2. LABORATORIJSKA VAJA IZ MATEMATIKE II (UN)

• det(A): determinanta matrike A

• rank(A): rang matrike A

 \bullet rand(m,n): naključna matrika reda $m\times n$

• $\mathbf{rref}(\mathbf{A})$: reducirana oblika matrike A

• inv(A): inverz matrike A

• A \ b: levo deljenje, reševanje sistema linearnih enačb Ax = b

• tic, toc: štoparica

 \bullet null(A): baza ničelnega prostora matrike A

 \bullet e
ig(A): lastne vrednosti in lastni vektorji matrike A

• poly(A): karakteristični polinom matrike A

1. Izračunajte determinanto matrike $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 4 & 7 \\ -3 & 4 & 5 & 9 \\ -4 & -5 & 6 & 1 \end{bmatrix}$.

Rezultat: 216.

2. Izračunajte rang matrike $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \\ -5 & -1 & -8 \\ -7 & 7 & -22 \end{bmatrix}$.

Rezultat: 2.

3. Določite časovno zahtevnost računanja determinante naključnih matrik redov 500, 1000 in 2000.

4. Izračunajte inverz matrike $A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & -1 \\ 4 & -4 & 3 \\ 1 & 2 & -5 \end{bmatrix}$.

Rezultat: $\begin{bmatrix} 14 & 13 & 5 \\ 23 & 21 & 8 \\ 12 & 11 & 4 \end{bmatrix}.$

5. Z uporabo Kramerjevega pravila rešite sistem linearnih enačb

$$3x - 2y + 3z = 8,$$

 $x + y + z = 6,$
 $2x + 3y - 5z = -7.$

Sistem rešite še z Gaussovo eliminacijo (levo deljenje v Matlabu).

Rezultati: x = 1, y = 2, z = 3.

6. Ali je sistem linearnih enačb

$$x + 3y - 3z = -1,$$

$$-x - y = 0,$$

$$2x + 2y = 2$$

1

rešljiv? Kakšna sta ranga matrike koeficientov sistema in razširjene matrike? Rezultati: Ne, r(A) = 2, r(R) = 3.

7. Rešite matrični enačbi AX = B in YA = B, kjer sta

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 9 & 7 \\ 1 & 11 & 7 \\ 7 & 5 & 7 \end{bmatrix}.$$

Rezultati: $\begin{bmatrix} 7 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \\ -9 & -3 & -7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{67}{2} & -20 & -\frac{35}{2} \\ \frac{79}{2} & -24 & -\frac{43}{2} \\ \frac{43}{2} & -12 & -\frac{19}{2} \end{bmatrix}.$

8. Zapišite matriko linearne preslikave $\tau(\vec{v}) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} \times \vec{v}$, ki slika 3-dimenzionalne realne vektorje

v 3-dimenzionalne realne vektorje, v standardni bazi. Kateri vektor se preslika v vektor $\begin{bmatrix} 1\\1\\1 \end{bmatrix}$?

Rezultati: $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 \\ -3 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ 0 \end{bmatrix}$.

9. Poiščite najmanjšo lastno vrednost λ_1 matrike $A=\begin{bmatrix}2&1&-3\\0&3&0\\0&4&-1\end{bmatrix}$. Za lastno vrednost λ_1 izračunajte pripadajoči lastni vektor x_1 . Kakšen je produkt Ax_1 ?

Rezultati: $\lambda_1 = -1$, $x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $Ax_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$.