

## Úvod do obvodů se střídavým proudem

Střídavým proudem nazýváme takový elektrický proud, jehož velikost i smysl se s časem mění.

### Základní pojmy

- Okamžité hodnoty veličin označujeme malými písmeny:  
 $u$  – okamžitá hodnota napětí [V]  
 $i$  – okamžitá hodnota proudu [A]
- Amplituda – největší okamžitá kladná nebo záporná hodnota střídavé veličiny v průběhu periody.  
 $U_m$  – amplituda napětí [V]  
 $I_m$  – amplituda proudu [A]
- Efektivní hodnota napětí a proudu:  
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$
- Střední hodnota napětí a proudu:  
$$U_{AV} = \frac{2}{\pi} U_m; \quad I_{AV} = \frac{2}{\pi} I_m$$
- Perioda – určuje dobu, za kterou střídavá veličina vykoná jeden kmit. Jednotkou je sekunda.  
$$T = \frac{1}{f} \text{ [s]}$$
- Frekvence – udává, kolik kmitů vykoná střídavá veličina za jednu sekundu. Jednotkou je hertz.  
$$f = \frac{1}{T} \text{ [Hz]}$$

### Časový průběh sinusových veličin

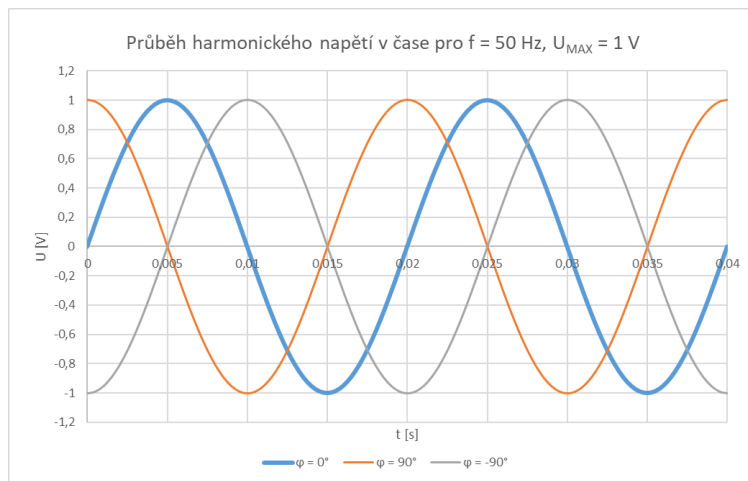
- Okamžitá hodnota napětí se matematicky vyjádří rovnicí:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

kde:  $U_m$  – amplituda napětí [V]  
 $\omega$  – úhlová frekvence [rad/s]  
 $\varphi$  – počáteční fáze napětí [rad]  
 $t$  – čas [s]

Úhlovou frekvenci vypočítáme pomocí rovnice:

$$\omega = 2\pi f \quad \text{[rad/s]}$$



$+\varphi$  - časový průběh se předbíhá  
(oranžový průběh)

$-\varphi$  - časový průběh se zpožďuje  
(šedý průběh)

## Rezistor v obvodu střídavého proudu

- Proud protékající rezistorem je ve fázi s napětím:

$$u = U_m \sin(\omega t); \quad i = I_m \sin(\omega t)$$

- Pro okamžité hodnoty napětí a proudu platí Ohmův zákon:

$$i = \frac{u}{R}$$

- Pro maximální a efektivní hodnoty napětí a proudu platí Ohmův zákon:

$$I_m = \frac{U_m}{R}; \quad I = \frac{U}{R}$$

- Činný výkon na rezistoru je roven:

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 \quad [\text{W}]$$

## Cívka v obvodu střídavého proudu

- Napětí předbíhá proud o  $90^\circ$ :

$$u = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right); \quad i = I_m \sin(\omega t)$$

- Pro maximální a efektivní hodnoty napětí a proudu platí obdoba Ohmova zákona:

$$I_m = \frac{U_m}{X_L}; \quad I = \frac{U}{X_L}, \text{ kde } X_L \text{ je indukční reaktance.}$$

- Indukční reaktance (induktance) se vypočítá pomocí vztahu:

$$X_L = \omega \cdot L \quad [\Omega].$$

- Převrácenou hodnotou indukční reaktance je indukční susceptance:

$$B_L = \frac{1}{X_L} \quad [\text{S}].$$

- Jalový výkon na cívce je roven:

$$Q = U \cdot I = X_L \cdot I^2 \quad [\text{var}].$$

## Kondenzátor v obvodu střídavého proudu

- Proud předbíhá napětí o  $90^\circ$ :

$$i = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right); \quad u = U_m \sin(\omega t)$$

- Pro maximální a efektivní hodnoty napětí a proudu platí obdoba Ohmova zákona:

$$I_m = \frac{U_m}{X_C}; \quad I = \frac{U}{X_C} \quad , \text{ kde } X_C \text{ je kapacitní reaktance.}$$

- Kapacitní reaktance (kapacitance) se vypočítá pomocí vztahu:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad [\Omega].$$

- Převrácenou hodnotou kapacitní reaktance je kapacitní susceptance:

$$B_C = \frac{1}{X_C} \quad [S].$$

- Jalový výkon na kondenzátoru je roven:

$$Q = U \cdot I = X_C \cdot I^2 \quad [\text{var}].$$

## Výpočet veličin v obvodu se sériově zapojenými prvky

	RL	RC	RLC
Svorkové napětí	$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$	$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$	$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$
Impedance obvodu	$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$	$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$	$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$
Fázový posun	$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{R}{Z}$	$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{R}{Z}$	$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{R}{Z}$
	$\sin \varphi = \frac{U_L}{U} = \frac{X_L}{Z}$	$\sin \varphi = \frac{U_C}{U} = \frac{X_C}{Z}$	$\sin \varphi = \frac{U_L - U_C}{U} = \frac{X_L - X_C}{Z}$
	$\tan \varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{X_L}{R}$	$\tan \varphi = \frac{U_C}{U_R} = \frac{X_C}{R}$	$\tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{R} = \frac{X_L - X_C}{R}$

## Výpočet veličin v obvodu s paralelně zapojenými prvky

	RL	RC	RLC
Výsledný proud	$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$	$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$	$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$
Admitance obvodu	$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2}$	$Y = \sqrt{G^2 + B_C^2}$	$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$
Fázový posun	$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{G}{Y}$	$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{G}{Y}$	$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{G}{Y}$
	$\sin \varphi = \frac{I_L}{I} = \frac{B_L}{Y}$	$\sin \varphi = \frac{I_C}{I} = \frac{B_C}{Y}$	$\sin \varphi = \frac{I_L - I_C}{I} = \frac{B_L - B_C}{Y}$
	$\tan \varphi = \frac{I_L}{I_R} = \frac{B_L}{G}$	$\tan \varphi = \frac{I_C}{I_R} = \frac{B_C}{G}$	$\tan \varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R} = \frac{B_L - B_C}{G}$

## Výpočet činného, jalového a zdánlivého výkonu

- Zdánlivý výkon:  
$$S = U \cdot I \quad [\text{VA}]$$
- Činný výkon:  
$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad [\text{W}]$$
- Jalový výkon:  
$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad [\text{var}]$$

Pozn.: Pouze činný výkon koná práci (např. tepelné účinky, točivý moment motoru).

## Příklady k procvičení 1

1. Určete okamžité hodnoty střídavého sinusového proudu s amplitudou 50 A pro následující časové úseky periody:  $T/4$ ,  $T/6$ ,  $T/8$ .
2. Střídavé napětí sinusového průběhu v naší rozvodné síti má efektivní hodnotu 230 V. Určete jeho maximální a střední hodnotu.
3. Sinusové střídavé napětí má amplitudu 50 V a periodu 20 ms. Určete jeho frekvenci, efektivní, střední hodnotu a okamžitou hodnotu v čase 2 ms.
4. Rezistor s odporem  $5 \Omega$  je připojen na střídavé napětí s frekvencí 50 Hz a amplitudou 15 V. Určete maximální hodnotu proudu procházejícím rezistorem, rovnici okamžité hodnoty střídavého proudu a činný výkon.
5. Střídavý proud daný rovnicí  $i = 6 \sin(314t)$  prochází rezistorem, který je připojen ke zdroji střídavého napětí s amplitudou 18 V. Určete velikost odporu rezistoru, efektivní a střední hodnotu napětí a proudu, rovnici okamžité hodnoty střídavého napětí a výkon na rezistoru.
6. O kolik se změní reaktance cívky s indukčností 25 mH, změní-li se frekvence střídavého proudu procházejícím cívkou z 50 Hz na 2 kHz?
7. Střídavý sinusový proud s amplitudou 15 A a frekvencí 5 kHz prochází kondenzátorem s kapacitou  $1,2 \mu\text{F}$ . Určete kapacitní reaktanci a susceptanci, amplitudu napětí na svorkách kondenzátoru, efektivní a střední hodnotu napětí.
8. Reálná cívka s odporem  $15 \Omega$  a indukčností 50 mH je připojena ke zdroji střídavého sinusového napětí o amplitudě 150 V a frekvenci 100 Hz. Určete impedanci cívky, amplitudu proudu procházejícího cívkou a fázový posun mezi napětím a proudem.
9. Obvodem s rezistorem s  $R = 50 \Omega$  a kondenzátorem zapojeným do série prochází střídavý proud  $I = 200 \text{ mA}$ ,  $f = 5 \text{ kHz}$ . Impedance obvodu je  $100 \Omega$ . Vypočítejte kapacitu kondenzátoru a amplitudu napětí na svorkách obvodu.
10. Ke zdroji střídavého napětí s  $U = 220 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$  je připojen sériový obvod: cívka s činným odporem  $10 \Omega$  a kondenzátor s kapacitou  $16 \mu\text{F}$ . Obvodem prochází proud 2,2 A. Určete impedanci obvodu a následující veličiny cívky: reaktanci, indukčnost, impedanci a napětí na cívce.