'un graphe ou d'un digraphe qui énumère, pour chaque sommet, tous les sommets qui sont <u>adjacents</u> au sommet donné.

Liste d'arcs

Une représentation d'un <u>digraphe</u> utilisant les <u>arcs</u> du digraphe. Ce peut être une liste de paires ordonnées de sommets, ou deux listes triées avec le <u>sommet</u> de départ dans une liste et le sommet de fin à la position correspondante de la deuxième liste.

Matrice d'adjacences

Une matrice carrée contenant des 0 et des 1, dont les lignes et les colonnes sont classées par <u>sommets</u>. Un 1 en position (i,j) signifie qu'il y a une <u>arête</u> (ou <u>arc</u>) du sommet i au sommet j. Un 0 indique qu'il n'y a aucune arête ou arc. Peut être utilisée pour des <u>graphes</u> et des <u>digraphes</u>.

Matrice d'incidences

Une matrice contenant des 0 et des 1 dont les lignes sont indexées par les <u>sommets</u> du <u>graphe</u> et dont les colonnes sont indexées par les <u>arêtes</u>. Un 1 à la position (i,j) de la matrice signifie que le sommet i est une extrémité de l'arête j. Un 0 indique que ce n'est pas le cas.

Noeud

Autre mot pour sommet.

Nombre chromatique

Le nombre chromatique d'un <u>graphe</u> est le plus petit nombre k pour lequel il existe une <u>k-coloration des</u> <u>sommets</u>. Le nombre chromatique du graphe G est noté par g(G) [g est la lettre grecque gamma].

Dans l'exemple ci-dessous, le nombre chromatique vaut 3.



Ordre

L'ordre d'un graphe est le nombre de ses sommets.

Ordre topologique

Un ordre topologique d'un <u>digraphe</u> est un <u>étiquetage</u> des <u>sommets</u> avec des entiers consécutifs de sorte que chaque <u>arc</u> soit orienté d'un numéro plus petit vers un plus grand.

Orientation

Une assignation de direction aux <u>arêtes</u> d'un <u>graphe</u>. Une arête orientée est un <u>arc</u>. Le graphe auquel on a donné une orientation est dit **graphe orienté** et est un <u>digraphe</u>.

Partiel

Le graphe obtenu en enlevant des arêtes d'un graphe G est appelé graphe partiel:







Un graphe partiel

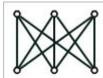
Pendant

Un <u>sommet</u> est pendant s'il est de <u>degré</u> 1. Aussi appelé <u>feuille</u> si le graphe est un <u>arbre</u>.

Planaire

Un <u>graphe</u> planaire est un graphe que l'on peut dessiner sur une surface plate sans que ses <u>arêtes</u> se croisent. Les graphes que l'on ne peut pas desssiner sans croisements sont dits non planaires. Tout graphe contenant l'un ou l'autre des deux sous-graphes ci-dessous est non planaire:





Racine

Sommet d'un arbre, en distinguant un sommet d'un arbre, on obtient une arborescence.

Rang

Dans une <u>arborescence</u>, les <u>sommets</u> à la même <u>distance</u> de la <u>racine</u> sont dits être au même **rang**. La racine est par convention au rang 0 et la <u>hauteur</u> de l'arbre est le rang maximum.

Réduit

Si une <u>arête</u>, a, est enlevée d'un <u>graphe</u> G, le graphe résultant, noté G'_a est appelé le **graphe réduit**.

Régulier

Dans un <u>graphe</u> régulier, tous les <u>sommets</u> ont le même <u>degré</u>. Si le degré commun est k, alors on dit que le graphe est **k-régulier**.

Saturé

Un sommet appartenant à une arête d'un couplage est dit saturé.

Simple

Un <u>graphe</u> est dit **simple**, s'il ne contient pas de <u>boucles</u> et s'il n'y a pas plus d'une <u>arête</u> reliant deux mêmes <u>sommets</u>.

Simplicial

Un sommet est dit simplicial si l'ensemble de ses voisins forme une clique.

Sommet

Un sommet est un 'noeud' du <u>graphe</u>. C'est l'extrémité d'une <u>arête</u>. Voici les sommets (en rouge) d'un graphe:



Sous-graphe

Un sous-graphe d'un graphe est obtenu en y enlevant des <u>sommets</u> et toutes les <u>arêtes</u> <u>incidentes</u> à ces <u>sommets</u>.





Un graphe

Un sous-graphe

Stable

Un stable d'un <u>graphe</u> G est un <u>sous-graphe</u> de G sans <u>arêtes</u>. L'<u>ordre</u> du plus grand stable de G est noté **a(G)** est s'appelle **nombre de stabilité**. Prononcer alpha de G.

Taille

La taille d'un graphe est le nombre de ses arêtes.

Voisinage

Le voisinage d'un <u>sommet</u> est l'ensemble de tous ses sommets <u>adjacents</u>. Ci-dessous le voisinage (en rouge) du sommet bleu:

