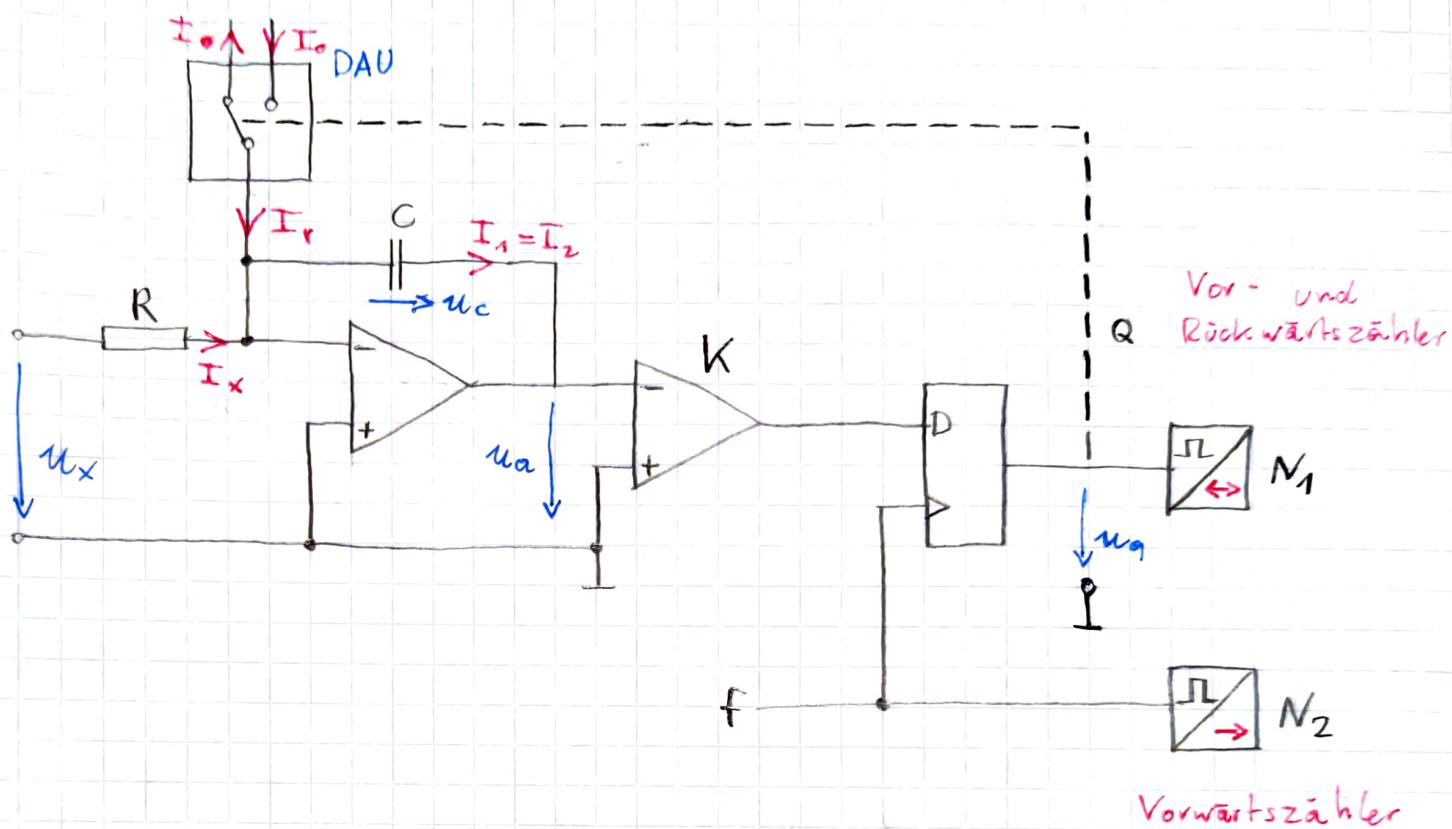


# Delta-Sigma-Umsetzer



Der Komparator überprüft, ob die Ausgangsspannung des Integrierers  $>$  oder  $\leq 0$  ist und steuert über die Taktfrequenz  $f$  das D-FF und somit die Hilfsströme.

$$u_a > 0 \rightarrow K = -1 \rightarrow I_r = +I_o$$

$$u_a \leq 0 \rightarrow K = 1 \rightarrow I_r = -I_o$$

$$U_D = U_p - U_n = 0 - u_a = -u_a$$

(d. Ströme  $\pm I_o$  legen d. Messbereich fest)

$I_x$  wird immer zusammen mit  $I_r$  integriert.

$I_r$  kann die Werte  $+I_o$  oder  $-I_o$  annehmen.

Integrationsdauer  $T_o = \frac{1}{f}$

$$I_1 = I_2 \quad i_C = C \cdot \frac{du_a}{dt}$$

$$I_x + I_r = -C \cdot \frac{du_a}{dt} \rightarrow u_a = -\frac{1}{C} (I_x + I_r) \cdot T_0$$

Der Komparator wandelt die unbekannte Spannung  $u_x$  in eine Folge von Binärzahlen (Spannung von  $u_q$ ) mit  $\pm 1V$  um.

$$u_x = \frac{N_1}{N_2} \cdot U_m \quad \text{z.B. } U_m = 1V \quad (\text{am Messbereichsende})$$

$$\text{Bsp.: } U_x = 0,6 \text{ V}$$

$$R = 1k\Omega$$

$$I_o = \pm 1 \text{ mA}$$

$$I_x = \frac{U_x}{R} = 0,6 \text{ mA}$$

Annahme: ein Strom von  $I_1 = I_o + I_x$  von 1mA erzeugt während eines Abtastintervalls  $T_0$  eine Ausgangsspannung  $u_a = 1V$ .

Im Einschaltzeitpunkt oben liegen wir uns:

$$I_r = 0 \text{ mA}$$

## ACHTUNG!

Die Ausgangsspannungen  
verdolieren sich immer

Takt	K	$U_g$	$N_1$	$N_2$	$I_r$	$I_1$	$u_a$	$u_x = 1 \cdot \frac{N_1}{N_2}$
-	-	V	-	-	mA	mA	V	V
-	-	-	-	-	-	0,6	-0,6	-
1	1	1	1	1	-1	-0,4	$+0,4 - 0,6 = -0,2$	$1 \cdot \frac{1}{1} = 1$
2	1	1	2	2	-1	-0,4	$+0,4 - 0,2 = 0,2$	$1 \cdot \frac{2}{2} = 1$
3	-1	-1	1	3	1	1,6	$-1,6 + 0,2 = -1,4$	$1 \cdot \frac{1}{3} = 0,33$
4	1	1	2	4	-1	-0,4	$0,4 - 1,4 = -1$	$1 \cdot \frac{2}{4} = 0,5$
5	1	1	3	5	-1	-0,4	$0,4 - 1 = -0,6$	$1 \cdot \frac{3}{5} = 0,6$
6	1	1	4	6	-1	-0,4	$0,4 - 0,6 = -0,2$	$1 \cdot \frac{4}{6} = 0,66$
7	1	1	5	7	-1	-0,4	$0,4 - 0,2 = 0,2$	$1 \cdot \frac{5}{7} = 0,71$
8	-1	-1	4	8	1	1,6	$-1,6 + 0,2 = -1,4$	$1 \cdot \frac{4}{8} = 0,5$
9	1	1	5	9	-1	-0,4	$0,4 - 1,4 = -1$	$1 \cdot \frac{5}{9} = 0,55$
10	1	1	6	10	-1	-0,4	$0,4 - 1 = -0,6$	$1 \cdot \frac{6}{10} = 0,6$
11	1	1	7	11	-1	-0,4	$0,4 - 0,6 = -0,2$	$1 \cdot \frac{7}{11} = 0,63$
12	1	1	8	12	-1	-0,4	$0,4 - 0,2 = 0,2$	$1 \cdot \frac{8}{12} = 0,66$
13	-1	-1	7	13	1	1,6	$-1,6 + 0,2 = -1,4$	$1 \cdot \frac{7}{13} = 0,53$
14	1	1	8	14	-1	-0,4	$0,4 - 1,4 = -1$	$1 \cdot \frac{8}{14} = 0,57$
15	1	1	9	15	-1	-0,4	$0,4 - 1 = -0,6$	$1 \cdot \frac{9}{15} = 0,6$

Vorteil dieses Prinzips ist, dass nur geprüft wird ob  $u_a >$  oder  $\leq 0$  ist.

Diese Entscheidung kann sehr schnell & zuverlässig getroffen werden.  $\rightarrow f$  von 100 MHz

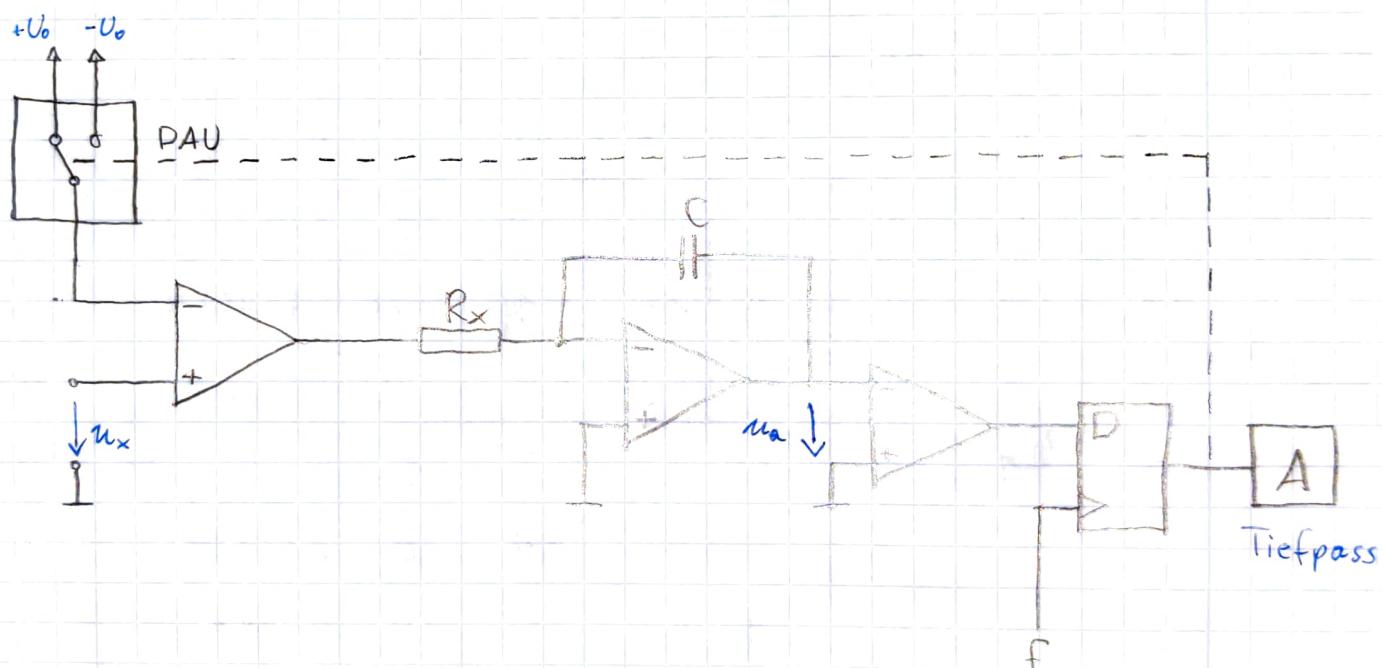
Die anschließende Mitteilung über die Binärzahlen erfolgt wesentlich langsamer (z.B. 10 kHz) und hoher Auflösung.

In der Praxis wird anstelle des Zählers ein mittelnodes Filter (Tiefpass) eingesetzt.

Oft wird der Delta-Sigma-ADU mit Hilfe von Spannungsquellen anstelle von I-Quellen dargestellt.

Anstelle des Stromknotens ist ein Subtrahierer eingezeichnet  $\rightarrow$  daher d. Wort Delta

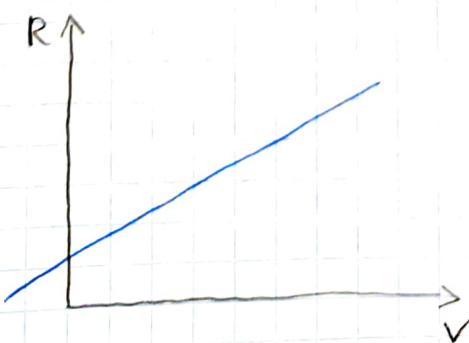
Von der Messspannung  $u_x$  wird die Hilfsspannung  $+/- U_0$  abgezogen.



### Sensorik

$$R = \frac{S \cdot L}{A}$$

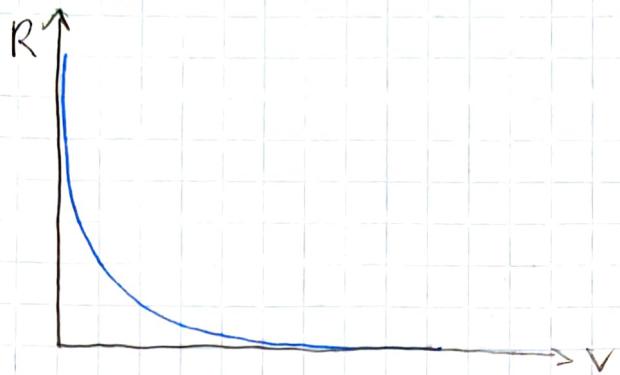
### PTC (Metalle)



$$R_v = R_{20} \left( 1 + \alpha_{20} \Delta T + \beta_{20} \Delta T^2 + \gamma \Delta T^3 \right)$$

$$\text{PT 100} \rightarrow 0^\circ = 100 \Omega$$

## NTC (Halbleiter)



$$R_V = R_{20} \cdot e^{\alpha \cdot \Delta T}$$

$R(B)$  Magnetfeldabhängiger Widerstand

$R(I_V)$  Lichtabhängiger Widerstand

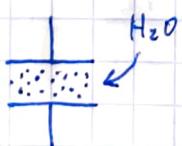
## Kapazitive Sensoren

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d}$$

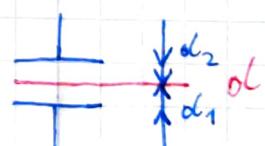


$C(d)$  zur  
Druckmessung

$C(A)$  aktive Fläche  
Verschlüssemessung



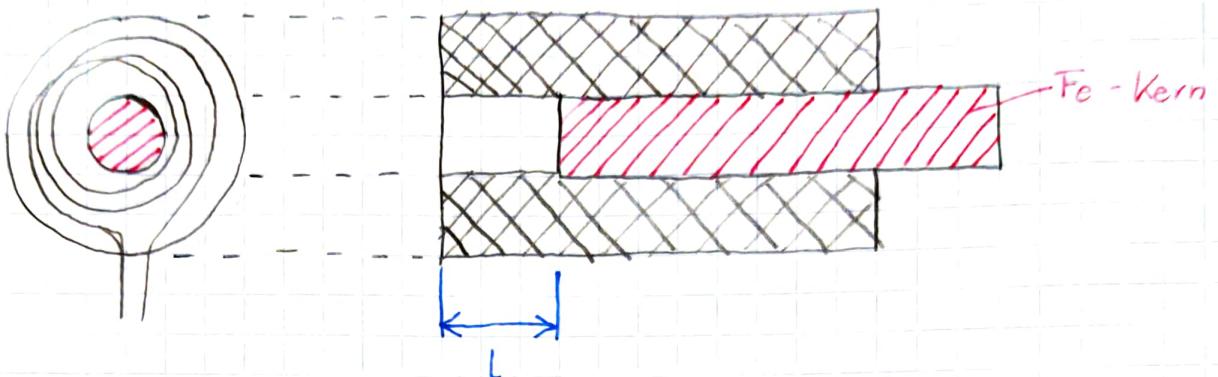
$C(\epsilon_r)$  Feuchtigkeitsmessung  
 $\epsilon_{r,H_2O} \approx 81$



Schichtdichthemasung

## induktive Sensoren

### Touchkern Unker

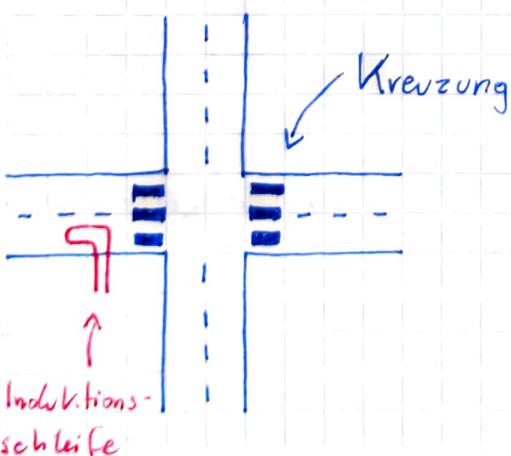


$$L = N^2 \frac{\mu_0 M_r \cdot A}{\sigma} = N^2 \cdot \frac{1}{R_m}$$

$$R_m = \frac{\sigma l}{\mu_0 M_r \cdot A} \quad \dots \text{mag. Widerstand}$$

A ... von den Feldlinien durchdrungene Fläche  
 ol ... mittlere Feldliniellänge

### Induktionsschleife



### Drehzahlmessung

### Magnetfeldmessung

## Dehnungsmessstreifen - DMS

$$R = \frac{s \cdot L}{A}$$

s ... spez. Widerstand  
 (...) Länge  
 A ... Querschnitt

Wird der Leiter gestreckt oder gestaucht, so ändert sich seine Länge, sein Querschnitt und spez. Widerstand.

Für DMS auf Metallbasis wird angenommen, dass sich der spez. Widerstand bei elastischer Verformung nicht ändert.

Aus der Fehlerrechnung:

$$\Delta R = \frac{\partial R}{\partial s} \Delta s + \frac{\partial R}{\partial L} \Delta L + \frac{\partial R}{\partial A} \Delta A$$

$$\approx \frac{\partial R}{\partial L} \Delta L + \frac{\partial R}{\partial A} \Delta A \quad \text{für elastische Verformung}$$

$$A = \frac{D^2 \pi}{4} \rightarrow R = \frac{4 s L}{D^2 \pi}$$

$$\Delta R = \frac{\partial R}{\partial L} \Delta L + \frac{\partial R}{\partial D} \Delta D = \frac{4 s}{D^2 \pi} \Delta L + \frac{4 s L}{D^2 \pi} \cdot (-2) D^{-3} \Delta D$$

$$= \frac{4 s}{D^2 \pi} \Delta L - 2 \frac{4 s L}{D^3 \pi} \Delta D$$

$$= \frac{4 s}{D^2 \pi} \cdot \frac{\Delta L}{L} - 2 \frac{4 s L}{D^3 \pi} \cdot \frac{\Delta D}{D}$$

$$\Delta R = R \cdot \frac{\Delta L}{L} - 2 R \frac{\Delta D}{D}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} - 2 \frac{\Delta D}{D}$$

Frage: Wie ändert sich der Widerstand, wenn sich der Durchmesser um 20% verkleinert. ( $L = \text{konst.}$ )

Antwort: Der Widerstand wird um 40% größer.

$$\text{Dehnung } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \rightarrow \frac{\Delta R}{R} = \varepsilon - 2 \frac{\Delta D}{D}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = 1 - \frac{\Delta D}{\varepsilon} \quad \dots \text{ Poissonsche Zahl: } \mu = -\frac{\Delta D}{\varepsilon}$$

für Metalle  $\mu = 0,2$  bis  $0,5$

### K-Faktor

$$K = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\varepsilon} = 1 + 2\mu \quad | = 1+1=2$$

$\mu_{\max} = 0,5$

Der K-Faktor bestimmt den Zusammenhang zw. Widerstandsänderung und Dehnung.  $\rightarrow$  rel. Widerstandsänderung ist daher höchstens doppelt so groß wie die dazugehörige Dehnung  $\varepsilon$ .

## Hooke'sches Gesetz

Die elastische Verformung, die Dehnung  $\epsilon$ , ist proportional zur einwirkenden mechanischen Spannung  $\sigma$  (= Kraft pro Querschnittsfläche). Der Proportionalitätsfaktor heißt Elastizitätsmodul  $E$

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (1 \frac{N}{mm^2} \hat{=} 10^6 \frac{N}{m^2})$$

typ. Werte (von  $E$ ):

Stahl	200 000	$\frac{N}{mm^2}$
Alu	73 000	$\frac{N}{mm^2}$

$$F = m \cdot a = m \cdot g$$

## Ausführungsformen von DMS:

- Drahtmessstreifen: Ein männolerförmig gelegter Draht zw. zwei isolierenden Trägerfolien.
- Folienmessstreifen: Anstelle eines Drahtes besitzt dieser ein Messgitter.
- Biegebalchen-Kraft-Messaufnehmer

Störgrößen: Mit zunehmender Temperatur ändert sich zum einen der elektrische Widerstand des Messgitters, zum anderen verhehen sich Messobjekt & -streifen unterschiedlich aus.  $\rightarrow$

Messstreifen aus Konstantan (Kupfer-Nickel-Legierung / Cu-Ni) verwenden: Diese sind temperaturunabhängig in Bezug auf deren Widerstand. Der Ausdehnungskoeffizient kann an Beton, u.h., Porzellan, usw. angepasst werden.

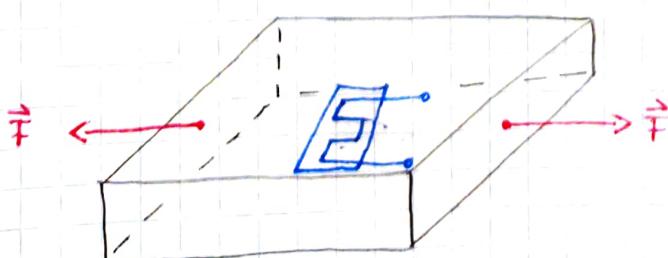
Hat man keine derartigen temperaturkompensierenden oder selbstkompensierenden Messstreifen, dann muss die Dehnungsmessung mit mehreren Streifen durchgeführt werden. → Man will nur die Dehnung, nicht aber die Temperatoreffekte messen.

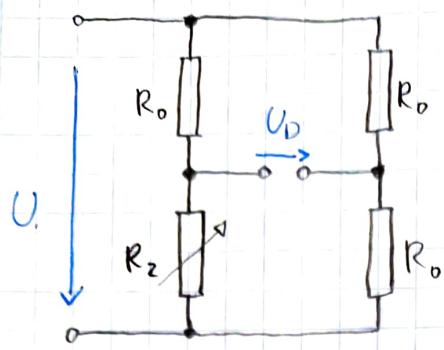
Messung einer Normalspannung  $\sigma = \frac{F}{A} = \epsilon \cdot E$

Eine Normalspannung tritt dann auf, wenn an einem Werkstück zwei gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Zug- oder Druckkräfte angreifen.

$$\vec{F} \leftarrow \boxed{\quad} \rightarrow \vec{F}$$

1) Verwendung von einem DMS in einer Viertelmessbrücke





$$U_D = U \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

Der Widerstand  $R_2$  (DMS) ändert sich durch die Dehnung mit  $\Delta R_E$  und durch die Temperatur mit  $\Delta R_T$ .

$$\rightarrow U_D = \frac{U}{4} \left( \frac{\Delta R_E}{R_0} + \frac{\Delta R_T}{R_0} \right)$$

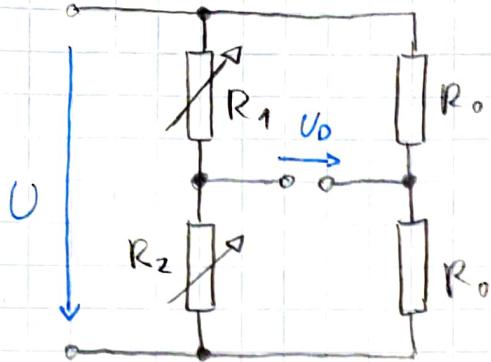
Die Brücke wird durch die Temperatur, als auch durch die Dehnung gleich verstimmt.

## 2) Verwendung von zwei DMS

Temperaturkompensation

Um nur die Dehnung zu messen, muss die Temperatur kompensiert werden!

Hierfür verwendet man einen zweiten Messstreifen, welcher mechanisch nicht belastet wird, je doch aufgrund seiner Nähe zum Messstreifen 1 die gleiche Temperatur anlegt.



unbelasteter DMS

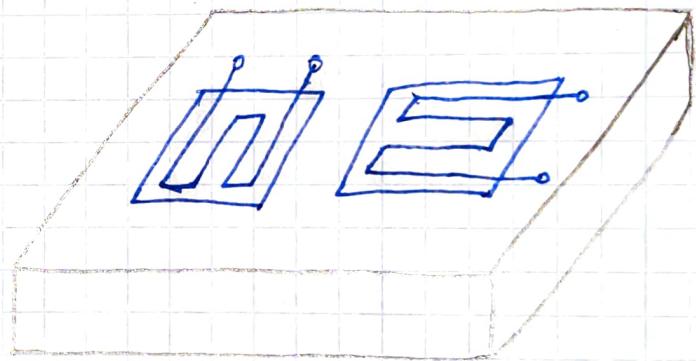
$$R_1 = R_0 \pm \Delta R$$

$$R_2 = R_0 \pm \Delta R_T \pm \Delta R_E$$

$$U_D = \frac{U}{4} \cdot \frac{\Delta R_E}{R_0}$$

Vorteilhafter ist es, wenn Streifen 2 quer zur Richtung von Streifen 1 geklebt wird.  
So wird Streifen 1 z.B. gestreckt und Streifen 2 gestaucht.

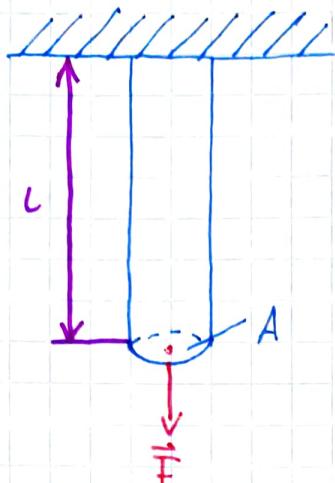
Die Diagonalspannung der Brücke ist dann nicht nur unabhängig von der Temperatur, sondern  $\mu$ -mal größer.



$$U_D = \frac{U}{4} \left[ \left( \frac{\Delta R_E}{R_0} + \frac{\Delta R_T}{R_0} \right) - \left( -\frac{\mu \cdot \Delta R_E}{R_0} + \frac{\Delta R_T}{R_0} \right) \right]$$

$$U_D = \frac{U}{4} \left( 1 + \mu \right) \frac{\Delta R_E}{R_0}$$

## Wessung einer Normalspannung:



$$m = 10 \text{ t} = 10000 \text{ kg}$$

$$\text{Gussstahl } E = 2 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Querschnittsfläche } A = 10 \text{ cm}^2$$

1/4 Messbrücke mit  $U_0 = 10 \text{ V}$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \epsilon \cdot E \quad \epsilon \dots \text{Dehnung}$$

$$F = m \cdot g$$

$$\epsilon = \frac{F}{A \cdot E} \quad [\epsilon] = \frac{\text{N}}{A \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = \frac{\text{m}^2}{\text{A}} \rightarrow [A] = \text{m}^2$$

$$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$$

$$(1 \text{ cm})^2 = 1 \text{ cm}^2 = (10^{-2} \text{ m})^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\epsilon = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 10}{10 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11}} = \frac{10^5}{2 \cdot 10^8} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}$$

metall. DMS  $\rightarrow k$ -Faktor = 2

$$k = \frac{\frac{\Delta R}{R_0}}{\epsilon} \rightarrow \frac{\Delta R}{R_0} = k \cdot \epsilon = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} = 10^{-3}$$

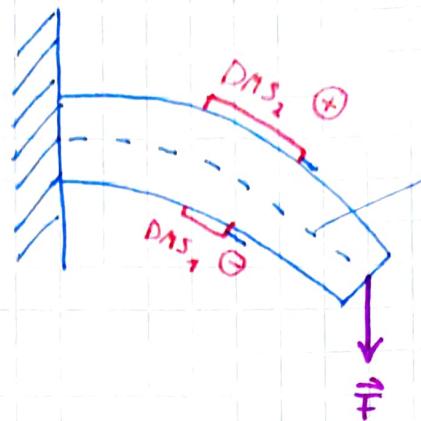
$$U_0 = \frac{U_0}{4} \cdot \frac{\Delta R}{R_0} = \frac{10}{4} \cdot 10^{-3} = 2,5 \text{ mV}$$

## Messung einer Biegespannung:

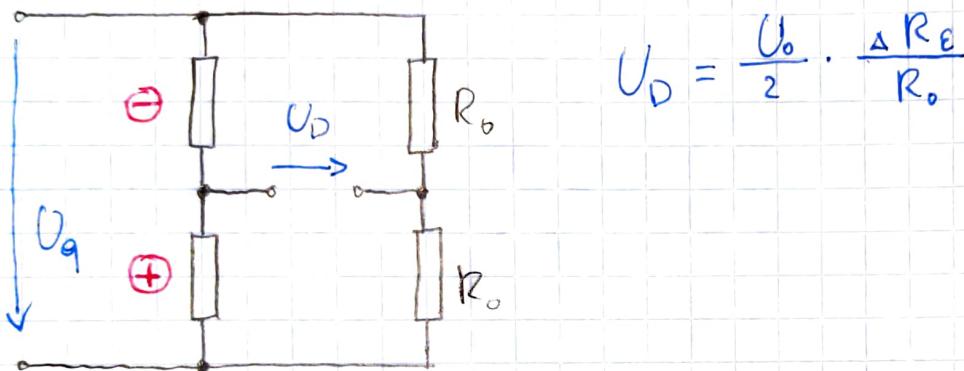


DMS<sub>1</sub> ... gestaucht

DMS<sub>2</sub> ... gedehnt



neutrale Phase  
 $L = \text{konst.}$



## Kraftmessolose

Besteht aus einem elastischen, zylindrischen Körper, welcher durch die angreifenden Kräfte gestreckt oder gestaucht wird. Der Körper ist mit DMS beklebt, welche die auftretende Normalspannung  $\sigma$  erfassen. Kraftmessolosen werden in elektromechanischen Waagen verwendet. Die Messunsicherheit liegt bei ca. 0,5 %.

## Halbleiter - DMS

Bei der Ableitung des  $k$ -Faktors  $k = \frac{\Delta R}{R}$  für Metall - DMS wurde der Term mit der Änderung des spez. Widerstandes  $\frac{\partial R}{\partial S} \cdot \Delta S$  vernachlässigt.

Bei DMS aus Silizium odl. Germanium ist dies nicht mehr zulässig. Hier wird die Änderung des spez. Widerstandes zum bestimmenden Faktor (Piezoresistiver Effekt).

Bei der Dehnung ändern sich die Bohr-abstände und die Dichte der Ladungsträger.

Der  $k$ -Faktor kann bei · p Si Werte bis +120  
· n Si Werte bis -100

Beim Messen nicht-elektrischer Größen wird die gemessene phys. Größe im Messwert-Aufnehmer, olem Sensor, auf ein elektrisches Signal abgebildet.

- Aktive Aufnehmer erzeugen aufgrund des Messprinzips ein elektrisches Signal. Dabei wird zunächst keine elektrische Hilfsenergie benötigt. z.B. Piezo - Element (Piezo - Elektrische Effekt)
- Passive Aufnehmer enthalten passive Bauteile, deren Parameter durch die

Messgröße verwendet worden.

z.B.  $R(\varepsilon)$ ,  $R(\varphi)$ ,  $C(A)$ ,  $C(\varepsilon)$ ,  $C(d)$ ,  $L(s)$

Durch die Primärelektronik werden diese Parameter in elektrische Signale umgeformt, wofür Hilfsenergie benötigt wird.

Viele Sensoren stellen als elektrische Größe einen ohmschen Widerstand zur Verfügung.

Da die Empfindlichkeit in vielen Fällen sehr gering ist und eine hohe Auflösung gefordert wird, wird für die Messung auf die Brückenschaltung zurückgegriffen.

Zum Verstärken oder Brücken differenzspannung wird ein Instrumentenverstärker verwendet.

# Temperaturmessung

## 1) PTC positive temperature coefficient

Das Temperaturverhalten eines ohmschen Widerstandes kann zu Messzwecken genutzt werden, solange ein linearer Zusammenhang zwischen  $\Delta \vartheta$  &  $R$  gegeben ist.

### 1.1) Platin PTC Pt100

Dieser hat bei  $0^\circ\text{C}$  einen Widerstands - wert von  $100\text{ }\Omega$  und ist für den Bereich zwischen  $-200^\circ$  bis  $800^\circ\text{C}$  geeignet.

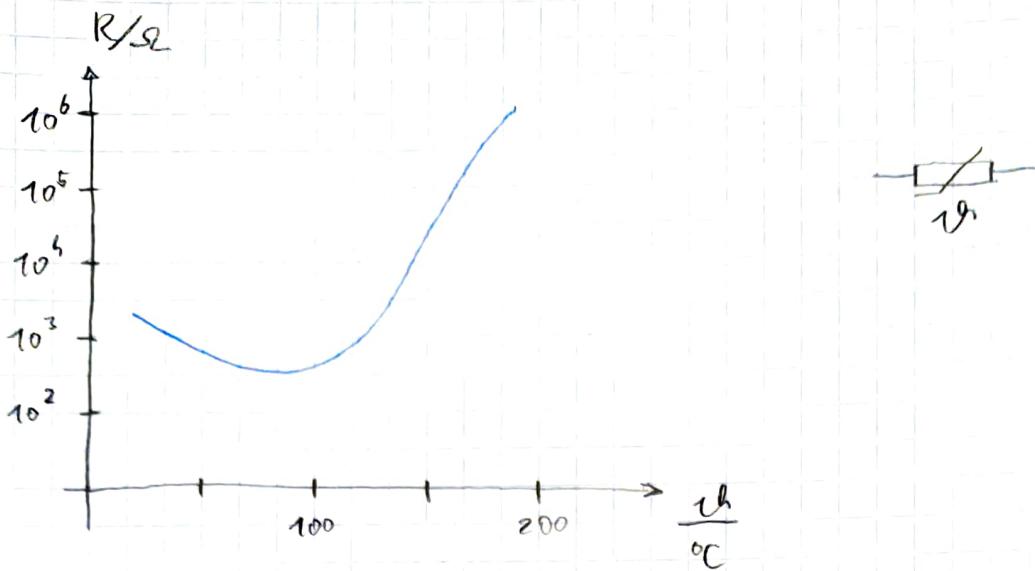
$$\Delta T = \vartheta - \vartheta_0 \quad \vartheta_0 \dots \text{Bezugs temperatur } (0^\circ\text{C})$$

$$R_{100} = R_{\vartheta_0} \left[ 1 + \alpha_{\vartheta_0} \cdot \Delta T + \beta_{\vartheta_0} \cdot \Delta T^2 + \gamma_{\vartheta_0} \cdot \Delta T^3 \right]$$

$$\alpha_{\vartheta_0} = 3,8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K} \dots \text{daher PTC}$$

$$\beta_{\vartheta_0} = -0,58 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K^2}$$

1.2) Es gibt auch PTC - Widerstände, die durch Sinterung hergestellt werden. Diese erfahren ab einer bestimmten Temperatur eine sprunghafte Widerstandserhöhung.



z.B. als Überlastschalter in Motoren,  
Heizlüftern, Föhnen

1.3) Halbleitersensor VTY10 Infineon  
Dotiertes Silizium

Diese Halbleiter sind im gewünschten Temperaturbereich bereits bestend. Eine Temperaturerhöhung bewirkt eine Herabsetzung der Beweglichkeit der Ladungsträger  $\rightarrow R$  steigt

$$R_T = R_{T_0} \left[ 1 + \alpha \cdot \Delta T + \beta \cdot \Delta T^2 \right]$$

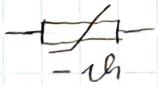
$$\text{z.B. } R_{25} = 2k\Omega, \alpha = 7,88 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}, \beta = 1,93 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K^2}$$

$$T_0 = 25^\circ C$$

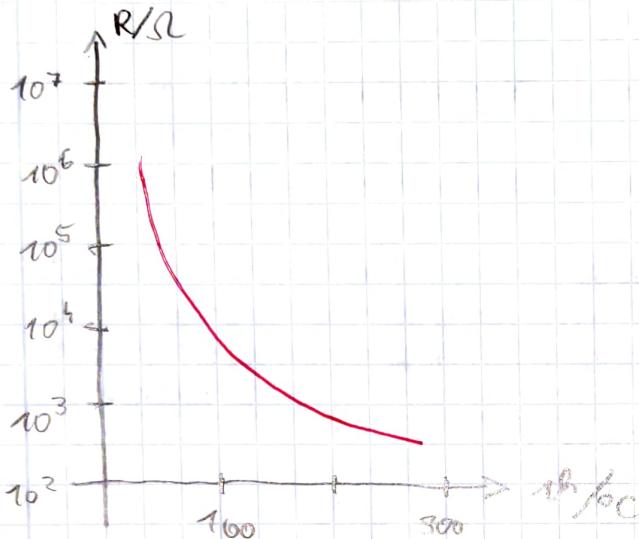
Temperaturbereich von  $-50^\circ C$  bis  $+150^\circ C$

Linearität schlechter als vom Pt 100, allerdings ist der Temperaturkoeffizient etwa doppelt so groß, was durch einen Verstärker aufwands geringer ausfällt.

## 2) NTC Widerstand Heißleiter

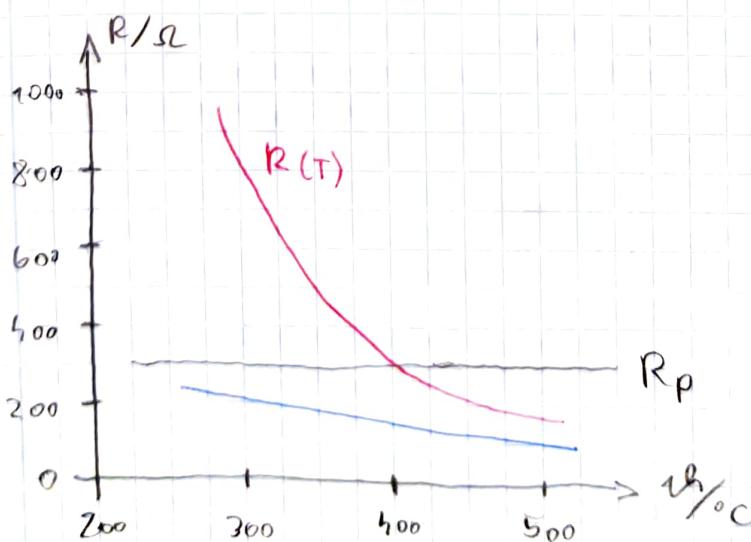
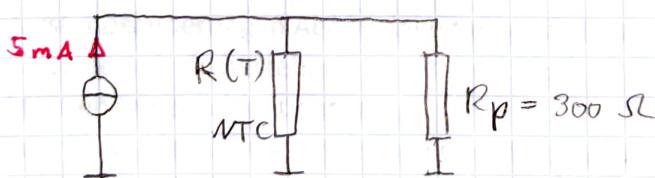


Der Widerstand eines Heißleiters sinkt mit steigender Temperatur. Die Herstellung erfolgt mit Sintern von Metalloxidmischungen.



Dient zur Temperaturregelung in Elektroherden, Waschmaschinen, Kühlschränken, ...

Linearisierung der Kennlinie durch Parallelschaltung eines Widerstandes  $R_p$



$$R_{\text{ges}}(T) = \frac{R(T) \cdot R_p}{R(T) + R_p}$$

Die Linearität steigt, allerdings sinkt die Empfindlichkeit.

# Magnetfeldmessung

## 1. Lorentzkraft

Auf bewegte Ladungsträger  $q$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  wirkt aufgrund eines elektromagnetischen Feldes eine Kraft, die sog. Lorentzkraft

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$q$  pos. Elementarladung  
 $\vec{E}$  elektrische Feldstärke  
 $\vec{B}$  magnetische Flussdichte  
 $\vec{v} \times \vec{B}$  Vektor- oder Kreuzprodukt

$\vec{v} \times \vec{B}$  den 1. Vektor in kürzesten Weg in den zweiten drehen, Rechtsschraube ergibt die Richtung der Kraft  $\vec{F}$ .

Ist nur ein Magnetfeld vorhanden vereinfacht sich die Formel zu

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Die Kraft  $\vec{F}$  steht normal auf die Ebene, die durch  $\vec{v}$  und  $\vec{B}$  aufgespannt wird.

Die Bewegung der Ladungen erfolgt auf Kreisbahnen.

Achtung: Für die Bewegung der Elektronen muss die entgegengesetzte Kraftwirkung verwenden!

Bsp. 1:	Bsp. 2:

## 2. MDR (magnetic field dependent resistors) Magnetfeldabhängige Widerstände (Feldplatten)<sup>1</sup>

Widerstandsänderung in Abhängigkeit eines äußeren Magnetfeldes.

Diese Widerstände bestehen aus Indiumantimonid (InSb) welches eine hohe Elektronenbeweglichkeit besitzt.

Während der Herstellung werden in das Material Kurzschlussbrücken aus Nickelantimonid NiSb eingebracht.

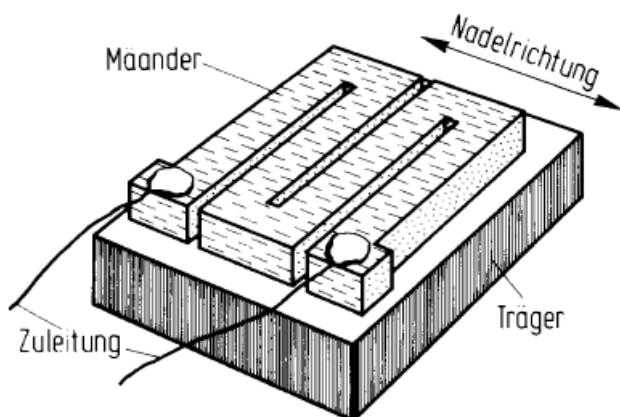
NiSb hat eine wesentlich höhere Leitfähigkeit als InSb und dient dazu die  $e^-$  gleichmäßig zu verteilen bevor sie in den nächsten Abschnitt gelangen.

Ohne äußeres magn. Feld



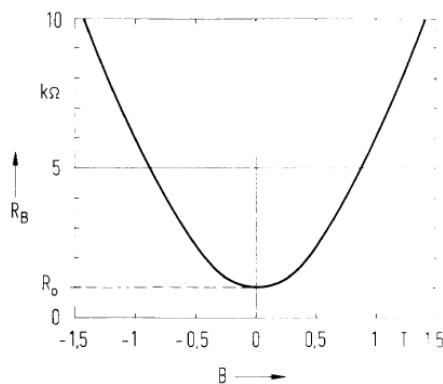
Damit der Grundwiderstand der Feldplatte nicht zu gering ist, werden mäanderförmige Bahnen auf ein isoliertes Substrat aufgebracht

<sup>1</sup> Grundlagen der Elektrotechnik 1 Seite 69



Wirkt ein äußeres Magnetfeld ein, so werden die Elektronen abgelenkt, es kommt zu einer Wegverlängerung und damit zu einer Widerstandserhöhung

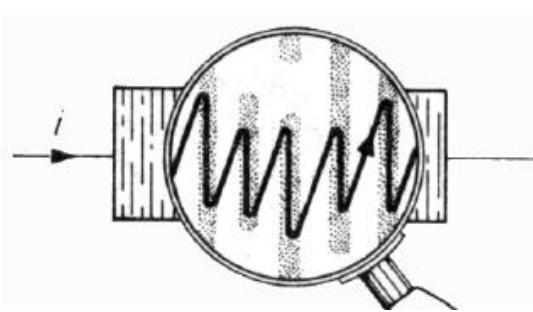
Die Abhängigkeit des Widerandes vom Magnetfeld ist in etwa quadratisch und unabhängig von der Feldrichtung



$$R_{(B)} = R_0(1 + B^2)$$

$R_0$  liegt zwischen  $50\Omega$ - $500\Omega$

Erhöhung um den Faktor 5-15 bei Einwirkung von  $1T$ .



Die Richtung des Feldes könnte durch Vormagnetisierung mit bekanntem Magnetfeld detektiert werden.

Bsp.: MDR, Magnetfeldschalter mit OPV Komparator.  $U_B = +15V$  single supply;  $B_{ein} = 0,5T$ ;  $B_{aus} = 1T$ ;  $R_0 = 500\Omega$

Verwendung unter anderem zur Drehzahlmessung.

Feldplatten werden zunehmend durch AMR (anisotrope magnetoresistiver Effekt) und GMR (giant magneto resistance)

### 3. GMR giant magneto resistance

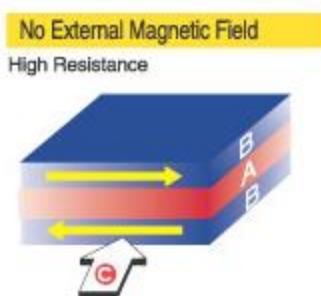
<http://www.gmrsensors.com/gmr-operation.htm>

#### What's Giant in "Giant Magnetoresistance"?

Although the term "giant" in giant magneto resistance (GMR) seems incongruous for a nanotechnology device, it refers to a large change in resistance (typically 10 to 20%) when the devices are subjected to a magnetic field, compared with a maximum sensitivity of a few percent for other types of magnetic sensors.

#### Nanotechnology Structure

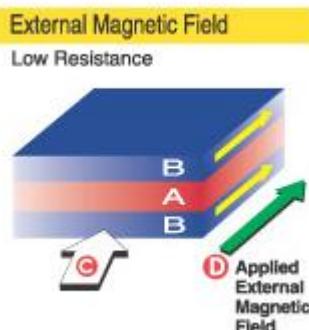
GMR structures are ferromagnetic alloys sandwiched around an ultrathin nonmagnetic conducting middle layer:



(A) is a conductive, nonmagnetic interlayer.  
Magnetic moment in alloy (B) layers face opposite directions due to antiferromagnetic coupling.  
Resistance to current (C) is high.  
The nonmagnetic conducting layer is often copper.

Copper is normally an excellent conductor, but when it is only a few atoms thick, electron scattering causes copper's resistance to increase significantly. This resistance changes depending on the relative orientation of electron spins surrounding the conducting layer

Applying an external magnetic field (D)  
overcomes antiferromagnetic coupling, aligning  
magnetic moments in alloy (B) layers:



Such exposure changes the device resistance so the structure can be used to sense an external field. Practical devices are often made of multiple layers of alternating magnetic and nonmagnetic layers to improve sensitivity.

#### The Quantum Mechanics of GMR

To understand how GMR works on the atomic level, consider the following analogies: If a person throws a ball (analogous to a conduction electron) between two sets of rollers turning the same direction (analogous to parallel spin-aligned magnetic layers), the ball tends to go through smoothly. But if the top and bottom rollers turn in opposite directions, the ball tends to bounce and scatter. Alternatively, the GMR effect may be compared to light passing through polarizers. When the polarizers are

aligned, light passes through; when their optical axes are rotated with respect to each other, light is blocked.

The resistance of metals depends on the mean free path of their conduction electrons, which, in GMR devices, depends on the spin orientation. In ferromagnetic materials, conduction electrons either spin up when their spin is parallel to the magnetic moment of the ferromagnet, or spin down when they are antiparallel. In nonmagnetic conductors, there are equal numbers of spin-up and spin-down electrons in all energy bands. Because of the ferromagnetic exchange interaction, there is a difference between the number of spin-up and spin-down electrons in the conduction bands. Quantum mechanics dictates that the probability of an electron being scattered when it passes into a ferromagnetic conductor depends on the direction of its spin. In general, electrons with a spin aligned with the majority of spins in the ferromagnets will travel further without being scattered.

In a GMR spintronic device, the first magnetic layer polarizes the electron spins. The second layer scatters the spins strongly if its moment is not aligned with the polarizer's moment. If the second layer's moment is aligned, it allows the spins to pass. The resistance therefore changes depending on whether the moments of the magnetic layers are parallel (low resistance) or antiparallel (high resistance).

Optimal layer thicknesses enhance magnetic-layer antiparallel coupling, which is necessary to keep the sensor in the high-resistance state when no field is applied. When an external field overcomes the antiparallel coupling, the moments in the magnetic layers align and reduce the resistance. If the layers are not the proper thickness, however, the coupling mechanism can destroy the GMR effect by causing ferromagnetic coupling between the magnetic layers.

For spin-dependent scattering to be a significant part of the total resistance, the layers must be thinner (to a magnitude of several nanometers) than the mean free path of electrons in most spintronic materials. A typical GMR medical sensor has a conducting layer approximately 3 nm (or one ten-millionth of an inch) thick. For reference, that is less than 10 atomic layers of copper, and less than one ten-thousandth the thickness of a piece of tissue paper.

### **GMR Riesenmagnetowiderstand**

Dieser Effekt wird in Strukturen beobachtet, die aus dünnen (nm) Schichten bestehen, die abwechselnd magnetisch und nicht magnetisch sind.

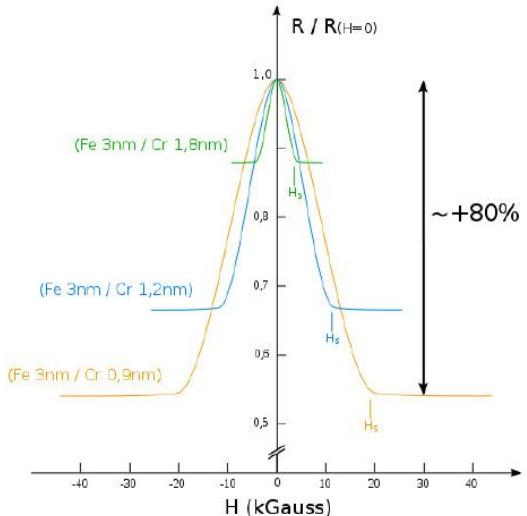
Der elektrische Widerstand ist abhängig von der gegenseitigen Orientierung der Magnetisierung der einzelnen magnetischen Schichten.

Der Widerstand ist bei der Magnetisierung in entgegengesetzter Richtung deutlich höher als bei der Magnetisierung in gleiche Richtung.

Beim GMR-Effekt handelt es sich um einen quantenmechanischen Effekt und nur in dünnen Schichten beobachtbar ist.

Werden zwei ferromagnetische Schichten durch eine dünne nichtmagnetische Schicht getrennt, so richten sich die Magnetisierungen ab einer bestimmten Dicke der Zwischenschicht in entgegengesetzte Richtung aus.

Schon kleine äußere magnetische Felder reichen aus, diese wieder in die gleiche Richtung umzuschalten und so große Änderungen des elektrischen Widerstandes vorzunehmen.



Ergebnisse von Fert et al. (1988) die zur Entdeckung des GMR-Effektes führten.

#### 4. Hall Effekt

##### 4.1. What is the Hall effect?<sup>2</sup>

Working together, electricity and magnetism can make things move: electric motors, loudspeakers, and headphones are just a few of the indispensable modern gadgets that function this way.

Send a fluctuating electric current through a coil of copper wire and (although you can't see it happening) you'll produce a temporary magnetic field around the coil too.

Put the coil near to a big, permanent magnet and the temporary magnetic field the coil produces will either attract or repel the magnetic field from the permanent magnet.

If the coil is free to move, it will do so—either toward or away from the permanent magnet. In an electric motor, the coil is set up so it can spin around on the spot and turn a wheel; in loudspeakers and headphones, the coil is glued to a piece of paper, plastic, or fabric that moves back and forth to pump out sound.

What if you place a piece of current-carrying wire in a magnetic field and the wire can't move?

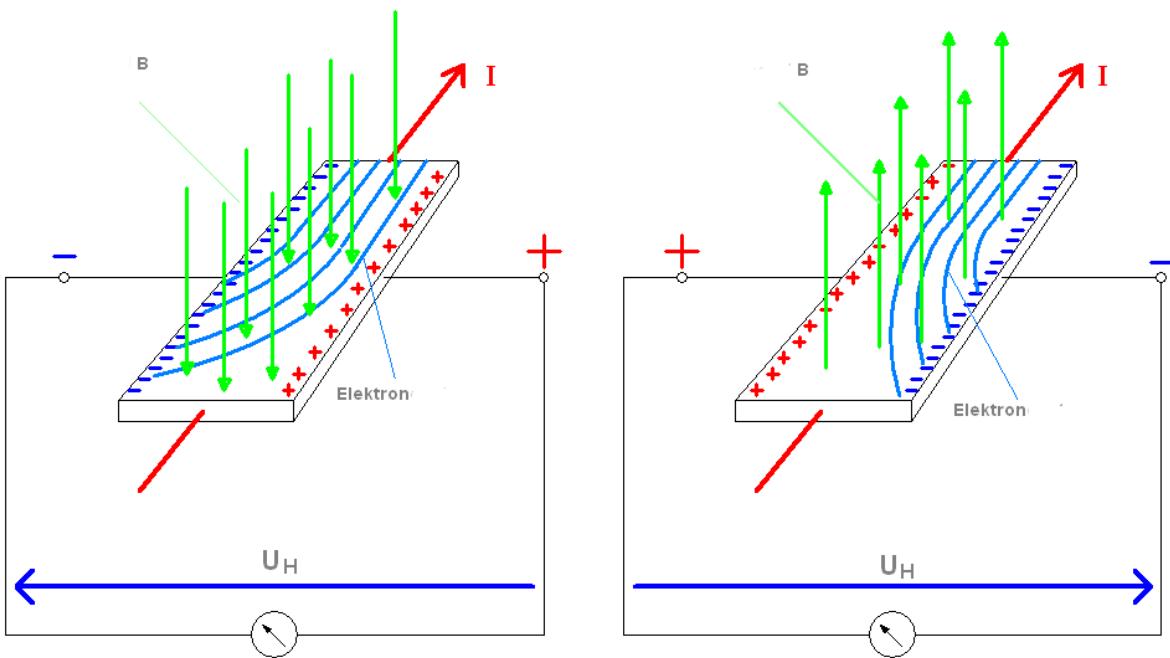
What we describe as electricity is generally a flow of charged particles through crystalline (regular, solid) materials (either negatively charged electrons, from inside atoms, or sometimes positively charged "holes"—gaps where electrons should be). Broadly speaking, if you hook a slab of a conducting material up to a battery, electrons will march through the slab in a straight line. As moving electric charges, they'll also produce a magnetic field.

If you place the slab between the poles of a permanent magnet, the electrons will deflect into a curved path as they move through the material because their own magnetic field will be interacting with the permanent magnet's field.

If an electric current flows through a conductor in a magnetic field, the magnetic field exerts a transverse force on the moving charge carriers which tends to push

<sup>2</sup> <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/magnetic/hall.html>

them to one side of the conductor. This is most evident in a thin flat conductor as illustrated.



That means one side of the material will see more electrons than the other, so a potential difference (voltage) will appear across the material at right angles to both the magnetic field from the permanent magnet and the flow of current. This is what physicists call the Hall effect. The bigger the magnetic field, the more the electrons are deflected; the bigger the current, the more electrons there are to deflect. Either way, the bigger the potential difference (known as the Hall voltage) will be. In other words, the Hall voltage is proportional in size to both the electric current and the magnetic field.

The presence of this measurable transverse voltage is called the Hall effect after E. H. Hall who discovered it in 1879.

## 4.2. Using the Hall effect

You can detect and measure all kinds of things with the Hall-effect using what's known as a Hall-effect sensor or probe. These terms are sometimes used interchangeably but, strictly speaking, refer to different things:

- 4.2.1. Hall-effect sensors are simple, inexpensive, electronic chips that are used in all sorts of widely available gadgets and products.
- 4.2.2. Hall-effect probes are more expensive and sophisticated instruments used in scientific laboratories for things like measuring magnetic field strength with very high precision.
- 4.2.3. Typically made from semiconductors (materials such as silicon and germanium), Hall-effect sensors work by measuring the Hall voltage across two of their faces when you place them in a magnetic field. Some Hall sensors are packaged into convenient chips with control circuitry and can be plugged directly into bigger electronic circuits. The simplest way of using one of these devices is to detect something's position. For example, you could place a Hall sensor on a door frame and a magnet on the door, so the sensor detects whether the door is open or closed from the presence of the magnetic field. A device like this is called a proximity sensor. Of course, you can do the same job

just as easily with a magnetic reed switch (there is no general rule as to whether old-style reed switches or modern, Hall-effect sensors are better—it depends on the application). But what you can't do with a reed switch is detect degrees of "on-ness"—the strength of the magnetism—because a reed switch is either on or off. That's what makes a Hall-effect sensor so useful.

#### 4.2.4. How else are Hall-effect sensors used?

In a brushless DC motor (used in such things as floppy-disk drives), you need to be able to sense exactly where the motor is positioned at any time. A Hall-effect sensor stationed near the rotor (rotating part of the motor) will be able to detect its orientation very precisely by measuring variations in the magnetic field. Sensors like this can also be used to measure speed (for example, to count how fast a wheel or car engine cam or crankshaft is rotating).

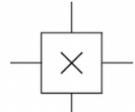
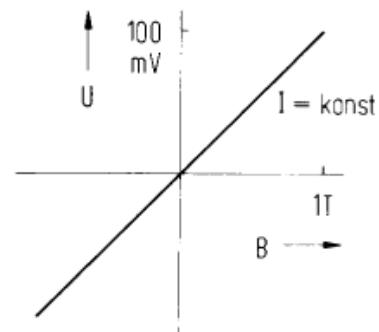
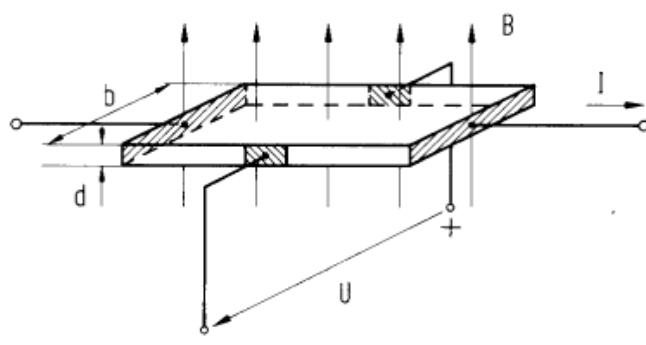
## 5. Hallsonde<sup>3</sup>

Die Hallsonde besteht aus einem Blättchen, dessen Dicke  $d$  klein gegenüber der Länge  $l$  und der Breite  $b$  ist.

Material z.B. InSb.

Das Blättchen wird senkrecht von einem Magnetfeld durchsetzt.

Schaltzeichen:

Die Elektronen als Ladungsträger werden normal zur Richtung des Stromes abgelenkt, sodass eine Kante des Blättchens mit  $e^-$  angereichert wird und die andere verarmt.

Es entsteht deine sogenannte **Hallspannung**

$$U_H = R_h \cdot \frac{I \cdot B}{d} \quad R_h \dots \text{Hallkonstante} \text{ (materialabhängig } \left[ \frac{m^3}{AS} \right] \text{)}$$

Die erzeugte Spannung ist dem Magnetfeld und dem Strom proportional.

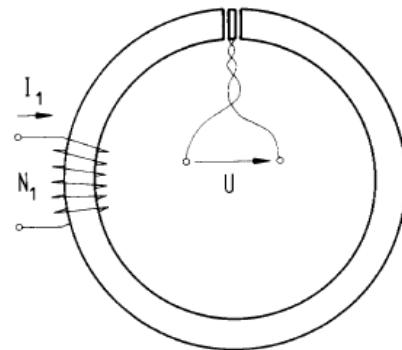
Vorteil: Richtungsabhängigkeit und Linearität.

Die magnetische Flussdichte, oder auch magn. Induktion wird durch die  $\wedge$  proportionale Hallspannung erfasst.

<sup>3</sup> Skript: Industrielle Messtechnik, Andreas Magauer

5.2. Neben der Messung von Magnetfeldern ist die berührungslose Messung von Strömen ein wichtiges Anwendungsgebiet.

Das vom zu messenden Strom erzeugte Magnetfeld wird in einem Ringkern geführt und durch die Hallsonde erfasst.  
 Unterhalb der Sättigung des Kernmaterials ist das Magnetfeld proportional zum Messstrom und somit proportional zur Hallspannung.  
 Es können sowohl Gleich- als auch Wechselgrößen gemessen werden.  
 $I \cdot N_1 = \theta = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_0 \cdot l_l$   
 $B_0 = \mu_0 \cdot H_0$



Verbesserung wird erzielt, wenn das Magnetfeld des Messstroms durch ein weiteres Feld kompensiert wird.

**$U_H$  wird auf null geregelt!**

Somit ist der Kern Feldfrei und geht nicht in die Sättigung -> die Linearität ist gewährleistet.

Die Ströme stehen über den Durchflutungssatz  $I_1 \cdot N_1 = I_2 \cdot N_2$  in Verbindung.  
 Durch geeignete Wahl der Wicklungsverhältnisse können sehr hohe Ströme gemessen werden.

Anwendung findet dieses Prinzip z.B. in Stromzangen und Stromtastköpfen von Oszilloskopen<sup>4</sup>.

5.3. Hallsonden können auch zur Multiplikation verwendet werden. Die Hallspannung ist proportional dem Produkt  $U_h \sim I \cdot B$ .

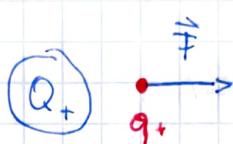
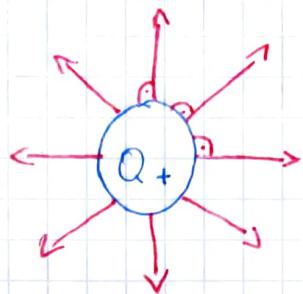
Wird die magnetische Induktion  $B$  in einem magnetischen Kreis aus einem Strom  $I_B$  und der Steuerstrom  $I$  über einem Widerstand aus einer Spannung  $U$  erzeugt, so ist die Hall Spannung proportional der Leistung  $U_h \sim I \cdot B \sim \frac{U}{R} \cdot I_B \sim P$

---

<sup>4</sup> <http://www.lem.com/hq/de/content/view/538/126/>

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

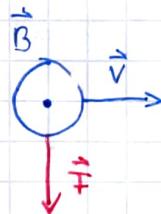
•  $\vec{E}$



Kraftrichtung ist in die gleiche Richtung wie die elekt. Felstärke  $\vec{E}$

•  $\vec{B}$

Bsp.



$$\text{Bsp.: } U_B = 15 \text{ V}$$

$$B_{\text{ein}} = 0,5 \text{ T}$$

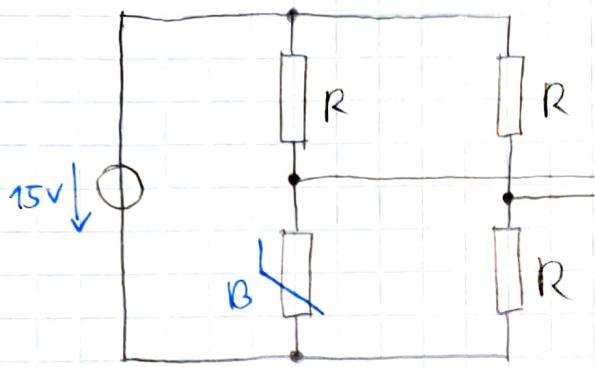
$$B_{\text{aus}} = 1 \text{ T}$$

$$R_0 = 500 \Omega$$

$$R(B) = R_0 (1 + B^2) = 500 (1 + 0,5^2) = 625 \Omega$$

$$R(B) = R_0 (1 + B^2) = 500 (1 + 1) = 1k \Omega$$

# Messbrücke



$$R = 470 \Omega$$

MDR 625  $\Omega$   $\vee$  1k $\Omega$

$$U_2 = 15 \cdot \frac{625}{625+470} = 8.56 \text{ V}$$

$$U_2 = 15 \cdot \frac{1000}{1470} = 10.2 \text{ V}$$

$$U_b = 15 \cdot \frac{470}{470+470} = 7.5 \text{ V}$$

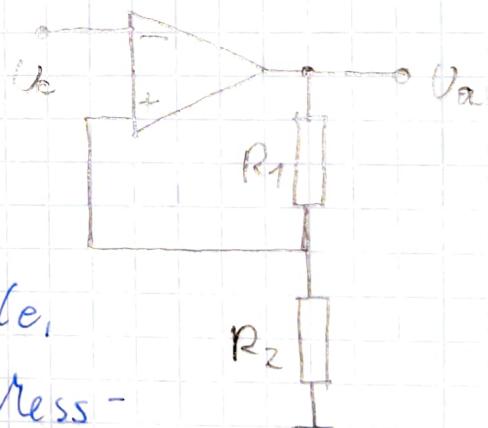
$$\left. \begin{array}{l} U_{D,\text{ein}} = 8.56 - 7.5 = 1.06 \text{ V} \\ U_{D,\text{aus}} = 10.2 - 7.5 = 2.7 \text{ V} \end{array} \right\} \text{Invertierender ST}$$

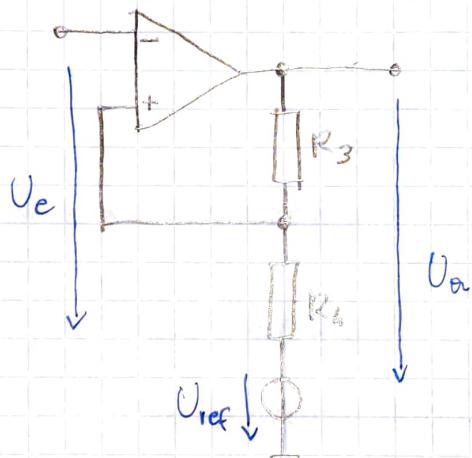
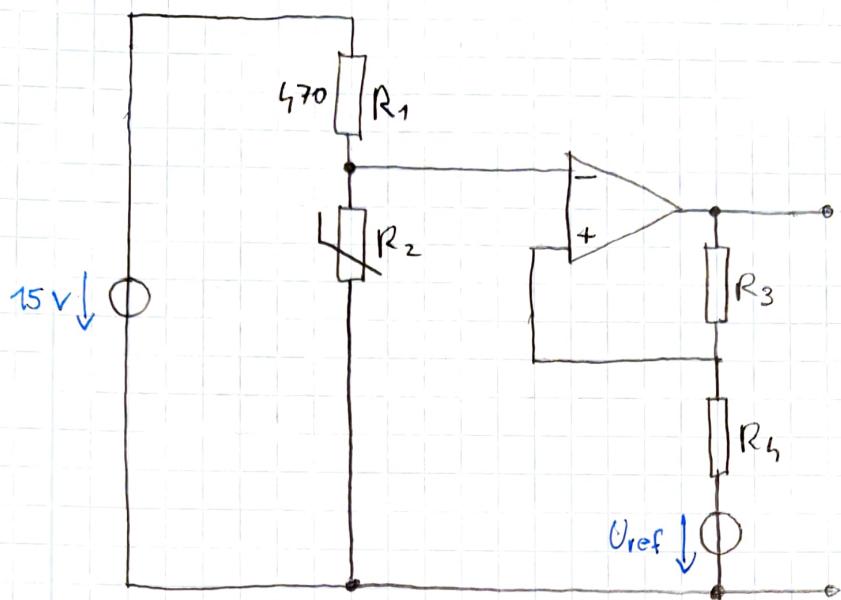
Eingangswiderstand d. ST =  $\infty$

Wenn ich direkt  $U_2$  verwende,  
dann könnte ich mir die Mess-  
brücke, Instrumentenverstärker bzw.  
Subtrahierer sparen!

$$U_{2,\text{ein}} = 8.56 \text{ V}$$

$$U_{2,\text{aus}} = 10.2 \text{ V}$$





$$U_e = U_{ref} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} + U_o \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$1) U_{e, \text{ein}} = U_{ref} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} + U_{o, \text{min}} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$2) U_{e, \text{aus}} = U_{ref} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} + U_{o, \text{max}} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

OPV liefert  $U_{o, \text{max}} = 15 \text{ V}$  &  $U_{o, \text{min}} = 0 \text{ V}$

$$2-1) U_{e, \text{aus}} - U_{e, \text{ein}} = U_{o, \text{max}} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$10,2 - 8,56 = 15 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$1,64 (R_3 + R_4) = 15 \cdot R_4$$

$$R_3 = \frac{15 - 1,64}{1,64} \cdot R_4 = 8,146 \cdot R_4$$

$$R_4 = 10 \text{ k} \text{ gew.} \rightarrow R_3 = 81,46 \text{ k}\Omega$$

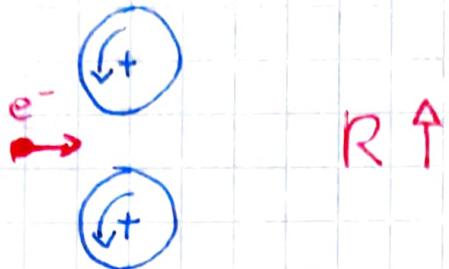
aus 1 od. 2

$$U_{e, \text{ein}} = U_{\text{ref}} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \quad \text{da } U_{a, \text{min}} = 0V$$

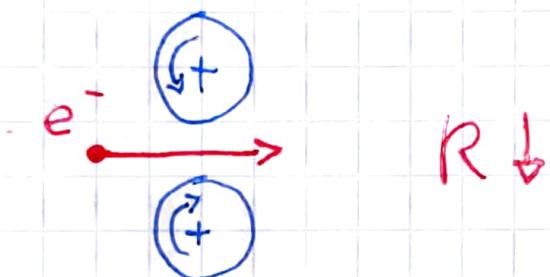
$$\frac{8,56 (R_3 + R_4)}{R_3} = U_{\text{ref}}$$

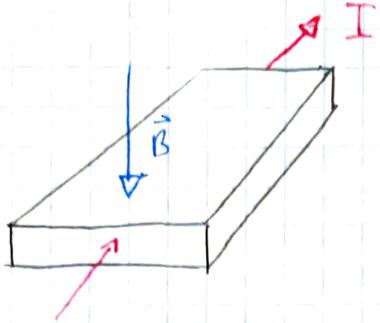
$$\frac{8,56 (81,46 + 10)}{81,46} = 9,61 V$$

Die Rollen haben aus Sicht des  $e^-$  unterschiedliche Drehrichtungen



Die Rollen haben aus Sicht des  $e^-$  die gleiche Drehrichtung





Lorentzkraft für pos. Ladg.

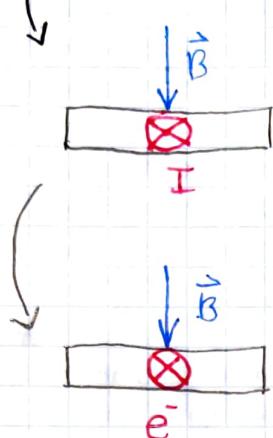
$$\vec{F}_q = q \vec{E} + q \vec{v} \times \vec{B}$$

ist kein elektr. Feld vorhanden,  
vereinfacht sich der Ausdruck zu

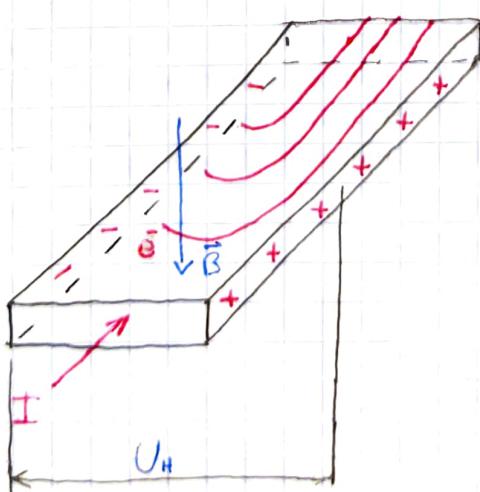
$$\vec{F}_q = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

auf neg. Ladg. wirkt die Kraft  $\vec{F}_e = -\vec{F}_q$

I ist die techn. Stromrichtung, diese  
setzt oder Bewegung oder Elek-  
tronen.



Man überlege nun mit Hilfe der Lorentz-  
kraft welche Kraftmessung ein  $q^+$  er-  
fahren würde & mit  $\vec{F}_e = -\vec{F}_q$  bekommt  
man die Kraftrichtung auf das  $e^-$

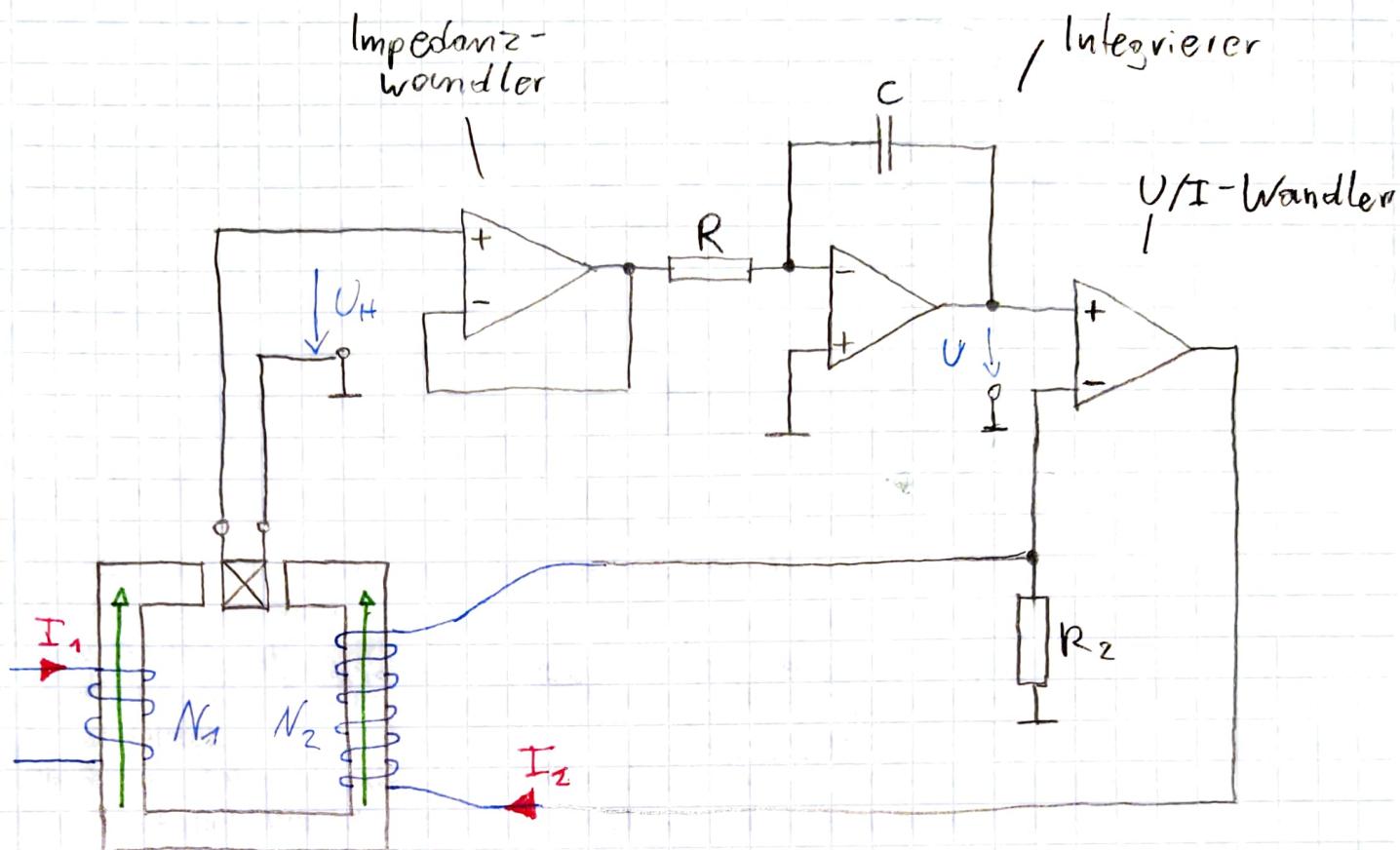


$$\text{Hallspg. } U_H = R_R \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

d... Dicke d. Platte

$R_R$ ... Hallkonstante

# Strommesszange (Prinzipschaltbild)



$$N_2 \gg N_1$$

Die Spannung am Integrierer wird solange erhöht, bis sich die beiden Magnetfelder aufheben

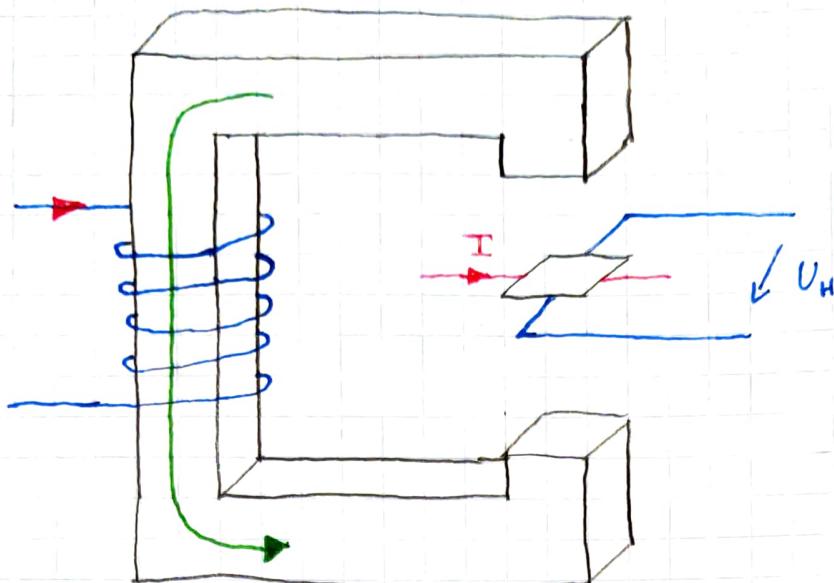
$$I_1 \cdot N_1 = I_2 \cdot N_2$$

$\rightarrow U_H$  ist dann Null & der Ausgang des Integrievrs bleibt konstant.

$$I_1 = I_2 \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

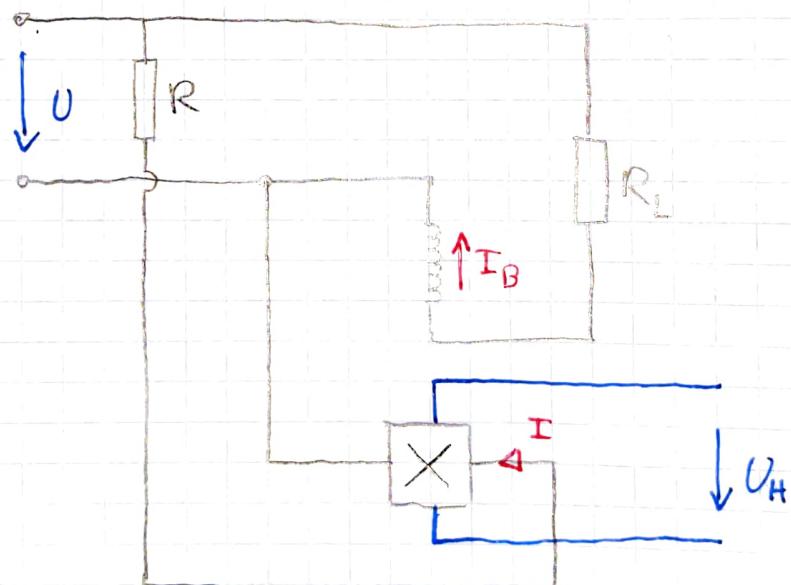
$N_2 \gg N_1 \rightarrow$  auch für große Ströme  $I_1$  ist der Wert von Strom  $I_2$  klein.

# Hall-Multiplizierer zur Leistungsmessung



$I_B$  ... oder über dem Verbraucher  $R_L$   
 $I$  ... Steuerstrom

fließender Strom



$$U_H = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{\text{ol}} = k \cdot I \cdot B$$

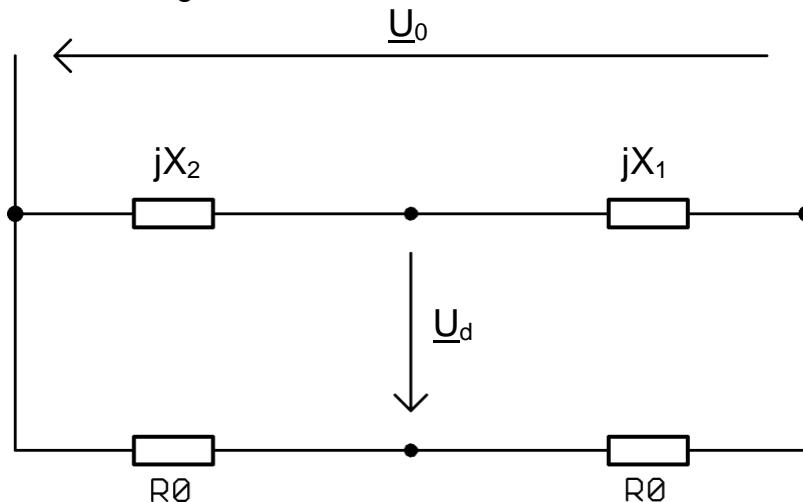
$$U_H = k_1 \cdot I \cdot I_B = k_1 \cdot \frac{U}{R} \cdot I_B$$

$$U_H = k_2 \cdot U \cdot I_B \sim P$$

## Wechselspannungs-Ausschlagbrücke<sup>1</sup>:

Impedanz Änderungen von induktivem und kapazitivem Aufnehmer werden oft in Ausschlagbrücken gemessen.

Dabei werden die Wirkwiderstände der Aufnehmer als konstant angesehen und vernachlässigt → nur die Blindwiderstände werden untersucht.



Brücke mit Blindwiderständen ( $X_1, X_2$ ) und Wirkwiderständen ( $R_0$ ).

Aus der Gleichspannungsmessbrücke mit den Widerständen  $R_1, R_2, R_3$  und  $R_4$  ist bekannt:

$$U_3 - U_d - U_1 = 0 \rightarrow U_d = U_3 - U_1 = U_0 \left( \frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = U_0 \frac{R_3 \cdot R_2 - R_1 \cdot R_4}{(R_3 + R_4) \cdot (R_2 + R_1)}$$

Setzt man nun für  $R_3 \triangleq R_0$  und  $R_4 \triangleq R_0$  ebenso für  $R_1 \triangleq jX_1$  und  $R_2 \triangleq jX_2$  ein und multipliziert dies aus so ergibt sich die Diagonalspannung der Wechselspannungsmessbrücke zu

$$U_d = U_0 \frac{R_0 \cdot jX_2 - jX_1 \cdot R_0}{(R_0 + R_0) \cdot j(X_2 + X_1)} = U_0 \frac{R_0 \cdot (X_2 - X_1)}{2R_0 \cdot (X_2 + X_1)} = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{(X_2 - X_1)}{(X_2 + X_1)}$$

Daraus folgt für die Viertelbrücke mit  $X_1 = X_0$  und  $X_2 = X_0 + \Delta X$  die Diagonalspannung zu

$$U_d = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{(X_0 + \Delta X - X_0)}{(X_0 + \Delta X + X_0)} = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta X}{2X_0 + \Delta X}$$

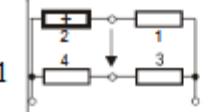
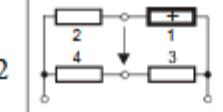
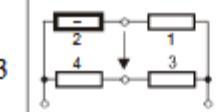
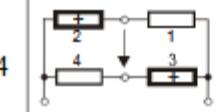
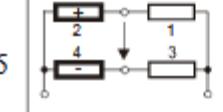
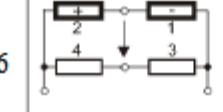
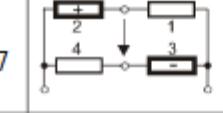
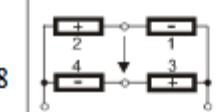
für  $\Delta X \ll X_0$  kann  $\Delta X$  im Nenner vernachlässigt werden und wir erhalten  $U_d \approx \frac{U_0}{4} \frac{\Delta X}{X_0}$

→ Die Diagonalspannung steigt ungefähr proportional mit  $\Delta X$

---

<sup>1</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S.259 ff.

**Viertel-, Halb-, und Vollmessbrücke mit einer Versorgungsspannung  $U_V$** 

Viertelbrücke	1		$\approx \frac{U_V}{4} \frac{\Delta R}{R}$
	2		$\approx -\frac{U_V}{4} \frac{\Delta R}{R}$
	3		$\approx -\frac{U_V}{4} \frac{\Delta R}{R}$
Halbbrücke	4		$\approx \frac{U_V}{2} \frac{\Delta R}{R}$
	5		$\approx \frac{U_V}{2} \frac{\Delta R}{R}$
	6		$= \frac{U_V}{2} \frac{\Delta R}{R}$
Vollbrücke	7		$\approx -\frac{U_V}{4} \left( \frac{\Delta R}{R} \right)^2$
	8		$= U_V \frac{\Delta R}{R}$

2

<sup>2</sup> [http://www.schruefer-messtechnik.de/EMT-Uebungen/Loesungen/3.4-bruecke\\_dms-02b.pdf](http://www.schruefer-messtechnik.de/EMT-Uebungen/Loesungen/3.4-bruecke_dms-02b.pdf); 13.10.2017

## Kapazitive Aufnehmer

Die Kapazität C eines Plattenkondensators berechnet sich zu  $C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{a}$ , wobei a der Plattenabstand, A die Plattenfläche,  $\epsilon_r$  die relative Permittivität und  $\epsilon_0$  die elektrische Feldkonstant ( $8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$ ) ist.

### Funktionsweise:

Eine Änderung des Plattenabstands, der Plattenfläche oder der Permittivität führt zu einer Änderung der Kapazität

Wenn man nur eine Komponente in der Formel verändert, dann kann man aufgrund der Kapazitätsänderung auf den Wert der Komponente zurückrechnen.

### Änderung von Plattenabstand a

Die Kapazität C ist indirekt proportional zum Plattenabstand a.

Die Empfindlichkeit E eines Kondensators ist:

$$E = \frac{dC}{da} = \frac{d\left(\frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{a}\right)}{da} = \frac{d(\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A \cdot a^{-1})}{da} = -\frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{a^2} = -\frac{C}{a} \quad \text{durch Umformen} \quad \frac{dC}{C} = -\frac{da}{a}$$

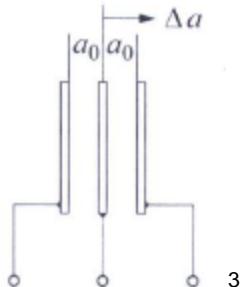
Die relative Änderung der Kapazität ist proportional zur relativen Abstandsänderung.

Die Kapazität nimmt bei einer Vergrößerung des Plattenabstands von  $a_0$  um  $\Delta a$  auf den Wert  $C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{a_0 + \Delta a}$  ab

Wird diese Änderung mit einer Viertelbrücke gemessen so ergibt sich eine

$$\text{Diagonalspannung } U_D = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta a}{2a_0 + \Delta a} \approx \frac{U_0}{4} \cdot \frac{\Delta a}{a_0}$$

Die Nichtlinearität verschwindet bei einem Differentialkondensator.



Ein Differentialkondensator stellt 2 Kondensatoren mit einer gemeinsamen, verstellbaren Mittelpfanne dar.

Wird die Mittelpfanne um  $\Delta a$  verschoben, so vergrößert sich der Abstand des einen Plattenpaares, der Abstand des anderen nimmt ab.

Werden die beiden Hälften des Differentialkondensators in die diagonalen Zweige einer Brücke gelegt so ist die Diagonalspannung streng proportional zur Änderung des Plattenabstands  $U_D = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta a}{a_0}$

Kondensatoren mit verschiebbaren Elektroden werden zur Weg- und Winkelmessung genutzt.

---

<sup>3</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 269.

### Änderung von Plattenfläche A

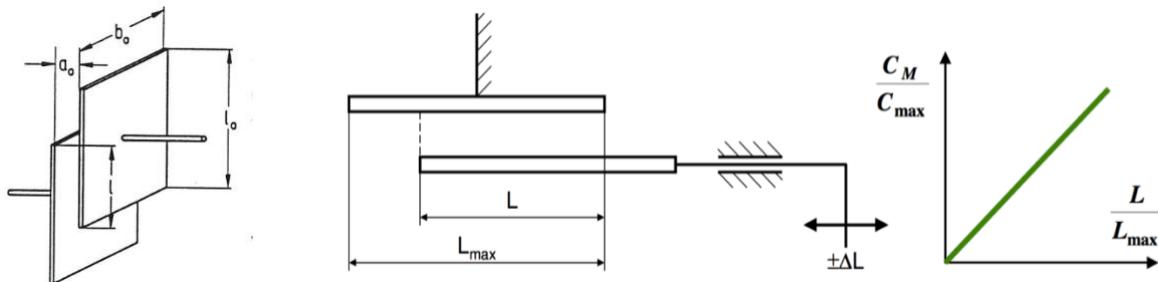
Eine weitere Methode ist die Änderung der Überdeckung, d.h. der wirksamen Fläche der Kondensatorplatten.

Wird eine Kondensatorplatte an der anderen vorbeigeschoben, sodass sie sich nur mehr teilweise mit der Länge  $L$  überdecken, so nimmt die Kapazität ab.

Befinden sich Platten mit der Breite  $b_0$  und der Länge  $l_0$  im Abstand  $a_0$  gegenüber, so hat der Kondensator die maximale Kapazität  $C_0 = \frac{\epsilon_0 \cdot b_0 \cdot l_0}{a_0}$

Wird nun eine Kondensatorplatte verschoben, sodass sich beide nur mehr mit der Länge  $L$  überdecken, so nimmt die Kapazität auf den Wert  $C = \frac{\epsilon_0 \cdot b_0 \cdot L}{a_0} = C_0 \frac{L}{l_0}$  ab

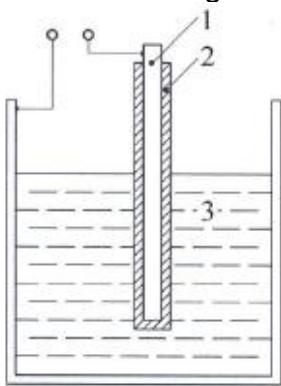
Die Kapazitätsänderung ist proportional zur Längenänderung.



Zu beachten ist, dass die Kondensatorplatten während ihrer Bewegung exakt geführt werden müssen, damit der Plattenabstand genau eingehalten wird.

Ansonsten würde die Kapazitätsänderung aufgrund der Abstandsänderung das Messergebnis verfälschen.

In der Verfahrenstechnik, wird die Abhängigkeit der Kapazität von der Plattenfläche zur Bestimmung von Füllständen elektrisch leitender Flüssigkeiten verwendet.



**Bild 4.26** Kapazitive Füllstandsmessung einer leitenden Flüssigkeit mit isolierter Elektrode; 1 Elektrode, 2 Isolation, 3 Flüssigkeit

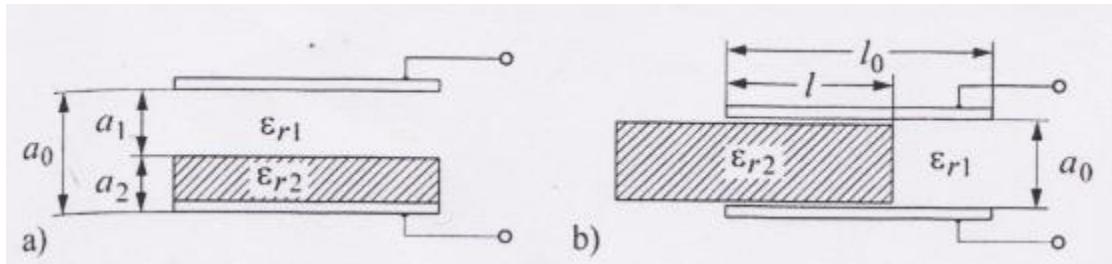
4

Eine Elektrode, die mit einer isolierenden Schicht umhüllt ist, taucht in die Flüssigkeit ein. Die isolierende Schicht stellt das Dielektrikum dar.

Je höher der Flüssigkeitsstand, desto höher die Kapazität.

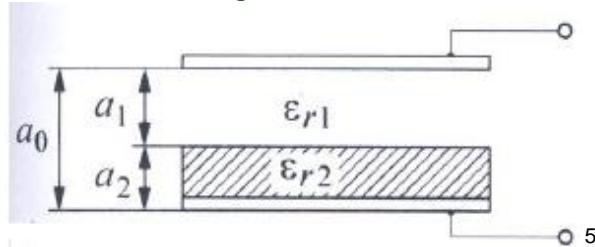
<sup>4</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 270.

## Schichtdicken- oder Füllstandsmessung mit einem Kondensator



Kondensator mit a) geschichtetem und b) eingeschobenen Dielektrikum

### Kondensator mit geschichtetem Dielektrikum



Der dargestellte Kondensator für die Schichtdickenmessung besteht aus zwei verschiedenen Dielektrika mit der jeweiligen Permittivitätszahl  $\epsilon_{r1}$  und  $\epsilon_{r2}$ . Die beiden Dielektrika zusammen füllen den Raum zwischen den Kondensatorplatten vollständig aus.

Die Schaltung der beiden Kondensatoren kann als Serienschaltung gesehen werden und für diese gilt die Formel:

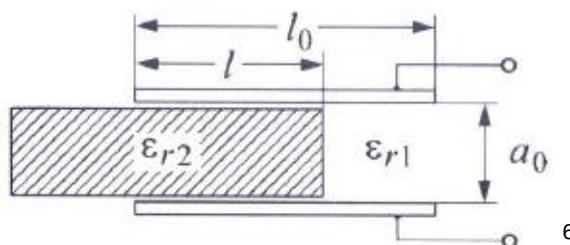
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot A} \left( \frac{a_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{a_2}{\epsilon_{r2}} \right)$$

Ist das erste Dielektrum Luft, so ist die Gesamtkapazität nur abhängig von der Permittivitätszahl  $\epsilon_{r2}$  und der Dicke  $a_2$

Diese Methode wird verwendet um Schichtdicken von Folien, Fasern oder Papier berührungslos zu messen.

Die Dicke eines Stoffes (Folien, Papier, Fasern) wird bestimmt, indem man den Stoff zwischen zwei Kondensatorplatten durchzieht. Da die Permittivitätszahl des Stoffes bekannt ist, kann nach dem Messen der Kapazität die Dicke bestimmt werden.

### Kondensator mit eingeschobenem Dielektrikum



Die Füllstandsmessung wird realisiert indem man das Dielektrum 2 unterschiedlich tief in den Kondensator eintaucht. Dann hat man eine Parallelschaltung der Kondensatoren.

Die Gesamtkapazität berechnet sich zu:

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} b_0 \cdot (l_0 - l)}{a_0} + \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r2} b_0 \cdot l}{a_0}$$

<sup>5</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 271.

<sup>6</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 271.

Wird hier wiederum Luft für das erste Dielektrikum verwendet, dann wächst die Kapazitätsänderung proportional mit der Eindringtiefe l:

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \frac{C - C_0}{C_0} = (\epsilon_{r2} - 1) \cdot \frac{l}{l_0} \quad C_0 \text{ ist die Kapazität des luftgefüllten Kondensators.}$$

Diese Art der Füllstandsmessung kann bei elektrisch nicht leitenden Schüttgütern und Flüssigkeiten verwendet werden. Die Kondensatorplatten in das zu messende Medium eingeführt und durch Messen der Kapazität kann dann auf die Füllhöhe l zurückgerechnet werden.

### Feuchtigkeits- oder Temperaturmessung mit einem Kondensator<sup>7</sup>:

Die Permittivitätszahl von Wasser ( $\epsilon_r=81$ ) ist viel höher als von vielen anderen Stoffen.

Daher nimmt mit steigendem Wassergehalt die Permittivitätszahl des Dielektrikums stark zu.

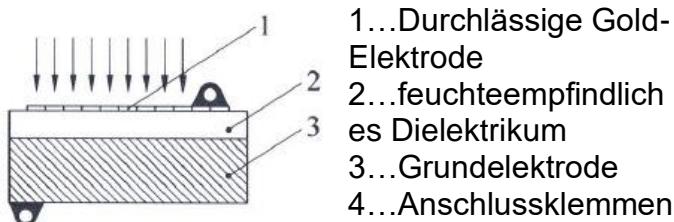
Daher eignet sich ein Kondensator sehr gut, um den Feuchtigkeitsgehalt in einem Stoff festzustellen.

Die Voraussetzung ist, dass der Stoff, in dem die Feuchtigkeit gemessen werden soll, nicht leitend ist (z.B. Getreide, Textilien, Holz oder Kohle).

Ist die Feuchte in diesen Stoffen festzustellen, so werden diese durch die Platten eines Kondensators geführt.

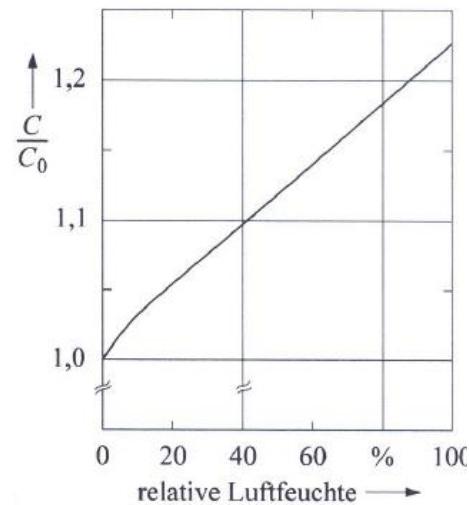
Aus der gemessenen Kapazität kann auf den Wassergehalt zurückgeschlossen werden.

Bei speziellen Kunststoffen besteht ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der relativen Feuchte in der Luft und dem vom Kunststoff aufgenommenen Wasser. Wird ein derartiger Kunststoff als Dielektrikum verwendet, dann kann über die gemessene Kapazität auf die relative Luftfeuchte rückgeschlossen werden.



1...Durchlässige Gold-Elektrode  
2...feuchteempfindliches Dielektrikum  
3...Grundelektrode  
4...Anschlussklemmen

Durch die durchlässige Goldschicht kann die Feuchtigkeit in das feuchteempfindliche Dielektrikum durchdringen.



<sup>7</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 272

<sup>8</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 272

# Kapazitive Sensoren / Aufnehmer

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$$

d... Abstand in Metern

A... Plattenfläche in m<sup>2</sup>

## 1) Änderung des Plattenabstands

wir nehmen nun statt d den Buchstaben a

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{a}$$

Die Empfindlichkeit eines Kondensators  
in Bezug auf die Abstandsänderl. ist

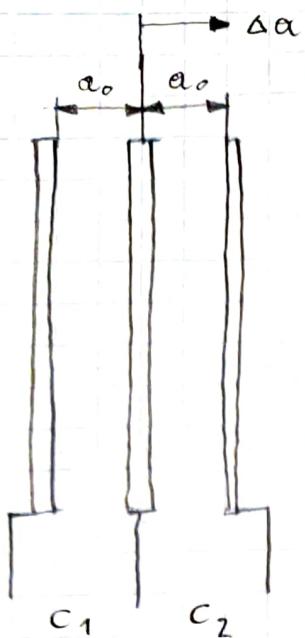
$$E = \frac{\partial C}{\partial a} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{-a^2} = - \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{a \cdot a} = - \frac{C}{a}$$

$$\frac{\partial C}{C} = - \frac{\partial a}{a}$$

Bei einer Vergrößerung des Abstands  
a um  $\Delta a$  nimmt die Kapazität  
auf den Wert  $C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{a_0 + \Delta a}$  ab.

In einer Viertelmessbrücke  $U_d = \frac{U_g}{4} \cdot \frac{\Delta a}{a}$

Der Zusammenhang von  $U_d$  & dem  
Plattenabstand ist leider nicht linear.  
Abhilfe schafft die Verwendung  
eines Differentialkondensators

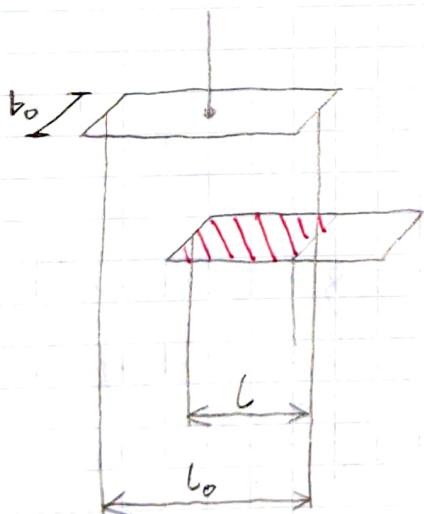


2 Kondensatoren mit gemeinsamer, verschiebbbarer Mittelpinne wenn diese um  $\Delta a$  verschoben wird  $C_1 \downarrow$  &  $C_2 \uparrow$   
Sind diese  $C$  in einer HB zu einer Halbbrücke geschaltet so ergibt sich

$$U_D = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta a}{a}$$

Zur Weg & Winkelmessung verwendet

## 2) Änderung der „aktiven“ Plattenfläche



$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{a_0} = \frac{\epsilon_0 \cdot b_0 \cdot l_0}{a_0}$$

$a_0$  ... Plattenabstand

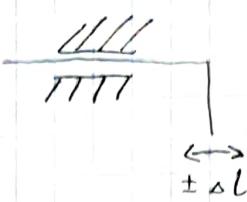
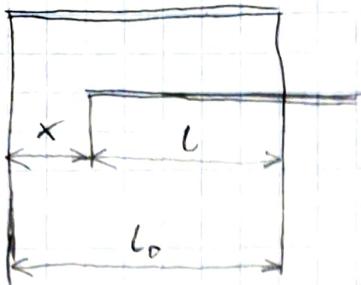
$b_0$  ... Plattenbreite

$l_0$  ... Plattenlänge

$l$  ... überdeckende  
Plattenlänge

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A_1}{a_0} = \frac{\epsilon_0 \cdot b_0 \cdot l}{a_0}$$

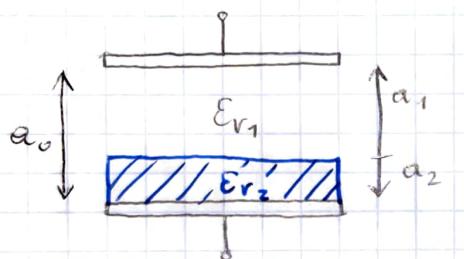
$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot b_0 \cdot l}{a_0} \cdot \frac{l_0}{l_0} = \frac{\epsilon_0 \cdot b_0 \cdot l_0}{a_0} \cdot \frac{l}{l_0} = C \cdot \underline{\underline{\frac{l}{l_0}}}$$



Plattenabstand  
muss konst. b gelten!

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{a_0} = \frac{\epsilon_0 \cdot b_0 (l_0 - x)}{a_0} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{wenn } x=0 \ C=C_0 \\ \text{wenn } x=l_0 \ C=0 \end{array}$$

### 3) Kondensator m. geschichtetem Dielektrikum



z.B.

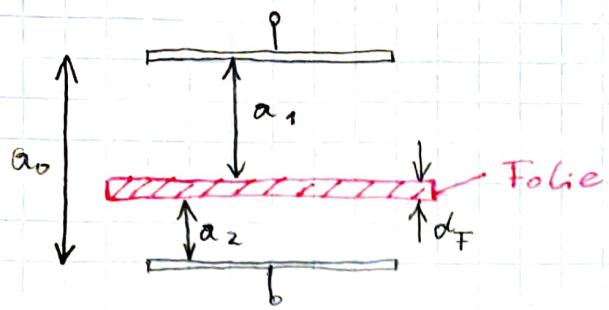
$$\epsilon_{r1} = 1 \text{ (Luft)}$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot 1A}{a_1}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r2} \cdot A}{a_2}$$

$$\frac{1}{C_g} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{a_1}{\epsilon_0 \cdot A} + \frac{a_2}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r2} \cdot A} = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot A} \left( \frac{a_1}{1} + \frac{a_2}{\epsilon_{r2}} \right)$$

Bsp.: Bei der Herstellung einer Folie mit  $\epsilon_r > 1$  muss deren Dicke  $a_2$  mit einem kapazitiven Sensor ständig überprüft werden. Der Sensor besteht aus zwei im Abstand  $a_0$  gegenüberliegenden Kondensatorplatten mit der Fläche  $A$ . Zwischen diesen Platten wird d. Folie durchgezogen.



- 1)  $C_{\text{ges}}$  als Fkt. von  $a_0$  &  $d_F$
- 2)  $d_F$  aus  $C_{\text{ges}}$  berechnen
- 3) Wie wirkt sich eine Positionsänderung der Folie (Schwankung der Abstände  $a_1$  &  $a_2$ ) auf das Messergebnis aus?

$$1) C_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot 1 \cdot A}{a_1}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot 1 \cdot A}{a_2}$$

$$C_F = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_F \cdot A}{d_F} \quad \dots \text{Folienkapp.} \quad | \quad \epsilon_F > 1$$

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_F} = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot A} \frac{1}{a_1} + \frac{1}{\epsilon_0 \cdot A} \frac{1}{a_2} + \frac{1}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_F \cdot A} \frac{1}{d_F}$$

$$= \frac{a_1}{\epsilon_0 \cdot A} + \frac{a_2}{\epsilon_0 \cdot A} + \frac{d_F}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_F \cdot A} = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot A} \left( a_1 + a_2 + \frac{d_F}{\epsilon_F} \right)$$

$$\Rightarrow C_{\text{ges}} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{a_1 + a_2 + \frac{d_F}{\epsilon_F}} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{a_0 - d_F + \frac{d_F}{\epsilon_F}} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{a_0 - d_F \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_F} \right)}$$

$$2) C_{\text{ges}} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{a_0 - d_F \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_F} \right)}$$

$$d_F \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_F} \right) = a_0 - \frac{\epsilon_0 \cdot A}{C_{\text{ges}}}$$

$$d_F = \frac{a_0 - \frac{\epsilon_0 \cdot A}{C_{\text{ges}}}}{1 - \frac{1}{\epsilon_F}}$$

3) auf die Messung oder Gesamt kap.  
gar nicht, da die Summe von  
 $\alpha_1$  &  $\alpha_2$  konst. bleibt.

## Induktive Aufnehmer

Bei dieser Art von Aufnehmern ist die zu messende elektrische Größe die Induktivität L.

Diese berechnet sich:  $L = \frac{N^2 \mu_0 \mu_r A}{s} = \frac{N^2}{R_m}$

Die Induktivität hängt somit von Quadrat der Windungszahl und dem magnetischen Widerstand R<sub>m</sub> der Spule ab.

Der magnetische Widerstand ergibt sich zu

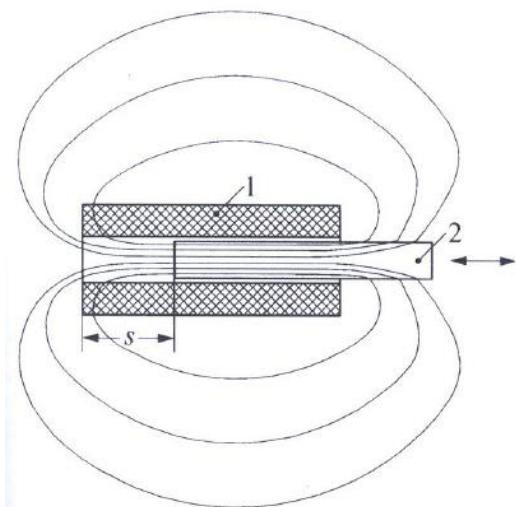
$$R_m = \frac{s}{\mu_0 \mu_r A}$$

- s...Weglänge der Feldlinien
- A...Von den Feldlinien durchsetzte Fläche
- Magnetische Feldkonstante  $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$
- Relative Permeabilität  $\mu_r$ ...materialabhängig; für Luft  $\mu_r \approx 1$ )

Folgende, nichtelektrische Größen, können somit den induktiven Aufnehmer beeinflussen:

- die Weglänge s
- die materialabhängige relative Permeabilität  $\mu_r$

## Tauchkern Aufnehmer zur Längenmessung



9

Spule(1) mit verschiebbarem  
Weicheisenkern(2)

Der Magnetische Widerstand der Tauchkernspule berechnet sich

$$R_m = \frac{s_{Fe}}{\mu_0 \mu_r A_{Fe}} + \frac{s}{\mu_0 A} + \frac{s_a}{\mu_0 A_a}$$

Diese Formel ist stark vereinfachbar!

- Der erste Term ist vernachlässigbar:  $\mu_r$  von Eisen derartig hoch ( $10^3 - 10^4$ ) → Term wird sehr klein
- Der dritte Term ist auch vernachlässigbar: Die für den Rückweg zur Verfügung stehende Querschnittsfläche  $A_a$  sehr viel größer als die Fläche A im Inneren der Spule → Term wird wieder sehr klein. Man könnte auch einen Mantel aus

Die magnetischen Feldlinien laufen in drei verschiedenen Bereichen:

- Im Eisen ( $A_{Fe}$ ,  $s_{Fe}$ )
- In der Luft innerhalb der Spule (s, A)
- In der Luft außerhalb der Spule ( $s_a$ ,  $A_a$ )

<sup>9</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 261.

Weicheisen um die Spule legen → die Feldlinien verlaufen dann fast widerstandsfrei

Somit ist der magnetische Widerstand nur von der eisenfreie Strecke  $s$  im Inneren der Spule abhängig:  $R_m = \frac{s}{\mu_0 A}$  und somit die Induktivität

$$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{N^2}{\left(\frac{s}{\mu_0 A}\right)} = \frac{\mu_0 A * N^2}{s} = \frac{k}{s} \quad \text{wobei } k = \mu_0 \cdot A \cdot N^2$$

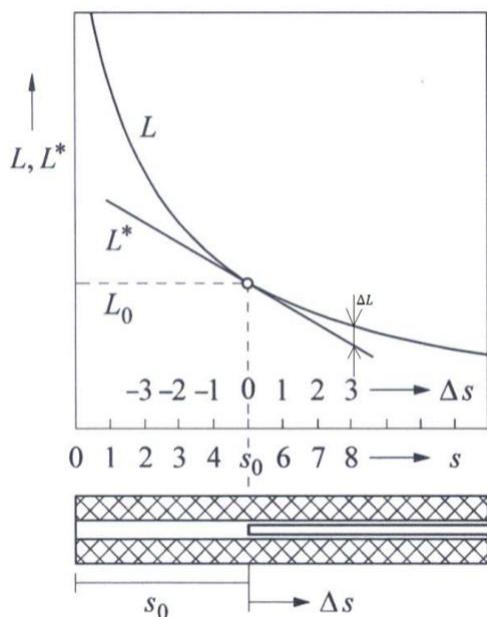
Aus der Gleichung  $L = \frac{k}{s}$  lässt sich erkennen, dass der Wert der Induktivität zunimmt, je weiter der Eisenkern in die Spule eintaucht → Hyperbelförmiger Verlauf der Kennlinie.

### Die Empfindlichkeit

$$E = \frac{dL}{ds} = -\frac{\mu_0 A * N^2}{s^2} = -\frac{L}{s} \quad \left( \text{Ableiten der Formel } L = \frac{\mu_0 A * N^2}{s} \text{ nach } s \right)$$

nimmt ebenfalls mit abnehmenden  $s$  zu.

### Induktivität $L$ eines Tauchankergesetzes in Abhängigkeit von der Verschiebung $\Delta s$ des Tauchankers



Damit der Messwert einfacher erfasst werden kann, wird die Kennlinie am Punkt  $(s_0, L_0)$  linearisiert.,.  
(Neuer Nullpunkt wird an  $s_0$  angenommen)

$$\text{Geradengleich für } L^* \quad L^* = L_0 + L'_{(s_0)} \cdot \Delta s = L_0 - L_0 \frac{\Delta s}{s_0}$$

Wird der Tauchanker von der Stellung  $s_0$  um  $\Delta s$  nach außen verschoben, nimmt die Induktivität ab.

Dabei ist zu beachten, dass die linearisierte Funktion bei steigendem  $\Delta s$  immer mehr vom Originalverlauf der Induktivität abweicht und somit der Fehler  $\Delta L = L^* - L_{(s)}$  immer größer wird.

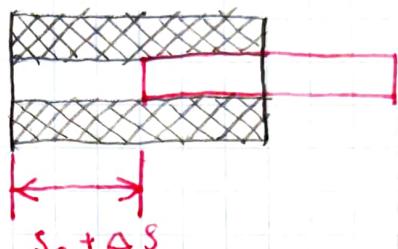
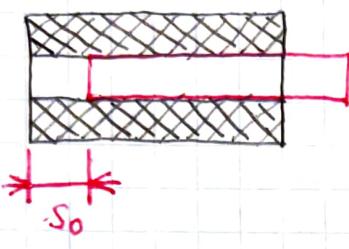
### Messung der Induktivität mit einer Viertelbrücke:

Es empfiehlt sich die Messung nur für kleine Messbereiche um  $s_0$  durchzuführen, um den Linearisierungsfehler  $\Delta L$  möglichst klein zu halten.

$$\text{Die Diagonalspannung der Viertelbrücke ergibt } U_d = \frac{U_0}{2} \frac{\Delta s}{2s_0 + \Delta s} \approx \frac{U_0}{4} \cdot \frac{\Delta s}{s_0}$$

## Induktive Aufnehmer

2 Induktivitäten; d. Arbeitspunkt ist bei  $s_0$ , bei einer 2-ten Induktivität ändert sich die Eindringtiefe auf  $s_0 + \Delta s$



$$\Delta s \ll s_0$$

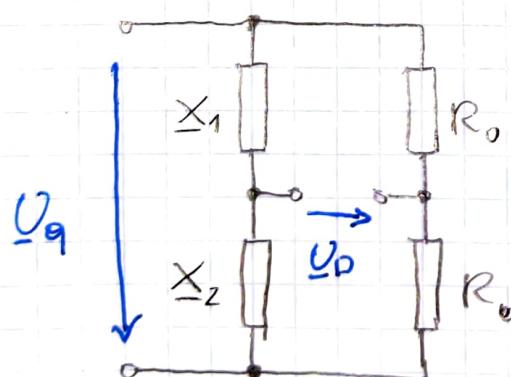
$$X_1 = j\omega L_1$$

$$X_1 = j\omega \cdot \frac{k}{s_0}$$

$$X_2 = j\omega L_2$$

$$X_2 = j\omega \cdot \frac{k}{s_0 + \Delta s}$$

## Vierter MB



Wohlg. 2-te Kl.:

$$U_D = U_q \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

$$U_D = U_q \left( \frac{\frac{j\omega k}{s_0 + \Delta s}}{\frac{j\omega k}{s_0} + \frac{j\omega k}{s_0 + \Delta s}} - \frac{R_0}{2R_0} \right)$$

$$= U_q \left( \frac{\frac{1}{s_0 + \Delta s}}{\frac{1}{s_0} + \frac{1}{s_0 + \Delta s}} - \frac{1}{2} \right)$$

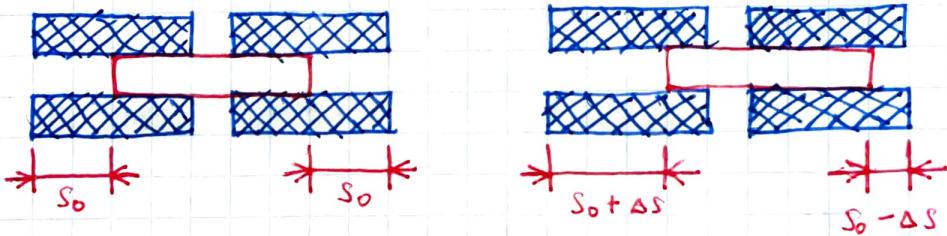
$$= U_q \left( \frac{\frac{1}{s_0 + \Delta s}}{\frac{s_0 + \Delta s + s_0}{s_0(s_0 + \Delta s)}} - \frac{1}{2} \right) = U_q \left( \frac{s_0(s_0 + \Delta s)}{(s_0 + \Delta s)(2s_0 + \Delta s)} - \frac{1}{2} \right)$$

$$= U_q \left( \frac{2s_0 - (2s_0 + \Delta s)}{2(2s_0 + \Delta s)} \right) = U_q \frac{-\Delta s}{4s_0}$$

↓  
 $\Delta s \ll s_0$

$$= - \frac{U_q}{4} \cdot \frac{\Delta s}{s_0}$$

## Differential Tauchanker Geber



Zu einer Haltmessbrücke geschaltet ergibt sich  $U_D = - \frac{U_q}{2} \cdot \frac{\Delta s}{s_0}$

$$\text{Empfindlichkeit: } E = \frac{\partial U_D}{\partial \Delta s} = - \frac{U_q}{2s_0}$$

In einer Haltmessbrücke ist die Kennlinie der Messeinrichtung eine Gerade ( $U_D$  ist exakt proportional zur Verschieb.  $\Delta s$ ) und d. Empfindlichkeit eine Konstante.

Bsp.: Wie groß ist d. Spg. Änderung an einer  $\frac{1}{4}$ -Messbr. mit Tauschkern aufnehmer, wenn deranker um  $\Delta s = 1 \text{ mm}$  ausgelenkt wird?

$$U_q = 50 \text{ V}$$

$$L_0 = 1 \text{ mH}$$

$$N = 750$$

$$A = 1,5 \text{ mm}^2$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

$$L = N^2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot A}{s} \rightarrow s = s_0 = N^2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot A}{L}$$

$$= 750^2 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}}{0,001}$$

$$= 1,06 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,06 \text{ mm}$$

$$U_D = -\frac{U_q}{4} \cdot \frac{\Delta s}{s_0} = -\frac{50}{4} \cdot \frac{1}{1,06} = 11,78 \text{ V}$$

Bei Differentialtauschkern aufnehmer

$$U_D = -\frac{U_q}{2} \cdot \frac{1}{1,06} = 23,58 \text{ V}$$

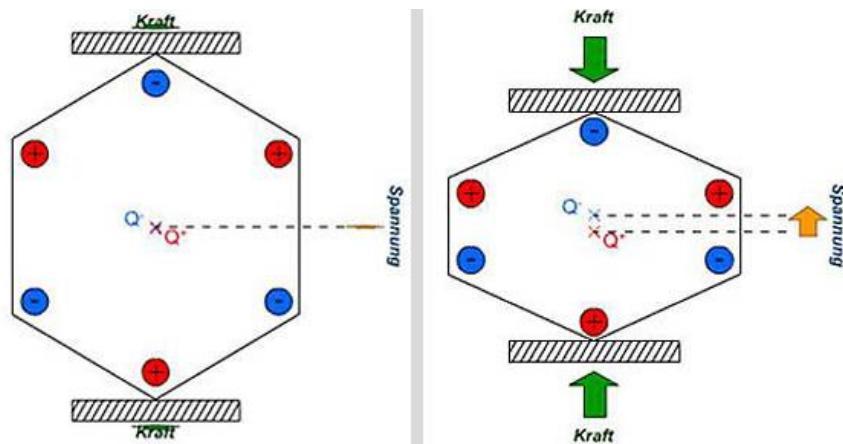
## Piezo- und pyroelektrischer Effekt

### 1. Piezoelektrischer Effekt

Piezo kommt vom griechischen Wort für „drücken / pressen“.

Vereinfacht ausgedrückt entsteht durch Druckausübung auf einen Piezokristall eine Spannung, diese ist proportional zum ausgeübten Druck.

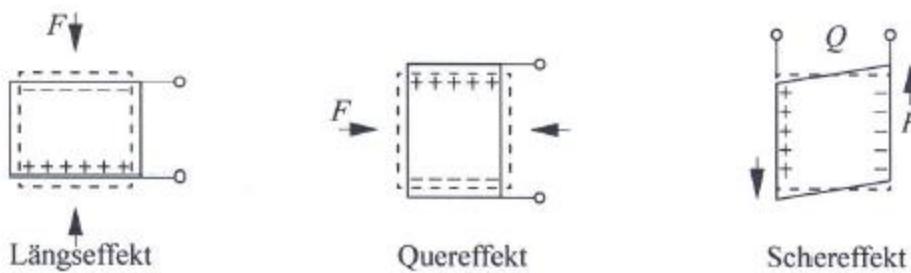
Der piezoelektrische Effekt ist umkehrbar. Wird ein dielektrischer Stoff in ein elektrisches Feld gebracht, so dehnt er sich etwas aus oder zieht sich zusammen.



Stoffe, die einen piezoelektronischen Effekt aufweisen, sind elektrisch polarisiert, das heißt, werden sie deformiert so ändern sich die Dipolmomente (räumliche Ladungstrennung).

Durch diese Änderung werden an der Oberfläche Ladungen freigesetzt. Durch diese Ladungen lässt sich der Druck messen.

Je nach Polarisationsrichtung des piezoelektrischen Materials können die Ladungen an den mechanischen belasteten Flächen (Längseffekt) oder quer dazu (Quereffekt) auftreten. Auch durch Schubspannungen wird die Polarisation verändert (Schereffekt).



10

Die Ladung hängt einzig allein von der Deformation ab und nicht von der Geschwindigkeit oder der Beschleunigung, mit der diese erzeugt wird.

Ein häufig verwendetes Material ist Quarz mit einer piezoelektrischen Empfindlichkeit für den Längseffekt von ca.  $2 \cdot 10^{-12} \frac{As}{N}$

<sup>10</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 172.

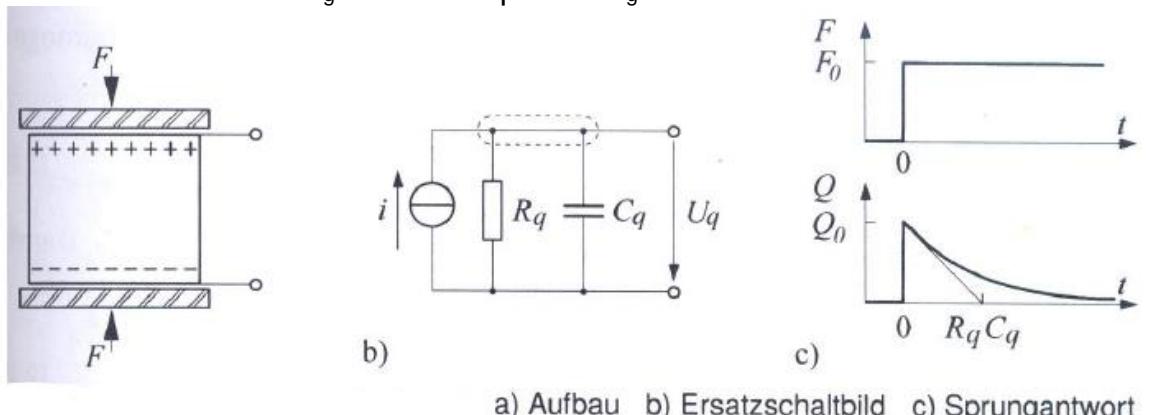
## 2. Pyroelektrischer Effekt:

Die Polarisation des dielektrischen Körpers nicht nur bei Verformung andere Werte an, sondern auch bei einer Temperaturänderung. Es werden an der Oberfläche Ladungen frei, die als Maß für die Temperaturänderung dienen können. Ein häufig verwendetes Material ist: Bleizirkonat-Titanat-Keramik mit einer pyroelektrischen Empfindlichkeit von ca.  $2 \cdot 10^{-4} \frac{AS}{K} \cdot m^2$

## 3. Piezoelektrischer Kraftaufnehmer

Wirkt eine Kraft  $F$  auf die Quarzscheibe, so wird die Ladung  $Q = k \cdot F$  frei.

Das Ersatzschaltbild eines derartigen Quarzes ist eine Stromquelle mit  $i = \frac{dQ}{dt} = \frac{k \cdot dF}{dt}$  dem Innenwiderstand  $R_g$  und der Kapazität  $C_g$ .

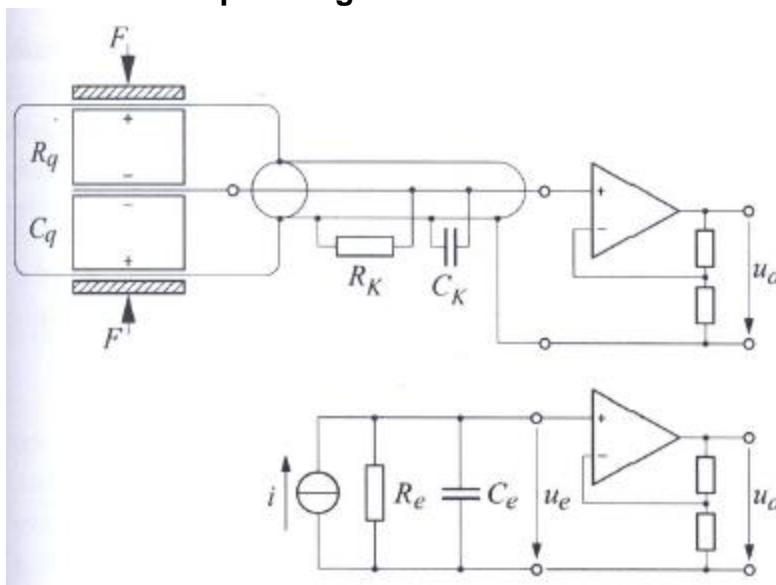


Der Widerstand und die Kapazität des Quarzes können aus den Abmessungen, der relativen Permittivitätszahl und dem spezifischen Widerstand des Quarzes berechnet werden.

Die Ausgangsspannung liefert den Wert  $U_q = \frac{Q}{C_g}$

<sup>11</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 175.

**a. Aufnehmer mit entgegengesetzten Kristallen und Spannungsverstärker<sup>12</sup>**



Werden zwei Quarzscheiben, die entgegengesetzte Ladung liefern zusammengeschaltet, so kann die entstehende Ladung von der gemeinsamen Mittelelektrode abgenommen werden.

Die beiden äußeren Elektroden lassen sich mit dem Schirm des Messkabels verbinden, wodurch der Aufnehmer allseitig abgeschirmt wird.

Jede Quarzscheibe liefert die Ladung  $Q$ , sodass insgesamt die Ladung  $Q' = 2 \cdot Q$  zur Verfügung steht.

Im Bild erkennt man den Widerstand und die Kapazität des Sensors ( $R_q$ ,  $C_q$ ) und den Isolationswiderstand und die Kapazität des Koaxialkabels ( $R_K$ ,  $C_K$ ).

Diese sind alle parallel geschaltet und können zu einem Gesamtwiderstand  $R_e$  und zu einer Gesamtkapazität  $C_e$  zusammengefasst werden.

$$R_e = R_q || R_K; \quad C_e = C_q + C_K$$

**Nachteile der Schaltung:**

Der Isolationswiderstand des Kabels muss groß gegenüber dem Innenwiderstand des Quarzes sein. Daher müssen das Koaxialkabel und auch die Stecker hochwertig sein, um das Messergebnis nur geringfügig zu beeinflussen.

Die Kabelkapazität beeinflusst die Messung immer, daher muss das Messsystem für jedes Kabel kalibriert werden.

Außerdem sind hochohmige Eingangskreise anfällig gegen elektromagnetische Störungen.

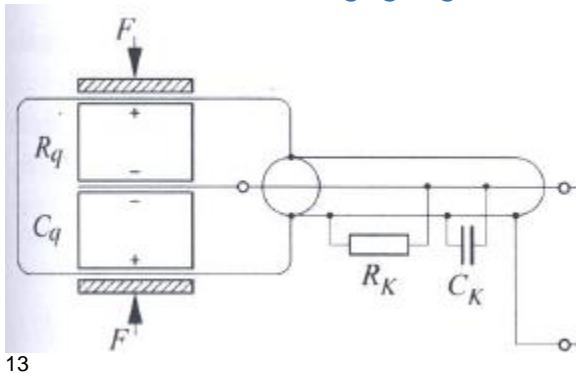
Um diese Nachteile zu vermeiden, werden der Aufnehmer und der Spannungsverstärker oft zusammengebaut.

---

<sup>12</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 177.

## Piezoelektrischer Kraftaufnehmer

Kraftaufnehmer mit entgegengesetzten Kristallen:



13

Der Sensor wird zur Messung einer Kraft  $F$  verwendet.  
Der Quarzaufnehmer liefert eine Ladung, die am Sensor im Moment der Krafteinwirkung entsteht und verstärkt werden soll  $Q_0 = k \cdot F_0$ . Der Faktor  $k$  stellt hierbei eine Sensorkonstante dar.

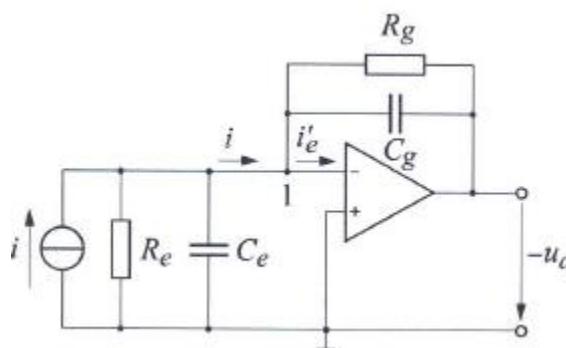
Im Bild erkennt man den Widerstand und die Kapazität des Sensors ( $R_q, C_q$ ) und den Isolationswiderstand und die Kapazität des Koaxialkabels ( $R_K, C_K$ ).

Diese sind alle parallel geschaltet und können zu einem Gesamtwiderstand  $R_e$  und zu einer Gesamtkapazität  $C_e$  zusammengefasst werden.

### Ladungsverstärker

Ein Ladungsverstärker wandelt eine meist geringe Ladung in eine dazu proportionale Spannung um.

Wegen der unterschiedlichen Einheiten ist kein Verstärkungsfaktor definierbar, deshalb handelt es sich genau genommen um keinen Verstärker.



14

Der Widerstand  $R_g$  ist der interne Widerstand der Kapazität  $C_g$ , über den sich die Kapazität kontinuierlich entlädt.

Im Knoten 1 gilt:

$$i - i_{R_g} - i_{C_g} = 0$$

$$i + \frac{u_a}{R_g} + C_g \frac{du_a}{dt} = 0$$

→ In der Formel sind keine sensor- und kabelspezifischen Parameter mehr enthalten.

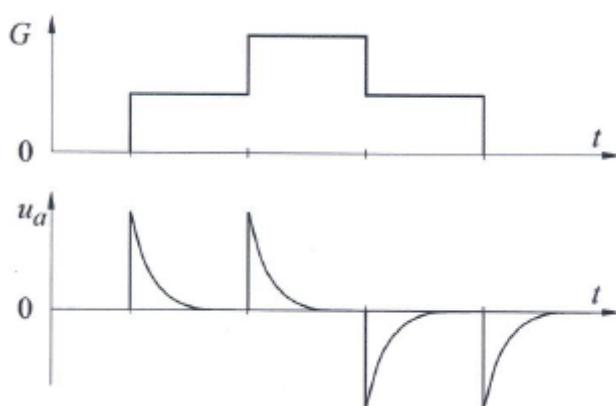
Nur mehr  $C_g$  und  $R_g$  sind für die Empfindlichkeit der Messeinrichtung maßgebend. Je kleiner der Widerstand  $R_g$  ist, desto schneller entlädt sich die Ladung des Kondensators  $C_g$  mit der Zeitkonstante  $\tau = C_g \cdot R_g$ .

Allgemein gilt, dass der Kondensator nach  $5 \cdot \tau$  entladen ist.

<sup>13</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 177.

<sup>14</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 178.

**Zeitlicher Verlauf der Ausgangsspannung bei einer sprungförmigen Änderung der Kraft.**



Springt zum Zeitpunkt  $t_0$  die Ladung von 0 auf  $F_0$ , so entsteht die Ladung  $Q_0 = k \cdot F_0$  und der Ladungsverstärker liefert die für  $t > t_0$  die Ausgangsspannung

$$u_a = -\frac{Q_0}{C_g} * e^{-\frac{t}{R_g * C_g}}$$

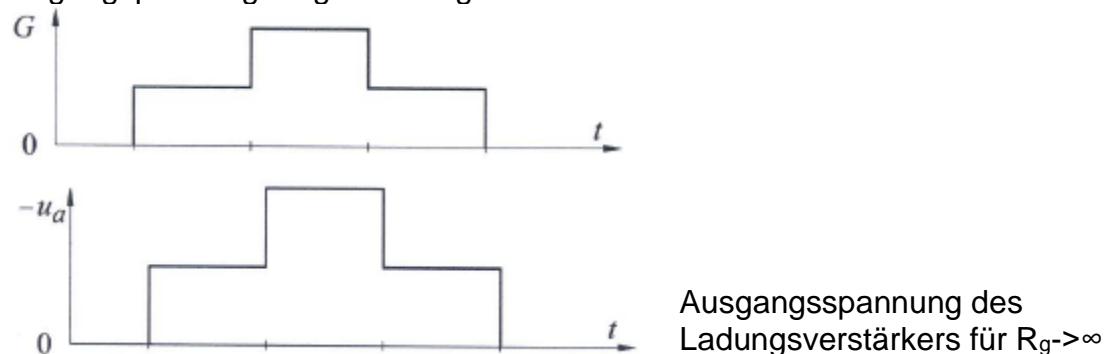
15

$F_0$  tritt immer auf, wenn  $G$  sich verändert. Also an den Flanken der Funktion  $G(t)$ . Am Spannungsverlauf kann man erkennen, dass ein kleiner Widerstand  $R_g$  vorhanden ist und  $\tau$  somit zu klein ist.

-> Der Kondensator entlädt sich vollständig, bzw. die Ausgangsspannung geht auf 0 zurück, bevor der nächste Impuls eintritt.

In der Regel versucht man  $\tau$  möglichst groß zu wählen.

Dazu verwendet man Kondensatoren mit möglichst großen Innenwiderstand, um die Ausgangsspannung möglichst lange konstant zu halten.



Ausgangsspannung des Ladungsverstärkers für  $R_g \rightarrow \infty$

**Anwendung der piezoelektrischen Aufnehmer zur Druckmessung**

Der Aufnehmer wird in ein, mit einer elastischen Membran verschlossenen Gehäuse eingebaut. Über die Membran wird der Druck übertragen und vom Sensor die Kraft  $F = p \cdot A$  ( $Kraft = Druck \cdot Fläche$ ) gemessen.

Derartige Aufnehmer sind besonders für die Messung schnell veränderliche Drücke und Druckstöße geeignet, da dann der Ladungsausgleich keine Rolle spielt.

Anwendungsgebiet ist z.B. die Messung von Kompressionsdrücken in Zylindern von Verbrennungsmotoren.

Erschütterungen am Einbauort stören die Messung

<sup>15</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 178.

## Bsp. zu Piezoglas

Ein Quarz mit einer Empfindlichkeit

$$k = 2,3 \cdot 10^{-12} \frac{As}{V},$$

$$\text{Fläche } A = 10 \text{ cm}^2,$$

$$\text{Dicke } d = 1 \text{ mm},$$

spez. Widerstand  $\rho = 10^{14} \Omega \text{ cm}$  und einer Dielektrizitätszahl  $\epsilon_r = 5$  wird mit einer Kraft von  $F = 1000 \text{ N}$  belastet.

ges.:  $V$  infolge des Piezoeffekts.

Wann ist die Ladung abgeklungen?

$$Q = k \cdot F = 2,3 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 = 2,3 \text{ nAs}$$

$$R_q = \frac{\rho \cdot l}{A} \quad l \dots \text{Länge des Leiters}$$

$A \dots \text{Querschnittsfläche}$

$$[R_q] = \Omega = \frac{\Omega \text{ cm} \cdot \text{mm}}{\text{cm}^2} \rightarrow \text{mm in cm umwandeln}$$

$$R_q = \frac{10^{14} \cdot 0,1}{10} \approx \underline{\underline{10^{12} \Omega}}$$

$$C_q = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d} \quad A \dots \text{Plattenfläche}$$

$d \dots \text{Plattenabstand}$

$$C_q = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10 \cdot 10^{-4}}{10^{-3}} = \underline{\underline{44,25 \text{ pF}}}$$

$$Q = C_q \cdot V \rightarrow V = \frac{Q}{C_q} = \frac{2,3 \cdot 10^{-9}}{44,25 \cdot 10^{-12}} = \underline{\underline{51,97 \text{ V}}}$$

$$t = R_q \cdot C_q = 10^{12} \cdot 44,25 \cdot 10^{-12} = \underline{\underline{44,25 \text{ s}}}$$

nach ungefähr  $5 t = 221,25$  Sekunden ist der Quarz entladen.

## Infrarotsensor

Infrarotsensoren haben eine spektrale Empfindlichkeit von 1 – 20 µm. Die Schichten von Infrarotsensoren werden oft mit Quecksilber, Cadmium oder Tellur dotiert.



Der Sensor befindet sich meist hinter einem geschwärzten Filterglas, um die Wellenlängen des sichtbaren Lichts zu filtern.  
Bei den Infrarot-Detektoren befindet sich der Sensor in einem metallischen Gehäuse um es gegen elektromagnetische Strahlung zu schützen.

**Es gibt zwei verschiedene Arten von Infrarotsensoren:**

### Lichtempfindliche Sensoren

Diese lichtempfindlichen, optoelektronischen Bauelemente bestehen aus einem pn-Übergang.

An der Grenzschicht (Raumladungszone) gibt es normalerweise keine frei beweglichen Ladungsträger.

Wenn Infrarotstrahlung auf diese Ladungsträgerverarmte Zone fällt, werden Ladungsträger angeregt, d.h. Elektronen werden aus ihrer Atombindung herausgerissen und somit frei beweglich wodurch ein Strom fließen kann.

### Thermische Detektoren (Pyroelektrischer Sensor)<sup>16</sup>

Thermische Detektoren haben ein temperaturempfindliches Sensorelement aus Lithium-Tantalat (LiTaO<sub>3</sub>), das auf Temperaturänderungen reagiert und dabei eine elektrische Spannung generiert.

Dieser Effekt der Pyroelektrizität tritt nur bei pyroelektrischen Kristallen auf.

Ein solcher Sensor besteht aus einem pyroelektrischen Plättchen mit metallisierter Ober- und Unterseite. Wenn Strahlung auf den Kristall trifft, ändert sich durch den durch Absorption hervorgerufenen Temperaturunterschied dessen Polarisation.

Trifft Infrarotstrahlung auf dieses Plättchen werden Ladungsträger frei

$$\Delta Q = k_Q \cdot A \cdot \Delta T \quad \text{A...Fläche des Plättchens} \\ k_Q \dots \text{Ladungsempfindlichkeit}$$

Das Plättchen mit der Dicke d und der Permittivitätszahl  $\epsilon_r$  hat eine Kapazität

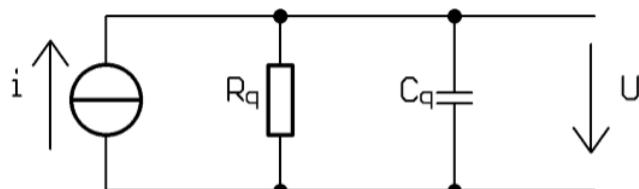
$$C_q = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d}, \text{ die, kombiniert mit der Ladung, zu einer Spannung } \Delta U \text{ führt:}$$

$$\Delta U = \frac{\Delta Q}{C_q} = \frac{k_Q \cdot A \cdot \Delta T \cdot d}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A} = k_U \cdot d \cdot \Delta T$$

Ein 30µm dickes Plättchen aus LiTaO<sub>3</sub> liefert z.B. bei einer Temperaturänderung von 1K eine Spannung von 15V.

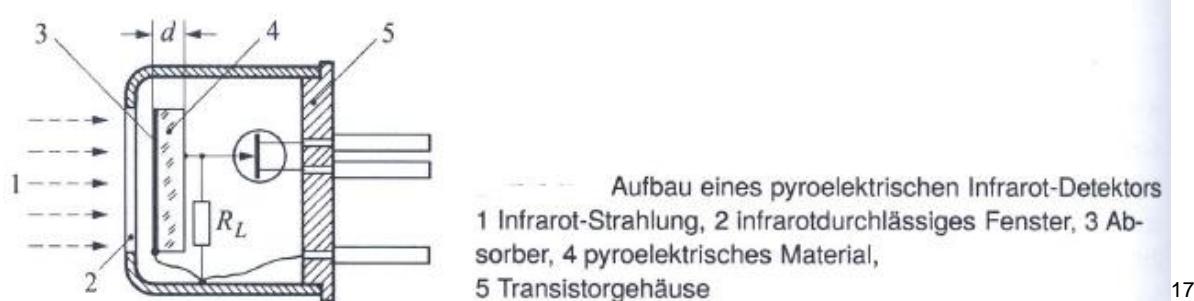
<sup>16</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 179 ff.

Ersatzschaltbild eines pyroelektrischen Sensors:



Das erhaltene elektrische Signal  $U$  kann mit einem Spannungs- oder Ladungsverstärker weiterverarbeitet werden.

Oft ist das pyroelektrische Plättchen zusammen mit einer FET-Stufe als Vorverstärker zusammengebaut. In diesem Fall ist ein Lastwiderstand an die Elektroden angeschlossen und die Spannung  $U_{RL}$  wird verstärkt.

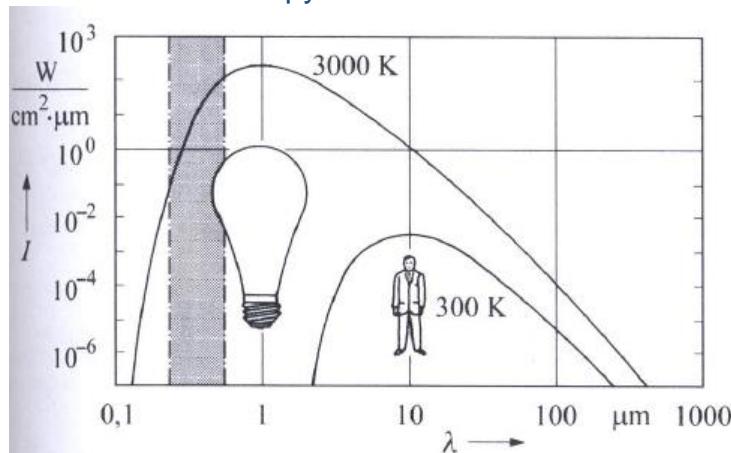


17

Die eintreffende Strahlung(1) trifft auf ein infrarotdurchlässiges Fenster und wird gefiltert. Durch das pyroelektrische Material (4) wird eine Spannung erzeugt. Infolge des endlichen Widerstands  $R_L$  gleichen sich die entstandenen Ladungen wieder aus.

Vernachlässigt man den Widerstand  $R_q$ , so hängt die Zeitkonstante von der Kapazität des Sensors  $C_q$  und dem Ableitwiderstand  $R_L$  ab  $\tau = R_L \cdot C_q$

Verwendet werden pyroelektrische Sensoren zur Messung der Infrarotstrahlung



**Bild 2.106** Strahlung eines Menschen (300 K) und einer Glühbirne (3000 K)  
 $I$  spektrales Emissionsvermögen in  $W / (\text{cm}^2 \cdot \mu\text{m})$ ,  
 $\lambda$  Wellenlänge in  $\mu\text{m}$

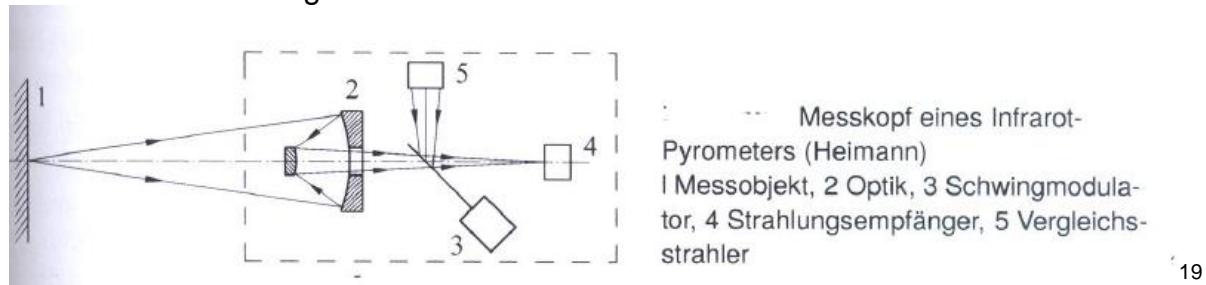
18

Pyroelektrische Sensoren können nur Strahlungsänderungen erfassen. Darum werden sie z.B. als Brand- oder Bewegungsmelder eingesetzt.

<sup>17</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 179.

<sup>18</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 180.

Ein weiteres Einsatzgebiet ist die berührungslose Temperaturmessung.  
Dies funktioniert durch abwechselnde Messung eines Referenzsignals und der zu messenden Strahlung



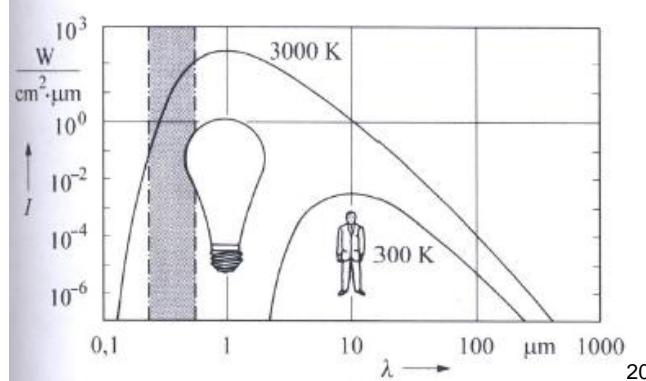
Dadurch erhält man ein zur Objekttemperatur proportionales Signal.  
Mit speziellen Linsen kann die Wärmestrahlung bis zu über 100m gemessen werden.

## Fotodioden

### Allgemeine Informationen

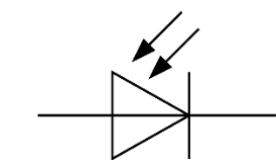
Fotodioden besitzen meist ein Glasfenster, mit dessen Hilfe spezielle Wellenlängen des Lichtes rausgefiltert werden können.

Das kann man am Beispiel bei der Fernsteuerung eines Fernsehers gut erkennen.  
Bei der Fernsteuerung ist die dahinterliegende Fotodiode meist durch ein schwarzes Glas geschützt, um das Tageslicht herauszufiltern und somit hauptsächlich das Infrarot-Nutzsignal durchzulassen.



Bekannte Fotodioden sind unter anderem die BPW-21, oder die BPW-34.

Schaltsymbol



Reales Bauteil (z.B. BPW-21)



<sup>19</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 180.

<sup>20</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 181.

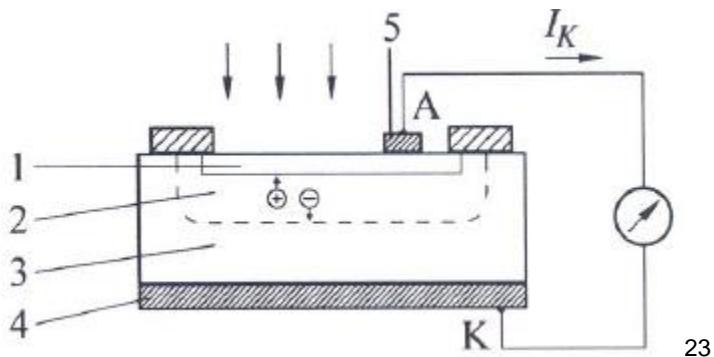
<sup>21</sup> [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/37/Symbol\\_Photodiode.svg/1024px-Symbol\\_Photodiode.svg.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/37/Symbol_Photodiode.svg/1024px-Symbol_Photodiode.svg.png)

<sup>22</sup> [https://cdn-reichelt.de/bilder/web/xxl\\_ws/A501/BPW21.png](https://cdn-reichelt.de/bilder/web/xxl_ws/A501/BPW21.png)

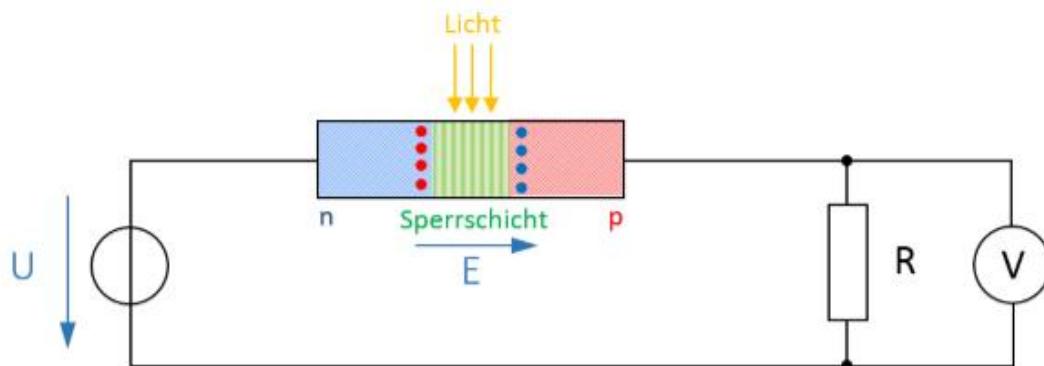
## Prinzipieller Aufbau

### Si-Photoelement:

- 1...p-Zone
- 2...Sperrsicht
- 3...n-Zone
- 4 & 5...Kontaktierung



## Funktionsweise<sup>24</sup>



Man kann erkennen, dass die Photodiode in Sperrrichtung geschaltet ist, wodurch ein sehr geringer Strom fließt.

Hierbei handelt es sich um den sogenannten Dunkelstrom  $I_{R0}$ .

Der Name kommt daher, weil der Strom auch fließt, wenn kein Licht auf die Photodiode trifft.

Die Photodiode wird meist in Sperrrichtung betrieben, da somit die relative Stromänderung sehr viel größer ist, als wäre die Diode in Durchlassrichtung geschaltet.

Wie auch bei anderen Halbleiterdioden, diffundieren die Ladungsträger des n-Si in das p-Si. Das p-Si wird dadurch negativ geladen. Zwischen dem positiv geladenen n-Si und dem nun negativ geladenen p-Si entsteht ein elektrisches Feld E.

Elektronen erfahren eine entgegengesetzt gerichtete Kraftwirkung. Die Grenzschicht verarmt an Ladungsträgern und sperrt.

Trifft nun Licht mit genügend hoher Energie auf die Raumladungszone (Sperrsicht), so schlagen die Photonen ein Elektron aus der Gitterstruktur und es entstehen sogenannte Elektronen-Loch Paare.

Durch das vorherrschende elektrische Feld erfahren die Elektronen eine zur n-Schicht gerichtete Kraftwirkung und werden dorthin beschleunigt.

Der, durch die Lichtteilchen erzeugte Photostrom  $I_{PH}$  ist, wie auch der Sperrstrom im  $\mu\text{A}$ -Bereich.

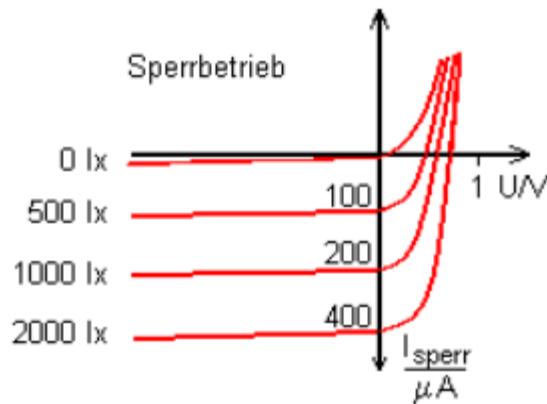
Somit ergibt sich der Gesamtstrom der Diode:  $I_D = I_{PH} + I_{R0}$

<sup>23</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage, 2014, S. 184.

<sup>24</sup> Nürmann, Dieter: Das große Werkbuch Elektronik. Ort, Auflage Datum.S. ff.

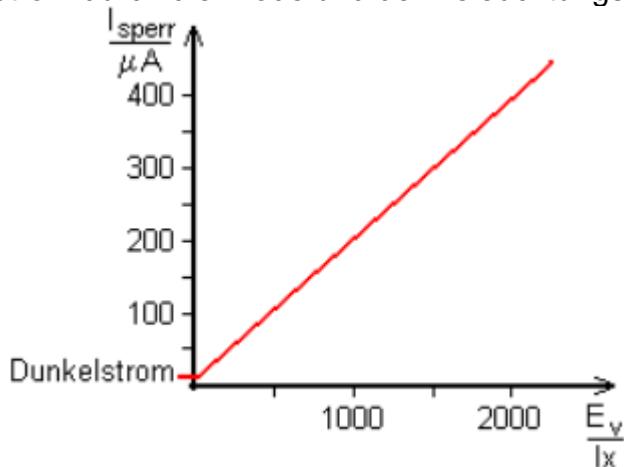
Da der Strom so gering ist, wird meist ein großer Lastwiderstand verwendet, um gut messbare Spannungen zu erreichen.

In der folgenden Abbildung<sup>25</sup> erkennt man die Diodenkennlinienschar.



Klar ersichtlich ist, dass im Sperrbetrieb ein, von der Beleuchtung abhängiger Sperrstrom fließt.

Die folgende Kennlinie veranschaulicht den linearen Zusammenhang zwischen dem Strom durch die Diode und der Beleuchtungsstärke  $E_v$ .



<sup>25</sup> <http://elektroniktutor.de/bauteilkunde/fotodiod.html>

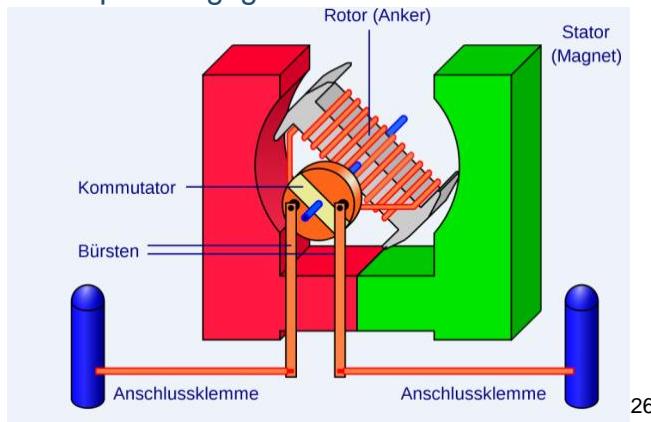
## Drehzahlmessung

Die Drehzahlmessung bestimmt die Umdrehungsgeschwindigkeit eines Objekts mithilfe von digitalen oder analogen Messvorrichtungen.

### Analoge Drehzahlmessung

Diese Sensoren liefern als Messsignal eine Ausgangsspannung.

#### Gleichspannungsgenerator



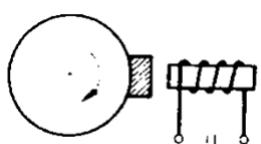
Ein Anker läuft im Feld eines Dauermagneten. Auf dem Anker befindet sich eine Spule. Dreht sich der Anker, so wird in der Spule des Ankers eine Spannung induziert  $u_i = N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ . Durch den Kommutator erhält man am Ausgang eine pulsierende Gleichspannung deren Amplitude proportional der Drehzahl ist.  
26

### Digitale Drehzahlmessung<sup>27</sup>

Die Messung erfolgt meist durch Zählen von sich vorbeibewegenden Markierungen auf Wellen.

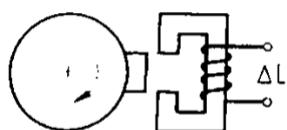
Die vom Drehzahlsensoren gelieferte Frequenz hängt dabei von der Drehzahl  $n$  und der Zahl  $m$  auf den Umfang verteilten Markierungen ab:  $f = n * m$

#### Induktionsaufnehmer



Magneten induzieren eine Spannung in eine Spule. Dieser Spannungsimpuls wird ausgewertet und so die Umdrehung gezählt (z.B. Fahrradtachometer).

#### Induktiver Drehzahlaufnehmer



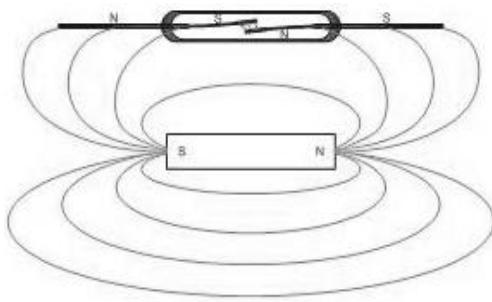
Induktive Drehzahlaufnehmer benutzen als feststehende Komponente eine Spule mit Eisenkern, deren magnetischer Widerstand durch den rotierenden Marker verändert wird. Gemessen die Induktivitätsänderungen  $\Delta L$ . Mit einer Brückenschaltung können daraus Spannungsimpulse generiert werden, deren Höhe von der Drehzahl abhängig ist. Die Messgenauigkeit des Sensors kann erhöht werden, wenn mehrere Spulen eingesetzt werden.

<sup>26</sup> <https://de.wikipedia.org/wiki/Gleichstrommaschine>

<sup>27</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 302 ff.

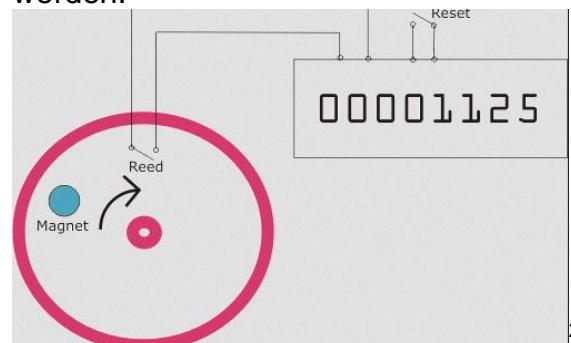
## magnetischer Aufnehmer

### *Reedkontakte*



In einem Glasrohr befinden sich zwei Drähte.

Diese Drähte können durch Magneten von außerhalb zusammengezogen werden.



28

## *MDR*

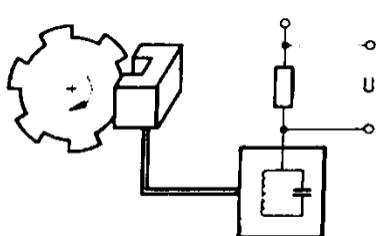
Sie reagieren auf Magnetfelder durch Änderung ihres elektrischen Widerstandes. Diesen Effekt nennt man auch *Gauß-Effekt* oder *Thomson-Effekt*.

### *Hallsonde*

Wird ein Hall-Sensor von einem Strom durchflossen und in ein senkrecht dazu verlaufendes Magnetfeld gebracht, liefert er eine Ausgangsspannung, die proportional zum Produkt aus der magnetischen Feldstärke und dem Strom ist (Hall-Effekt).

Vorteil gegenüber einer Spule ist, dass auch ein Signal geliefert wird, wenn das Magnetfeld, in dem sich der Sensor befindet, konstant ist. Bei einer Spule muss sich ein Magnet bewegen um eine Spannung induzieren zu können.

## Hochfrequenz Messkopf

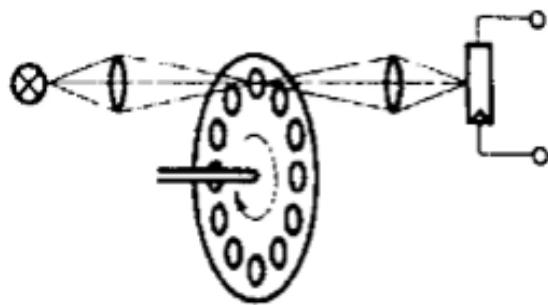


Hochfrequenz-Messköpfe sind ideal für Präzisionsmessungen geeignet, da der von ihnen ausgesendete Impuls stark fokussiert ist und dadurch das Risiko von außerhalb des Messbereichs liegenden Echos reduziert. Die hohe Frequenz und kürzere Wellenlänge bietet sich auch zum Messen dünner Materialien an.

## Optischer Aufnehmer

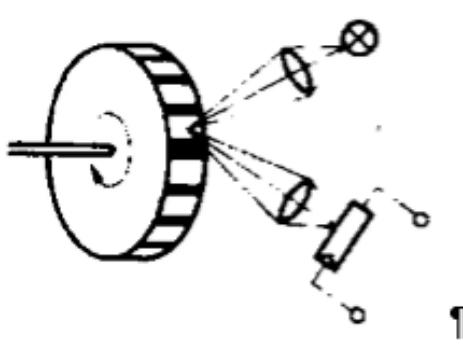
Man unterscheidet zwischen dem Durchlicht- und dem Reflexions- oder Streulicht-Verfahren.

<sup>28</sup> <http://www.degupedia.de/wiki/images/a/a2/Rundenzaehler-schema.gif>



Beim **Durchlicht-Verfahren** wird ein Lichtstrahl durch eine Locheibe, die fest mit der sich drehenden Welle verbunden ist, unterbrochen oder durchgelassen. Wenn eine offene Stelle vorbei kommt, wird der Lichtempfänger beleuchtet und liefert ein Ausgangssignal.

Als Lichtquellen können Glühlampen, Leuchtdioden im sichtbaren oder infraroten Bereich oder Laserdioden eingesetzt werden. Als Empfänger dienen Photodioden oder Phototransistoren.



Beim **Reflexions-Verfahren** wird die Strahlung der Lichtquelle von auf dem umlaufenden Messobjekt angebrachten reflektierenden Markierungen zurückgestreut und aufgefangen. Es entsteht eine Lichtmodulation abhängig von der Anzahl der Markierungen pro Umdrehung. Die Markierungen auf der Welle können durch aufgeklebte helle oder dunkle Streifen realisiert werden.

Die optischen Verfahren sind für sehr kleine bis sehr hohe Drehzahlen einsetzbar. Der Anwendungsbereich wird praktisch nur durch die Verschmutzungsanfälligkeit optischer Systeme eingeschränkt.

## Drehzahlmessung

Skriptum: Zusammenfassung Sensorik.

Bsp. zur Drehzahlmessung:

Zur Messung der Drehzahl wurde auf einer Welle eine Scheibe montiert. Auf dieser Scheibe sind im Abstand von  $30^\circ$  Bohrlöcher angebracht. Mit Hilfe dieser Scheibe wird im Durchlichtverfahren ein Signal von 4 Hz aufgenommen. Mit wie vielen Umdrehungen/Minute dreht sich die Welle?

$$f = m \cdot n$$

↓

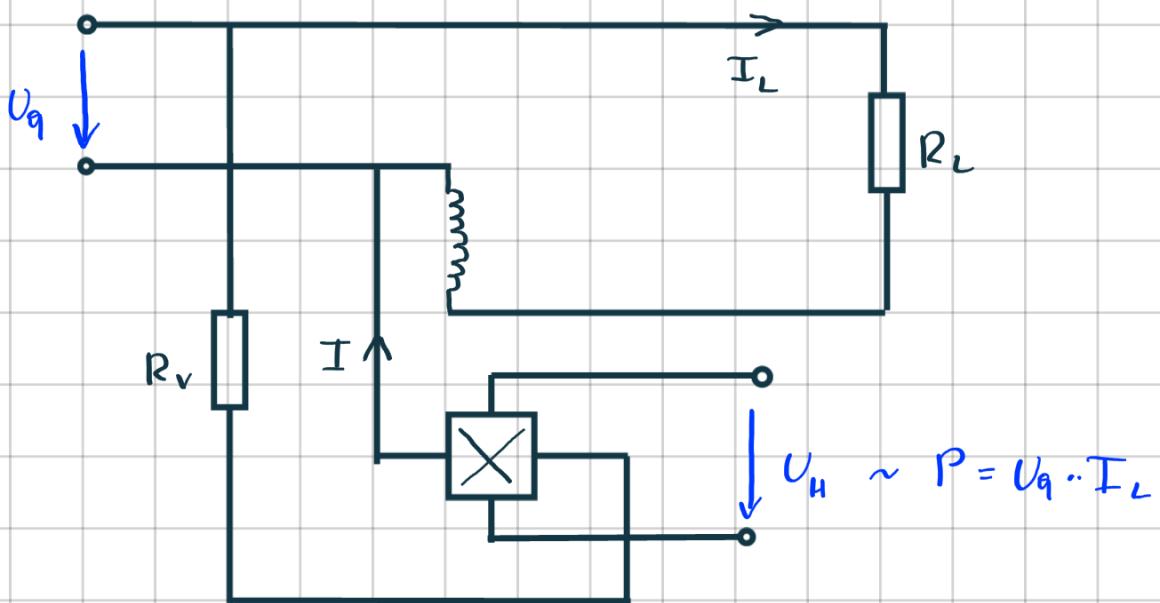
$$m = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$$

↓

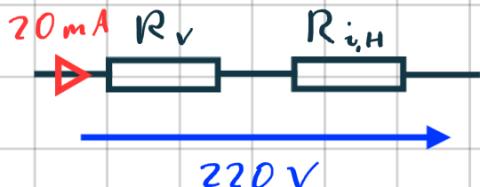
$$n = \frac{f}{m} = \frac{4}{12} = 0,3 \frac{\text{U}}{\text{sek.}} \hat{=} 0,3 \cdot 60 \frac{\text{U}}{\text{min.}} = 20 \frac{\text{U}}{\text{min.}}$$

## Leistungsmessung mit Hallsonde

Dimensionierungs-Bsp.



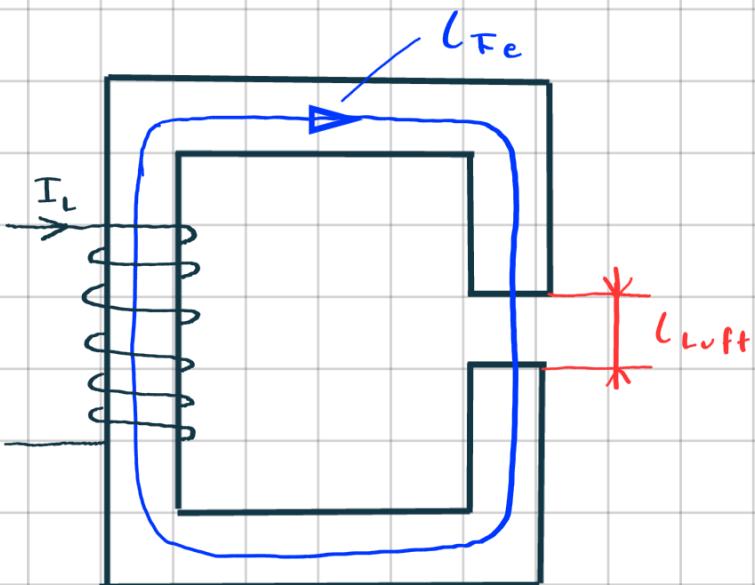
Der Strom  $I$  durch das Hallplättchen beträgt 20 mA & der Innenspannungswiderstand  $R_{i,H} = 1 \text{ k}\Omega$ . Wie groß muss der Vorwiderstand  $R_v$  sein, damit der Hallsensor an 220 V angeschlossen werden darf?



$$U_q = I (R_v + R_{i,H})$$

$$\frac{U_q}{I} - R_{i,H} = R_v = \frac{220}{0,02} - 1\text{k} = 10\text{k}\Omega$$

Um ol. Linearität zu gewährleisten, muss  $B < 0,5 \text{ T}$  sein. Wie groß darf die Windungszahl  $N$  maximal sein, damit ein Strom von  $I_L = 30 \text{ A}$  die Flussdichte nicht überschreitet? (Streuung im Luftspalt wird vernachlässigt!)



$$l_{Fe} = 15 \text{ cm}$$

$$l_{Luft} = 1 \text{ mm}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \text{ vol. } \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Material: Dynamograuguss

Bei Vernachlässigung  
oder Streuung:

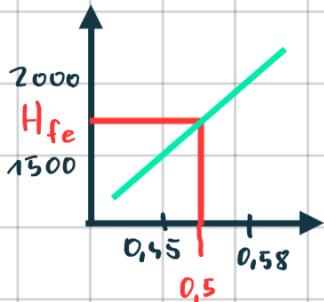
$$B_0 = B_{Fe} = B \\ \text{magn. Flussdichte}$$

$$H_o = \frac{B_o}{\mu_0} = \frac{0.5}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 397887 \frac{A}{m}$$

mag. Feldstärke

magn. Flussdichte  $B_o = H_o \mu_0 \rightarrow$  in Eisen  $\mu_m$   
 aus VL oöler  
 $H = Fkt.(B)$

Für Dynamogrammanguss folgt für eine Flussdichte von 0,5 T: 0,45 T 1500 A/m  
 0,58 T 2000 A/m



Steigung:  $\frac{2000 - 1500}{0,58 - 0,45} = \frac{500}{0,13}$   
 $= 1500 + \frac{500}{0,13} (0,5 - 0,45) =$

$$H_{Fe} = 1682 \frac{A}{m}$$

magn. Durchflutung

$$\Theta = \Theta_{Fe} + \Theta_o = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_o \cdot l_{Luft} = I \cdot N$$

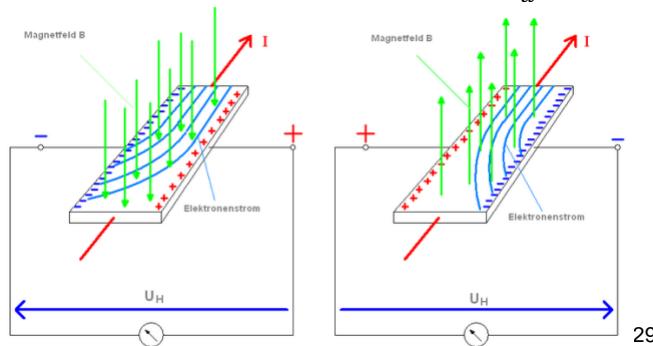
$$\Theta = 1682 \cdot 0,15 + 397887 \cdot 0,001 = 651,69 A$$

$$\Theta = I \cdot N \rightarrow N = \frac{\Theta}{I} = \frac{651,69}{36} = 21,7$$

N = 21 Windungen

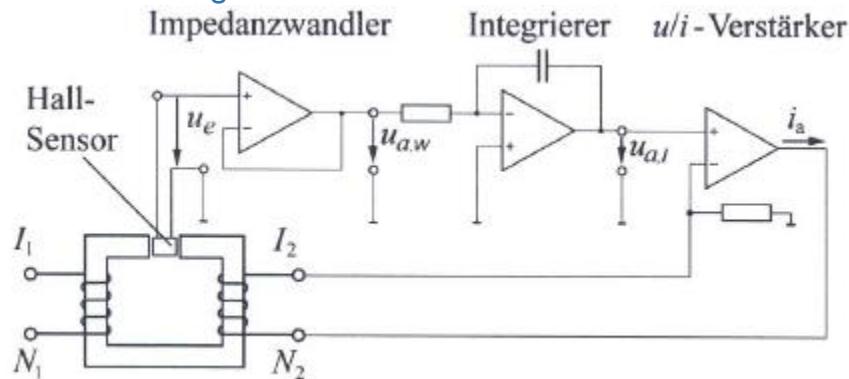
## Hall-Effekt

Befindet sich ein stromdurchflossener Leiter in einem Magnetfeld, so werden die Elektronen im Leiter von der Lorentzkraft abgelenkt. Dadurch entsteht die sogenannte Hall-Spannung  $U_H = R_h \frac{I \cdot B}{d}$



29

## Strommessung<sup>30</sup>:



Auf einem Eisenkern befinden sich zwei Spulen mit den Windungszahlen  $N_1$  und  $N_2$ .  $N_1$  wird von  $I_1$  und  $N_2$  von  $I_2$ , dem Kompensationsstrom, durchflossen.

Die zweite Spule wirkt dem Magnetfeld der ersten Spule entgegen. Die magnetische Induktion wird vom Hallsensor erfasst. Die Hallspannung geht auf einen Impedanzwandler und dessen Ausgang auf einen Integrierer. Dieser verändert über den u/i-Verstärker den  $I_2$  ( $I_2 = I_a$ ) so lange bis  $N_1 \cdot I_1 = N_2 \cdot I_2$  ist und somit die Hallspannung verschwindet und dadurch  $I_2$  nicht mehr verändert wird.  $I_2$  bleibt auch bei  $U_e=0$  konstant.

Dann lässt sich  $I_1$  einfach berechnen.

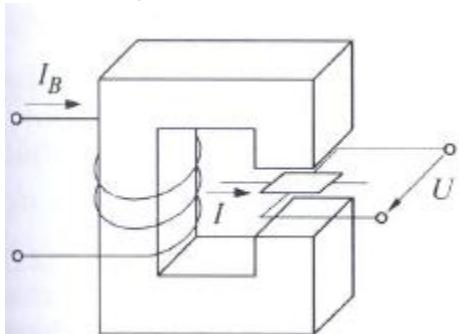
Durch geeignete Wahl der Windungsverhältnisse können hohe Ströme gemessen werden.

**Anwendung:** Stromzangen, Tastkörper für Oszillatoren

<sup>29</sup> <http://www.elektro-wissen.de/Elektrotechnik/Hall-Effekt.html>

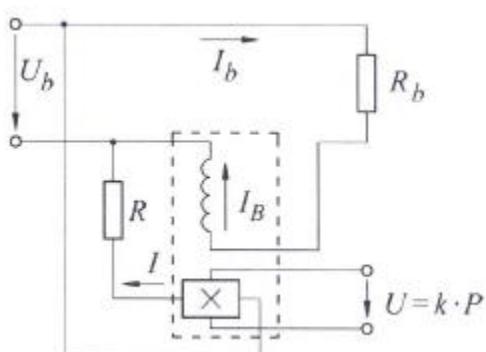
<sup>30</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S. 154.

### Hall-Multiplizierer<sup>31</sup>:



Die Hallspannung ist proportional dem Steuerstrom  $I$  und der magnetischen Flussdichte  $B$ . Wird die Flussdichte von dem Strom  $I_B$  durchflossenen Elektromagneten erzeugt, steigt die Hallspannung mit dem Produkt der Ströme  $I$  (Steuerstrom) und  $I_B$ .

Hall-Multiplizierer werden zur Leistungsmessung verwendet.



Wenn der Steuerstrom proportional zu der Spannung  $U_b$  ist und der über den Verbraucher fließende Strom  $I_b$  gleich dem Strom, der das Magnetfeld erzeugt ist dann ergibt sich die Hallspannung zu  $U = k * U_b \cdot I_b = k \cdot P$  und ist daher proportional zu der im Verbraucher umgesetzten Leistung  $P$ .

<sup>31</sup> Schrüfer, Elmar/ Reindl, Leonhard/ Zagar, Bernhard: Elektrische Messtechnik. München, 10. Auflage 2014, S.155.

## pn - Übergang

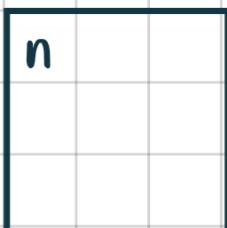
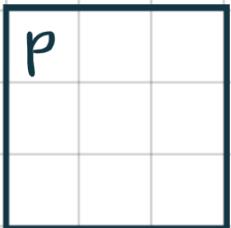
Si hat 4 Valenzelektronen  $e^-$  d. äußersten Schale

p-dotiertes Si:

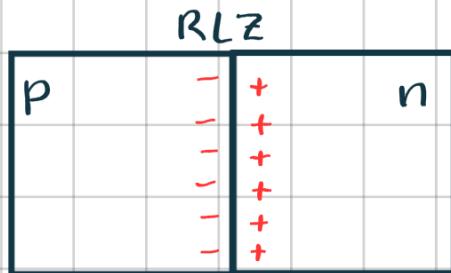
mit 3 wertigen Atomen  
(3 Valenz  $e^-$ )  
z.B. Alu, Bor

n-dotiertes Si:

mit 5 wertigen Atomen  
(5 Valenz  $e^-$ )  
z.B. Phosphor

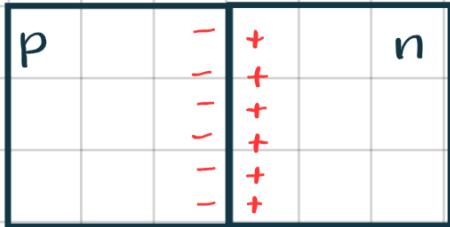


elektrisch neutral, da  
gleich viele Protonen  
wie Elektronen



warum gehen nicht  
alle  $e^-$  nach p?



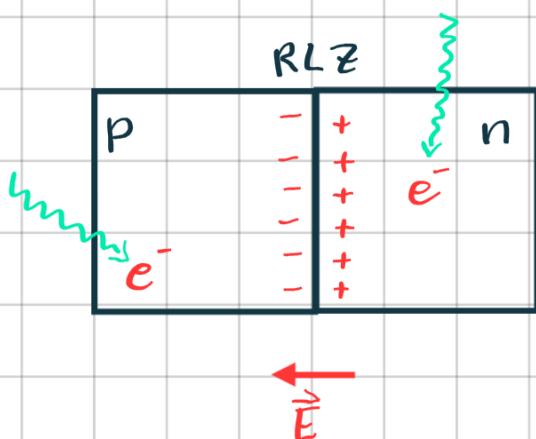


A.: Da sich die  $e^-$  entgegen des  $\vec{E}$ -Feldes bewegen  
 $\rightarrow$  es stellt sich ein Gleichgewicht ein

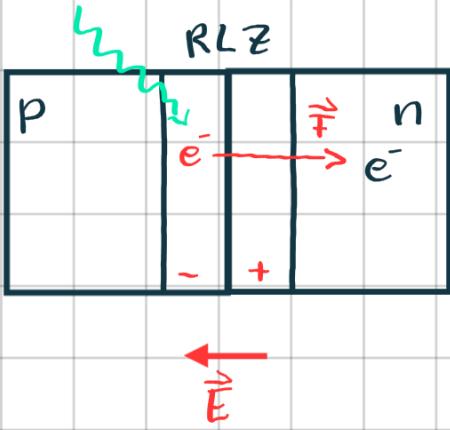
Der pn-Übergang ist in Durchlassrichtung geschaltet, wenn der Pluspol oder Spannung an p anliegt.



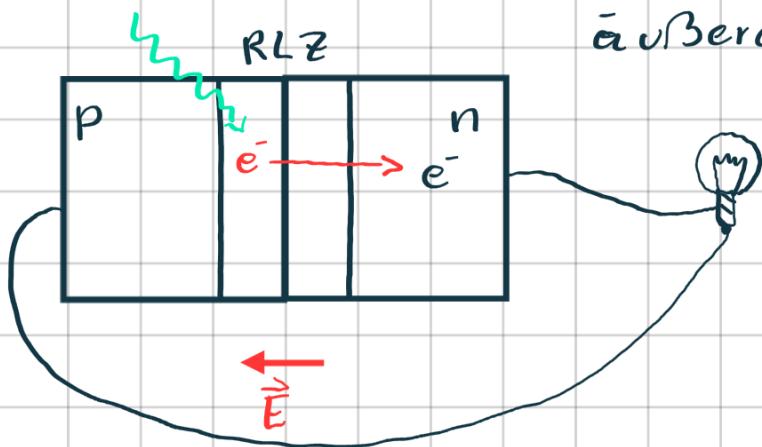
typ.  $U \approx 0,7 \text{ V}$



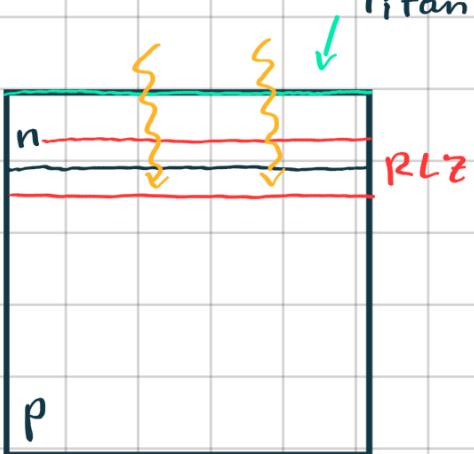
$e^-$  wird durch das Photon aus dem Atom gelöst,  
nach gewisser Zeit bindet es sich wieder mit dem Atom.



Trifft jedoch ein Photon in der RLZ auf ein Atom & wird dort ein  $e^-$  aus der Bindung geschlagen, so erfährt dieses eine Kraftrichtung zum n-Silizium  $\rightarrow$  möchte sich gerne wieder mit elem Alu oder Bor atom verbinden. Dies kann durch einen äußeren Stromkreis passieren.



Solar panel



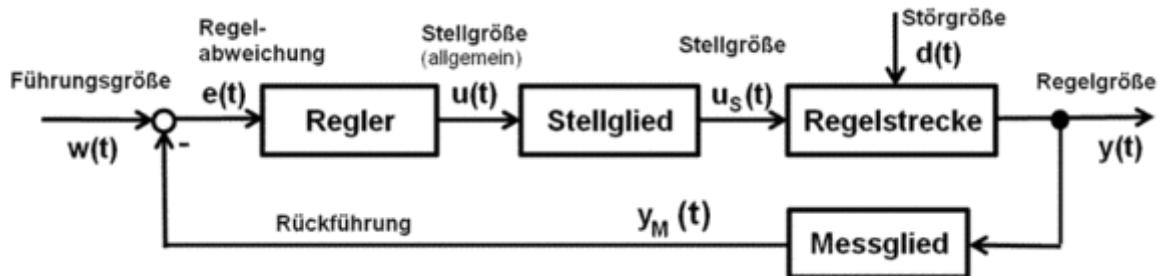
Titanoxyd schicht (blau schimmern) auf der Titanoxydschicht sind die Leiterbahnen aufgebracht, sodass das Licht hindurch kann  

- p-Si viel dicker als
- n-Si Schicht ( $\mu m$ )

auf der Rückseite ist eine Metallfolie als Rückseitenkontakt

n-Schicht so dünn, damit Licht in RLZ gelangt

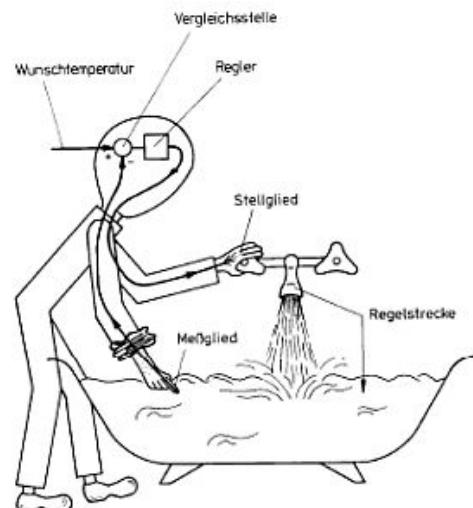
## Grundstruktur des Regelkreises



In der Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik bezeichnen Aktoren das signalwandlerbezogene Gegenstück zu Sensoren und bilden die Stellglieder in einem Regelkreis. Ein Beispiel ist das Öffnen und Schließen eines Ventils. Beispiel sei die Einstellung der Badewassertemperatur:

- Der Regelkreis besteht aus

- **Regelstrecke**
- **Regler**
- **Messglied (Sensor)**
- **Stellglied (Aktuator)**



- Dynamische Größen

- Sollwert, **Führungsgröße**
- Istwert, **Regelungsgröße, Regelgröße**
- **Regelabweichung** (Sollwert – Istwert)
- **Störgröße**

1

Bei einem Menschen stellen Aktoren die Muskeln dar, die zur Ausführung von Bewegungen oder zum Aufbringen von Kräften erforderlich sind.

Ihre Ansteuerung erfolgt durch das Gehirn (Prozessrechner) und ihre Funktionsfähigkeit erfordert eine entsprechende Durchblutung (Hilfsenergie).

## Aktoren und Stelleinrichtungen<sup>2</sup>

Aktoren oder auch Aktuatoren (engl. Actuator), wandeln eine elektrische Eingangsgröße z.B. eine vom Steuerungscomputer gebildete elektrische Spannung, in eine physikalische Ausgangsgröße z.B. in mechanische Bewegung, Druck oder Temperatur um.

Aktoren stellen das Bindeglied der Informationsverarbeitung und dem mechanischen Grundsystem dar.

<sup>1</sup> [http://it-material.de/IT-online5/wp-content/uploads/2009/08/2009-Steuerungs-undRegelungstechnik\\_2-02.jpg](http://it-material.de/IT-online5/wp-content/uploads/2009/08/2009-Steuerungs-undRegelungstechnik_2-02.jpg)

<sup>2</sup> <https://books.google.at/books?id=fsrpBQAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=de#v=onepage&q&f=false>

1

### Aufgabe der Aktoren

Die bekanntesten Aktoren sind Elektromotoren und Elektromagnete.

- Zum Positionieren, für Linear- und Drehbewegungen, kommen vorzugsweise mechanische oder elektronisch gesteuerte Gleichstrommotoren und Schrittmotoren zum Einsatz.
- Stellglieder sind in den meisten Fällen Elektromagnete.

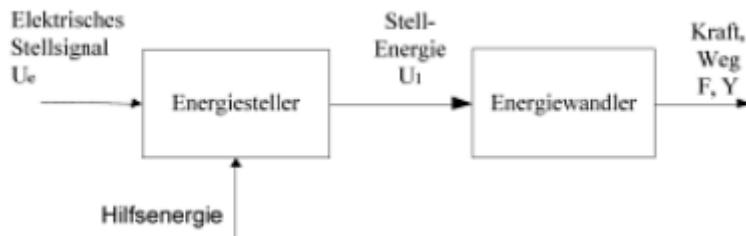
Schalten von Ventilen zur Steuerung von Stoff-Flüssen (z.B. Hydraulik)

Optische oder akustische Signale

Ansteuerung von Relais oder elektronischen Schaltern

### Aufbau eines Aktors

Technisch gesehen versteht man unter einem Aktor die Zusammenschaltung eines Energiestellers mit einem Energiewandler.



Ein Aktor ist eine Stelleinrichtung, die über ein energiearmes Signal angesteuert wird und durch Zufuhr von Hilfsenergie eine wesentlich größere mechanische Energie für den Stellvorgang aufbringen kann.

In den meisten Fällen führt eine Aktor eine Bewegung unter Kraftanwendung aus und verrichtet dabei mechanische Arbeit.

Der Energiesteller erzeugt aus einem leistungsarmen Stellsignal unter Zuhilfenahme von Hilfsenergie ein leistungsstarkes Energie-Stellsignal.

Dieses Signal wird im Energiewandler in Kräfte und Bewegung umgeformt.

Insgesamt kann der Aktor als Energiewandler mit beschränktem Wirkungsgrad  $\eta$  angesehen werden, wobei eine gewisse Menge der zugeführten Energie  $E_{zu}$  in Verlustwärme  $Q$  umgesetzt wird:

$$E_{zu} = E_{ab} + Q \text{ und } \eta = \frac{E_{ab}}{E_{zu}}$$

Da Leistung und Energie über die Zeit verknüpft sind gilt:

$$P_{zu} = P_{ab} + P_v \text{ und } \eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

**Beispiel 1:** In einem Antriebssystem wird ein Frequenzumrichter als Stellglied eingesetzt. Bei Nennleistung des Motors (1.8kW) produziert der Umrichter eine Verlustleistung von 80W. Wie groß ist der Energiebedarf der Anlage? Welchen Wirkungsgrad hat der Umrichter?

**Beispiel 2:** Im Teillastbereich verschlechtert sich der Wirkungsgrad des Umrichters aus Beispiel 1. So werden bei 250W Motorleistung (mechanisch, Wellenleistung!) dem Umrichter noch 300W elektrische Leistung zugeführt. Welchen Wirkungsgrad hat das Stellglied, wenn der Motor selbst einen Wirkungsgrad von 90% aufweist? Welche Verlustleistung entsteht am Umrichter? Welchen Gesamtwirkungsgrad besitzt die Anlage? Welche Leistung wird dem Motor zugeführt? Welche Energiemenge in kWh wird für 15min Betrieb unter diesen Rahmenbedingungen aus dem Versorgungsnetz entnommen?<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Prof. DI Salhofer, Harald: Messtechnik und Regelungssysteme Skriptum

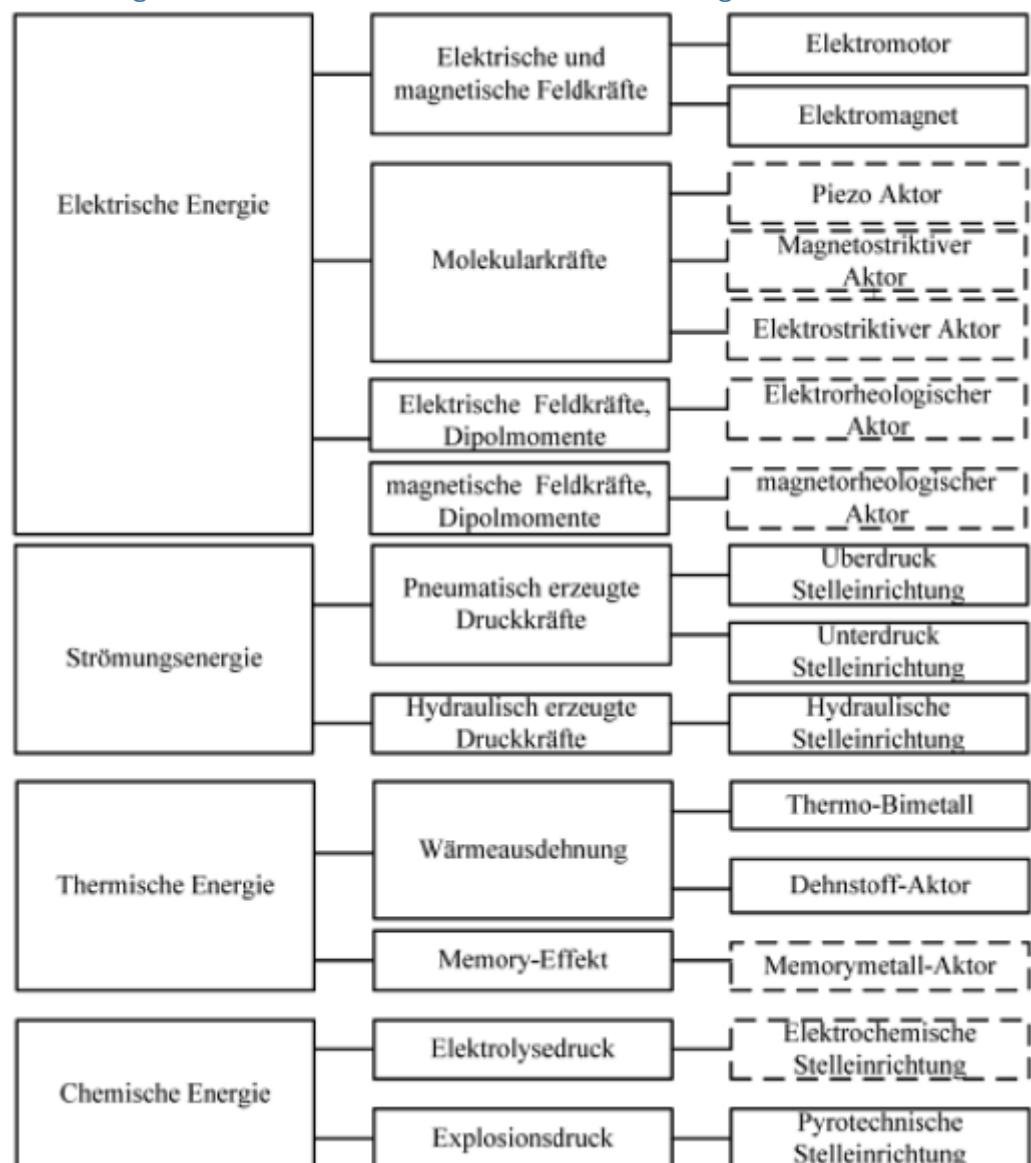
### Einteilung von Aktoren

Aktoren können nach verschiedenen Gesichtspunkten klassifiziert, eingeteilt werden, z.B. nach dem physikalischen Wirkprinzip oder nach den verwendeten Hilfsenergieformen.

Ausgehend von den bereitgestellten Energien entstehen Kräfte und Bewegungen.

Elektrische Energie		Fluidenergie		Chemische Energie	Thermische Energie
Elektromagnetische Feldkräfte	Atom-Molekularkräfte	Hydraulische Druckkräfte	Pneumatische Druckkräfte	Explosionsdruck, Elektrolysedruck	Kräfte durch Wärmeausdehnung

### Einteilung der Aktoren nach der verwendeten Energie:



[http://www.pi-medical.de/anwendungen/pumpen\\_dosieren/pipettieren.htm](http://www.pi-medical.de/anwendungen/pumpen_dosieren/pipettieren.htm)

<https://www.festo.com/group/de/cms/10274.htm>

<https://www.youtube.com/watch?v=7xVQRM5-rAo>

[https://www.youtube.com/watch?v=mQ\\_NXpTyTkl](https://www.youtube.com/watch?v=mQ_NXpTyTkl)

## a. Aktoren auf Basis elektrischer Energie

### Elektromotoren

Die Randbedingungen für die Auslegung eines Antriebes sind die zu befördernde Last bei der Positionierung und der dafür zur Verfügung stehende Zeitraum.

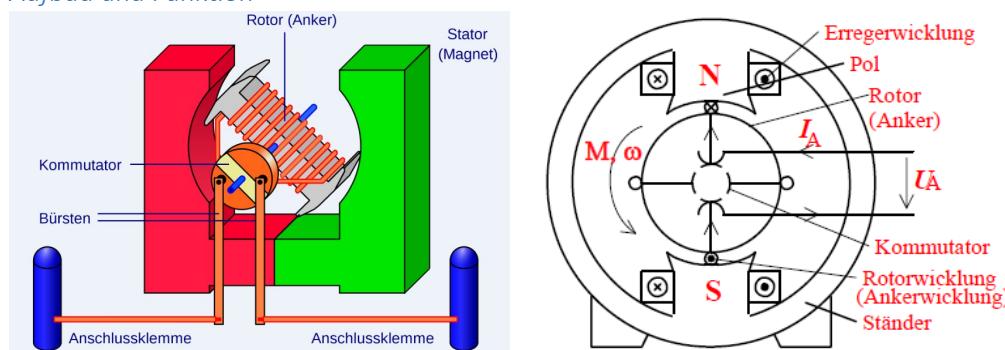
Die Kenngrößen sind Positioniergenauigkeit, Wegstrecke und maximale Positionierzeit sowie das Last- und Lastträgheitsmoment.

Eine Faustregel für die Auslegung ist, dass das Lastmoment ca. 30% des Motormoments und das Lasträgheitsmoment maximal das 10-fache des Rotorträgheitsmomentes betragen soll.

Abweichungen können oft durch ein Getriebe ausgeglichen werden.

### Gleichstrommotor

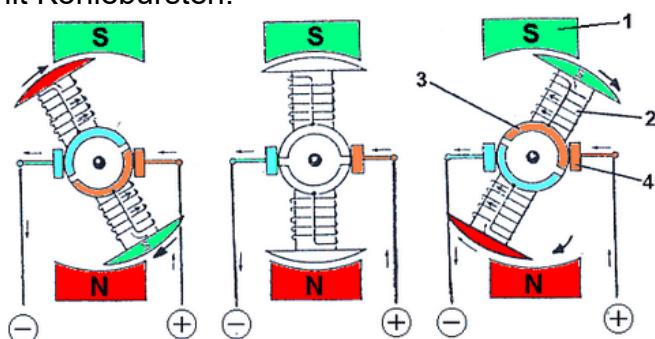
#### Aufbau und Funktion



Die Drehbewegung beruht auf den Kräften, die verschiedene Magnetfelder aufeinander ausüben.

Befestigt man eine drehbar gelagerte Spule zwischen den Magnetpolen ergibt sich je nach Stromrichtung eine Drehbewegung.

Die Stromzuführung, für die sich drehende Spule erfolgt über z.B. einen Kommutator mit Kohlebürsten.



Die Drehbewegung erfolgt so lange, bis die Magnetfeldlinien zwischen den Magnetpolen dieselbe Richtung haben. Damit der Motor an diesem "toten Punkt" nicht stehen bleibt, wird hier die Stromrichtung in der Ankerspule mit Hilfe des Kommutators (Stromwender) umgekehrt.

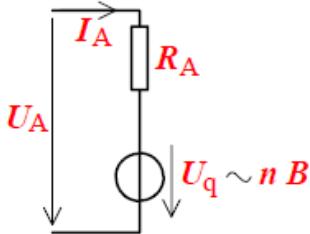
Der nicht leitende Streifen in der Mitte des Kommutators bewirkt, dass die Stromzufuhr kurzzeitig unterbrochen wird und im Rotor dadurch kein Magnetfeld erzeugt wird -> der Rotor dreht sich auf Grund seiner Trägheit weiter und überwindet so den neutralen Punkt.

*Betriebsverhalten*

Wird eine Spannung  $U_A$  an die Rotorwicklung gelegt, so fließt zunächst ein Strom  $I_A = \frac{U_A}{R_A}$  ( $R_A$ : ohmscher Widerstand der Rotorwicklung).

Der Strom und das magnetische Feld bewirken das Drehmoment, wodurch der Rotor anläuft.

Das Drehmoment beschleunigt den Rotor. Die Drehung des Rotors bewirkt ihrerseits eine induzierte Spannung  $U_q$  in der Rotorwicklung. Diese induzierte Spannung wirkt der treibenden Spannung  $U_A$  entgegen. Die induzierte Spannung  $U_q$  ist neben den konstruktiven Daten der Maschine abhängig von  $n$  und der magn. Flussdichte  $B$ .



Die induzierte Spannung wächst mit der Drehzahl, sodass die wirksame Ankerspannung mit steigender Drehzahl kleiner wird und dementsprechend der Ankerstrom ebenfalls.

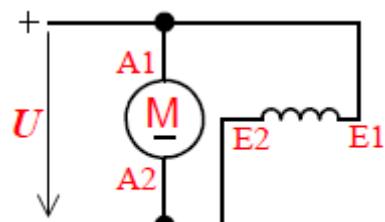
$$\text{Der Ankerstrom beträgt } I_A = \frac{U_A - U_q}{R_A}.$$

*Ersatzschaltbild der Gleichstrommaschine*

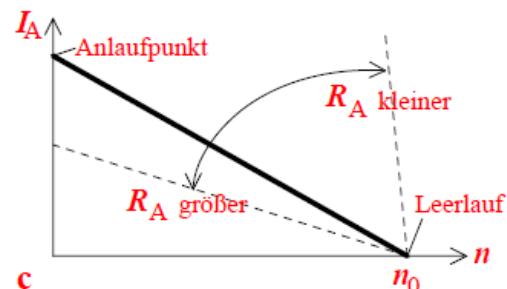
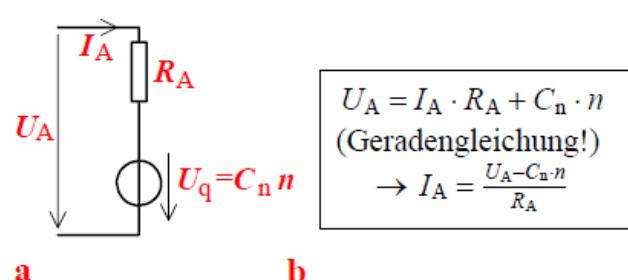
Diese führt zur allgemeinen Spannungsgleichung der Gleichstrommaschine

$$U_A = I_A \cdot R_A + U_q$$

Das Betriebsverhalten der Gleichstrommaschine wird neben maßgeblich durch die Schaltungsart der Erregerwicklung bestimmt.

*Nebenschlussmaschine**Nebenschlussmotor*

Die Nebenschlussmaschine arbeitet in allen Betriebspunkten mit konstantem magnetischem Fluss, d.h. das Erregerfeld bleibt im gesamten Drehzahl- und Lastbereich konstant. Dies erreicht man, indem das Erregerfeld mittels eines Permanentmagneten erzeugt wird, oder die Erregerwicklung mit konstantem Strom versorgt wird.

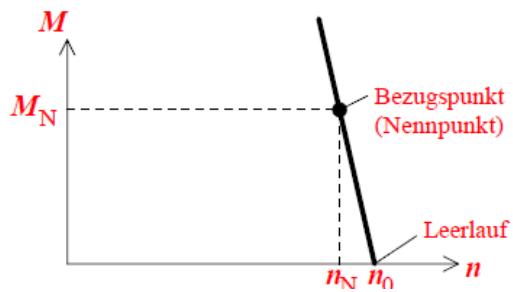


Nebenschlussmotor: a Ersatzschaltbild; b Spannungsgleichung; c Kennlinie  $I_A(n)$

Entsprechend dem Ersatzschaltbild ist die induzierte Spannung  $U_q$  nur abhängig von der Drehzahl  $n$ , sie steigt linear mit der Drehzahl.

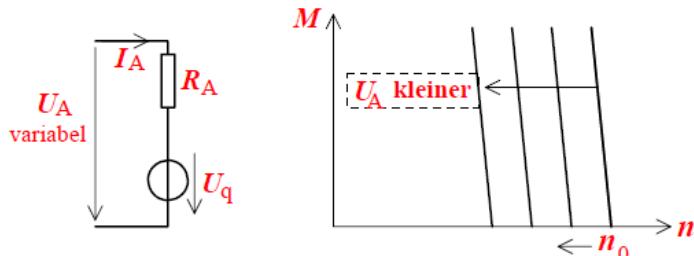
Mit steigender Drehzahl  $n$  wird die wirksame Ankerspannung ( $U_A - U_q$ ) linear kleiner und der drehmomentbildende Strom  $I_A$  ebenfalls. Wenn die Drehzahl so hoch ist, dass  $U_q = U_A$  ist, wird  $I_A = 0$  und das Drehmoment wird ebenfalls Null. Im Leerlauf, d.h. der Motor wird nicht belastet, beschleunigt der Motor theoretisch genau bis zu der Leerlaufdrehzahl, in der  $U_q$  gleich  $U_A$  wird und das Beschleunigungsmoment gleich Null wird.

Das Drehmoment ist proportional zum Strom. Die Drehzahl-Drehmoment-KL ist deswegen ebenfalls eine Gerade



Drehzahlverstellung durch Veränderung der Ankerspannung:

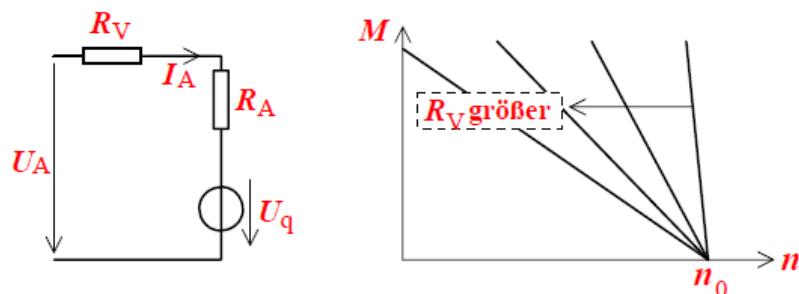
Das beste Verfahren die Drehzahl eines Nebenschlussmotors zu verändern, ist, die Ankerspannung zu verändern. Die Veränderung der Ankerspannung bewirkt eine Parallelverschiebung der Drehzahl- Drehmoment-Kennlinie



Änderung der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie durch Änderung der Ankerspannung

Die Kennlinie verschiebt sich mit kleiner werdender Ankerspannung zu kleineren Drehzahlwerten. Die Steigung der Kennlinie verändert sich nicht, weil sie vom Ankerwiderstand bestimmt wird.

Drehzahlverstellung mittels Vorwiderstand:



Der Vorwiderstand  $R_V$  vermindert den Ankerstrom und damit die Drehzahl bei einem bestimmtem Drehmoment.

Änderung der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie mittels Vorwiderstand

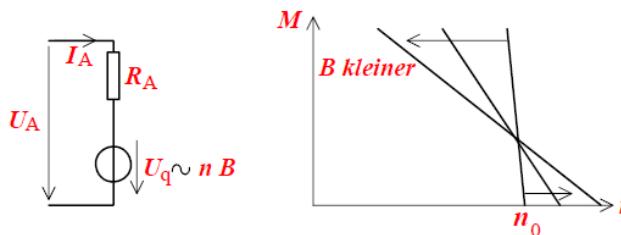
Die Leerlaufdrehzahl bleibt näherungsweise konstant

Drehzahlverstellung mittels Feldschwächung:

Die Leerlaufdrehzahl läuft bei Feldschwächung nach oben zu höheren Drehzahlen, weil der Leerlaufpunkt  $U_q = U_A$  wegen  $U_q \sim n \cdot B$  erst bei höheren Drehzahlen erreicht wird.

Wird das Feld zu stark zurückgefahren kann dies infolge der hohen Drehzahl zur mechanischen Zerstörung des Motors führen. Der Anlaufstrom des Motors bleibt konstant, das Anlaufmoment geht jedoch wegen  $M \sim I \cdot B$  zurück.

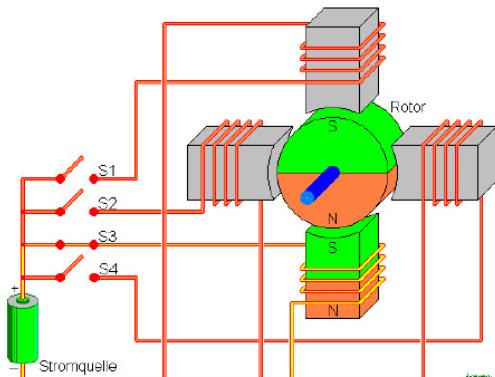
Dadurch wird die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie flacher.



Änderung der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie mittels Feldschwächung

Wechselstrommotor und Drehstrommotor siehe Skript MTRS 3. Jahrgang

#### Schrittmotor<sup>4</sup>



Schrittmotoren haben einen mehrpoligen Stator und einen wicklungslosen Rotor. Bei entsprechendem Erregen der Statorwindungen führt der Rotor (Anker) einen Schritt, d. h. Drehbewegung um einen gewissen Drehwinkel aus

Unabhängig von der grundsätzlichen Ausführung ist es durch eine geschickte zeitliche und polaritätsmäßige Ansteuerung der Stator-Elektromagnete möglich den Anker gleichsam um einen Schritt weiterzuziehen.

Steuerungstechnisch etwas aufwändiger, aber durchaus üblich ist Halb- bzw. Viertelschrittbetrieb.

Dabei werden benachbarte Elektromagnete (Pole) derart bestromt, dass ihre überlagernden Magnetfelder ein Gesamtmagnetfeld ergeben das gerade zwischen den benachbarten Polen ausgerichtet ist. Die Anzahl der magnetischen Pole des Stators bestimmt den Drehwinkel eines einzelnen Schrittes (Schrittwinkel, Auflösung). Ein typischer Schritt winkel ist z. B.:  $1,8^\circ$  (200 Schritte/Umdrehung).

#### Die Kenngrößen eines Schrittmotors sind:

- der Schritt winkel, das heißt der Winkel  $\varphi$  für einen Vollschritt. Ein Vollschritt tritt bei der Umschaltung des Stromes von einer Wicklung auf die nächste auf.
- die Anzahl der Phasen (Wicklungen)
- die Schrittanzahl  $n = 360^\circ/\varphi$  pro Umdrehung. Die Schrittanzahl pro Umdrehung ist bei zweiphasigen Schrittmotoren ein Vielfaches von 4, da sich nach 4 Schritten wieder die gleichen "Zähne" mit gleicher Polarität gegenüberstehen.
- der ohmsche Spulenwiderstand  $R$ .
- der maximale Strangstrom  $I$ ; ergibt sich aus der max. zul. thermische Belastung  $I^2R$ . Er kann kurzzeitig höher sein, um ein höheres Drehmoment zu erreichen.
- die Spuleninduktivität  $L$ ; sie ist wichtig für die Dynamik des Motors und die Dimensionierung der Freilaufdioden.
- das Drehmoment im Stand (Haltemoment) für einen gegebenen Strom sowie der Drehmomentverlauf mit steigender Drehzahl; sie sind abhängig vom Quadrat des Strangstromes und der Verlauf ist von der Treiberschaltung und deren Speisespannung abhängig.
- die Wicklungsanschlussgestaltung

Weiterhin hat das Trägheitsmoment des Läufers eine Bedeutung, denn es bildet in vielen Anwendungen den Hauptanteil der Massenträgheit und bestimmt somit die Dynamik. Die Effizienz von Schrittmotoren ist hingegen von untergeordneter

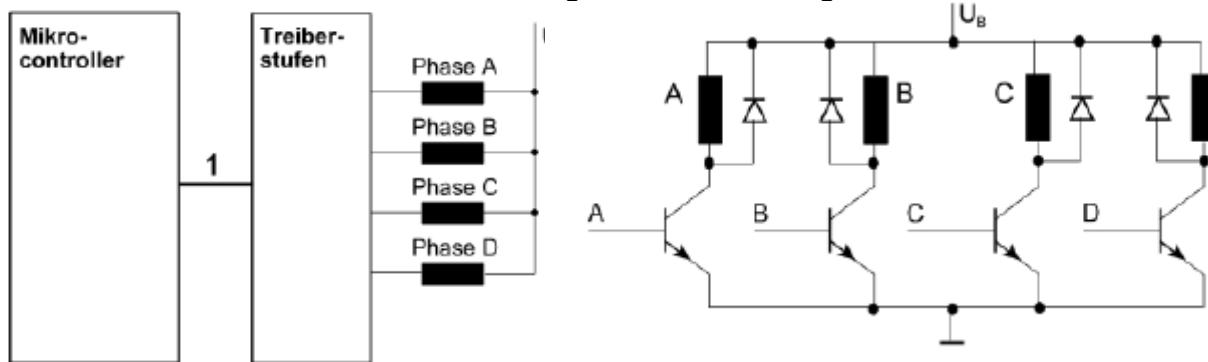
<sup>4</sup> Prof. DI Salhofer, Harald: Messtechnik und Regelungssysteme Skriptum

Bedeutung, da die Antriebsleistung für die typische Anwendung als Positionierantrieb unwichtig ist.

#### *Treiberstufen und Steuerschaltkreise<sup>5</sup>*

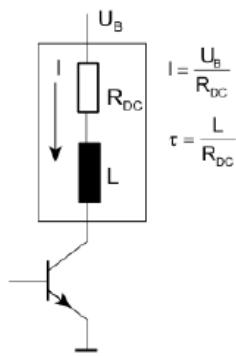
Die typische Schrittmotorsteuerung umfasst drei Funktionseinheiten:  
den Mikrocontroller, die Steuerschaltung und die Treiberstufen.

**Unipolare Schrittmotoren** können mit einfachen Leistungsstufen angesteuert werden. Ist die Schrittfrequenz nicht allzu hoch und sind keine Sonderfunktionen vorzusehen, können universelle Leistungsschaltkreise eingesetzt werden.



#### *Spannungssteuerung L/R*

Um eine Wicklung zu erregen, wird ein entsprechender Stromweg geschaltet. Der Strom wird lediglich durch den Gleichstromwiderstand der Wicklung  $R_{DC}$  begrenzt. Dies ist die einfachste Form der Steuerung



Da der Strom gemäß der Zeitkonstanten  $\tau = \frac{L}{R_{DC}}$  hochläuft und abfällt, kann bei höheren Schrittfrequenzen nicht die maximale Stromstärke  $I_{max} = \frac{U_B}{R_{DC}}$  wirksam werden.  
Hierdurch verringert sich das Drehmoment

#### *Spannungssteuerung L/nR*

Abhilfe schafft die Verwendung einer höheren Speisespannung verwendet.

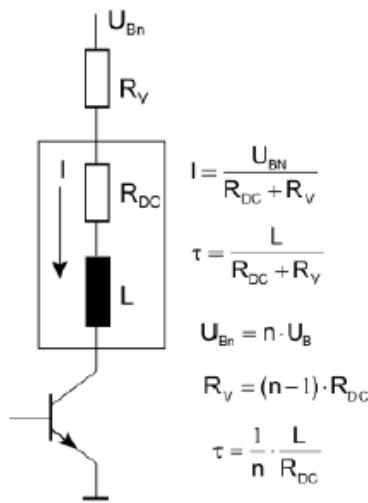
Bsp:  $\tau = 5\text{s}$  und ich möchte ein  $\tau' = 1\text{s}$  daraus folgt  $n = 5$ .

$$\begin{aligned}\tau' &= \frac{L}{R_v + R_{DC}} = \frac{\tau}{n} = \frac{\frac{L}{R_{DC}}}{5} = \frac{L}{5R_{DC}} \\ R_v + R_{DC} &= 5R_{DC} \rightarrow R_v = 4R_{DC} = (n - 1)R_{DC}\end{aligned}$$

Der Maximalstrom muss aber dennoch erreicht werden

$$\begin{aligned}I'_{max} &= I_{max} \\ \frac{U'_B}{R_v + R_{DC}} &= \frac{U_B}{R_{DC}} = \\ \frac{U'_B}{5R_{DC}} &= \frac{U'_B}{n \cdot R_{DC}} = \frac{U_B}{R_{DC}} \rightarrow U'_B = n \cdot U_B\end{aligned}$$

<sup>5</sup> <http://www.controllersandpcs.de/pdfs/schrittmotoren.pdf>



Durch einen zusätzlichen Vorwiderstand  $R_V$  wird der Strom auf den Nennwert des Schrittmotors begrenzt. Hierdurch ergibt sich eine verringerte Zeitkonstante. Diese Einfachlösung hat den Nachteil eines beträchtlich schlechteren Wirkungsgrades infolge der im Vorwiderstand umgesetzten Verlustleistung.

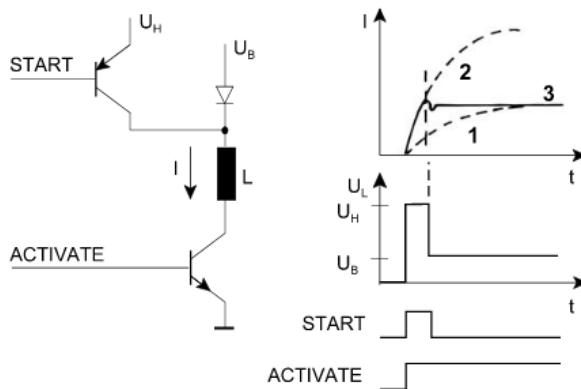
**Beispiel:** Ein Schrittmotor des Typs PSM42BYGHW603 soll angesteuert werden. Welche Zeitkonstante  $\tau$  ergibt sich bei der einfachen Ansteuerung? Zur Performancesteigerung soll nun eine Ansteuerung mit der fünffachen Speisespannung verwendet werden. Wie groß muss der Vorwiderstand  $R_V$  sein? Welche Zeitkonstante  $\tau'$  stellt sich nun ein?

#### Der Betriebsstrom im Ruhezustand

Wird der Schrittmotor im Ruhezustand vom vollen Betriebsstrom (Nennwert) durchflossen, so wird eine beträchtliche Verlustleistung umgesetzt, und der Motor wird ziemlich warm. Es ist somit zweckmäßig, den Ruhestrom auf einen Wert herabzusetzen, der zum Aufbringen des jeweils erforderlichen Haltemoments ausreicht (Stromabsenkung)

#### Spannungsumschaltung

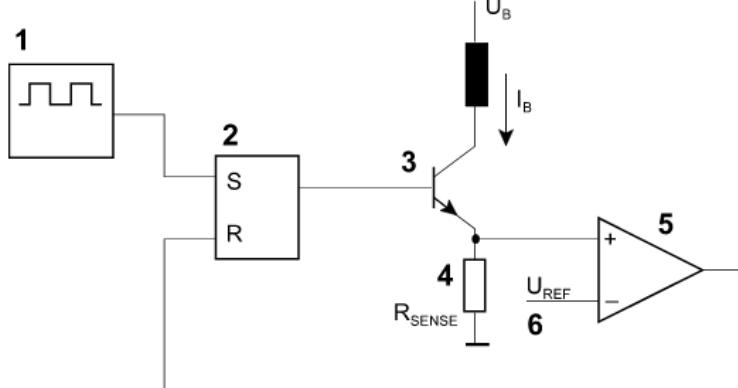
Es werden zwei Speisespannungen vorgesehen, eine höhere und eine niedrigere.



Wird ein Schritt eingeleitet (Steuersignal START), so wird kurzzeitig die höhere Speisespannung zugeschaltet. Hierdurch ergibt sich ein steilerer Anstieg des Stroms. Nach Ausführung des Schrittes kann der Strom auf einen niedrigere  $n$  Wert zurückgenommen werden (Ruhestrom). Das Prinzip kann sowohl dazu ausgenutzt werden, das Drehmoment bei hohen Schrittfrequenzen zu erhöhen ( $U_H > U_N$ ), als auch dazu, den Ruhestrom abzusenken ( $U_B < U_N$ ).

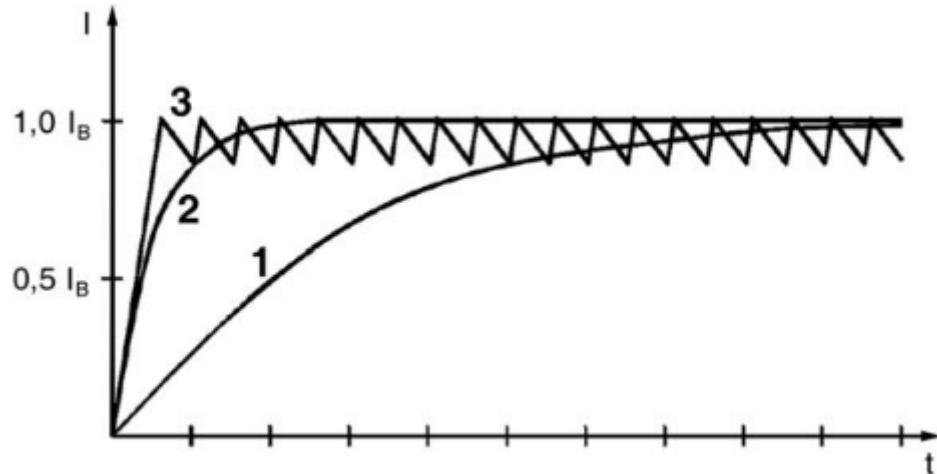
### Stromsteuerung durch Pulsweitenmodulation

Auch hier verwendet man eine überhöhte Betriebsspannung ( $\approx 5 \cdot U_N$ ). Die Schaltung wirkt aber als Regler, der versucht, den Mittelwert der Stromstärke auf einem Sollwert zu halten, der durch die Referenzspannung vorgegeben wird. Somit ist es nicht erforderlich, die Betriebsspannung zu stabilisieren.



Jeder Taktimpuls setzt das Flipflop. Hierdurch wird die Leistungsstufe aktiviert, und der Betriebsstrom  $I_B$  beginnt zu fließen. Hat die Stromstärke einen vorgegebenen Endwert erreicht, so wird über den Komparator das Flipflop zurückgesetzt und somit der Strom abgeschaltet. Mit dem nächsten Taktimpuls beginnt das Spiel von neuem. Die Referenzspannung  $U_{REF}$  bestimmt den Endwert der Stromstärke.

Stromverläufe in verschiedenen Betriebsarten:

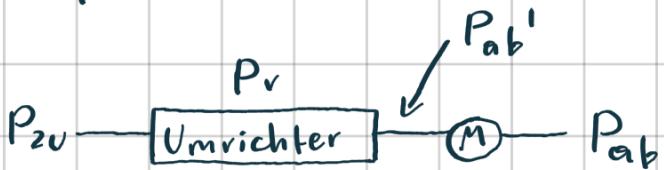


1. einfache Spannungssteuerung ( $L / R$ )  $U_B = U_N$
2. Spannungssteuerung mit überhöhter Betriebsspannung ( $L / 5R$ )  $U_B = 5 \cdot U_N$
3. Pulsweitenmodulation (Chopped Drive)  $U_B = 5 \cdot U_N$  (Spg unstabilisiert)

<https://www.youtube.com/watch?v=Dc16mKFA7Fo>

<https://www.youtube.com/watch?v=B3rDWyOvnWI>

### Bsp. 1 Aktoren:



$$P_{ab} = 1800 \text{ W}$$

$$P_V = 80 \text{ W}$$

$$P_{ZU} = 1880 \text{ W}$$

$$\eta_{\text{umrichter}} = \frac{P_{ab}'}{P_{ZU}} = \frac{P_{ZU} - P_V}{P_{ZU}} = \frac{1800 \text{ W}}{1880 \text{ W}} = 0,957 \hat{=} 95,7\%$$

Welche Leistungen & welcher  $\eta_{\text{umrichter}}$  ergeben sich, wenn der Motor im Nennbetrieb einen Wirkungsgrad von 92% hat?

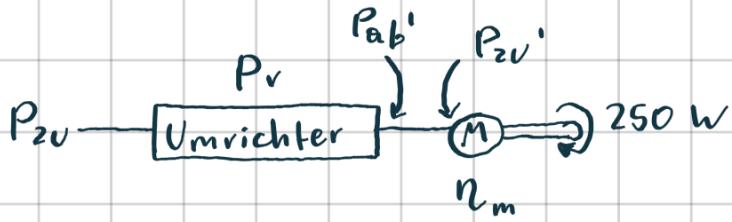
$$\eta_m = \frac{P_{ab}}{P_{ZU,m}} = \frac{P_{ab}}{P_{ab}'} \rightarrow P_{ab}' = \frac{P_{ab}}{\eta_m} = \frac{1800}{0,92} = 1956,5 \text{ W}$$

$$P_{ZU} = 1956,5 + 80 = 2036,5 \text{ W}$$

$$\eta_{\text{umrichter}} = \frac{P_{ab}'}{P_{ZU}} = \frac{1956,5 \text{ W}}{2036,5 \text{ W}} = 0,96 \hat{=} 96\%$$

$$\eta_{\text{ges}} = \eta_{\text{umrichter}} \cdot \eta_m = 0,96 \cdot 0,92 = 0,883 \hat{=} 88,3\%$$

Bsp. 2:



$$n_m = 0,8 = \frac{P_{AB}'}{P_{ZU}'} \rightarrow P_{ZU}' = \frac{P_{AB}'}{n_m} = \frac{250}{0,8} = 277,78 \text{ W}$$

$$P_{V,n} = P_{ZU} - P_{ZU}' = 300 - 277,78 = 22,22 \text{ W}$$

$$\eta_u = \frac{P_{AB}'}{P_{ZU}} = \frac{277,78}{300} = 0,926 \hat{=} 92,6\%$$

$$\eta_{ges} = \eta_u \cdot n_m = 0,926 \cdot 0,8 = 0,8334 \hat{=} 83,34\%$$

$$E = t \cdot P_{ZU} = 15 \text{ min} \cdot 300 \text{ W} = 4500 \text{ Wmin}$$

$$E = \frac{4500 \text{ Wmin}}{60} = 75 \text{ Wh}$$

1 kWh kostet 18 Cent also kostet über 15 min Betrieb  $18 \cdot 0,075 = 1,35$  Cent

Bsp. Schrittmotor:

lt. Datenblatt

PSM42BY:

$$R_{DC} = 30 \pm 3 \Omega$$

$$L = 40 \pm 8 \text{ mH}$$

$$b) U_{BN} = n \cdot U_B$$

$$R_V = (n-1) R_{DC} = (5-1) \cdot 30 = 4 \cdot 30 = 120 \Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R_{DC}} = \frac{0,04}{30} = 1 \text{ ms}$$

$$\tau' = \frac{1}{n} \cdot \frac{L}{R_{DC}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{0,04}{30} = 0,2 \text{ ms}$$

### Servomotor

Antriebe von Aktoren werden nicht im Dauerbetrieb betrieben, sondern arbeiten nur kurzfristig und müssen bestimmte Positionen genau anfahren und halten können. Da beim Abschalten der Steuerung die Information der aktuellen Position verloren geht muss bei Schrittmotoren nach dem Wiederanschalten eine Referenzfahrt durchgeführt werden.

Durch Störungen in den Signalleitungen oder in der Mechanik kann es leichter zu Schrittverlust und ungenauen Positionsanfahrten kommen.



Für hochgenaue oder auch sicherheitskritische und hochdynamische Anwendungen werden Servomotoren bevorzugt.

Es wurden sogenannte Servoantriebe entwickelt, die folgende Bedingungen erfüllen:

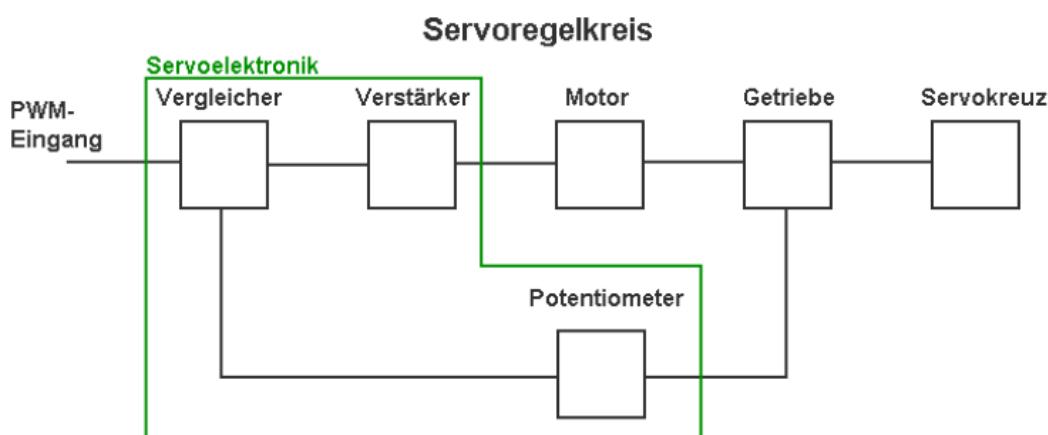
- Funktion im Vierquadrantenbereich (Antreiben und Bremsen und beiden Richtungen)
- Große Überlastbarkeit
- Hohe Auflösung zur genauen Positionierung
- Gute statische Übertragungseigenschaften (möglichst linear, keine Reibung)
- Schnelle, gut gedämpfte dynamische Eigenschaften, sprich kleine Zeitkonstanten und kein Überschwingen
- Großer Geschwindigkeitsbereich
- Großer Drehzahlstellbereich
- Große Kraft- bzw. Drehmomenten Erzeugung im Stillstand.
- Kein Halteenergieverbrauch

Jeder Servomotor besteht aus einem elektrischen Motor, hierbei ist die Bauart beliebig, es können DC wie auch AC Motoren verwendet werden.

Des Weiteren ist in jedem Servomotor ein sogenannter Servoregler verbaut.

Dieser besteht meist aus einem Verstärker und diversen Regeleinrichtungen für zum Beispiel die Drehmomenterfassung.

Oftmals werden noch Getriebe verbaut, um die Drehzahl zu verringern und das Drehmoment anzuheben.



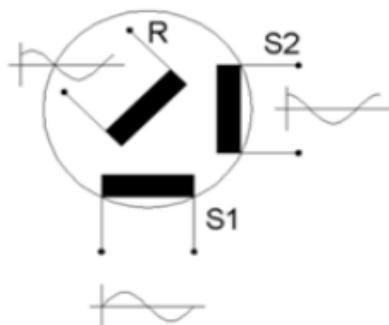
Betrieben werden Servomotoren in einem geschlossenen Regelkreis. Eine typische Regelkette besteht aus 5 Vorgängen:

1. Das PWM-Eingangssignal wird in eine Gleichspannung gewandelt und vom Vergleicher mit der Spannung verglichen, die das Endpotentiometer liefert.
2. Stimmen die Werte überein, ist die Servoposition korrekt und der Servo hält den Winkel.
3. Stimmen die Werte nicht überein, setzt der Vergleicher über den Verstärker den Motor in Gang. Der Motor treibt das Getriebe an, dessen Endachse mit dem Potentiometer verbunden ist.
4. Die Endachse dreht sich und mit ihr das Potentiometer.
5. Sobald die zurückgeführte Potentiometerspannung mit dem PWM-Signal übereinstimmt, ist der korrekte Winkel erreicht und wird vom Servo automatisch gehalten

Die Messung der Drehung erfolgt üblicherweise über einen Resolver, einen Inkrementalgeber, einen Potentiometergeber oder einen Absolutwertgeber.

#### *Resolver*

Standard-Resolver verfügen über eine Primärwicklung am Rotor und zwei Sekundärwicklungen am Stator.



In einem zylindrischen Gehäuse sind zwei um 90° versetzte Statorwicklungen angeordnet, die einen im Gehäuse gelagerten Rotor mit der Rotorwicklung umschließen. Sobald die Primärwicklung (R) mit einem sinusförmigen Signal angeregt wird, wird in den Sekundärwicklungen ein Signal induziert. Da die Sekundärwicklungen mechanisch um 90° versetzt sind, sind die zwei Sinussignale am Ausgang um 90° phasenversetzt

Die Stärke dieser Einkopplung in die Sekundärwicklungen ist eine Funktion der Lage des Rotors relativ zur Lage des Stators unter Berücksichtigung eines Dämpfungsfaktors, auch Resolver-Transformationsverhältnis ( $T$ ) genannt.

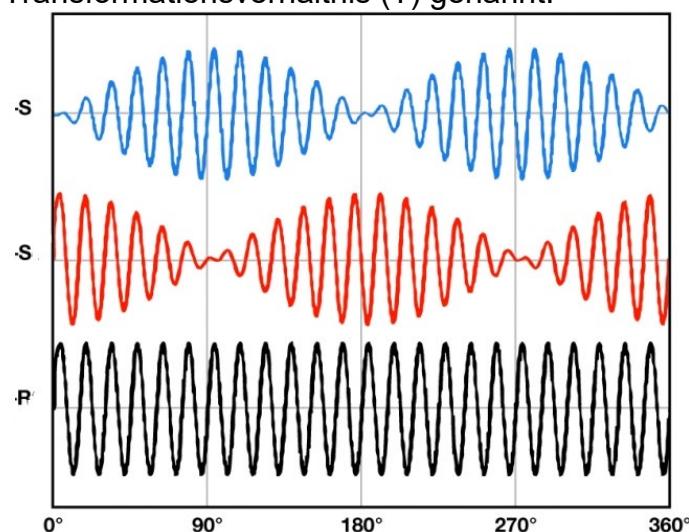
Die beiden Ausgangssignale werden vom Sinus und Cosinus des Winkels der Welle moduliert.

$$U_R = \hat{U}_0 \cdot \sin \omega t$$

$$U_{S_1} = T \cdot \hat{U}_0 \cdot \sin \omega t \sin \theta$$

$$U_{S_2} = T \cdot \hat{U}_0 \cdot \sin \omega t \cos \theta$$

Das Bild zeigt das Anregungssignal (R) sowie die Sinus- und Cosinus-Ausgangssignale.



Das Sinussignal hat eine maximale Amplitude bei 90° und 270°, beim Cosinus Signal liegt die maximale Amplitude bei 0° und 180°.

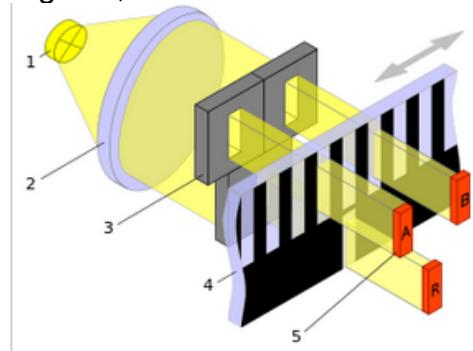
*Inkrementalgeber*

Mit dem Inkrementalgeber kann nicht die absolute Position, sondern nur die Richtung und die Bewegung in diese Richtung bestimmt werden.

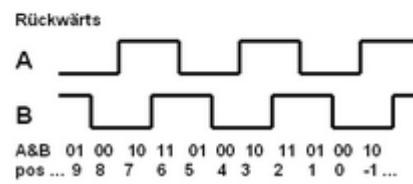
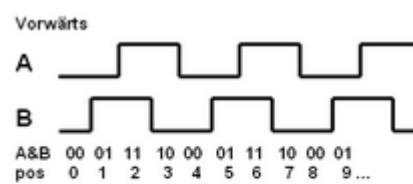
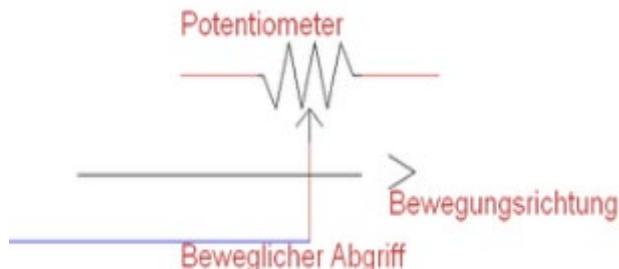
Die Messung beruht auf einer Richtungsbestimmung und einer Zählung.

Inkrementalgeber können mit Schleifkontakte, photoelektrisch, oder magnetisch arbeiten.

Sie liefern am Ausgang immer zwei um 90 Grad gegeneinander phasenverschobene Signale, anhand deren sich Drehrichtung und Drehwinkel bestimmen lassen



Abbildendes Messprinzip:  
1 – Lichtquelle, 2 – Kondensor,  
3 – Abtastplatte, 4 – Glasmaßstab,  
5 – Photodetektoren; Die Teilstriche  
sind stark vergrößert dargestellt

*Potentiometergeber*

Entsprechend der Stellung des Schleifers ändert sich der elektrische Widerstand zwischen Schleifer und den Enden.

Schaltet man den Geber als Spannungsteiler, erhält man somit eine sich relativ zur Stellung ändernde elektrische Spannung.

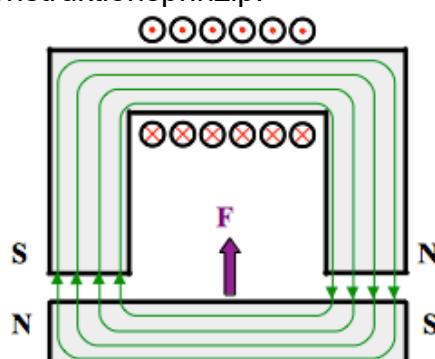
Der Sensor wird kalibriert, um einer bestimmten Spannung eine bestimmte Lage zuordnen zu können.

## Elektromagnete

Elektromagnete sind heutzutage in beinahe allen Bereichen des täglichen Lebens anzutreffen, z.B. in der elektrischen Zahnbürste<sup>6</sup>. An Stelle eines Elektromotors werkelt dort stattdessen ein Kleinmagnet, der die Bewegungen des Bürstenkopfes mittels einer einfachen und preiswerten elektronischen Ansteuerung realisiert.

Kleiner, leichter, zuverlässiger als ein Elektromotor und dazu noch effizienter.

Beim Druck auf den Funkschlüssel des Autos entriegelt ein elektromechanischer Aktor die Tür und präzise, elektromagnetische Einspritzventile dosieren nach dem Start exakt die benötigte Kraftstoffmenge für jeden einzelnen Zylinder des Motors. Alle Elektromagnet-Typen basieren auf dem gleichen grundsätzlichen Konstruktionsprinzip:



Eine Spule, im Allgemeinen gewickelt aus Kupferdraht, bildet zusammen mit einem Eisenkern (auch Joch genannt) den eigentlichen Magneten.

Dabei ist der Kern jedoch nicht in sich geschlossen, sondern wird bewusst mit einer Unterbrechung versehen, damit überhaupt erst mechanische Arbeit in Form von Bewegung oder Haftkräften verrichtet werden kann.

Man macht sich dabei die Tatsache zunutze, dass es beim Magnetismus keine Monopole gibt.

Die Feldlinien haben also weder Anfang noch Ende, sondern verlaufen stets in sich geschlossenen Bahnen.

Fließt elektrischer Strom durch die Spule des Magneten werden die dabei entstehenden magnetischen Feldlinien durch den Kern geführt und verstärkt.

Die magnetische Flussdichte ist im Inneren des Kerns und der Spule am höchsten. An den offenen Enden des Kerns treten die magnetischen Feldlinien dagegen in die Umgebung aus und fächern entsprechend auf (streuen).

Die magnetische Flussdichte ist hier minimal, da Luft dem magnetischen Fluss einen erheblich größeren Widerstand entgegensetzt als der Eisenkern und die Feldlinien nicht mehr kanalisiert sind.

Hier kommt nun der dritte Hauptbestandteil des Elektromagneten, der sogenannte Anker, ins Spiel:

Gemäß der Lenzschen Regel, die sinngemäß besagt, dass eine Bewegung beziehungsweise Kraft stets bestrebt ist, ihrer Ursache entgegenzuwirken, versucht auch der Magnetkreis seinen Widerstand möglichst zu verringern.

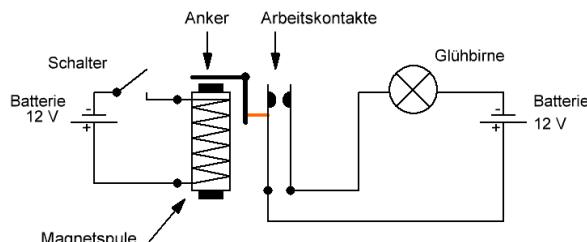
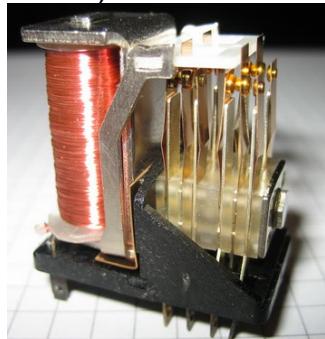
Bietet man nun dem Magneten ein magnetisch gut leitfähiges (ferromagnetisches) Material (den Anker) an, so fließen die Feldlinien bevorzugt darin.

Im Bestreben, Luftspalte zu schließen und damit den magnetischen Widerstand zu verringern, wirken Anziehungskräfte auf den Anker.

Man sagt, der Elektromagnet „zieht an“.

<sup>6</sup> <http://www.red-magnetics.com/download/redmagnetics-elektromagnete.pdf>

Oft sind sie nicht als Einzelement ausgeführt, sondern integraler Bestandteil komplexerer Funktionskomponenten (z. B. von Magnetventilen, Magnetkupplungen, Relais).



7

Der einfache Aufbau ermöglicht dabei in Verbindung mit der elektrischen Hilfsenergie die Realisierung schneller Steuerstrecken (z.B. Einspritzsysteme).

Sie wandeln die zugeführte elektrische Energie über die Zwischenform der magnetischen Energie in mechanische Energie um, die zur Bewegungserzeugung dient.

#### Gleichstrommagnete:

Mit Gleichspannung betriebene Magnete besitzen eine stark nichtlineare Kraft-Weg-Kennlinie bei Annäherung des Ankers an das Joch.

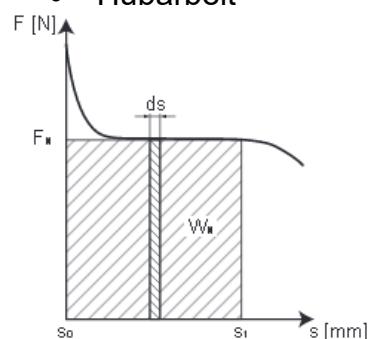
Ursache ist die mit der Verringerung des Luftspaltes ansteigende magnetische Flussdichte -> Berühren sich beide, ist die Kraft am größten.

Mit der Entfernung sinkt die Kraft nahezu hyperbolisch ab.

Die zu Beginn des Anziehens geringe Kraft macht sie ungeeignet für Einsatzfälle, die sofort eine große Kraft benötigen<sup>8</sup>.

#### Kenngrößen

- Der Magnethub ist der vom Anker zwischen Hubanfangslage und Hubendlage zurückgelegten Weg.
- Die nominale Magnetkraft  $F_N$  ist die um die Reibung verminderte mechanische Kraft des Magneten bei horizontaler Ankerlage.
- Hubarbeit



Die Hubarbeit  $W_H$  entspricht dem Integral der Magnetkraft  $F$  über dem Magnethub  $s$ .  
Die Nennhubarbeit  $W_N$ , die in den technischen Unterlagen angegeben ist, ist das Produkt aus der Nennmagnetkraft  $F_N$  bei Hubanfang und dem Magnethub  $s_1$

- Die Einschaltzeit ist die Zeit, die zwischen dem Einschalten und dem Ausschalten des Erregerstromes liegt.
- Die Schalthäufigkeit, d.h. die maximal zulässige Schaltzahl pro Zeiteinheit, ist bestimmt durch die Anzugs- und Abfallzeiten, abhängig von der Art der Belastung, Rückstellkraft und Größe des Magneten.

<sup>7</sup> <http://www.bayern-online.com/v2261/artikel.cfm/203/Relais-mit-Animation.html>

<sup>8</sup> Auswege hierfür z.B. überhöhte Spannung als Anzughilfe oder konstruktive Gestaltung von Anker und Joch

- Nennbetriebsarten

Bei Dauerbetrieb ist die Einschaltzeit so lang, dass die Beharrungstemperatur praktisch erreicht wird.

Bei Aussetzbetrieb wechseln Einschaltzeit und stromlose Pause in regelmäßiger oder unregelmäßiger Folge, wobei die Pausen so kurz sind, dass sich der Elektromagnet nicht auf seine Bezugstemperatur abkühlt.

Als Kurzzeitbetrieb gilt der Betrieb, bei dem die Einschaltzeit so kurz ist, dass die Beharrungstemperatur nicht erreicht wird.

Die stromlose Pause ist so lang, dass sich der Elektromagnet praktisch auf die Bezugstemperatur abkühlt.

#### Ausführungsarten

##### Einfachhubmagnet

Der Einfachhubmagnet wird mittels Erregung der Spule aktiviert.

Die Hubbewegung von der Hubanfangslage in die Hubendlage erfolgt durch die elektromagnetischen Kraftwirkung.

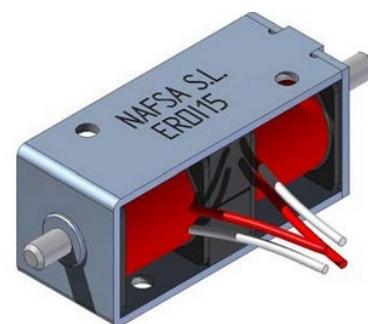
Die Rückstellung hat durch äußere Kräfte zu erfolgen (z.B. Feder).

Es wird zwischen ziehender und stoßender Ausführung unterschieden



##### Umkehrhubmagnet

Der Umkehrhubmagnet ist mit zwei Spulen ausgerüstet. Sein Anker kann zwei definierte Positionen einnehmen. Die Hubbewegung erfolgt, je nachdem welche der Spulen erregt wird von einer Hubendlage in die andere oder umgekehrt. Die Endstellung wird gehalten, indem die entsprechende Spule unter Spannung bleibt.



##### Einfachhub-Selbstthaltemagnet

Die Hubbewegung von der Hubanfangslage in die Hubendlage erfolgt durch die elektromagnetische Kraftwirkung. In der Hubendlage wird bei ausgeschaltetem Strom der Anker durch einen eingebauten Permanentmagneten gehalten.

Die Rückstellung muss durch äußere Rückstellkräfte, nach dem Neutralisieren des Permanentmagneten durch Umpolen der angelegten Spannung, erfolgen.

##### Drehmagnet

Die Drehbewegung erfolgt durch die elektromagnetische Kraftwirkung und ist ähnlich wie die Antriebswelle eines Elektromotors. Im Gegensatz zum Motor rotiert die Welle des Drehmagneten jedoch nicht kontinuierlich, sondern führt exakt vorbestimmt Drehwinkel aus. Dies erlaubt sehr präzise Stellvorgänge mit hoher Wiederholgenauigkeit<sup>9</sup>. Die Rückstellung kann sowohl durch eine externe Kraft als auch durch eine Rückstellfeder erfolgen.

Man unterscheidet zwischen rechts- und linksdrehenden Magneten

<sup>9</sup> <http://www.red-magnetics.com/download/redmagnetics-elektromagnete.pdf>

**Haftmagnet**

Durch die elektromagnetische Kraftwirkung wird eine Haftkraft erzielt. Der Magnet in sich kann keine Hubarbeit verrichten.

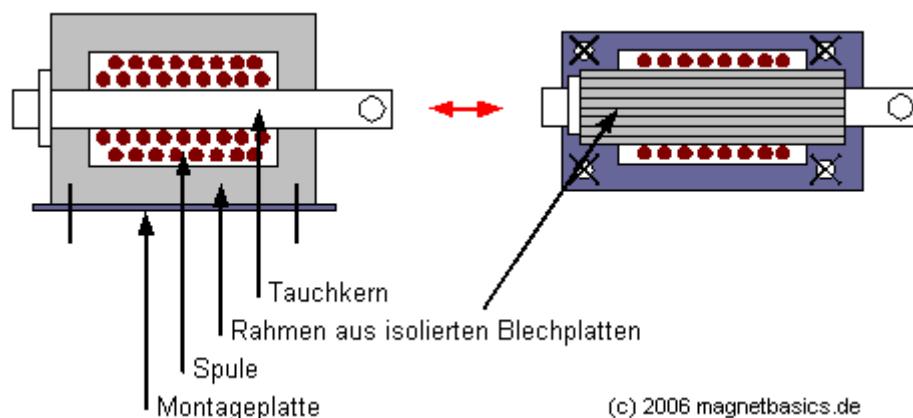
**Permanent Haftmagnet**

Die Funktion entspricht einem Haftmagneten, mit dem Unterschied, dass die Haltekraft stromlos erzielt wird. Die Neutralisation der Haltekraft erfolgt durch einen Stromimpuls.

**Wechselstrommagnete:**

Wechselstrommagnete sind Elektromagnete, die mit Wechselstrom betrieben werden. Sie werden verwendet, wenn man Hubkräfte ab 1kg benötigt. Durch die Verwendung von Wechselstrom entfällt die verlustreiche Umwandlung (Transformator + Gleichrichter) in Gleichstrom.

Wechselstrom-Zugmagnete (oder auch Relais- und Schützspulen) haben bereits zu Beginn des Anziehens eine große Kraft. Hier bewirkt die bei großem Luftspalt verringerte Induktivität einen erhöhten Stromfluss beim Anziehen.



(c) 2006 magnetbasics.de 10

Lamellenmagnete oder englisch "laminated type" / "laminated solenoids" sind Hubmagnete (Linearmagnete) mit Blechschichtaufbau.

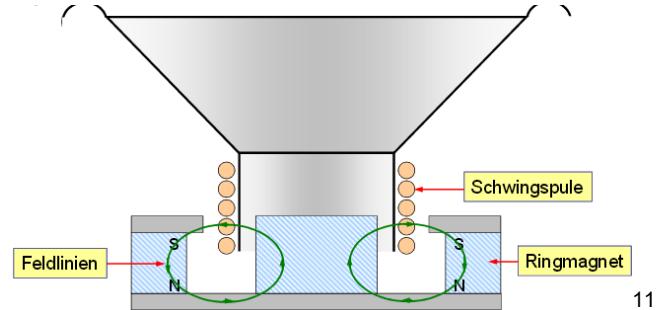
Statt aus massivem Metall bestehen Korpus und Kern aus Blechschichten. Die Blechschichten sind voneinander elektrisch isoliert und reduzieren so Wirbelstromverluste. Damit sind diese Magnete ideal für den Betrieb mit Wechselstrom.

<sup>10</sup> <http://www.magnetbasics.de/hubmagnete/lamellenmagnet.htm>

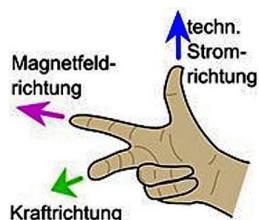
*Tauchspule*

Voice Coil Aktoren (ähnlich einem Lautsprecher, daher auch der Name) sind **Tauchspulen** mit viel Kraft auf kleinem Bauraum.

Eine Tauchspule besteht aus einer Spule auf einem Träger (z.B. Kunststoff) und einem Zylinder mit Permanentmagneten.

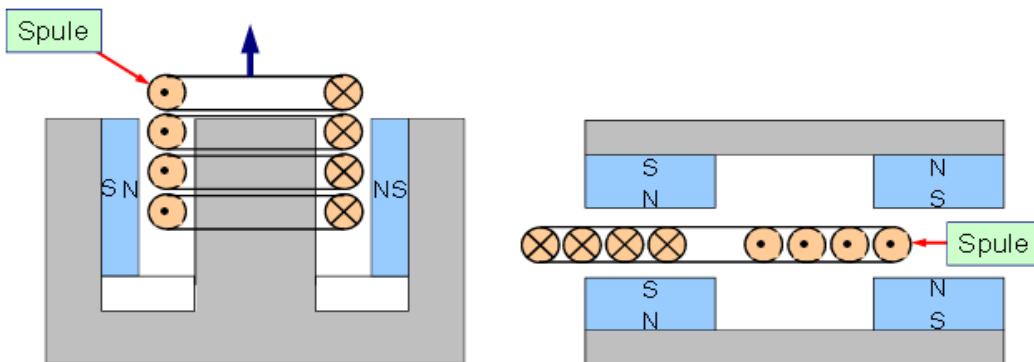


11



Die Kraft und Richtung des aktiven Teils ist direkt abhängig von der Richtung und der Stärke des Stromes (Lorentz-Kraft)

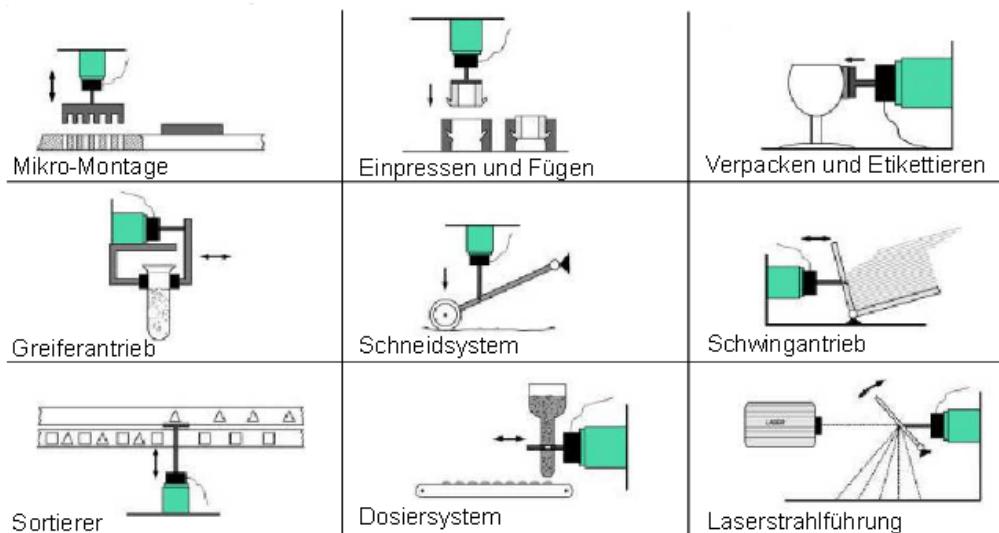
Mit Tauchspulen sind je nach Ausführung lineare oder rotative Bewegungen ausführbar. Durch die geringe Masse der Spule und der zu bewegenden Last, lassen sich sehr hohe Beschleunigungen erzielen.



Für den Betrieb ist ein Servoregler nötig und zumeist ausreichend. Ausnahme ist die Anwendung mit sehr hoher Frequenz, dann müssen Regler mit sehr hoher Schaltfrequenz zum Einsatz kommen.

**Anwendungsbeispiele**

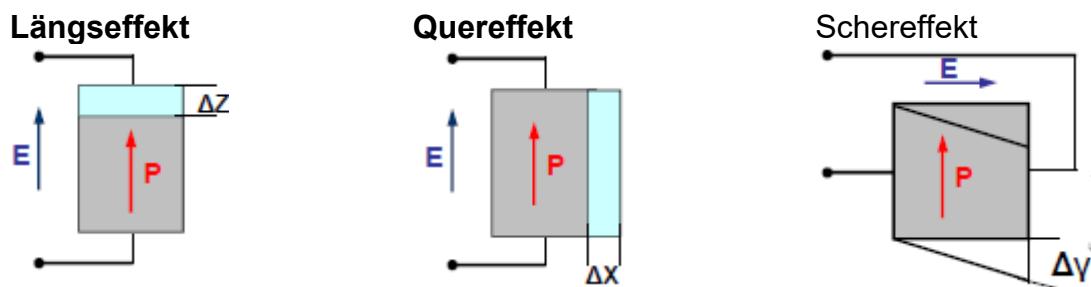
<sup>11</sup> [https://www.thm.de/me/images/user/buengers-62/Aktorik/023\\_Elektromagnetische\\_Aktoren\\_SS\\_2012.pdf](https://www.thm.de/me/images/user/buengers-62/Aktorik/023_Elektromagnetische_Aktoren_SS_2012.pdf)



### Piezo Aktoren<sup>12</sup>

Unter Ausnutzung des "inversen piezoelektrischen Effektes" von sogenannten PZT-Keramiken (Blei-Zirkonat-Titanat) realisieren die Piezo-Aktoren extrem hochauflösende Nanopositionierungen.

Durch eine angelegte Spannung wird ein elektrisches Feld in der Keramik erzeugt, welches zu einer Ausrichtung der Struktur im Gitteraufbau der Keramik führt. Sie ermöglichen Bewegungen im Subnanometerbereich fast ohne Reibung und haben kurze Ansprechzeiten.



E... elektrisches Feld,  
P...Polarisation (Dipolmoment von Q. nach Q+)

Der Piezo-Effekt ist stark Temperaturabhängig. Bei höheren Temperaturen lassen sich höhere Ausdehnungen erreichen als bei tiefen Temperaturen.

Bei höheren Temperaturen lassen sich z. B. bei Titan- bzw. Zirkonium-Atomen viel leichter zum Umkippen bewegen als bei niedrigen Temperaturen, wenn der Kristall buchstäblich „einfriert“.

#### Curie Temperatur $T_c$

Ist jene kritische Temperatur, bei der ein magnetisch geordneter ferromagnetischer Körper in den ungeordneten, paramagnetischen Zustand übergeht. Beim Überschreiten dieser Temperatur verlieren Piezo-Keramiken ihre piezo-elektrischen Eigenschaften.

Typische maximale Feldstärken zum Betrieb von Piezoaktoren liegen bei 2 kV/mm. Um die erforderlichen elektrische Spannung zu reduzieren, werden im Allgemeinen dicke Schichten vermieden. Stattdessen werden Vielschichtsysteme aus elektrisch parallel und mechanisch in Reihe geschaltete Piezoschichten verwendet. So reduziert sich beispielsweise bei einer Scheibendicke von 50 µm der maximale Spannungsbedarf auf 100 V.

Diese Aktoren werden zur mechanischen Feinpositionierung (z. B.: bei der Wafer-Positionierung), in der Medizintechnik als Injektoren oder zur aktiven Schwingungsdämpfung verwendet.

<https://www.youtube.com/watch?v=6VmAe7eS8ZE>

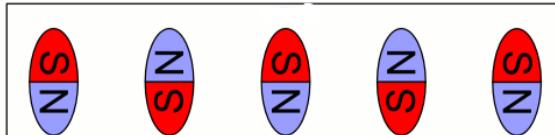
<https://www.youtube.com/watch?v=Tp5x4SnT1AI>

<sup>12</sup> [https://www.thm.de/me/images/user/buengers-62/Aktorik/04\\_Unkonventionelle\\_Aktoren\\_SS\\_2012.pdf](https://www.thm.de/me/images/user/buengers-62/Aktorik/04_Unkonventionelle_Aktoren_SS_2012.pdf)

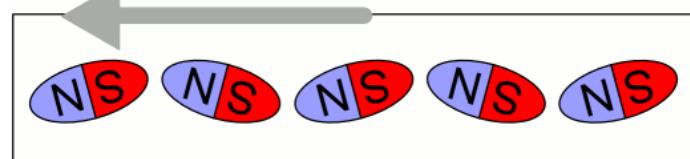
### Magnetostriktiver Aktor

Magnetostriktion ist die Deformation magnetischer (insbesondere ferromagnetischer) Stoffe infolge eines angelegten magnetischen Feldes<sup>13</sup>.

Dabei erfährt der Körper bei konstantem Volumen eine elastische Längenänderung.



B



Diese Aktoren erfahren eine Dehnung, wenn sie mit einem magnetischen Feld ausgesetzt werden.

Der bekannteste Werkstoff ist Terfenol-D.

Magnetostriktive Aktoren werden z.B. zur Ultraschallerzeugung in Sonarsystemen genutzt. Dabei wird mit hoher Frequenz die Bewegung eines magnetostriktiven Wandlers genutzt. Diese Wandler erzeugen Kräfte bis 8kN, allerdings ist der nutzbare Weg im Bereich von einigen  $\mu\text{m}$ .

### Elektrostriktive Aktoren

Diese ähneln in ihrer Funktionsweise den piezoelektrischen Aktoren.

Die Elektrostriktion beschreibt die Deformation eines dielektrischen Mediums in Abhängigkeit eines angelegten elektrischen Feldes. Elektrostriktive Aktoren bestehen häufig aus Blei-Magnesium-Niobat-Keramikmaterial (PMN), das nicht polarisiert ist. Die Auslenkung des Werkstoffes ändert sich näherungsweise mit dem Quadrat der angelegten Spannung. Im Gegensatz zu den Piezoaktoren erfolgt in den elektrostrikтивen Werkstoffen keine Polarisation, d.h. keine Ladungsverschiebung im nicht leitenden Material. Die Elektrostriktion tritt auch bei den Piezoaktoren auf. Die Stellwege und die Wegauflösungen wie bei den piezoelektrischen Aktoren  
<https://www.festo.com/group/de/cms/10274.htm>

### Elektrorheologische (ER) und magnetorheologische (MR) Aktoren

Diese beruhen auf der Änderung der Viskosität einer Flüssigkeit in Abhängigkeit von elektrischen bzw. magnetischen Feldern. Dadurch können Kräfte und Momente übertragen werden. Mit diesen Fluiden werden Fluid-Ventile und mechanische Kupplungen ausgerüstet.

<sup>13</sup>[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Magnetostriction\\_by\\_Zureks.gif](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Magnetostriction_by_Zureks.gif#/media/File:Magnetostriction_by_Zureks.gif)

## b. Aktoren auf Basis Strömungsenergie

### fluidtechnischen Aktoren<sup>14</sup>

Die fluidtechnischen Aktoren übertragen genau wie die elektromagnetischen Aktoren Kraft und Leistung zum Antreiben, Steuern und Bewegen für die Mechanisierung und die Automatisierung.

In der Hydraulik (altgriechisch: *hydor* = Wasser) verwendet man Öl als Druckmedium, in manchen Bereichen auch Wasser.

In der Pneumatik (altgriechisch: *pneuma* = Atem) wird Luft als Druckmedium eingesetzt. In der Fördertechnik kommen auch andere Flüssigkeiten und Gase zum Einsatz.

Aktoren die auf Fluidenergie basieren sind sehr weit verbreitet.

Sie werden als Stellzylinder mit hydraulischer oder pneumatischer Betätigung über Ventile angesteuert. Es handelt sich dann um Überdruckstelleinrichtungen.

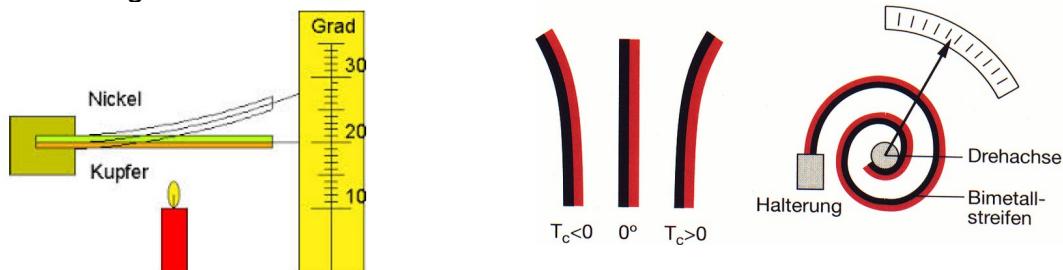
Pneumatische Aktoren die mit Drücken arbeiten, die geringer sind als der Atmosphärendruck, werden auch Unterdruckstelleinrichtungen genannt und kommen z.B. bei PKW Bremsen als Bremskraftverstärker vor.

## c. Aktoren auf Basis Thermoenergie

### Thermo-Bimetall:

Thermometalle nutzen die Wärmeenergie aus, um Verformungen, meistens Längenänderungen zu bewirken. Thermobimetalle sind Verbundwerkstoffe, die aus mindestens zwei Komponenten mit unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten bestehen.

Die Komponenten dehnen sich bei Erwärmung verschieden stark aus und bewirken dadurch eine Krümmung des Thermobimetalls. Je größer der Unterschied in der Wärmeausdehnung der beiden Komponenten ist, umso größer ist auch die Krümmung.



Das wichtigste Kriterium für die Auswahl der Komponenten von Thermobimetalen ist die thermische Dehnung.

Bei Thermobimetalen wird die Komponente mit der kleineren Wärmeausdehnung als passive Komponente und die Komponente mit der größeren Wärmeausdehnung als die aktive Komponente bezeichnet.

Als Kenngröße für die thermische Empfindlichkeit von Thermobimetalen gilt die sog. spezifische thermische Krümmung  $k$ , welche aber temperaturabhängig ist.

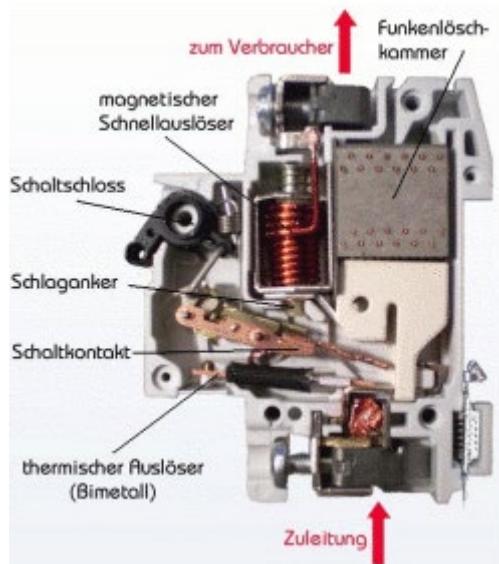
Der Nennwert der spezifischen thermischen Krümmung  $k$  gilt für den Temperaturbereich von 20-130°C.

Als Anwendungsgrenze wird diejenige Temperatur bezeichnet, bei der die Eigenschaften des Thermobimetalls gerade noch nicht bleibend verändert werden.

Bimetallaktoren werden oft in der Zweipunktregelung z.B. als Temperaturregelungen im Bügeleisen (kombinierte Sensoren und Aktoren) verwendet.

<sup>14</sup> [https://www.thm.de/me/images/user/buengers-62/Aktorik/03\\_Fluidtechnische\\_Aktoren\\_SS\\_2012.pdf](https://www.thm.de/me/images/user/buengers-62/Aktorik/03_Fluidtechnische_Aktoren_SS_2012.pdf)

Die Verformung des Bimetalls bei der Wärmezufuhr schaltet den Stromkreis für die Heizung ab, wenn die Solltemperatur erreicht ist.  
Weitere wichtige Anwendung ist der Leitungsschutzschalter<sup>15</sup>:



Die automatische Auslösung erfolgt bei einer Überlast mittels dem thermischen Bimetall-Auslöser.

Das Bimetall dehnt sich aus und trennt die Verbindung am Kontakt der Zuleitung auf.

Im Kurzschlussfall erfolgt die Auslösung durch die elektromagnetische Schnellauslösung

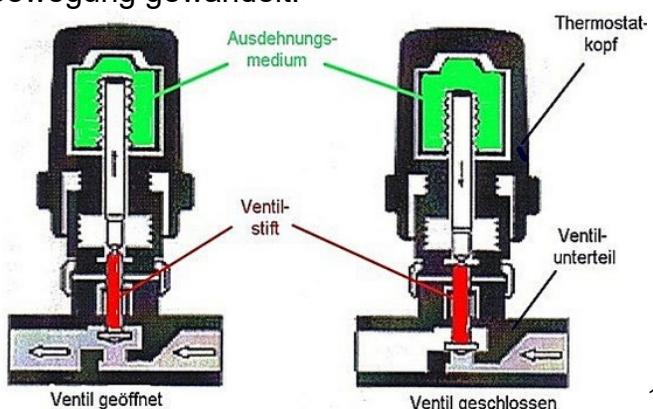
### Dehnstoffaktoren

Diese Aktoren bestehen in der Regel aus einem Gehäuse, einem Arbeitskolben und dem Dehnstoff.

Das Gehäuse ist mit dem Dehnstoff gefüllt, die Füllung besteht je nach Arbeitstemperatur aus Öl, Wachs Hartparaffin oder auch Metall.

Durch Temperaturänderung erfährt der Dehnstoff eine signifikante Volumenänderung.

Durch zweckmäßig gestaltete Gehäuse wird die Volumenänderung in eine Bewegung gewandelt.



16

Die dabei zurückgelegte Bewegung ist proportional zur Volumenänderung des Dehnstoffs.

Kühlt der Dehnstoff wieder ab, wird der Arbeitskolben meist durch ein Federmechanismus in das Gehäuse zurückgedrückt.

Ein Beispiel für die Verwendung von Dehnstoffelementen ist das Thermostatventil in Zentralheizungsanlagen oder das Brandschutzventil.

<sup>15</sup> <http://www.elektro-wissen.de/Elektroinstallation/Leitungsschutzschalter.html>

<sup>16</sup> <http://www.heizungsliae.de/die-heizung/das-heizk%C3%B6rper-thermostatventil/>

## Formgedächtnislegierungen FGL

Shape-Memory-Alloys (SMA) bzw. Formgedächtnislegierungen (FGL) eignen sich für thermische Stellelemente besonders gut, da sie Zug-, Druck-, Biegsungs- oder Torsionsbewegungen ausführen können.

Nach einer starken Deformation sind Legierungen mit Formgedächtnis in der Lage, sich in eine zuvor eingeprägte Gestalt zurück zu verformen.

Der Formgedächtniseffekt resultiert aus einer kristallographisch reversiblen Martensit-Austenit-Phasenumwandlung<sup>17</sup>, die nur in wenigen Legierungssystemen beobachtet wird z.B. Nitinol (Nickel und Titan im Verhältnis 1:1)<sup>18</sup>.

Bei der martensitischen Umwandlung wandelt die Hochtemperaturphase Austenit ( $\beta$ -Phase) bei tiefer Temperatur in Martensit ( $\alpha$ -Phase) um.

**A<sub>s</sub>** (Austenit-Starttemperatur):

Umwandlung Martensit -> Austenit beginnt

**A<sub>f</sub>** (Austenit-Finishtemperatur):

Umwandlung Martensit -> Austenit endet

**M<sub>s</sub>** (Martensit-Starttemperatur):

Umwandlung Austenit -> Martensit beginnt

**M<sub>f</sub>** (Martensit-Finishtemperatur):

Umwandlung Austenit -> Martensit endet

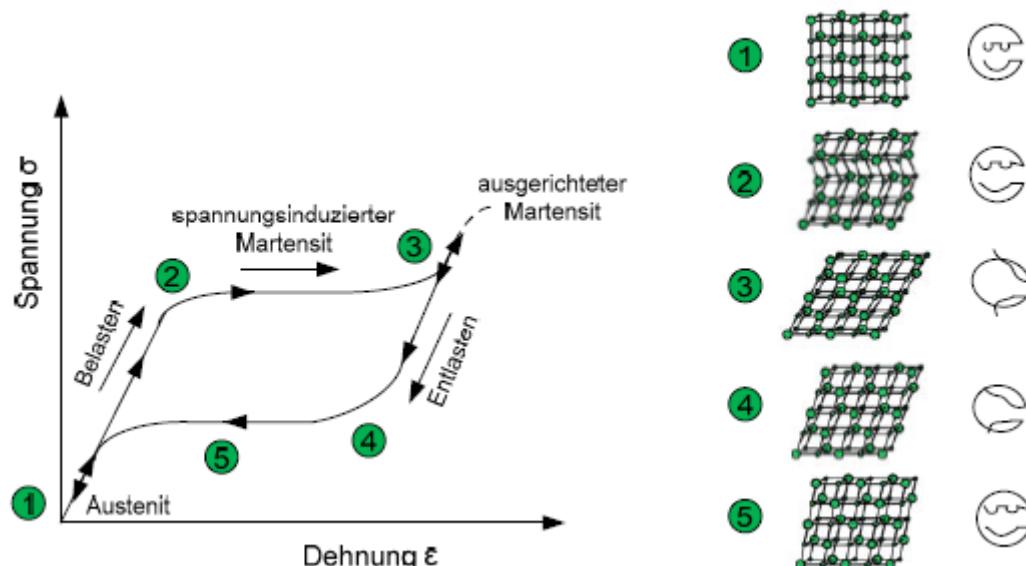
## Formgedächtniseffekte: Pseudoelastizität- reversible Dehnung

Hierbei spielt das ungewöhnliche Verformungsverhalten des Austenits zwischen der Austenit-Finish-Temperatur A<sub>f</sub> und der kritischen Temperatur M<sub>d</sub> eine Rolle.

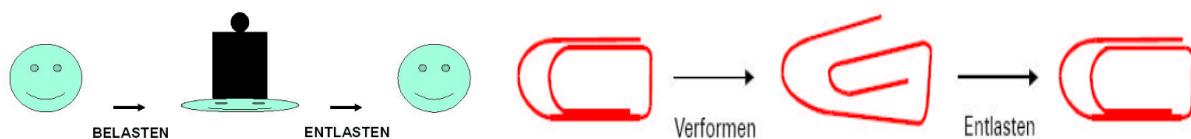
Die Umwandlung von Austenit zu Martensit erfolgt durch eine äußere Last.

Wird die mechanische Spannung wieder zurückgenommen, erfolgt eine

Rückumwandlung des Martensits in Austenit und damit eine Rückverformung.



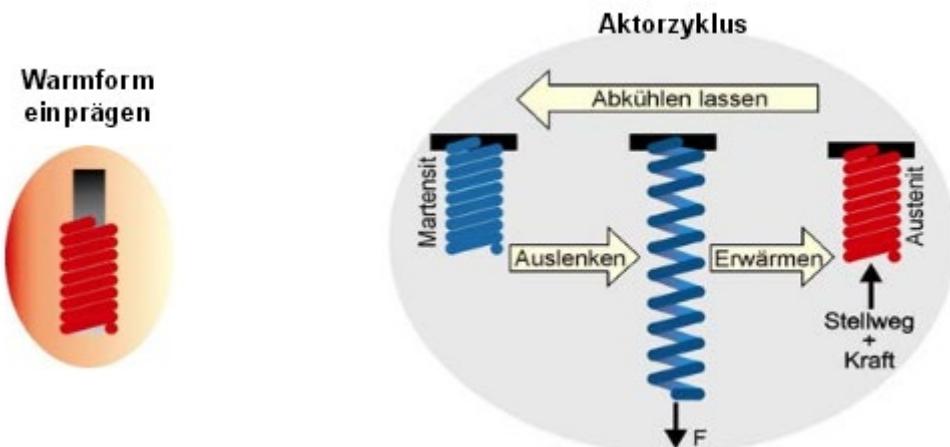
Diese Eigenschaft erlaubt somit die Herstellung von Federelementen.



<sup>17</sup>Langbein, S/Czechowicz,A: Konstruktionspraxis Formgedächtnistechnik. Springer Verlag, 2013 Seite 3ff  
[www.springer.com/cda/content/document/cda\\_downloaddocument/9783658029692-c1.pdf%3FSGWID%3D0-0-45-1448306-p176437618+&cd=9&hl=de&ct=cInk&gl=at](http://www.springer.com/cda/content/document/cda_downloaddocument/9783658029692-c1.pdf%3FSGWID%3D0-0-45-1448306-p176437618+&cd=9&hl=de&ct=cInk&gl=at)

<sup>18</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=YsOSqwrBb1I>

Formgedächtniseffekte: Einwegeeffekt<sup>19</sup>- mechanische Rückstellung beim Erhitzen  
 Der Einwegeeffekt beruht auf der pseudoplastischen Verformung im martensitischen Zustand. Die Formänderung beim Martensit ist bleibend.  
 Die aktive Verformung findet nur beim Aufheizen des Aktorelementes statt.  
 Kühlt das Material daraufhin im spannungsfreien Zustand wieder bis  $M_f$  ab, so erfolgt zwar eine kristalline Umwandlung von Austenit in Martensit, aber keine äußere Formänderung.



Der Einwegeeffekt kann mehrmals wiederholt werden. Die dazu notwendige Verformung des Martensits muss durch eine äußere Kraft erfolgen, damit der Zyklus erneut ablaufen kann.

Bei Verhinderung der Formänderung werden sehr hohe Kräfte erzeugt. So ist ein gestreckter Draht mit 4mm Durchmesser einmalig in der Lage, eine Last von ca. 1t Tonne anzuheben. Um längere Lebenszeiten des Effekts zu erreichen, muss die Belastung jedoch begrenzt werden. Durch Reduzieren der Belastung auf 150kg erreicht man mit dem gleichen Draht schon Lebensdauern von über 10.000 Zyklen<sup>20</sup>.

Eingesetzt werden FGL insbesondere in der Medizintechnik eingesetzt, um beispielsweise Röhren zur Stabilisierung von Adern zu konstruieren. Dabei wird in der austenitischen Phase eine Röhre geformt, dann abgekühlt und zusammengedrückt. In der zusammengedrückten Form bewegt man das Material durch die Adern an die gewünschte Stelle wo es sich durch die Körperwärme erwärmt und die ursprünglich Form wieder annimmt und so die Ader stabilisiert.

<sup>19</sup> [http://graduierten-kurse.physi.uni-heidelberg.de/SoSe2006/lectures/Heidelberg\\_2006\\_presentations/Buettgenbach/Heidelberg\\_08.pdf](http://graduierten-kurse.physi.uni-heidelberg.de/SoSe2006/lectures/Heidelberg_2006_presentations/Buettgenbach/Heidelberg_08.pdf)

<sup>20</sup> Gläser, Stefan. Schnellschaltende Aktoren für adaptive Sicherheitssysteme im Kraftfahrzeugbau. Fachhochschule Konstanz/Maschinenbau (MA), 2005.

### Formgedächtniseffekte: Zweiwegeeffekt

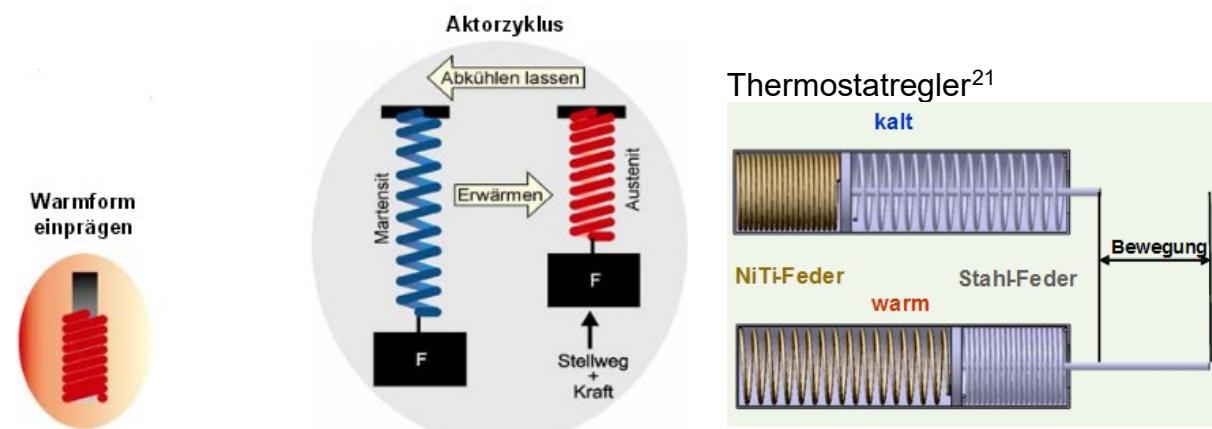
Die reversible Formänderung sowohl beim Aufheizen als auch beim nachfolgenden Abkühlen wird als Zweiwegeeffekt bezeichnet.

Bei diesem Effekt „erinnern“ sich Formgedächtnisbauteile sowohl an ihre Hochtemperatur- als auch an ihre Niedertemperaturform.

#### *extrinsischer Zweiwegeeffekt*

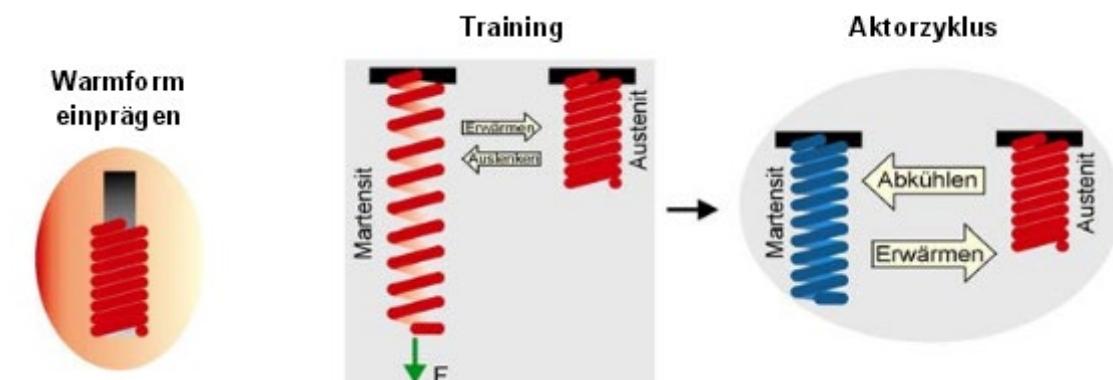
Beim so genannten „extrinsischen Zweiwegeeffekt“ erhält man die reversible Formänderung im Prinzip dadurch, dass die Verformung mit Hilfe einer äußeren Kraft (extrinsisch) erfolgt.

Die Kraft, die das Aktorelement im kalten Zustand verformt, ist die den Gesamtaufbau integriert.



#### *intrinsischer Zweiwegeeffekt – Formänderung bei Erhitzen und Abkühlen*

Der „intrinsische Zweiwegeeffekt“ resultiert aus dem Einprägen bzw. Stabilisieren bevorzugter Martensitvarianten durch so genannte Trainingsprozesse.



<https://www.think-ing.de/neues-aus-wissenschaft-und-praxis/auch-werkstoffe-können-ihr-gedächtnis-trainieren>

<sup>21</sup> [http://www.fg-innovation.de/fg-innovation/dokumente/FGL\\_Kurzinfo\\_FGT.pdf](http://www.fg-innovation.de/fg-innovation/dokumente/FGL_Kurzinfo_FGT.pdf)

## e. Aktoren auf Basis chemischer Energie

### Pyrotechnische Stelleinrichtungen

Ein pyromechanischer Aktor (PMA) setzt in wenigen Millisekunden chemisch gebundene Energie in Bewegungsenergie um, wobei sehr hohe Kräfte freigesetzt werden.

Während der Funktion wird ein Kolben entweder nach außen geschoben bzw. eingezogen, womit Halterungen, Klappen oder auch hochgespannte Federpakete freigegeben werden können.

Eingesetzt werden pyromechanische Aktoren überall dort, wo im Not- oder Überlastfall zuverlässig und schnell eine mechanische Ver- oder Entriegelung stattfinden muss<sup>22</sup>.

Aktoren bestehen aus einer zylindrischen Hülse (3), einem beweglichem Kolben (2), dem Anzünder (1) und einem Verschlussstück.

Nach der elektrischen Auslösung über die elektrischen Anschlüsse (5) wird von der pyrotechnischen Treibladung (1) genügend Gas erzeugt, um den gesicherten Kolben zu lösen und unmittelbar in seine Endposition zu bewegen. Um die Kraft beim Anschlag des Kolbens zu begrenzen, ist meist auch ein Dämpfungselement (4) eingebaut.



Pyrotechnischen Auslöseelemente finden in großen Stückzahlen Anwendung in der Automobilindustrie (Airbags, Gurtstraffer usw.)

### Pyrotechnischer Airbag/ Gasgenerator

Der Gasgenerator dient zum Aufblasen des Airbags. Er enthält eine genau bemessene Menge Festtreibstoff in Tablettform. In der Mitte der Brennkammer befindet sich der Brückenzünder mit der Zündpille. Über ein elektrisches Signal vom Auslösegerät wird die Zündpille vom Brückenzünder gezündet.

Dadurch wird der Abbrand des Festtreibstoffs ausgelöst. Der Abbrand des Festtreibstoffes dauert ca. 50 Millisekunden. Das dabei entwickelte Stickstoffgas strömt unter Druck durch den Metallfilter und gelangt gereinigt und gekühlt in den Airbag.

Um die Wucht des sich entfaltenden Airbags zu verringern wurden zweistufige Gasgeneratoren entwickelt, welche zunächst mit der ersten pyrotechnischen Stufe den Bag entfalten und erst dann vollständig mit der zweiten Stufe auffüllen.

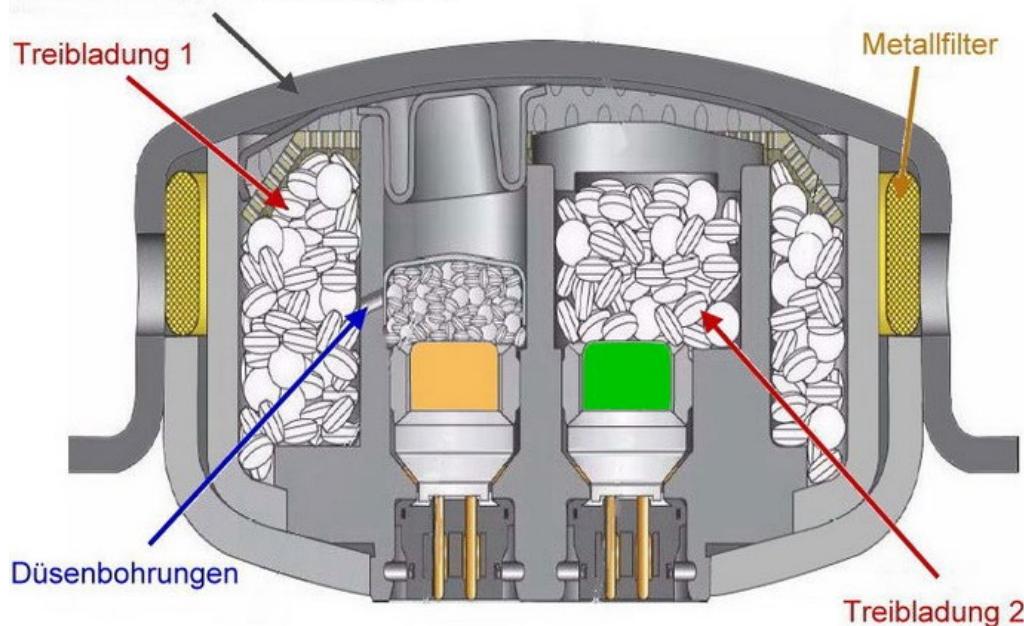
Der Bag entfaltet sich dadurch wesentlich sanfter aus seinem Modul und überträgt weniger Energie auf die ungünstig positionierte Person.

Das Steuergerät für den Airbag aktiviert den elektrischen Zünder des 1. Treibsatzes. Dadurch wird die Anzündladung entzündet, die wiederum über die Düsenbohrungen die eigentliche Treibladung zündet.

In dem Gasgenerator entsteht durch den Abbrand der Treibladung ein Druck. Übersteigt dieser Gasdruck eine definierte Schwelle, verformt sich das Gehäuse des Gasgenerators und gibt den Weg über den Metallfilter zu dem Luftsack frei. Durch das weitere Abbrennen der Treibladung wird der Airbag entfaltet und gefüllt.

<sup>22</sup> <http://www.roru.de/pyrotechnik/aktuator.htm>

Gehäuse Kappe Treibladung 1+2



© www.floter-online.de/audi-a3

Nach einem festgelegten Zeitraum bestromt das Steuergerät für Airbag den zweiten elektrischen Zünder, der den zweiten Treibsatz direkt entzündet.

Das entstehende Gas hebt ab einem bestimmten Druck die Kappe der zweiten Stufe an und strömt in die Brennkammer der ersten Stufe.

Von dort gelangt es über den Filter in den Airbag.<sup>23</sup>

<sup>23</sup> <http://www.floter-online.de/audi-a3/FAQ/Airbagfunktion.html>

## Stromrichter

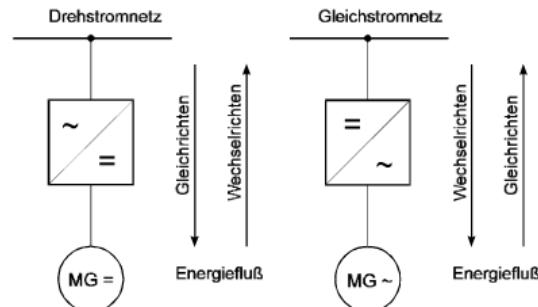
Stromrichter dienen der Steuerung von Strömen sowie der Umwandlung elektrischer Energie bezüglich Strom, Spannung oder Phasenlage. Bei den Stromrichtern unterscheidet man zwischen

**Gleichrichtern**, die Wechselspannung in Gleichspannung umformen,

**Wechselrichtern**, die Gleichspannung zu Wechselspannung umformen,

**Umrichtern**, die eine Wechselspannung in eine andere Wechselspannungen mit anderen Amplitude und Frequenz umformen

und **DC/DC-Wandlern**, die eine Gleichspannung in eine höhere oder niedrigere Gleichspannung umsetzen.



## Arbeitsweise der Stromrichter

Die Umformung der elektrischen Energie in den Stellgliedern soll möglichst ohne Verluste erfolgen. Dies ist praktisch nur über ideale Schalter möglich:

- Schalter offen (Aus, Sperren): es fließt kein Strom; es kann eine fast beliebige Spannung am geöffneten Kontakt anliegen.
- Schalter geschlossen (Ein, leitend): es fließt ein lastbestimmter Strom; es tritt kein Spannungsfall am Schalter auf.
- Schalterbetätigung durch Steuerbefehle Ein/Aus.
- Kein Schalterverschleiß.
- Möglichst hohe Schaltfrequenz.

Halbleiterbauteile kommen den genannten Anforderungen ziemlich nahe. Im Gegensatz zum idealen Schalter haben sie Verluste die nicht überschritten werden dürfen:

- **Sperrverluste** beim Anliegen einer Sperrspannung.
- **Durchlassverluste** beim Stromfluss.
- **Schaltverluste** wegen der endlichen Schaltzeit, d.h. beim Übergang vom stationären Schalt-zustand „Aus“ in den Zustand „Ein“ und umgekehrt.

Beim Betrieb des Halbleiterschalters sind folgende **Grenzwerte** zu beachten:

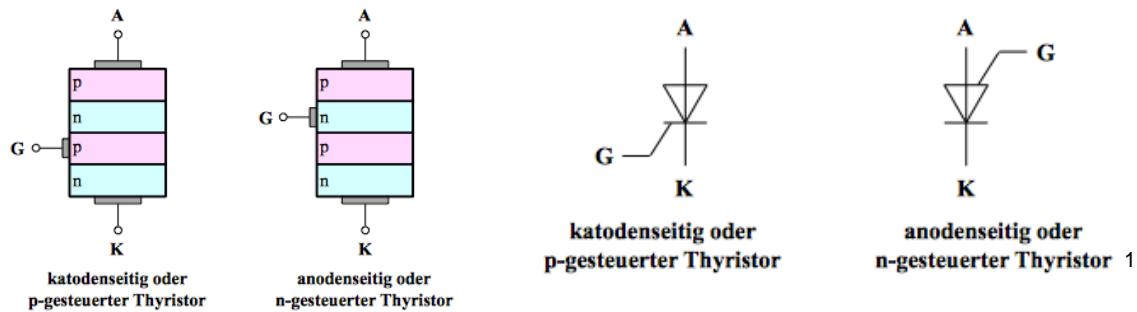
- Die Höhe der **Sperrspannung**.
- Die Höhe des **Schaltstromes**.
- Die Höhe der **Schaltfrequenz**.
- Die **Betriebstemperatur**.

## Thyristoren

Der Name "Thyristor" ist ein Kunstwort aus Thyatron und Transistor. Thyatrons waren/ sind Quecksilberröhren mit einer Zündelektrode. Bei einer Quecksilberröhre ist das Zünden zu sehen, wenn sie beim Einsetzen des Stromes hell aufleuchtet. Daher stammt auch der Ausdruck "ein Thyristor zündet". Im angelsächsischen Sprachraum ist auch die Abkürzung SCR (Silicon Controlled Rectifier) üblich.

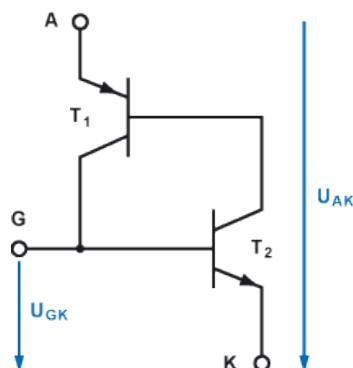
Der Thyristor ist ein Bauteil mit Schaltereigenschaften, d.h. er hat einen hochohmigen und einen niederohmigen Zustand. Über einen Steueranschluss, der als Gate-Elektrode bezeichnet wird, erfolgt das Umschalten vom hochohmigen auf den niederohmigen Zustand.

### Aufbau und Arbeitsweise von Thyristoren



Ein Thyristor besteht aus vier Halbleiterschichten pnpn. Die beiden Außenelektroden heißen **A (Anode)** für die p-Schicht und **K (Kathode)** für die n-Schicht. Die Steuerelektrode **G (Gate)** ist an eine der beiden mittleren Schichten angeschlossen. Je nachdem, ob die n oder p Schicht dazu verwendet wird, spricht man von einem p-Gate-Thyristor bzw. von einem n-Gate-Thyristor.

Die 4 Halbleiterschichten kann man sich als eine Zusammenschaltung aus einem pnp und einem npn Transistor vorstellen.

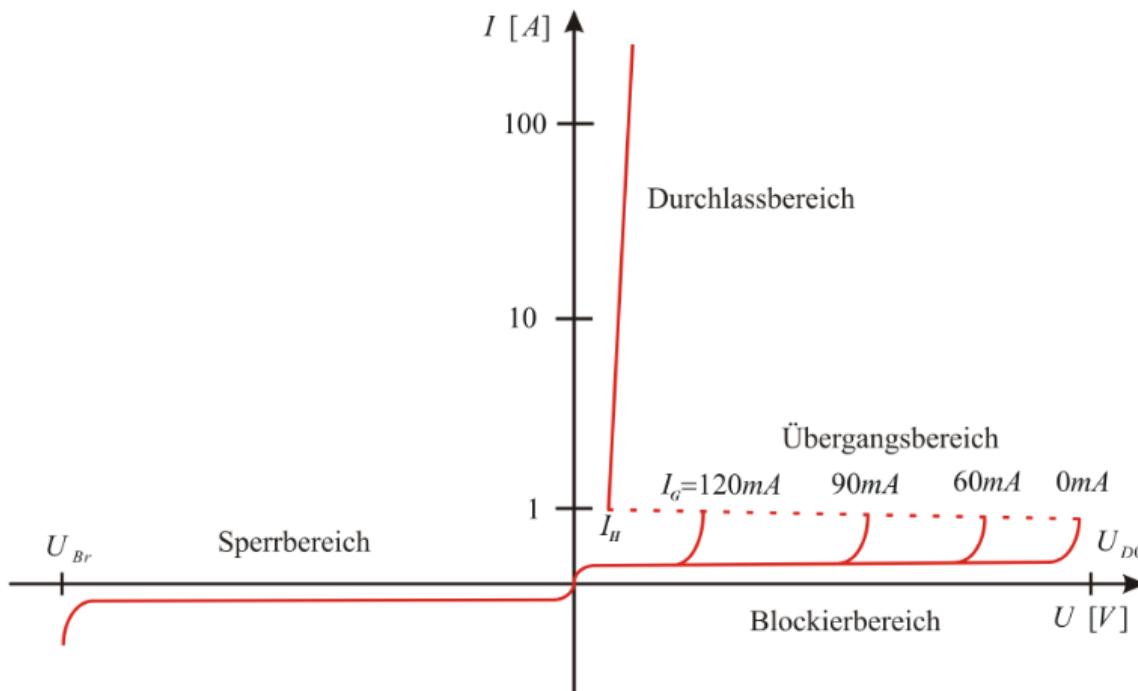


Nach dem Anlegen der Spannung  $U_{AK}$  passiert zunächst nichts. Beide Transistoren sind gesperrt, es kann kein Strom fließen. Wird jetzt die Spannung am Gate gegenüber der Kathode in positiver Richtung erhöht, so beginnt in  $T_2$  ein Basisstrom zu fließen. Dadurch wird die Kollektor-Emitterstrecke von  $T_2$  leitend, was wiederum einen Basisstrom für  $T_1$  bedeutet. Wenn  $T_1$  leitend wird, verstärkt das wiederum zusätzlich den Basisstrom von  $T_2$ . Ab einem gewissen Strom wird der Thyristor durch die gegenseitige Verstärkung der Basisströme schlagartig leitend. Man sagt der Thyristor zündet.

Im niederohmigen Zustand kann der Thyristor einen Widerstandswert von wenigen Milliohm haben. Es muss deshalb ein ausreichend großer Widerstand im Stromkreis des Thyristors geschaltet sein, um den auftretenden Strom zu begrenzen.

<sup>1</sup> <http://elektronik-kurs.net/elektronik/thyristor/>

## Kennlinienfeld



2

In der Strom-Spannungs-Kennlinie eines Thyristors wird die Angabe der Mindeststeuerströme  $I_G$  gemacht.

Überschreitet die Spannung  $U_AK$  die Nullkipp-Schaltspannung  $U_{D0}$ , dann schaltet sich der Thyristor auch ohne Gatestrom in den niederohmigen Zustand.

Im eigentlichen Betrieb sollte der Thyristor jedoch durch das Gate eingeschaltet werden.

Ist der Thyristor einmal gezündet, so wird er durch den fließenden Laststrom im leitenden Zustand gehalten.

Es ist keine weitere Steuerung über das Gate mehr möglich.

Er bleibt so lange niederohmig, bis der Durchlassstrom einen Mindestwert, den Haltestrom  $I_H$  unterschreitet.

Wird er in einem Wechselstromkreis eingesetzt, so löscht er kurz vor dem Nulldurchgang des Stromes. In der nächsten Halbwelle kann er dann zu einem beliebigen Zeitpunkt gezündet werden und ist dann wieder bis zum Nulldurchgang leitend

### Besonderheiten

- $\frac{dU}{dt}$  Einen schnellen Spannungsanstieg von  $U_AK$  sollte man vermeiden. Denn der Thyristor kann dadurch auch ohne Steuerimpuls vorzeitig in den niederohmigen Zustand kippen eine sog. Selbstzündung, oder Überkopfzündung = Zündung eines Thyristors ohne Gatestrom.  
Das Ansteigen der Betriebsspannung wird durch die Spannungssteilheit  $\frac{dU}{dt}$  angegeben (z.B. 200V/ $\mu$ s bis 2000V/ $\mu$ s). Abhilfe: RC Schutzbeschaltung
- $\frac{dI}{dt}$  Da sich der leitfähige Kanal im Thyristor nur mit endlicher Geschwindigkeit ausbreitet, muss die Anstiegsgeschwindigkeit des Stromes begrenzt werden (20A/ $\mu$ s und 200A/ $\mu$ s). Abhilfe: Drossel im Thyristorkreis

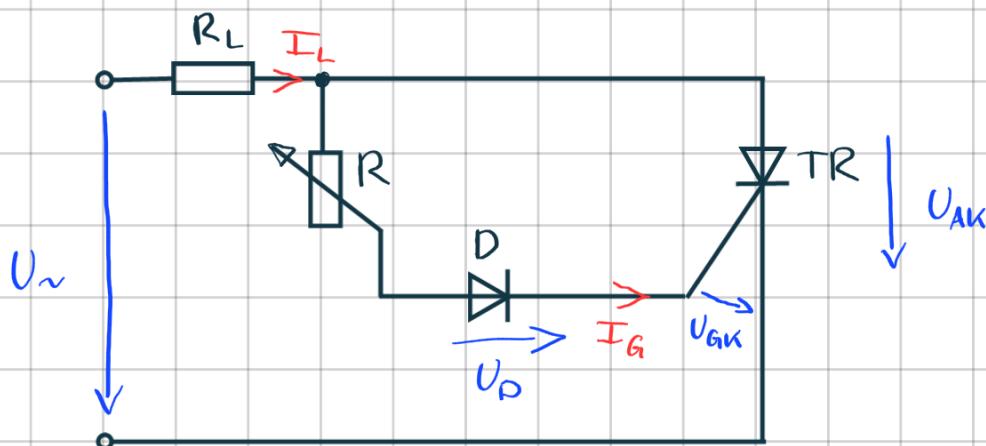
<sup>2</sup> [http://nnp.physik.uni-frankfurt.de/activities/EUS/Skript\\_Teske/Vorlesung12.pdf](http://nnp.physik.uni-frankfurt.de/activities/EUS/Skript_Teske/Vorlesung12.pdf)

Bsp.: In der folgenden Thyristorschaltung wird ein Verbraucher  $R_L = 50 \Omega$  mit einer Netzwechselspannung von 230 V versorgt. Der Zündzeitpunkt soll durch einen einstellbaren Widerstand  $R$  auf einen Phasenwinkel  $\alpha$  von  $10^\circ - 40^\circ$  einstellbar sein.

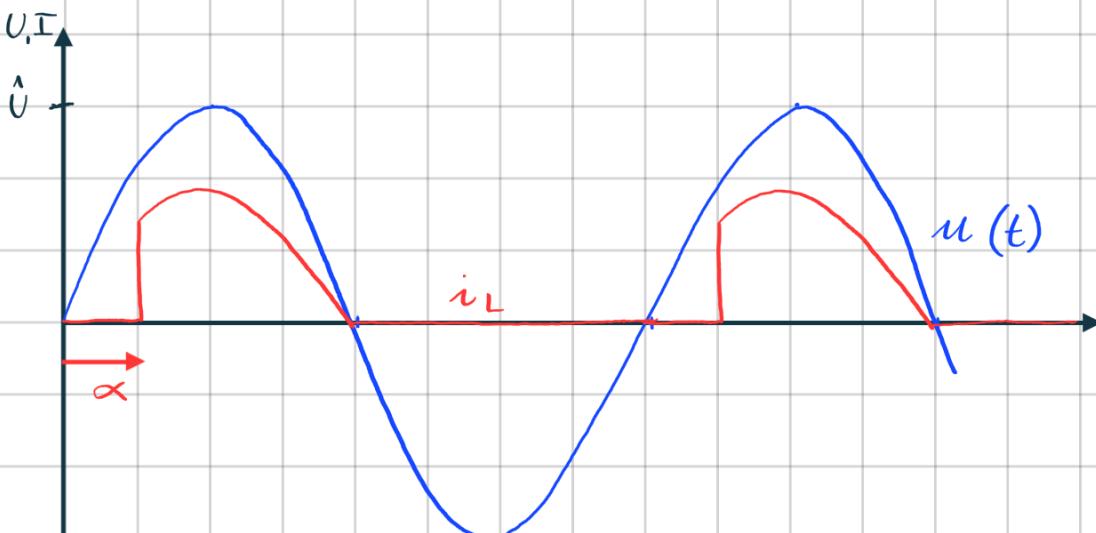
Es ist weiteres bekannt, der Zusammenhang:

$U_{AK}$ V	$I_a$ mA
50	38
56,5	35
208	30

- ges.: · Werte für  $R$   
 · Durchbruchspannung  $U_{BR}$   
 · Nullklippspannung  $U_0$



Die Diode benötigt eine Spannung  $U_D = 0,7 \text{ V}$  um leitend zu sein. Die Spannung zwischen Gate & Kathode besitzt vor dem Zünden einen Wert von 0,7 V.



$$\hat{U} = U_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2} = 230V \cdot \sqrt{2} = 325V$$

→  $U_{\text{BR}} > 325V$

$$U_{10^\circ} = \hat{U} \cdot \sin(10^\circ) = 325 \cdot \sin(10^\circ) = 56,43V$$

$$U_{40^\circ} = \hat{U} \cdot \sin(40^\circ) = 325 \cdot \sin(40^\circ) = 208,9V$$

→  $U_D$  muss  $> 208V$  sein.

Würden Zündzeitpunkte zwischen  $0^\circ$  bis  $90^\circ$  gefordert sein, müsste  $U_D > 325V$  sein

Masche:

$$1) R_L \cdot I_G + R_{10^\circ} \cdot I_{G_1} + U_D + U_{AK} - U_{10^\circ} = 0$$

$$2) R_L \cdot I_G + R_{40^\circ} \cdot I_{G_1} + U_D + U_{AK} - U_{40^\circ} = 0$$

$$R_{10^\circ} = \frac{U_{10^\circ} - U_D - U_{AK} - R_L \cdot I_G}{I_G} = \frac{56,43 - 0,7 - 0,7 - 50 \cdot 0,035}{0,035} = 1522 \Omega$$

$$R_{40^\circ} = \frac{U_{40^\circ} - U_D - U_{AK} - R_L \cdot I_G}{I_G} = \frac{208 - 1,4 - 50 \cdot 0,03}{0,03} = 6870 \Omega$$

Welche mittlere Leistung erhält der Verbraucher  $R_L$  bei den beiden zentralen Zeitpunkten  $\alpha = 10^\circ$  bzw.  $40^\circ$ ?

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} (= I^2 \cdot R)$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \left[ \frac{\hat{U} \cdot \sin(\omega t)}{R_L} \right]^2 d\omega t$$

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{\hat{U}^2}{2\pi R_L} \int_{\alpha}^{\pi} \sin^2 x dx \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \\ \int \sin^2 x dx &= \frac{1}{2} (x - \sin x \cdot \cos x) \end{aligned}$$

$$\bar{P} = \frac{\hat{U}^2}{2\pi R_L} \left[ \frac{1}{2} (x - \sin x \cdot \cos x) \right] \Big|_{\alpha}^{\pi}$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_{10} &= \frac{325^2}{2\pi \cdot 50} \left[ \frac{1}{2} \left( \pi - \underbrace{\sin \pi \cdot \cos \pi}_0 \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{18} - \sin \frac{\pi}{18} \cdot \cos \frac{\pi}{18} \right) \right] \\ &= \frac{325^2}{100\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{36} + \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{18} \cdot \cos \frac{\pi}{18} \right] \end{aligned}$$

$$\bar{P}_{10} = 527,5 \text{ W}$$

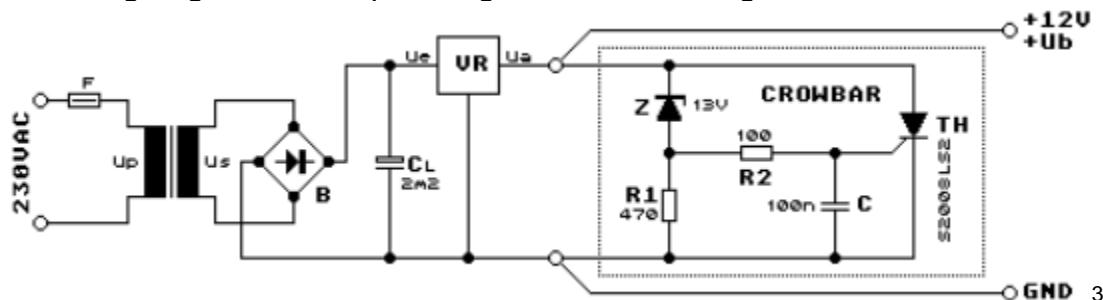
$$\bar{P}_{40} = \frac{325^2}{100\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{8} - \sin \frac{2\pi}{8} \cdot \cos \frac{2\pi}{8} \right) \right] = 493,5 \text{ W}$$

## Anwendungen von Thyristoren

### Aktiver Überspannungsschutz mit Thyristor

Ein Anwendungsgebiet für den Thyristor findet sich beim Überspannungsschutz von elektronischen Schaltungen. Im angelsächsischen Sprachraum sind solche Schaltungen als crowbar (Brecheisen) bekannt.

Folgende Schaltung zeigt einen Thyristor-Crowbar in einem Netzteil, das eine konstant geregelte Gleichspannung von +12V erzeugt.



Sollte ein **Defekt** im Spannungsregler VR auftreten, dann kann es passieren, dass die Ausgangsspannung Ua den Wert, der über dem Lade-Elko CL ungeregelte DC-Spannung **+Ub** annimmt.

Diese Spannung würde die angeschlossene Schaltung zerstören. Dies vermeidet der Crowbar -> der Thyristor TH zündet und schließt die gesamte Schaltung kurz, wodurch blitzschnell die **Schmelzsicherung F** im Primärkreis **durchbrennt**.

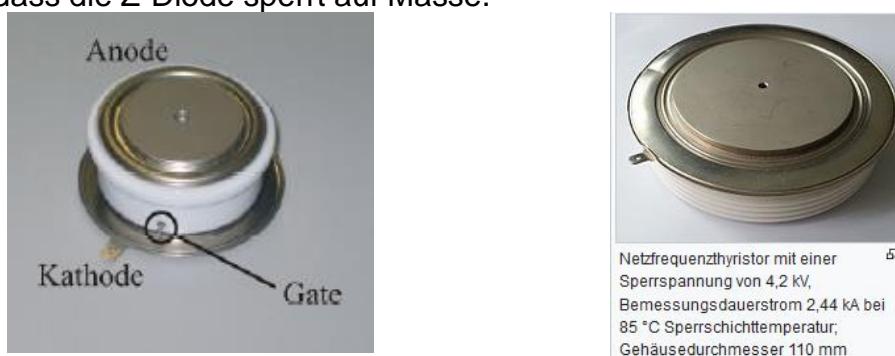
Im Fehlerfall steigt die Ausgangsspannung Ua soweit an, dass die Z-Diode leitet. Der Spannungsabfall an R1 bewirkt, dass über R2 ein ausreichend großer Gatestrom in den Thyristor fließt.

Der Thyristor zündet und schließt kurz.

Die Ausgangsspannung reduziert sich zunächst auf die Durchflussspannung des Thyristors (1,6 bis 2V) bis die Schmelzsicherung F durchbrennt und abschaltet.

Zum einen dient R2 der Strombegrenzung durch die Z-Diode. Zum anderen bildet er gemeinsam mit C ein Tiefpassfilter welches dazu dient, Fehlzündungen aufgrund von kurzzeitigen Störimpulsen (< 1μs) zu vermeiden.

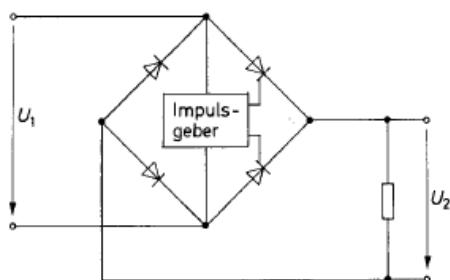
Mit Hilfe des pull down Widerstandes R1 ist das Potential am Thyristorgate im Fall dass die Z-Diode sperrt auf Masse.



Leistungsthryistor für Überspannungsschutz

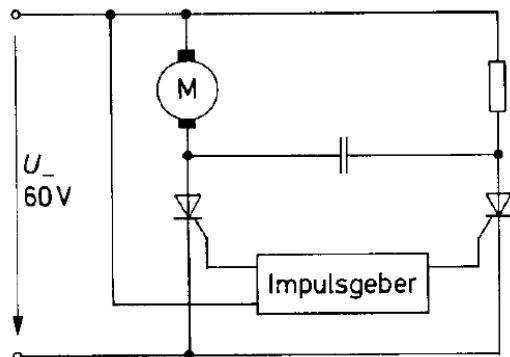
<sup>3</sup> <http://www.elektronik-kompendium.de/public/schaerer/crowbar.htm>

### gesteuerte Gleichrichterschaltung:



Der Impulsgeber bestimmt den Zündverzögerungswinkel und generiert den Steuerimpuls für die Thyristoren. Beide Halbwellen werden angeschnitten (Phasenanschnittsteuerung).

### Steuern batteriebetriebener Fahrzeuge



Die dargestellte Schaltung dient zum kontaktlosen Abschalten. Der linke Thyristor, der Hauptthyristor Th1, kann die große Last schalten. Der Abschaltthyristor kann für eine kleinere Last bemessen werden.

Während des niederohmigen Zustands von Th1 ist Th2 gesperrt und der Kondensator lädt sich auf (auf ca. 58V).

Wird nun der Abschaltthyristor gezündet, so sinkt die Spannung an dessen Anode auf ca. 2V ab, wodurch der linke Pol des Kondensators kurzzeitig das Potential -56V aufweist. Durch dieses Potential wird der Thyristor 1 in den hochohmigen Zustand gekippt.

Der Kondensator lädt sich dann über den Motor und Th2 um.

Danach ist der Strom durch den Thyristor 2 nur noch durch den Widerstand R begrenzt.

Ist R genügend hochohmig, so wird der Haltestrom unterschritten und der Thyristor 2 schaltet selbsttätig wieder ab.

Th2 muss den Ladestrom von C aushalten!

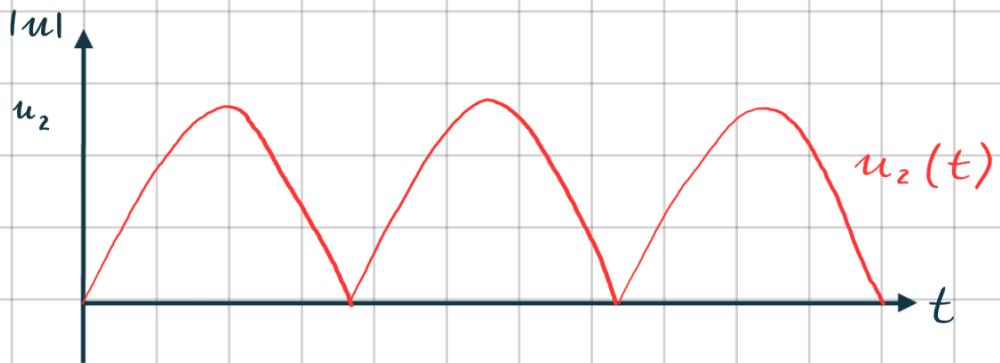
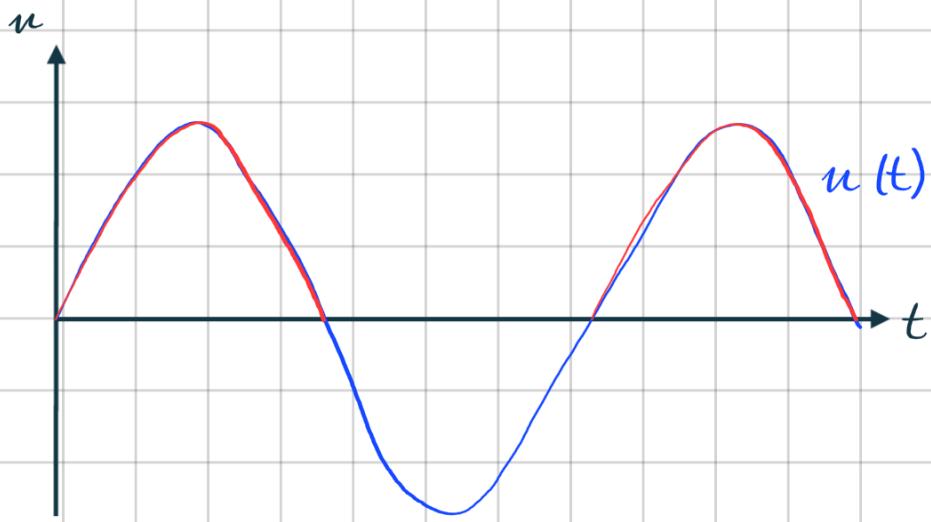
Für die Dimensionierung von C ist die **Freiwerdezeit  $t_F$**  von Th1 und die Größe des Laststromes wichtig.

Der Kondensator muss während der Freiwerdezeit ständig eine negative Anodenspannung am Th1 garantieren.

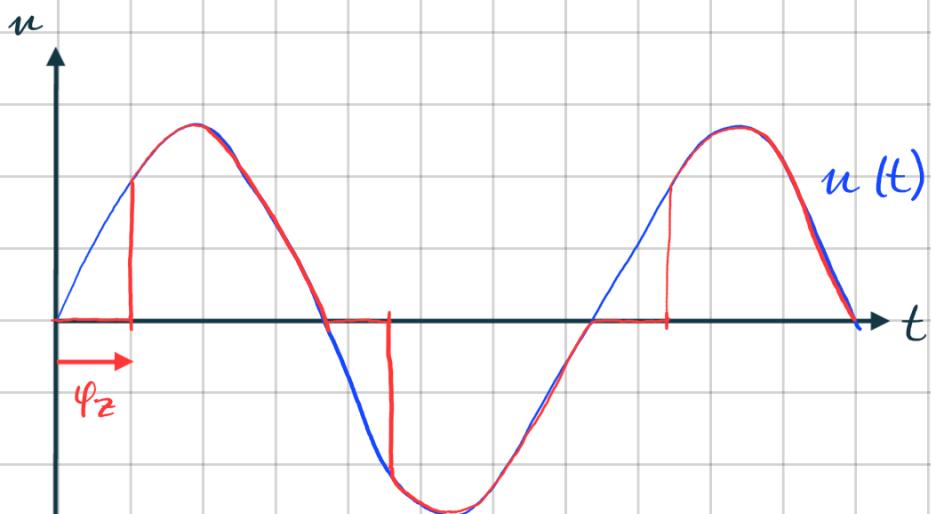
Bsp.:  $U = 60V$ ,  $t_F = 10\mu s$ , Laststrom 10A

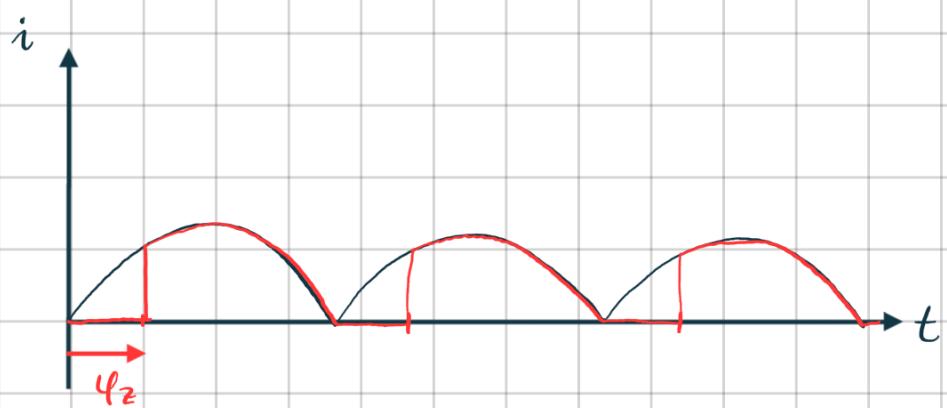
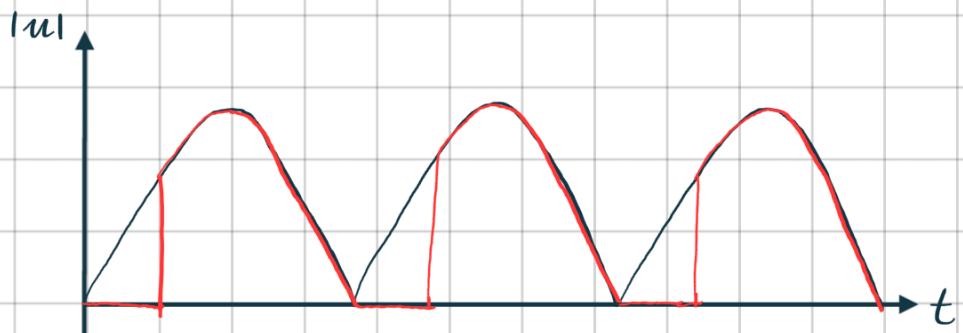
# Gesteuerte Gleichrichterschaltung

$\varphi_z = 0^\circ$  ... Zündwinkel

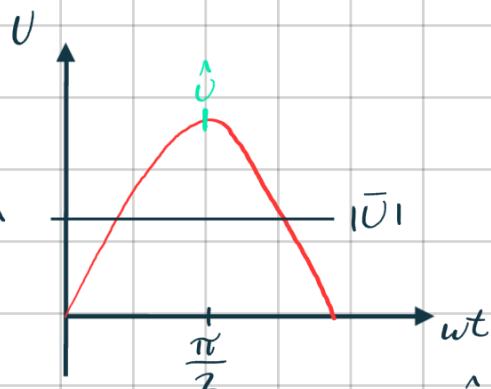
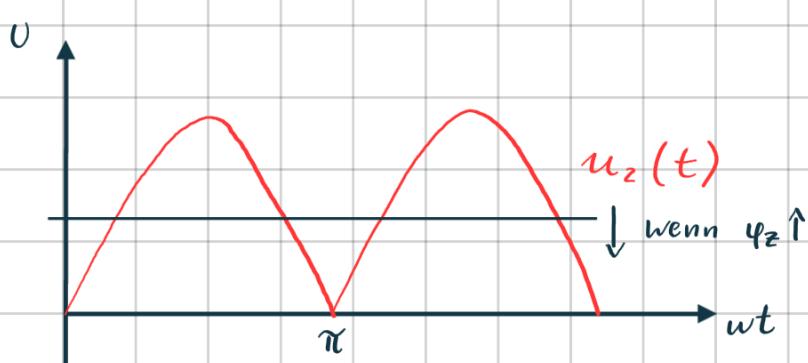
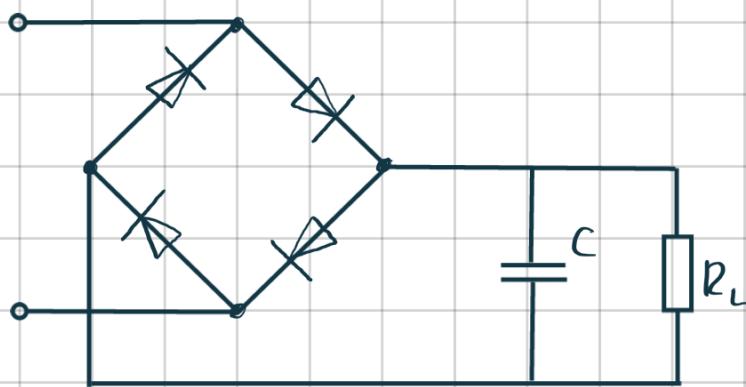


$\varphi_z = 45^\circ$





mit Glättungskondensator

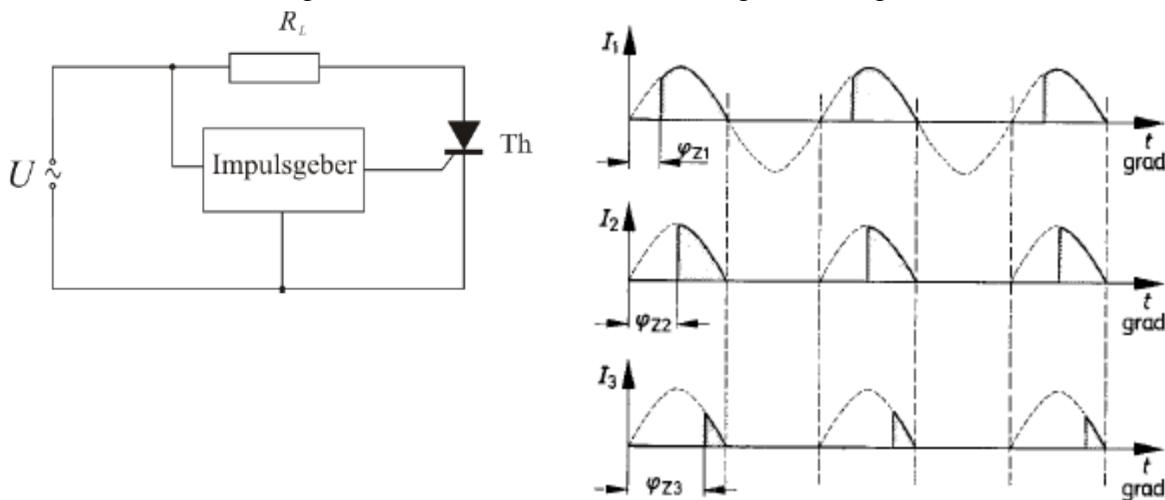


$$\text{Gleichrichtwert: } |\bar{U}| = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi_z}^{\pi} \hat{U} \cdot \sin(wt) \, dwt$$

$$\text{für } \varphi_z = 0 \quad |\bar{U}| = \frac{\hat{U}}{\frac{\pi}{2}}$$

### Anschnittsteuerung<sup>4</sup>

Thyristoren werden überwiegend als kontaktlose Schalter eingesetzt. Der Thyristor zündet in jeder Periode bei der zum Zündverzögerungswinkel  $\varphi_z$  gehörenden Zeit  $t_z$ . Der Thyristor bleibt dann bis zum Stromnulldurchgang niederohmig. Es ergeben sich angeschnittene Stromhalbwellen. Ändert man die Phasenlage von  $U_{GK}$  so ändert man  $\varphi_z$ . Durch Verschieben des Anschnittpunktes lässt sich das Produkt aus  $U$  und  $I$  am Verbraucher ändern, was gleichbedeutend mit einer Leistungssteuerung ist.

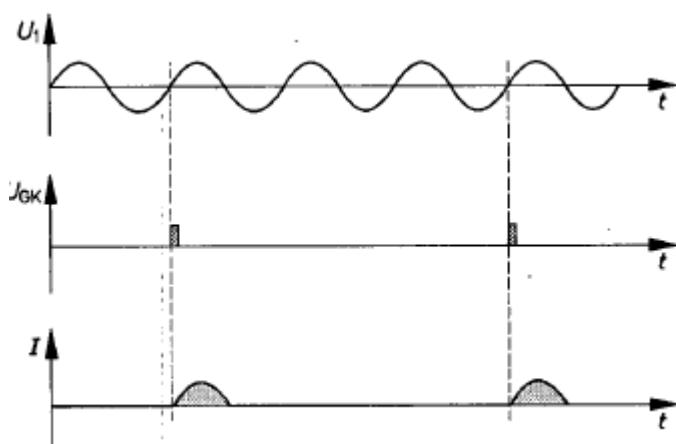


Je größer der Zündverzögerungswinkel ist, desto schmäler sind die angeschnittenen Stromhalbwellen. Man nennt dieses Verfahren Anschnittsteuerung.

Es ergibt sich eine sehr ungleichmäßige Belastung des Versorgungsnetzes. Die sinusförmigen Spannungs- uns Stromverläufe werden verzerrt und dadurch entstehen Oberwellen!

### Halbwellensteuerung

Hierfür werden Steuerimpulse mit einer veränderbaren Impulsfolgefrequenz und starrer Phasenlage zu erzeugen.



Dies ermöglicht ein Sperren bestimmter positiver Halbwellen. Diese Art der Steuerung nennt man Halbwellensteuerung. Ausgangsspannung und Ausgangsleistung sind umso geringer, je mehr positive Halbwellen gesperrt sind. Die Halbwellensteuerung erzeugt wesentlich weniger Oberwellen.

<sup>4</sup> Beuth, Klaus; Vogel Fachbuch Elektronik2, Bauelemente, Würzburg, Seite 261ff

## Weitere Ausführungsformen von Thyristoren



### 1. GTO Thyristoren

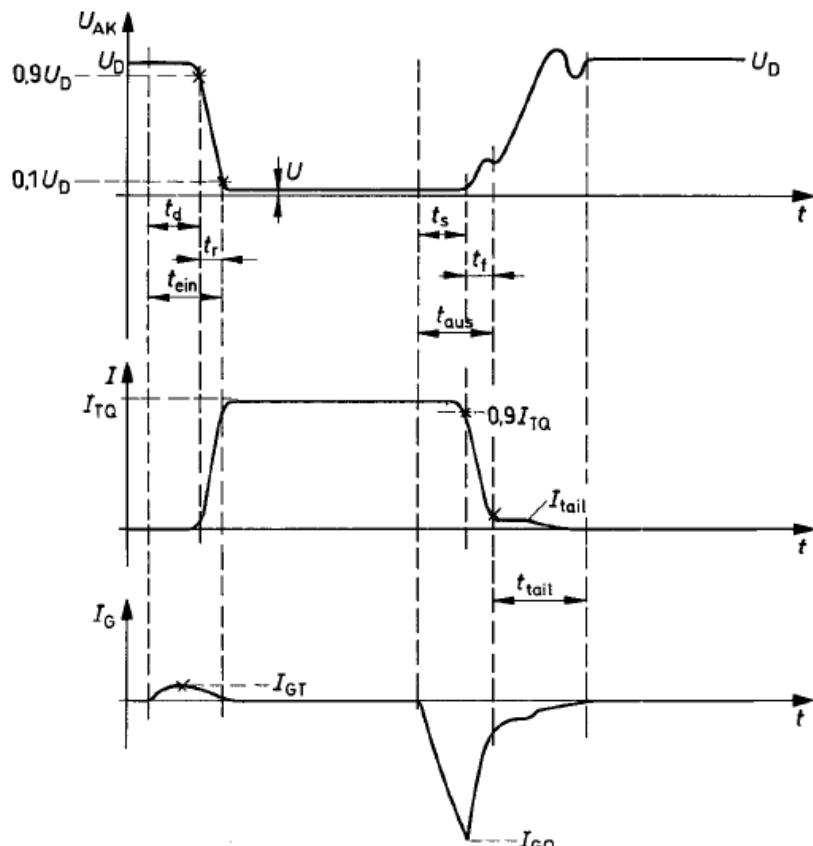
Der GTO- (Gate-turn-off-) bzw. abschaltbarer Thyristor kann wie ein herkömmlicher Thyristor durch einen Gateimpuls gezündet werden, aber zusätzlich durch einen Steuerstrom in umgekehrter Richtung auch gelöscht werden.

Zum Abschalten ist ein relativ großer Abschaltstrom notwendig, der etwa 20% bis 30% des Laststromes beträgt. Die Schaltzeiten von GTO-Thyristoren sind umso kleiner, je größer und steiler die Steuerströme sind und ansteigen.

### Übliche Kennwerte

Laststrom	$I_{TQs}$	400A
Zündstrom (Einschalt Steuerstrom)	$I_{GT}$	2A
Abschalt Steuerstrom	$I_{GQ}$	100A
Maximale Sperrspannung	$U_{DRM}$	1800V

### Einschalten und Ausschalten von GTO Thyristoren



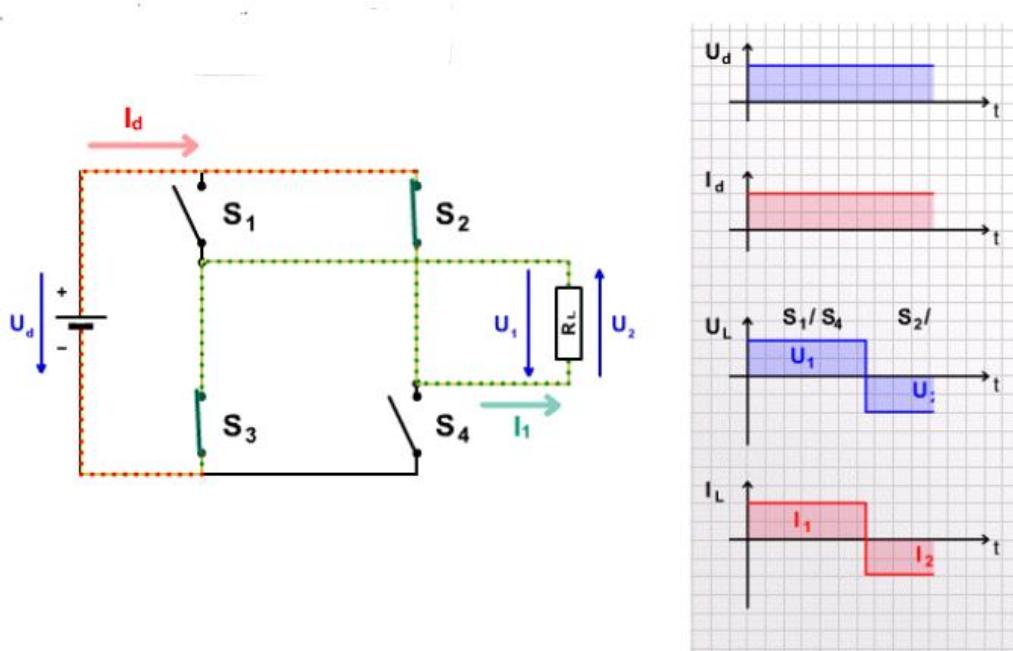
5

Einschaltzeit	$t_{ein}$	Ausschaltzeit	$t_{aus}$
Verzögerungszeit (delay time)	$t_d$	Speicherzeit (storage time)	$t_s$
Ausstiegszeit (rise time)	$t_r$	Abfallzeit (fall time)	$t_f$
		Nachstromzeit (tail time)	$t_{tail}$

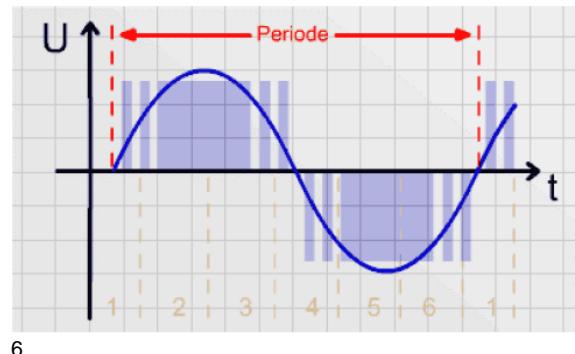
<sup>5</sup> Beuth, Klaus; Vogel Fachbuch Elektronik2, Bauelemente, Würzburg, Seite 264

## Anwendungen

GTO Thyristoren eigne sich gut zum Aufbau von sogenannten Wechselrichtern, welche Gleichspannungen in Wechselspannungen umrichten.



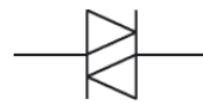
Durch eine entsprechend aufwändige Ansteuerung der elektronischen Schalter lässt sich aber die Ausgangswechselspannung so beeinflussen, dass sie einer sinusförmigen Wechselspannung sehr nahe kommt.



Der Effektivwert der Motorspannung wird durch die Einschaltzeit der Gleichspannung beeinflusst. Dieses Prinzip lässt sich auch auf das Dreiphasenwechselstromsystem übertragen, wodurch Drehstromverbraucher an einer Gleichspannung betrieben werden können.

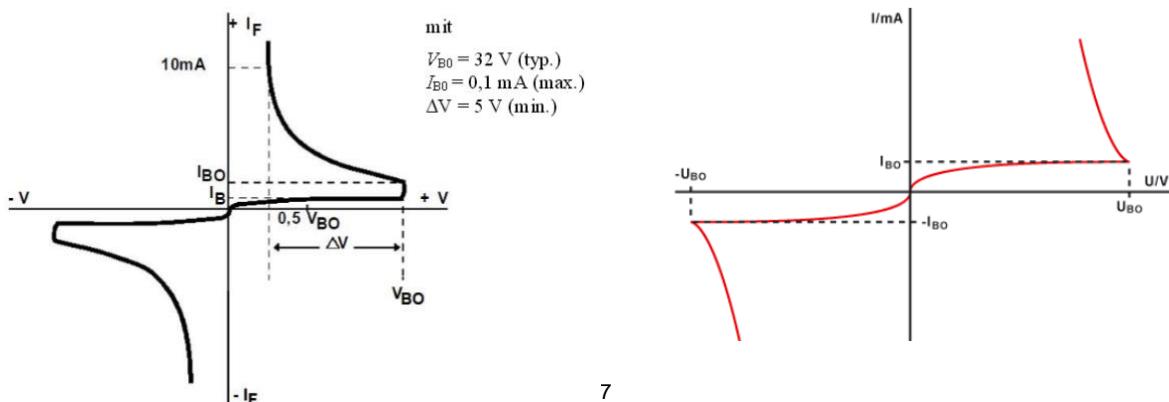
<sup>6</sup> <http://www.vcb.de/VCB-ContentB/mechatronik/basiswissen/gllt/gllt01q01/files/script.pdf>, Seite 57

Schaltzeichen



### 3. Diac

Der Diac (Diode alternating current switch) entspricht vom Aufbau her einem Thyristor ohne Gatesteueranschluss. Der Diac ist ein Halbleiterbauelement mit Schaltereigenschaften. Er hat einen hochohmigen und einen niederohmigen Zustand. Der Diac schaltet bei der Durchbruchspannung  $U_{BO}$



7

Beim Überschreiten einer Kippspannung, der Durchbruchspannung  $U_{BO}$ , wird der Diac leitend und schaltet vom hochohmigen in den niederohmigen Zustand. Der gegenparallele Aufbau des Diac ermöglicht diese Leitung oberhalb der Kippspannung für beide Stromrichtungen.

Diacs werden für die Impulserzeugung in Steuersätzen verwendet. Der Zündwinkel bei einer Triacsteuerung wird oft mit einem RC-Glied und einem Diac eingestellt, wobei über den stellbaren Widerstand die Zeitkonstante der Aufladung bis zur Kippspannung des Diac verändert wird.

#### Übliche Kennwerte

Durchbruchspannung

$$U_{BO} \approx 32V$$

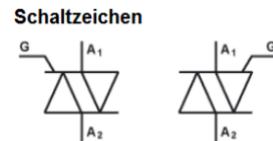
Durchbruchstrom

$$I_{BO} \approx 50\mu A$$

Haltespannung

$$U_H \approx 20V$$

<sup>7</sup> <http://public.rz.fh-wolfenbuettel.de/~buchwald/vl/eb/Kap5EB.pdf>



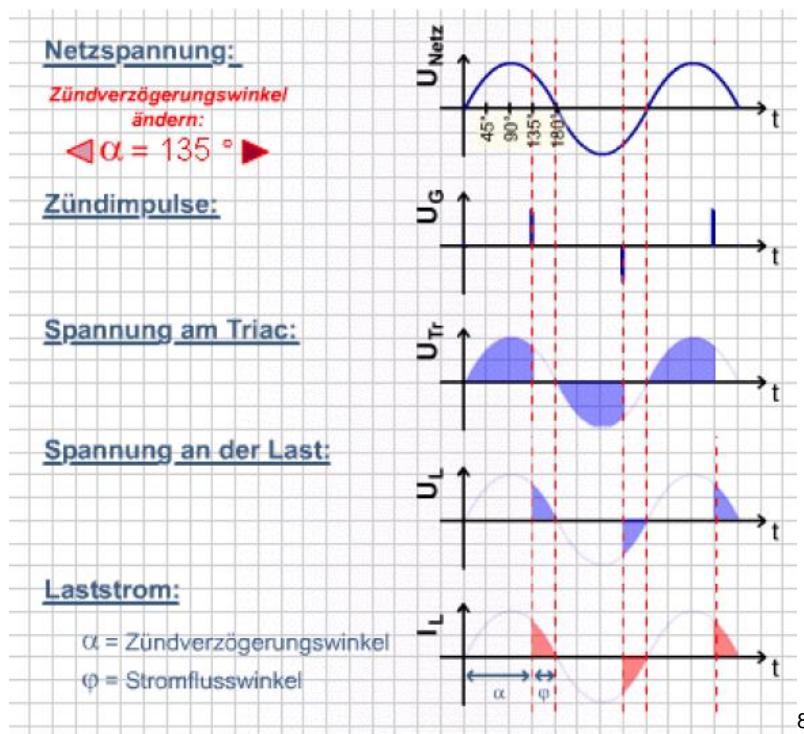
## 4. Triacs

Triacs sind prinzipiell nichts anderes als zwei integrierte antiparallele Thyristoren in einem Gehäuse. Sie werden über einen gemeinsamen Steueranschluss (Gate) angesteuert und verhalten sich wie zwei Thyristoren.

Bei der Phasenanschnittsteuerung erfolgt die Zündung des Triacs stets mit Impulsen. Damit eine Änderung der Effektivwerte von Lastspannung und Laststrom möglich ist, müssen diese Steuerimpulse in ihrer Phasenlage zur Netzwechselspannung verschiebbar sein.

Die Verschiebung der Steuerimpulse gegenüber einem Nulldurchgang der Wechselspannung wird als Zündverzögerungswinkel  $\alpha$  angegeben. Als Stromflusswinkel  $\varphi$  wird dagegen der Phasenwinkel bezeichnet, während dem Strom durch den Verbraucher fließt.

Da Triacs wie Thyristoren bei jedem Nulldurchgang der Betriebsspannung wieder in den Sperrzustand zurückkippen, muss die Zündung in jeder Halbwelle neu erfolgen.



### Anwendungen von Triacs

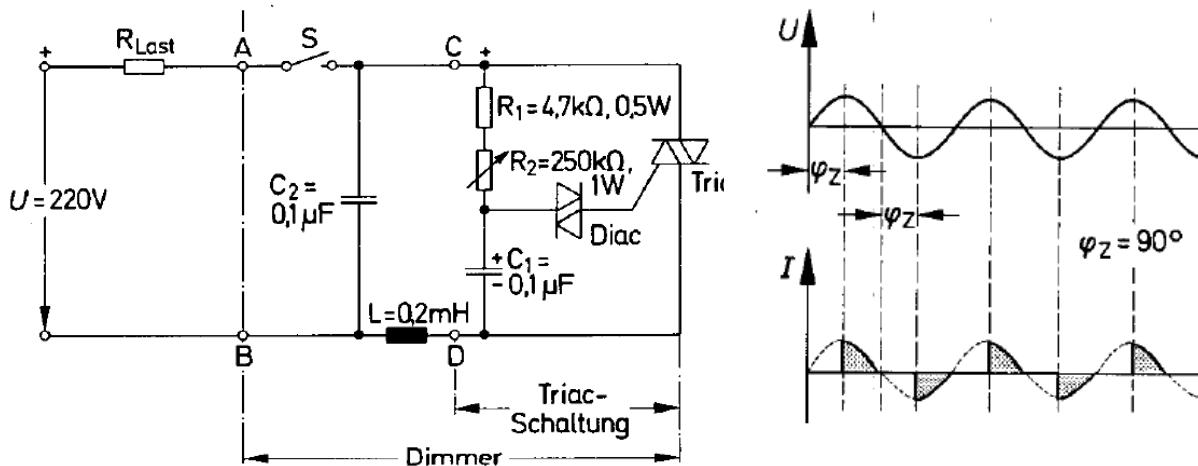
Recht einfach und kostengünstig lassen sich Phasenanschnittsteuerungen mit einem Triac und einem Diac aufbauen. Wird als Lastwiderstand eine Glühlampe verwendet, so wird eine Phasenanschnittsteuerung auch als **Dimmer** bezeichnet.

Bei der Phasenanschnittsteuerung erfolgt die Zündung des Triacs immer erst mit einer bestimmten Phasenverschiebung gegenüber dem Beginn einer Sinushalbwelle. Dadurch lässt sich der Effektivwert der Ausgangsspannung und damit auch die mittlere Leistungsaufnahme des Verbrauchers in einem Bereich von 0% bis 100% einstellen.

<sup>8</sup> <http://www.vcb.de/VCB-ContentB/mechatronik/basiswissen/glt/glt01q01/files/script.pdf> Seite 51

### Dimmerschaltung<sup>9</sup>

Die Phasenanschnittsteuerung arbeitet mit Thyristoren und Triacs und gestattet es, die umgesetzte Leistung durch Phasenanschnitt stufenlos von etwa 0% bis 100 % zu verändern.



Der dargestellte Triac hat einen höchstzulässigen Strom von 10A, daraus ergibt sich für die Last (z.B. Glühbirne) eine Mindestwert von  $R_{Last} = \frac{220}{10} = 22\Omega$ .

Ein Dimmer darf nur in Reihe mit einem genügend großen Lastwiderstand betrieben werden, da der Triac ansonsten durch einen zu großen Laststrom zerstört wird!

#### Positive Halbwelle:

Während der Triac gesperrt ist, liegt zwischen den Punkten C und D die volle Netzspannung. Der Kondensator lädt sich mit der Zeitkonstanten  $\tau = (R_1 + R_2) \cdot C_1$  auf. Je größer  $\tau$  ist, desto langsamer lädt sich der Kondensator auf. Erreicht die Kondensatorspannung die Durchbruchspannung  $U_{B0}$  des Diac (z.B. 30V), so kippt dieser in den niederohmigen Zustand und der Kondensator  $C_1$  gibt einen Steuerimpuls an das Gate des Triac. Der Triac schaltet in den niederohmigen Zustand und ein Laststrom kann fließen (außerdem entlädt sich  $C_1$ ). Der Triac ist bis zum Spannungsnulldurchgang leitend.

#### Negative Halbwelle:

Während des hochohmigen Zustands des Triac lädt sich  $C_1$  mit umgekehrter Polarität auf bis wiederum  $U_c$  groß genug ist um den Diac in den leitenden Zustand zu versetzen und den Steuerimpuls an den Triac abgibt.

Die Ladegeschwindigkeit bestimmt somit den Zündzeitpunkt und den Zündverzögerungswinkel  $\varphi_Z$  des Triac. **Mit dem Potentiometer  $R_2$  kann die Ladegeschwindigkeit eingestellt werden.**

$\varphi_Z$  kann zwischen  $5^\circ$  und  $180^\circ$  bzw.  $185^\circ$  und  $360^\circ$  eingestellt werden. Damit ist es möglich die Leitung an der Last zwischen beinahe voller Leistung und Null kontinuierlich einzustellen.

Die Bauteile L und  $C_2$  dienen der Entstörung.

<sup>9</sup> Beuth, Klaus; Vogel Fachbuch Elektronik2, Bauelemente, Würzburg, Seite 276

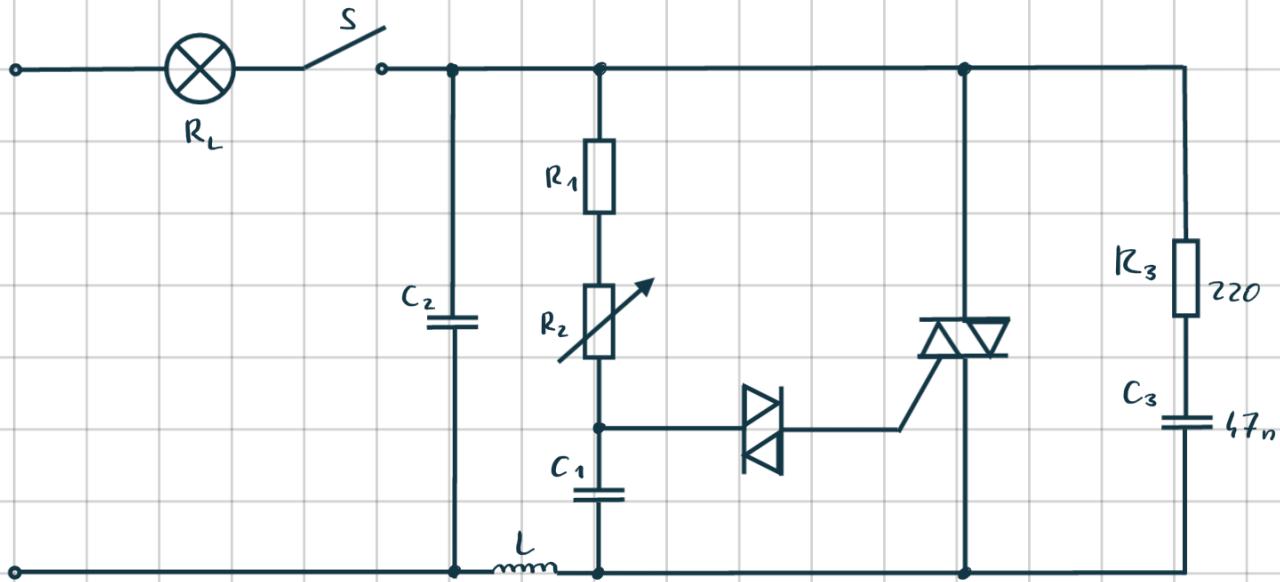
### Funkenstörung

Die sogenannte Phasenanschnittsteuerung erzeugt Oberwellen, die sich ohne technische Maßnahmen im Netz ausbreiten würden.

Laut Norm dürfen nur bestimmte Anteile von jeder Oberwelle aus dem Gerät ins Netz eingespeist werden.

Für die folgende Betrachtung ist der Thyristor die Störquelle  $U_{in}$  und die Spannung am Netzanschluss ist zu berechnen.

## Bsp. zu Dimmerschaltung



Die Dimmschaltung wird an das Netz 230 V/50 Hz angeschlossen.

Glühlampe 100 W / 230V

$$C_2 = 0,1 \mu F \quad L = 0,2 \text{ mH}$$

$$R_1 = 4,7 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 250 \text{ k}\Omega$$

- $R_3$  &  $C_3$  dienen als Schutzbeschaltung  $\frac{du}{dt}$ , damit kurzzeitige Spannungsspitzen an der Triac-Schaltung vorbeigeklektet werden.

$$R_L = ? \quad P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \left(\frac{U}{R}\right)^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

$$R_L = \frac{U^2}{P} = \frac{230^2}{100} = 529 \Omega$$

Annahme: wenn der Triac schaltet, entstehen viele Oberwellen!

Die Oberwellen im kHz & MHz Bereich können z.B. den Rundfunk stören

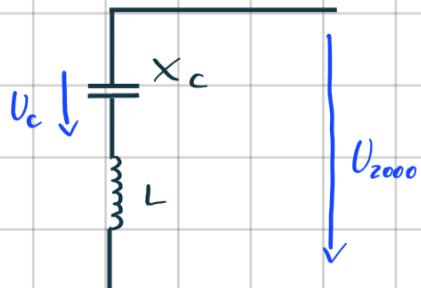
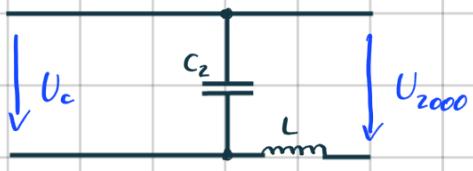
In unserem Fall hat die 2000. Oberwelle noch einen Spitzenwert von 1V.

Wir wollen ausrechnen, welche Spannung vom Triac zurück ins Netz gespeist wird.

- Frequenz d. 2000. Oberwelle

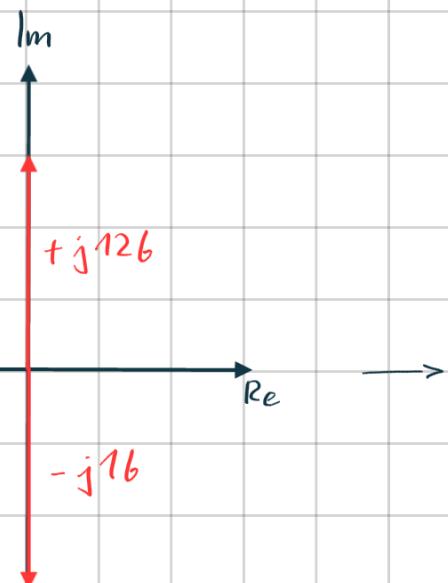
$$f = 2000 \cdot 50 = 100 \text{ kHz}$$

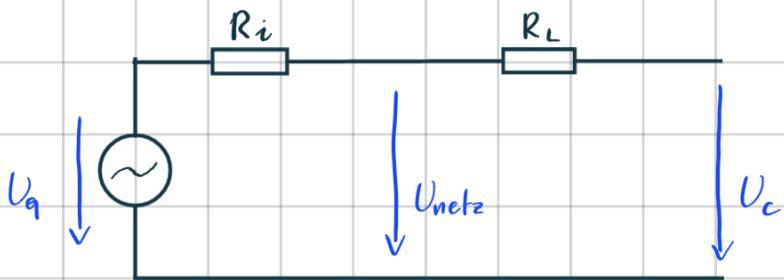
- Beträge von  $X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 100000 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} = 126 \Omega$   
und  $X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}} = 16 \Omega$



Triac ist in diesem Fall die Quelle

$$\frac{U_C}{U_{2000}} = \frac{X_C}{X_L - X_C} = \frac{16}{126 - 16} = \frac{16}{110} = 0,144 = \frac{1}{7}$$





$R_i$  bei 100 kHz  $\approx 27 \Omega$

$$\frac{U_{\text{netz}}}{U_c} = \frac{R_i}{R_i + R_L} \rightarrow U_{\text{netz}} = U_c \cdot \frac{R_i}{R_i + R_L} = \frac{1}{7} \cdot U_{2000} \cdot \frac{R_i}{R_i + R_L}$$

$$U_{\text{netz}} = \frac{1}{7} \cdot 1 \cdot \frac{27}{27 + 528} = 0,007 \text{ V}$$

$$U_{\text{netz}} = 7 \text{ mV}$$

Für diverse Geräte ist die Phasenanschnittsteuerung nicht geeignet:

Zur Helligkeitsregelung von Leuchtstofflampen einschließlich der Energiesparlampen (Kompakteuchtstofflampen) sind Phasenanschnittsteuerung in der Regel nicht geeignet, außer wenn die Elektronik der Leuchte speziell hierfür entwickelt wurde. Gleches gilt für Leuchtdioden (LED-Lampen).

- Kapazitive Lasten (z. B. Schaltnetzteile) können zur Zerstörung einer Phasenanschnittsteuerung führen, da beim Einschalten hohe Stromspitzen entstehen.
- Dagegen sind viele (aber nicht alle) Phasenanschnittsteuerungen für induktive Lasten (z. B. Transformatoren) geeignet.

Diverse elektronische Geräte funktionieren nicht ordnungsgemäß mit einer nicht sinusförmigen Versorgungsspannung.

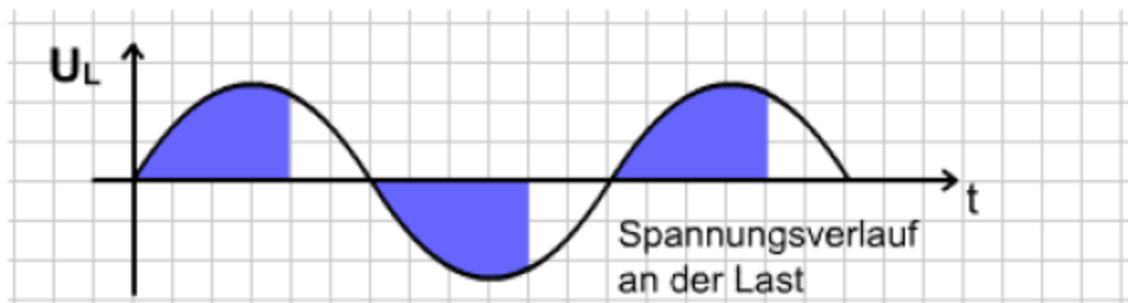
Sogenannte Universaldimmer erkennen automatisch welche Last vorliegt und wirken demnach als Phasenan- oder -abschnittsteuerung.

#### Phasenabschnittsteuerung<sup>10</sup>

Das Prinzip der Phasenabschnittsteuerung beruht darauf, dass im Nulldurchgang der Netzwechselspannung gezündet wird. Durch eine geeignete Zeitsteuerung wird der Stromfluss innerhalb der jeweiligen Halbwelle abgeschaltet.

Der technische Aufwand hierfür ist etwas höher, aber solche Steuerungen sind für kapazitive (nicht für induktive) Lasten geeignet, beispielsweise für viele Schaltnetzteile. Ansonsten gelten ähnliche Einschränkungen wie bei der Phasenanschnittsteuerung.

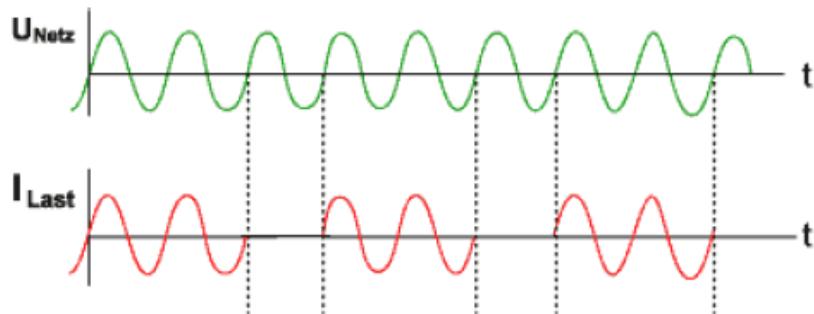
Die Phasenabschnittsteuerung wird ins besonders zur Steuerung von Leuchtstofflampen mit elektronischen Vorschaltgeräten und zum Dimmen von Niedervolt-Halogenglühlampen mit elektronischen Transformatoren eingesetzt wird.



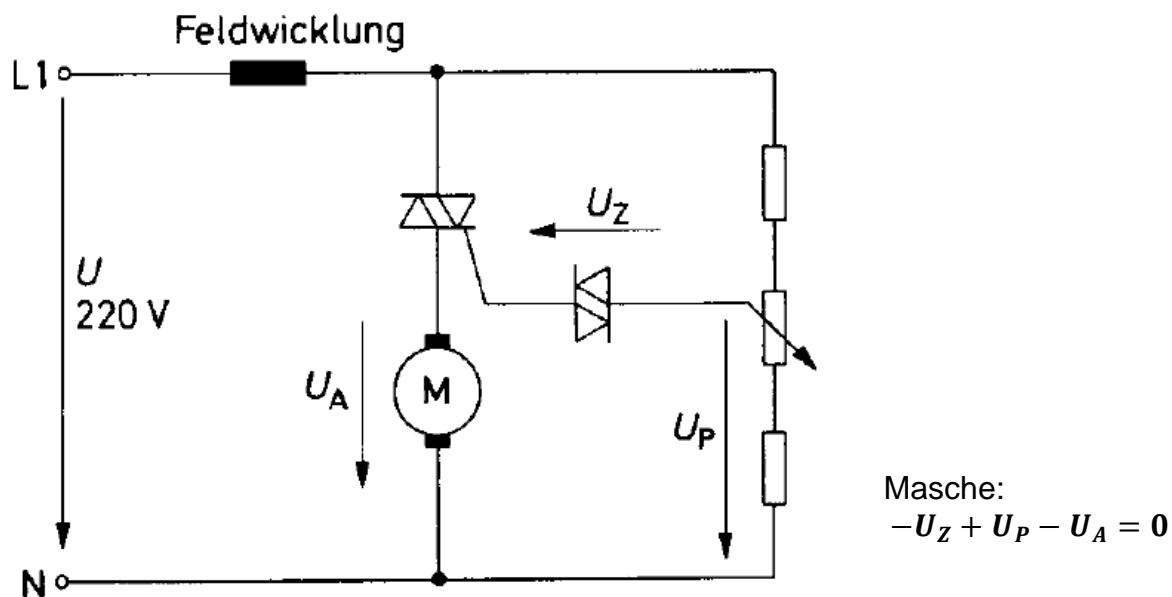
<sup>10</sup> <http://www.vcb.de/VCB-ContentB/mechatronik/basiswissen/gllt/gllt01q01/files/script.pdf> Seite 53

### Schwingungspaketsteuerung<sup>11</sup>

Bei der Schwingungspaketsteuerung wird der Verbraucher abwechselnd für eine bestimmte Anzahl von Perioden ein- und ausgeschaltet. Das Ein- und Ausschalten erfolgt jeweils im Nulldurchgang der Netzwechselspannung. Diese Aufgabe übernehmen Nullspannungsschalter. Mit ihnen kann z.B. ein Thyristor exakt im Nulldurchgang gezündet werden. Damit wird ein sinus-förmiger Verlauf des Laststromes erzielt. Netzstörungen, wie sie bei der Phasenanschnittsteuerung auftreten, werden weitgehend vermieden. Einschalt- und Pausendauer können dabei so verändert werden, dass die vom Verbraucher aufgenommene mittlere Leistung von 0% bis 100% gesteuert werden kann.



### Motor-Drehzahlsteuerung



Die Zündspannung ergibt sich zu  $U_Z = U_P - U_A$

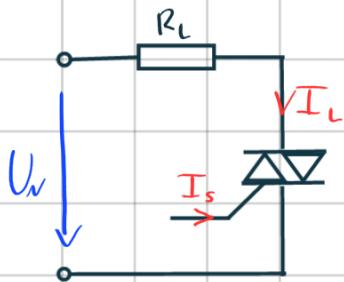
Die induzierte Ankerspannung  $U_A$  ist proportional zu Drehzahl  $n$ . Sinkt die Drehzahl ab, so wird dadurch die Ankerspannung geringer und die Zündspannung größer. Der Diac zündet früher.

Der Motor erhält mehr Leistung und dreht wieder schneller.

Mit Hilfe des Potentiometers kann die Nenndrehzahl eingestellt werden.

<sup>11</sup> <http://www.vcb.de/VCB-ContentB/mechatronik/basiswissen/gllt/gllt01q01/files/script.pdf> Seite 54

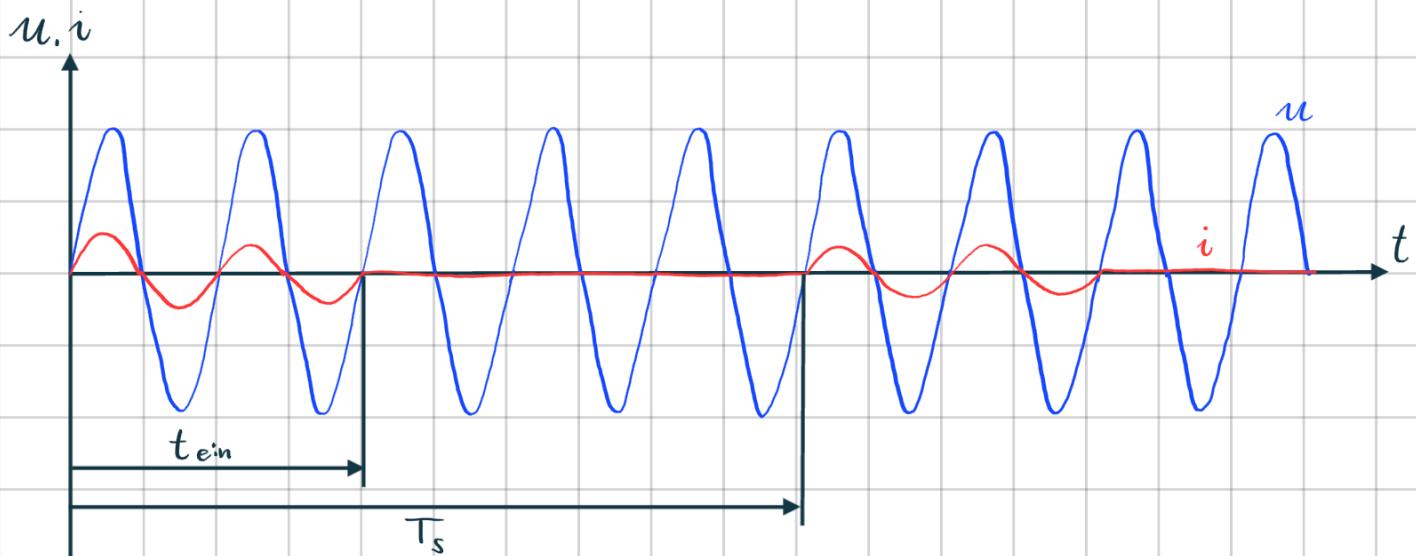
## Bsp. zu Wellen- bzw. Schwingpaketsteuerung



$I_s$  ... Sperrstrom

$R_L = 150 \Omega$ , wird in Wellenpaketsteuerung mit einer Netzspg. von 50 Hz betrieben.

Die Schaltzykluszeit  $T_s$  ist so zu bestimmen, dass die Leistung am Verbraucher bis zu  $P_{min} = 0,02 \cdot P_{max}$  variiert werden kann und gleichzeitig eine Mindesteinschaltzeit von 20 Schwingungsperioden eingehalten wird.



$t_{ein}$  ... Einschaltzeit

$T_s$  ... Periodendauer des Schaltvorgangs

Die Durchschnittsleistung  $P = K_E \cdot P_{max}$  wird vom Einschaltverhältnis  $K_E = \frac{t_{ein}}{T_s}$  bestimmt.

Außerdem gilt d. Zusammenhang  $U_{eff, Paket} = U_{eff, Netz} \sqrt{K_E'}$

lt. Angabe:

$$P_{\min} = 0,02 \cdot P_{\max} = K_E \cdot P_{\max}$$

$$\rightarrow K_E = 0,02$$

$$t_{\text{ein,min}} = 20 \cdot T_{\text{netz}} = 20 \cdot \frac{1}{5} = 0,4 \text{ sek}$$

$$K_E = \frac{t_{\text{ein}}}{T_s} \rightarrow T_s = \frac{t_{\text{ein}}}{K_E} = \frac{0,4}{0,02} = 20 \text{ sek}$$

$$U_{\text{eff, Paket}} = U_{\text{eff, netz}} \sqrt{K_E} = 230 \sqrt{0,02} = 32,5 \text{ V}$$

Kontrollrechnung

$$P_{\min} = \frac{32,5^2}{R_L} = \frac{32,5^2}{150} = 7,04 \text{ W}$$

$$P_{\max} = \frac{230^2}{150} = 352,6 \text{ W}$$

$$\frac{7,04}{352,6} = 0,0188 \hat{=} 1,88 \%$$

Zusatzfrage

Die momentane Leistung sollte auf 80% von  $P_{\max}$  erhöht werden.

Welche Maßnahme muss getätigt werden?

$\rightarrow$  man muss  $t_{\text{ein}}$  vergrößern

$$K_{E,\text{neu}} = 0,8$$

$$\rightarrow t_{\text{ein,neu}} = K_{E,\text{neu}} \cdot T_s = 0,8 \cdot 20 = 16 \text{ sek}$$

Bsp

Für einen elektr. Heizkörper mit Wellenpaketsteuerung sind folgende Daten bekannt:

$$U_{\text{eff}, \text{netz}} = 230 \text{ V} \quad f = 50 \text{ Hz} \quad R_L = 250 \Omega$$

$$\text{Steuerperiode } T_s = 33 \text{ sek}$$

Gesucht sind für a)  $U_{\text{eff},1} = 140 \text{ V}$

b)  $U_{\text{eff},2} = 180 \text{ V}$

die Einschaltfoliaver und die Anzahl der Netzeperioden. Weiteres die Leistung am  $R_L$  und der Spitzenwert des Stromes  $\hat{I}_L$ .

Auf welche Temp. erwärmt sich der Heizkörper bei einer Umgebungstemperatur  $T_u = 25^\circ \text{C}$  und einer Temperaturabhängigkeit  $R_{\text{th}} = 1,25 \frac{\text{K}}{\text{W}}$ ?

$$\text{a) } U_{\text{eff}} = U_{\text{eff}, \text{netz}} \sqrt{\frac{t_{\text{ein}}}{T_s}} \rightarrow t_{\text{ein}} = T_s \cdot \frac{U_{\text{eff}}^2}{U_{\text{eff}, \text{netz}}^2} = 33 \cdot \frac{140^2}{230^2}$$
$$t_{\text{ein}} = 12,23 \text{ sek}$$

Anzahl der Netzeperioden

$$n_1 = \frac{t_{\text{ein}}}{T_{\text{netz}}} = \frac{12,23}{1/f} = \frac{12,23}{20 \text{ ms}} = 611,5 \rightarrow 612$$

Leistung an  $R_L$

$$P = \frac{U_{\text{eff}, \text{Paket}}^2}{R_L} = \frac{140^2}{250} = 78,4 \text{ W}$$

Spitzenwert

$$\hat{I}_L = \frac{U_{\text{eff}, \text{netz}} \sqrt{2}}{R_L} = \frac{230 \sqrt{2}}{250} = 1,3 \text{ A}$$

Temperatur des Heizkörpers

$$T = \overline{T_0} + P \cdot R_{th} = 25 + 78,4 \cdot 1,25 = 123^\circ C$$

$$\vartheta = \vartheta_0 + P \cdot R_{th}$$

b)  $V_{eff} = V_{eff, netz} \sqrt{\frac{t_{ein}}{T_s}} \rightarrow t_{ein} = T_s \cdot \frac{V_{eff}^2}{V_{eff, netz}^2} = 33 \cdot \frac{180^2}{230^2}$

$$t_{ein} = 20,21 \text{ sek}$$

Anzahl der Netzperioden

$$n_2 = \frac{t_{ein}}{T_{netz}} = \frac{20,21}{1/f} = \frac{20,21}{20ms} = 1010,6 \rightarrow 1011$$

Leistung an  $R_L$

$$P = \frac{V_{eff, Paket}^2}{R_L} = \frac{180^2}{250} = 129,6 \text{ W}$$

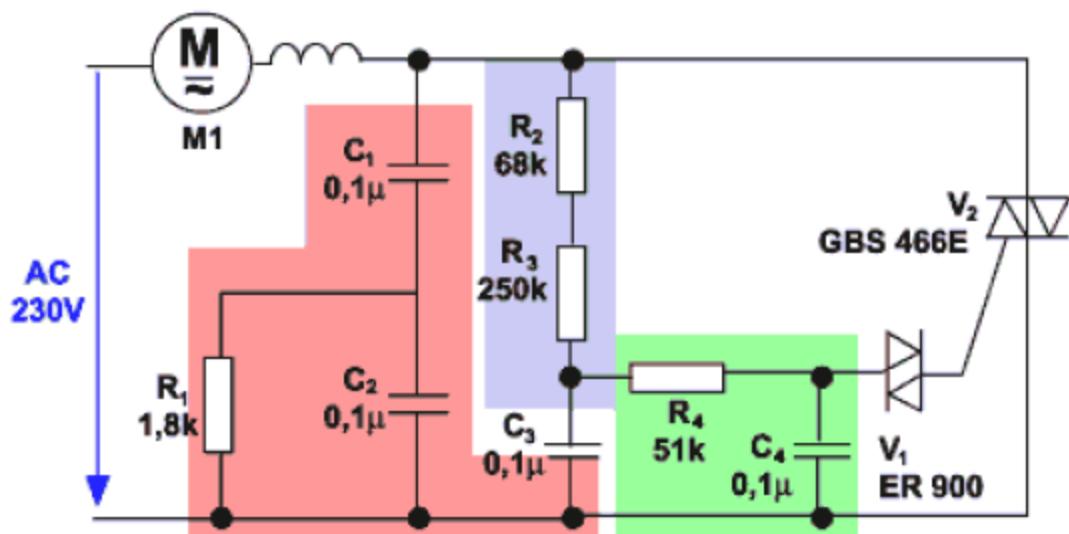
Spitzenwert

$$\hat{I}_L = \frac{V_{eff, netz} \sqrt{2}}{R_L} = \frac{230 \sqrt{2}}{250} = 1,3 \text{ A}$$

Temperatur des Heizkörpers

$$T = \overline{T_0} + P \cdot R_{th} = 25 + 129,6 \cdot 1,25 = 187^\circ C$$

## Drehzahlsteuerung beim Universalmotor

 $L_1 0,2 \text{ mH}$ 

Beim Universalmotor, der sowohl mit Gleichstrom, als auch mit Wechselstrom betrieben werden kann, lässt sich die Drehzahl durch Veränderung des Effektivwertes der Netzwechselspannung verändern.

Mit  $R_2$ ,  $R_3$  und  $C_3$  kann man den Zündzeitpunkt des Triacs und damit die Drehzahl einstellen.

$R_4$  und  $C_4$  verringern die Hysterese des Schaltvorganges. Diese macht sich dadurch bemerkbar, dass der Triac bei unterschiedlichen Winkeln ein- und ausschaltet.

$R_1$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  und die Drossel  $L_1$  dienen der Funkentstörung.

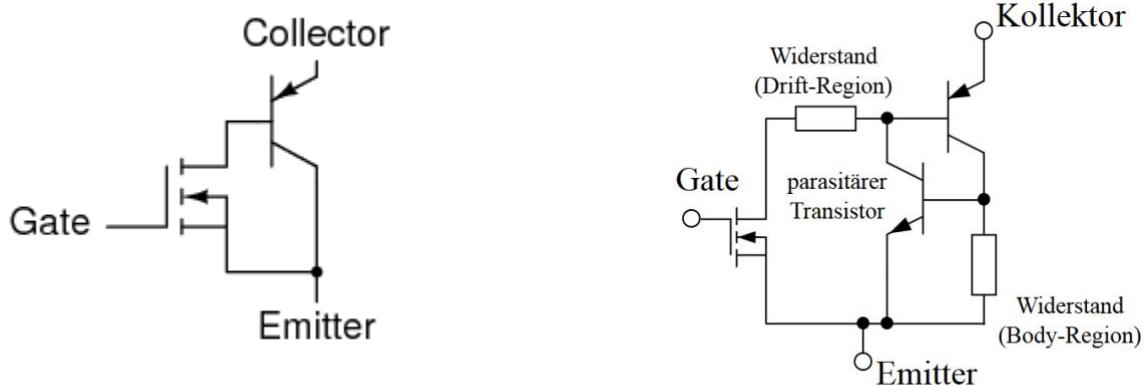


## 6. IGBT

Für Schaltanwendungen im Leistungsbereich weisen Bipolartransistoren zu hohe Basisströme auf. Eine Alternative ist der MOS-FET, der auch in weiten Bereichen der Energieumformung mit höheren Frequenzen und niedriger Spannungsfestigkeit Anwendung findet. Nachteilig sind die relativ hohen Durchschaltverluste zufolge des Spannungsabfalls zwischen Drain und Source ( $R_{DS} \approx 0,01\Omega$ ).

Weiters nimmt dieser Widerstand bei Erhöhung der Sperrfestigkeit mehr als quadratisch zu  $R_{DS} \sim U_{DS,max}^{2,6}$

Die Lösung für beide Probleme (hoher  $R_{DS}$  und niedrige  $U_{DS,max}$ ) stellt ein Hybrid aus MOS-FET und Bipolartransistor dar, der IGBT.<sup>12</sup>



Ein IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor) kann im ersten Ansatz wie eine Kombination aus Feldeffekt-Transistor und bipolarem Transistor betrachtet werden, bei der ein N-Kanal FET einen PNP Bipolartransistor ansteuert.

IGBT vereinigt die Vorteile des Bipolartransistors (gutes Durchlassverhalten, hohe Sperrspannung, Robustheit) und Vorteile eines Feldeffekttransistors (nahezu leistungslose Ansteuerung).

Daher ist der IGBT bezüglich der Ansteuereigenschaften wie der FET als spannungsgesteuertes Bauelement zu betrachten, und hat ein "Gate".

Die weiteren Eigenschaften ähneln aber einem Bipolartransistor, daher werden diese Anschlüsse mit "Kollektor" und "Emitter" bezeichnet.

IGBTs zeichnen sich aus durch geringste Leistungsverluste im Durchlass- und Sperrzustand, sie benötigen nur geringe Ansteuerungsleistungen und haben einen hohen Wirkungsgrad, der maßgeblich von der Schaltfrequenz bestimmt wird.

IGBTs werden bei Spannungen zwischen 600 V und 6 kV eingesetzt und arbeiten mit Schaltfrequenzen von 2 kHz bis 50 kHz.

Damit sie eine möglichst geringe Steuerleistung benötigen, werden technologisch MOSFET-Gates benutzt, was als weiteren Vorteil die hohe Eingangsimpedanz mit sich bringt.

Üblich sind n-Kanal-IGBTs.

<sup>12</sup> DI, Dr. Andreas Magauer: IE3, Kapitel 6, Bauelemente und Leistungselektronik

## Snubber Kondensatoren für IGBT-Schaltungen<sup>13</sup>

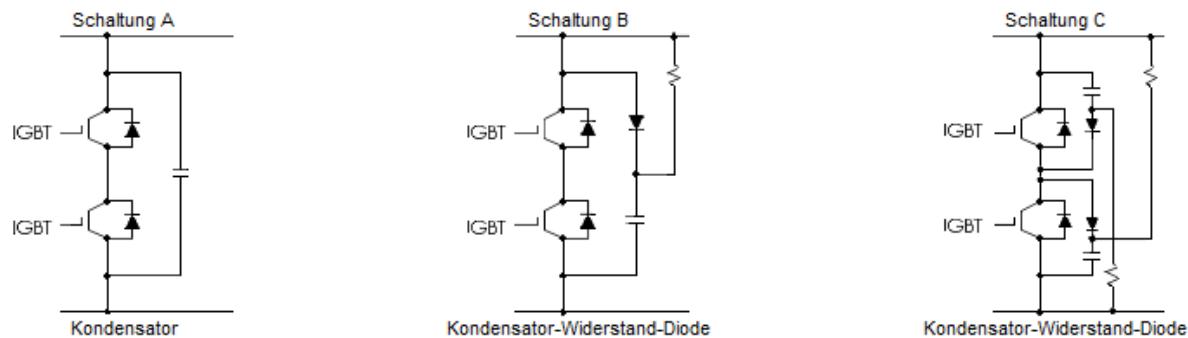
Die mit IGBTs realisierbaren Schaltleistungen bei kürzesten Schaltzeiten bedingen einen sehr induktionsarmen Schaltungsaufbau.

Die geringe Eigeninduktivität des Leistungsbusses kann gefährliche Spannungsüberhöhungen zwischen Kollektor und Emitter induzieren, die zur Zerstörung der Leistungshalbleiter führen können.

Zur Absicherung der Bauelemente werden sogenannte Snubberschutzbeschaltungen<sup>14</sup> eingesetzt.

Wichtigstes Bauelement ist dabei ein induktionsarmer Impulskondensator zum Dämpfen bzw. Abschneiden der Spannungsspitzen.

Im Allgemeinen werden im Bereich der IGBTs drei Grundschaltungen von "snubber circuits" eingesetzt.



Dabei hat der Kondensator die Aufgabe, gefährliche Induktionsspannungen, die beim Schalten der oftmals sehr hohen Ströme entstehen, zu unterdrücken.

Die wichtigsten Kriterien für die Auswahl eines solchen Kondensators sind

- niedrige Eigeninduktivität
- niedriger ESR (Equivalent Series Resistance)
- hohe Impulsbelastbarkeit
- geringer Verlustfaktor

## Auswahlkriterien: FET oder IGBT?

Welche Wahl getroffen wird, hängt vor allem von den technischen Anforderungen ab.

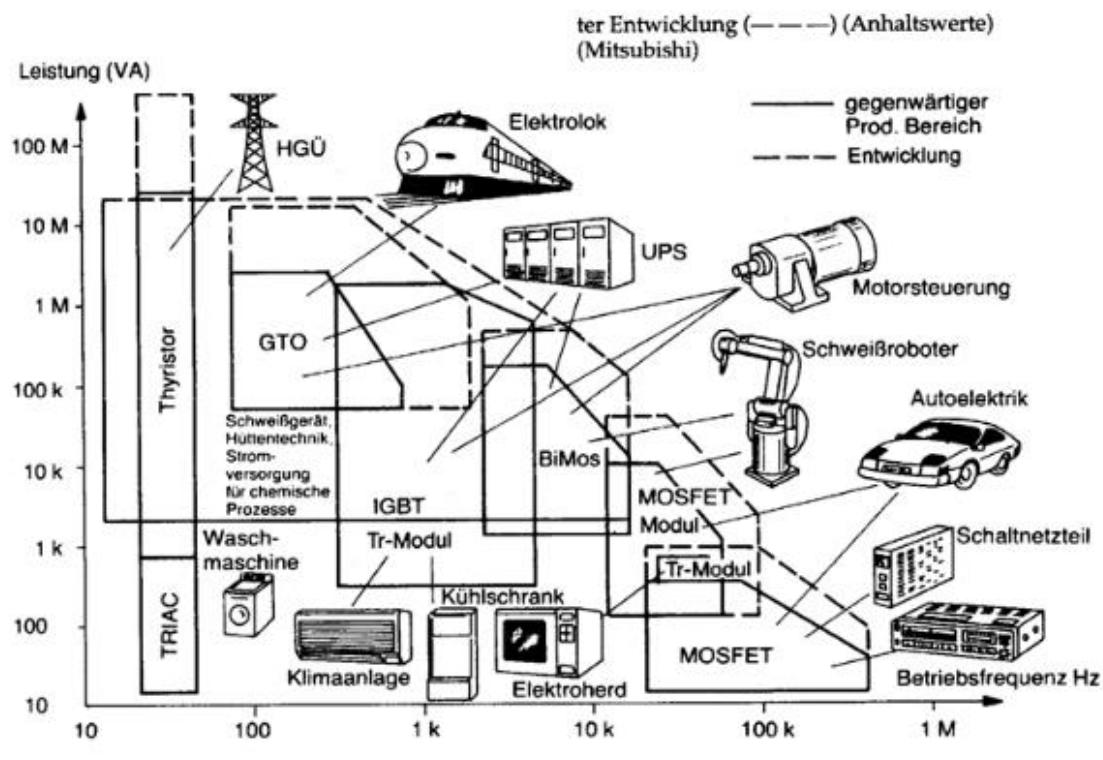
FETs sind vorteilhaft, wenn eine der folgenden Bedingungen zutrifft:

- Frequenz ist höher als ca. 100kHz (IGBTs sind zu langsam)
- Spannung ist unter ca. 100V (Durchlass-Verluste sind beim FET geringer)
- Strom ist unter ca. 10A (Durchlass-Verluste sind beim FET geringer)

<sup>13</sup> <http://www.wima.de/DE/igbt.htm>

<sup>14</sup> Snubber „Dämpfer“. Als Snubber-Glied bezeichnet man eine elektrische Schaltung, die störende Hochfrequenzen oder Spannungsspitzen neutralisieren soll, die meist beim Schalten induktiver Lasten auftreten, wenn der Stromfluss abrupt unterbrochen wird

## Übersicht der Einsatzbereiche



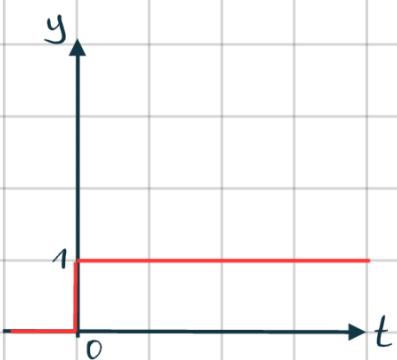
15

<sup>15</sup> [http://electro.ltett.lu/ELECTRO/X2EE\\_TECEN\\_files/X2EE\\_GR\\_Schaltungen\\_stud.pdf](http://electro.ltett.lu/ELECTRO/X2EE_TECEN_files/X2EE_GR_Schaltungen_stud.pdf)

## Laplace transformation

$$y(s) = \mathcal{L} y(t)$$

1) Sprungfunktion  $\sigma'(t)$



$$y(t) = \sigma(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

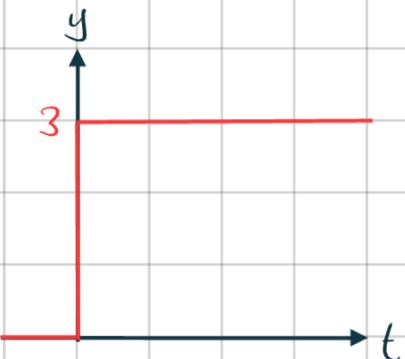
$$y(s) = \mathcal{L} \{ y(t) \}$$

$$y(s) = \int_0^{\infty} y(t) \cdot e^{-st} dt = \int_0^{\infty} \sigma(t) \cdot e^{-st} dt = \int_0^{\infty} 1 \cdot e^{-st} dt$$

$$y(s) = e^{-st} \cdot \frac{1}{-s} \Big|_0^{\infty} = -\frac{1}{s} \cdot e^{-st} \Big|_0^{\infty} = -\frac{1}{s} \cdot e^{-\infty} - \left( -\frac{1}{s} \cdot e^0 \right)$$

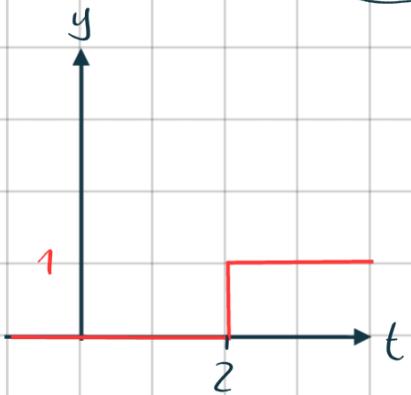
$$y(s) = -\frac{1}{s} \cdot 0 + \frac{1}{s} \cdot 1 = \frac{1}{s}$$

1.1)



$$y(t) = 3 \cdot \sigma(t) = 3 \cdot \frac{1}{s}$$

## 1.2) Verschiebungssatz für Verschiebungen nach rechts



$$y(t) = \delta(t - 2)$$

$$y(t) = \delta(t - t_0) \quad t_0 = 2$$

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = \mathcal{L}\{\delta(t - t_0)\} = \int_{t_0}^{\infty} \delta(t - t_0) e^{-st} dt$$

Substitution

$$t - t_0 = \tau$$

$$t = \tau + t_0$$

$$\left( \frac{dt}{d\tau} = 1 \rightarrow dt = d\tau \right)$$

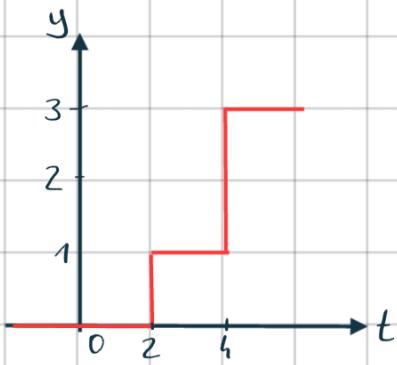
$$\left( e^{-st} = e^{-s(\tau + t_0)} = e^{-s\tau} \cdot e^{-st_0} \right)$$

$$\mathcal{L}\{\delta(\tau)\} = \int_0^{\infty} \delta(\tau) e^{-s\tau} \cdot e^{-st_0} d\tau$$

$$= e^{-st_0} \int_0^{\infty} \delta(\tau) e^{-s\tau} d\tau$$

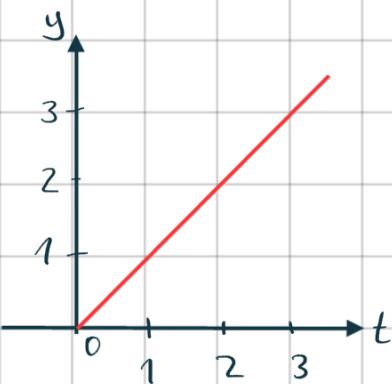
$$y(s) = e^{-st_0} \cdot \frac{1}{s}$$

### Beispiel



$$y(t) = G(t-2) + 2G(t-4)$$

### 2) Rampenfunktion



$$y(t) = t \cdot G(t) = \begin{cases} t & t > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$y(s) = \int_0^\infty y(t) e^{-st} dt = \int_0^\infty t \cdot e^{-st} dt$$

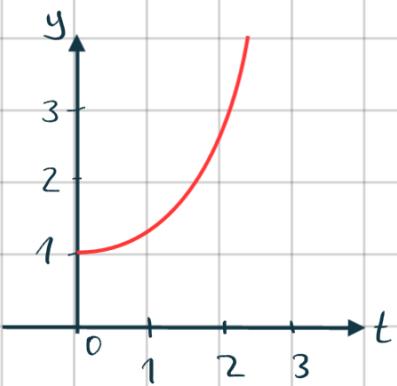
$$\int f(t) \cdot g'(t) dt = f \cdot g \Big|_0^\infty - \int_0^\infty f' g(t) dt$$

$$f(t) = t \rightarrow f' = 1$$

$$g'(t) = e^{-st} \rightarrow g(t) = -\frac{1}{s} \cdot e^{-st}$$

$$\begin{aligned} \int t \cdot e^{-st} dt &= t \left( -\frac{1}{s} e^{-st} \right) \Big|_0^\infty - \int_0^\infty -\frac{1}{s} \cdot e^{-st} dt \\ &= -\frac{1}{s} \cdot \infty \cdot e^{-s\infty} - \left( -\frac{1}{s} \cdot 0 \cdot e^{-s \cdot 0} \right) + \int_0^\infty \frac{1}{s} \cdot e^{-st} dt \\ &= -\frac{1}{s} \int_0^\infty e^{-st} dt = \frac{1}{s} \left[ -\frac{1}{s} \cdot e^{-st} \right] \Big|_0^\infty \\ &= -\frac{1}{s^2} \cdot e^{-s\infty} - \left[ -\frac{1}{s^2} \cdot e^{-s \cdot 0} \right] \\ &= 0 + \frac{1}{s^2} \end{aligned}$$

### 3) e-Funktion



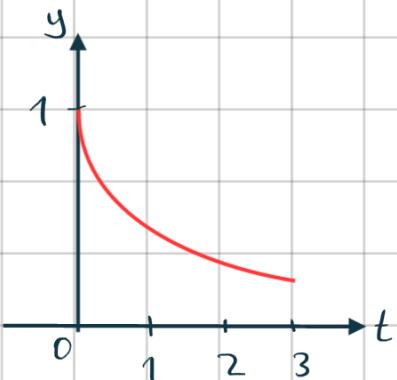
$$y(t) = e^{at} \cdot g(t) = \begin{cases} e^{at} & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\} = \int_0^\infty e^{at} \cdot e^{-st} dt = \int_0^\infty e^{(a-s)t} dt$$

$$y(s) = e^{-(s-a)t} \cdot \frac{1}{-(s-a)} \Big|_0^\infty = \frac{1}{-(s-a)} \left[ e^{-(s-a)\infty} - e^{-(s-a)0} \right]$$

$$y(s) = \frac{1}{-(s-a)} [0 - 1] = \frac{-1}{-(s-a)}$$

$y(s) = \frac{1}{s-a}$



$$y(t) = e^{-at} \cdot g(t) = \begin{cases} e^{-at} & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\} = \int_0^\infty e^{-at} \cdot e^{-st} dt = \int_0^\infty e^{-(s+a)t} dt$$

$$y(s) = e^{-(s+a)t} \cdot \frac{1}{-(s+a)} \Big|_0^\infty = -\frac{1}{s+a} [e^{-\infty} - e^0]$$

$$y(s) = -\frac{1}{s+a} [0 - 1] = \frac{1}{s+a}$$

$\frac{1}{s+a}$

Hilfestellung:  $y(t) = e^{\frac{a}{s}t} \rightarrow y(s) = \frac{1}{s + a}$

#### 4) Sinusfunktion

$$y(t) = \sin(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}$$

$$y(s) = \frac{1}{2j} \left[ \int_0^\infty e^{j\omega t} - e^{-j\omega t} dt + \int_0^\infty -e^{-j\omega t} \cdot e^{-st} dt \right]$$

$$= \frac{1}{2j} \left[ \int_0^\infty e^{-(s-j\omega)t} dt - \int_0^\infty e^{-(s+j\omega)t} dt \right]$$

$$= \frac{1}{2j} \left[ \left. \frac{1}{-(s-j\omega)} \cdot e^{-(s-j\omega)t} \right|_0^\infty - \left. \frac{1}{-(s+j\omega)} \cdot e^{-(s+j\omega)t} \right|_0^\infty \right]$$

$$= \frac{1}{2j} \left[ \frac{-1}{s-j\omega} (0-1) + \frac{1}{s+j\omega} (0-1) \right]$$

$$= \frac{1}{2j} \left[ \frac{1}{s-j\omega} - \frac{1}{s+j\omega} \right] = \frac{1}{2j} \cdot \frac{s+j\omega - (s-j\omega)}{(s-j\omega)(s+j\omega)}$$

$$y(s) = \frac{1}{2j} \cdot \frac{s+j\omega - s-j\omega}{s^2 + j\omega s - j\omega s - j^2\omega^2} = \frac{1}{2j} \cdot \frac{2j\omega}{s^2 + \omega^2} = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

#### 5) Kosinusfunktion

$$y(t) = \cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

$$y(s) = \frac{1}{2} \left[ \mathcal{L}\{e^{j\omega t}\} + \mathcal{L}\{e^{-j\omega t}\} \right]$$

$$\boxed{\mathcal{L}\{e^{xt}\} = \frac{1}{s-x}}$$

$$y(s) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{s-j\omega} + \frac{1}{s+j\omega} \right] = \frac{1}{2} \left[ \frac{s+j\omega + s-j\omega}{(s-j\omega)(s+j\omega)} \right]$$

$$y(s) = \frac{1}{2} \frac{2s}{(s-j\omega)(s+j\omega)} = \frac{s}{s^2 + j\omega s - j\omega s - j^2\omega^2} = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$$

$$\text{Bsp.: } y(t) = 4 \cdot G(t) + 3t \cdot G'(t) - e^{-at} \cdot G(t)$$

$$y(t) = 4 + 3t - e^{-2t}$$

alle Fkt. sind für  $t < 0 = 0$

$$y(s) = \frac{4}{s} + \frac{3}{s^2} - \frac{1}{s+2}$$

$$\text{Wolhg. Fakultät: } 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$1! = 1$$

$$\frac{1}{(s+a)^n} \rightarrow \frac{1}{(n-1)!} \cdot t^{n-1} \cdot e^{-at}$$

$$\text{Bsp.: } \frac{5}{(s+3)^2} = 5 \cdot \frac{1}{(s+3)^2} \quad n=2; a=3$$



$$y(t) = 5 \cdot \frac{1}{(2-1)!} \cdot t^{2-1} \cdot e^{-3t} = 5 \cdot \frac{1}{1!} \cdot t \cdot e^{-3t}$$

$$y(t) = 5t \cdot e^{-3t}$$

Bsp.: Anfangswertproblem

$$y'' - y' - 2y = 0$$

$$y(0) = 1$$

$$y'(0) = 0$$

Ansatz:  $y = k \cdot e^{xt}$

$$x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x-2)(x+1) = 0$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -1$$

$$y(t) = k_1 \cdot e^{-t} + k_2 \cdot e^{2t}$$

$$y'(t) = -k_1 \cdot e^{-t} + 2k_2 \cdot e^{2t}$$

$$y'(0) = 0 = -k_1 + 2k_2 \rightarrow k_1 = 2k_2$$

$$y(0) = 1 = k_1 + k_2$$

$$k_1 = 1 - k_2$$

$$2k_2 = 1 - k_2$$

$$3k_2 = 1 \rightarrow k_2 = \frac{1}{3}; k_1 = \frac{2}{3}$$

$$y(t) = \frac{2}{3} \cdot e^{-t} + \frac{1}{3} \cdot e^{2t}$$

Lösung mittels Laplace transformation

$$\mathcal{L}\{y'' - y' - 2y\} = ?$$

$$\rightarrow \mathcal{L}\{y(t)\} = y(s)$$

$$\rightarrow \mathcal{L}\{y'(t)\} = s \cdot y(s) - y(0)$$

$$\rightarrow \mathcal{L}\{y''(t)\} = s^2 \cdot y(s) - s \cdot y(0) - y'(0)$$

$$\mathcal{L} \{ y'' - y' - 2y \} = s^2 \cdot y(s) - s \cdot y(0) - y'(0) - [s \cdot y(s) - y(0)] - 2y(s) = 0$$

$$s^2 \cdot y(s) - s \cdot 0 - s \cdot y(s) + 1 - 2y(s) = 0$$

$$(s^2 - s - 2) y(s) + 1 - s = 0$$

$$(s^2 - s - 2) y(s) = s - 1 \rightarrow y(s) = \frac{s-1}{s^2-s-2}$$

Lösen der charakteristischen Gleichung

$$s^2 - s - 2 = 0$$

$$s_1 = 2$$

$$s_2 = -1$$

$$\frac{s-1}{s^2-s-2} = \frac{s-1}{(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{s-1}{(s-2)(s+1)}$$

$$\text{damit } a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s^1 + a_0 = \\ (s-s_1)(s-s_2) \cdot \dots \cdot (s-s_{n-1})(s-s_n)$$

wobei  $s_1, s_2, \dots, s_{n-1}, s_n$  die Lösungen der char. Gleichungen sind, muss vor der höchsten Potenz von  $s$  eine 1 stehen:

$$a_n = 1$$

$\frac{s-1}{(s-2)(s+1)} =$  Lösen mittels Partialbruchzerlegung

$$\frac{s-1}{(s-2)(s+1)} = \frac{A}{s-2} + \frac{B}{s+1}$$

ges.: A & B → mit Hauptnenner multiplizieren  
 $(s-2)(s+1)$

$$s-1 = A(s+1) + B(s-2)$$

↓

$$\begin{aligned} \cdot s = -1: \quad -2 &= -3B \quad \rightarrow B = \frac{2}{3} \\ \cdot s = 2: \quad 1 &= 3A \quad \rightarrow A = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$y(s) = \frac{\frac{1}{3}}{s-2} + \frac{\frac{2}{3}}{s+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{s-2} + \frac{\frac{2}{3}}{s+1}$$

↓

$$y(t) = \frac{1}{3} \cdot e^{+2t} + \frac{\frac{2}{3}}{s+1} \cdot e^{-1t}$$

Bsp.:  $y(s) = \frac{2}{s^2 + s - 0,5}$  ges.:  $y(t)$

- 1) vor oder höchsten Potenz von s im Nenner muss eine 1 stehen
- 2) Nullstellen des Nenner polynoms  $s_1, s_2, \dots$
- 3) Nenner polynom  $(s-s_1)(s-s_2) \dots$
- 4) Partial-Bruch-Zerlegung
- 5) Umwandlung im Zeitbereich

$$1) \quad y(s) = \frac{1}{s^2 + 0,5s - 0,25}$$

$$2) \quad s^2 + 0,5s - 0,25 = 0$$

$$s_1 = 0,308$$

$$s_2 = -0,808$$

$$3) \frac{1}{s^2 + 0,5s - 0,25} = \frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{1}{(s-0,309)(s+0,809)}$$

$$4) \frac{1}{(s-0,309)(s+0,809)} = \frac{A}{s-0,309} + \frac{B}{s+0,809}$$

$$1 = A(s+0,809) + B(s-0,309)$$

$$s = -0,809$$

$$1 = B(-1,11) \rightarrow B = -0,884$$

$$s = 0,309$$

$$1 = B(1,11) \rightarrow A = 0,884$$

$$5) y(s) = \frac{0,884}{s-0,309} - \frac{0,884}{s+0,809}$$

$$y(s) = 0,884 \left( \frac{1}{s-0,309} - \frac{1}{s+0,809} \right)$$

$$y(t) = 0,884 \left( e^{+0,309t} - e^{-0,809t} \right)$$

$$\text{Bsp.: } y(s) = \frac{s^2 + 1}{s^3 - s^2 - 2s} \quad \text{ges. : } y(t)$$

$$1) \checkmark$$

$$2) s^3 - s^2 - 2s = 0$$

$$s_1 = 2$$

$$s_2 = -1$$

$$s_3 = 0$$

$$3) \frac{s^2 + 1}{s^3 - s^2 - 2s} = \frac{s^2 + 1}{(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)} = \frac{s^2 + 1}{(s-2)(s+1)s}$$

$$4) \frac{s^2 + 1}{(s-2)(s+1)s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s-2)} + \frac{C}{(s+1)} \quad | \cdot HN$$

$$s^2 + 1 = A(s-2)(s+1) + B(s+1)s + C(s-2)s$$

$$\cdot s=0: \quad 1 = A(-2)(1) = -2A \\ A = -\frac{1}{2} = -0,5$$

$$\cdot s=2: \quad 2^2 + 1 = A(2+1)2 = 6B \\ 5 = 6B$$

$$\cdot s=-1: \quad 1+1 = C(-1-2)(-1) \\ 2 = C \cdot 3 \\ C = \frac{2}{3}$$

5)  $y(s) = -0,5 \cdot \frac{1}{s} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{s-2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{s+1}$

!

$$y(t) = -0,5 \delta(t) + \frac{5}{6} \cdot e^{2t} + \frac{2}{3} \cdot e^{-t}$$

$\frac{1}{s} \rightarrow \delta(t)$
$\frac{1}{s^2} \rightarrow t$
$\frac{1}{s+a} \rightarrow e^{-at}$

$$\text{Bsp.: } y(s) = \frac{1}{s^3 + s^2} \quad \text{ges.: } y(t)$$

1) ✓

$$2) s^3 + s^2 = 0$$

$$s_1 = -1$$

$$s_{2/3} = 0$$

$$3) s^3 + s^2 = (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)$$
$$= (s + 1)s^2$$

$$\frac{1}{s^3 + s^2} = \frac{1}{s^2(s+1)} \quad \begin{array}{l} \text{oder man sieht es aus der Angabe} \\ \text{hier erkennt man gleich} \end{array}$$

$$s_{1/2} = 0$$

$$s_3 = -1$$

$$4) \frac{1}{s^2(s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s+1} \quad | \cdot HN$$

$$1 = A \cdot s(s+1) + B(s+1) + C \cdot s^2$$

$$\cdot s = -1: \quad 1 = -A(-1+1) + B(-1+1) + C \cdot 1$$

$$1 = C$$

$$\cdot s = 0: \quad 1 = B$$

$$\cdot s = 1: \quad 1 = A \cdot 2 + B \cdot 2 + C$$

$$1 = 2A + 2 + 1$$

$$-2 = 2A$$

$$A = -1$$

$$5) \quad y(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1}$$

$$y(t) = -\delta(t) + t + e^{-t} = -1 + t + e^{-t}$$

$$\text{Bsp: } y(s) = \frac{s+3}{(s-3)(s+2)^2}$$

$$s_1 = 3$$

$$s_{2/3} = -2$$

$$4) \quad \frac{s+3}{(s-3)(s+2)^2} = \frac{A}{s-3} + \frac{B}{(s+2)^2} + \frac{C}{s+2} \quad | \cdot HN$$

$$s+3 = A(s+2)^2 + B(s-3) + C(s-3)(s+2)$$

$$\begin{aligned} \cdot s=3: \quad 3+3 &= A(3+2)^2 + B \cdot 0 + C \cdot 0 \cdot 5 \\ 6 &= A(9+6+6+4) \\ 6 &= 25A \\ A &= \frac{6}{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot s=-2: \quad -2+3 &= A \cdot 0 - 5B + C(-5) \cdot 0 \\ 1 &= -5B \\ B &= -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot s=1: \quad 1+3 &= A(1+2)^2 + B(1-3) + C(1-3)(1+2) \\ 4 &= A(1+4+4) - 2B - 4C \\ 4 &= 9A - 2B - 4C \\ 4 &= 9 \cdot \frac{6}{25} + \frac{2}{5} - 4C \\ C &= -\frac{6}{25} \end{aligned}$$

$$5) \quad y(s) = \frac{6}{25} \cdot \frac{1}{s-3} - \frac{1}{5} \frac{1}{(s+2)^2} - \frac{6}{25} \frac{1}{s+2}$$

$$y(s) = \frac{1}{25} \left( 6 \frac{1}{s-3} - 5 \frac{1}{(s+2)^2} - 6 \frac{1}{s+2} \right)$$

$$\boxed{\frac{1}{(s+a)^n} \rightarrow \frac{1}{(n-1)!} \cdot t^{n-1} \cdot e^{-at}}$$

$$y(t) = \frac{1}{25} \left( 6 \cdot e^{3t} - 5t \cdot e^{-2t} - 6 \cdot e^{-2t} \right)$$

Bsp.: geg.:  $y(s) = \frac{1}{s^2(s^2+1)}$   
 ges.:  $y(t)$

3) Nullstellen des Nennerpolynoms

$$s^2(s^2+1) = 0$$

$$\begin{aligned} s_{1,2} &= 0 \\ s_{3,4} &= \sqrt{-1} = \pm j \end{aligned}$$

4) PBZ

$$\frac{1}{s^2(s^2+1)} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C \cdot s + D}{s^2+1} \quad | \cdot \text{Nenner}$$

$$1 = A(s^2+1) + B \cdot s(s^2+1) + [C \cdot s + D] s^2$$

•  $s = 0$ :

$$1 = A + B \cdot 0 + [C \cdot 0 + D] \cdot 0$$

$$1 = A$$

•  $s = 1$ :

$$1 = A \cdot (1+1) + B \cdot 1(1+1) + [C \cdot 1 + D] \cdot 1$$

$$1 = 2 \cdot 1 + 2B + C \cdot s + D$$

•  $s = 2$ :

$$1 = A(z^2 + 1) + B \cdot 2(z^2 + 1) + [C \cdot 2 + D]z^2$$
$$1 = 5A + 10B + 8C + 4D$$

•  $s = 3$ :

$$1 = A(3^2 + 1) + B \cdot 3(3^2 + 1) + [C \cdot 3 + D] \cdot 3^2$$
$$1 = 10A + 30B + 27C + 9D$$

$$\text{TR: } A = 1$$

$$B = 0$$

$$C = 0$$

$$D = -1$$

### 5) Umwandlung in Zeitbereich

$$\frac{A}{s^2} + \frac{D}{s^2+1} = \frac{1}{s^2} + \frac{-1}{s^2+1}$$

$$y(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^2+1}$$

$$\boxed{\frac{w}{s^2+w^2} \xrightarrow{} \sin(wt)}$$

$$y(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^2+1}$$

↓

$$y(t) = t - \sin(wt) = t - \sin(t)$$

Wenn konjugiert komplexe Polstellen vorhanden sind, so lautet der Ansatz immer:

$$\frac{C \cdot s + D}{( )}$$

Es kann sein, dass C oder D gleich Null ist → das bedeutet, dass dann der Kosinus- oder Sinusanteil wegfällt.

$$\frac{C \cdot s}{(s)} \hat{=} \frac{s}{s^2 + \omega^2} \rightarrow \cos(\omega t)$$

$$\frac{D}{(s)} \hat{=} \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \rightarrow \sin(\omega t)$$

→ Achtung:  $\omega$  aus  $\omega^2$  finden & dann ggf.

$K = \frac{D}{\omega}$ , damit man auf die Form  
 $K \cdot \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$  kommt

Bsp.:  $y(s) = \frac{0,75s}{0,25s^3 + 0,25s^2 - 2s - 3} = \frac{3s}{s^3 + s^2 - 8s - 12}$

$$s^3 + s^2 - 8s - 12 = 0 \quad \text{TR: } s_1 = 3; s_2 = -2; s_3 = ?$$

$$(s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)$$

$$(s - 3)(s - 3)(s + 2) = s^3 - 6s^2 + 9s + 2s^2 - 12s + 18$$

$$(s - 3)(s + 2)(s + 2) = (s - 3)(s + 2)^2$$

X

$$\frac{3s}{s^3 + s^2 - 8s - 12} = \frac{3s}{(s-3)(s+2)^2} = \frac{A}{s-3} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{(s+2)^2}$$

$$3s = A(s+2)^2 + B(s-3)(s+2) + C(s-3)$$

$$\cdot s = 0: \quad 0 = 4A - 6B - 3C$$

$$\cdot s = 1: \quad 3 = 9A - 6B - 2C$$

$$\cdot s = 2: \quad 6 = 16A - 4B - C$$

$$\text{TR: } A = 0,36; B = -0,36; C = \frac{6}{5}$$

$$y(s) = \frac{9}{25} \frac{1}{s-3} - \frac{9}{25} \frac{1}{s+2} + \frac{6}{5} \frac{1}{(s+2)^2}$$

$$y(t) = \frac{9}{25} e^{3t} - \frac{9}{25} e^{-2t} + \frac{6}{5} \cdot t \cdot e^{-2t}$$

$$\begin{array}{rcl}
 s^3 + s^2 - 8s - 12 : s-3 & = & s^2 + 4s + 4 \\
 - \underline{(s^3 - 3s^2)} & & \\
 \hline
 4s^2 - 8s & & s^2 + 4s + 4 = 0 \\
 - \underline{(4s^2 - 12s)} & & \text{TR: } s_1 = -2 \\
 \hline
 4s - 12 & & s_2 = -2 \\
 - \underline{(4s - 12)} & &
 \end{array}$$

OR.

$$\text{Bsp.: } y(s) = \frac{2}{0,25s^3 - 0,25s^2 + s - 1} = \frac{8}{s^3 - s^2 + 4s - 4}$$

$$\begin{array}{ll}
 (s-s_1)(s-s_2)(s-s_3) = & s^3 - s^2 + 4s - 4 = 0 \\
 (s-1)(s+2j)(s-2j) = & \text{TR: } s_1 = 1 \\
 (s-1)(s^2 + 2js - 2js - 4j^2) = & s_2 = 2j \\
 (s-1)(s^2 + 4) & s_3 = -2j
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{8}{(s-1)(s^2+4)} &= \frac{A}{s-1} + \frac{Bs+C}{s^2+4} \\
 8 &= A(s^2+4) + B(s^2-s) + C(s-1) \\
 \cdot s=0: \quad 8 &= 4A + 0B - 1C \\
 \cdot s=1: \quad 8 &= 5A + 0B + 0C \\
 \cdot s=2: \quad 8 &= 8A + 2B + 1C
 \end{aligned}$$

Bei L.omp.  
Nullstellen  
immer  $\pm x_j$

$$\text{Bsp.: } \frac{5}{s^2 + 3} \rightarrow ?$$

$$3 = \omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{3}$$

$$K = \frac{5}{\sqrt{3}} \rightarrow \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{s^2 + (\sqrt{3})^2} \rightarrow \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot \sin(\sqrt{3}t)$$

$$\text{Bsp.: } \frac{5}{s^2 + 25} \rightarrow \sin(5t)$$

## Filter

### Tiefpass



$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

$$C = 2 \text{ mF}$$

$$\text{ges.: } u_a(t) = ? \quad \text{für } u_e(t) = 3 \sin(t) \text{ V}$$

d.h. zum Zeitpunkt  $t=0$  wird eingeschaltet und  $u_e = 5 \text{ V}$

$$1) \quad G(j\omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{j\omega RC + 1} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega T}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega 2} \rightarrow G(s) = \frac{1}{1 + 2s}$$

$$1a) \quad G(s) = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{sRC + 1} = \frac{1}{1 + sRC} = \frac{1}{1 + sT}$$

$$G(s) = \frac{1}{1 + 2s}$$

$$2) U_a(s) = U_e(s) \cdot G(s) = 3 \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1+2s} = \frac{3}{s(1+2s)} = \frac{3}{s+2s^2}$$

Vor der höchsten Potenz muss eine 1 stehen!

$$= \frac{3}{2s(0,5+s)} = \frac{3}{2(0,5s+s^2)} = \frac{1,5}{s(0,5+s)}$$

3) Nullstellen:

$$s_1 = 0$$

$$s_2 = -0,5$$

$$(s - s_2) = (s + 0,5)$$

4) PBZ

$$\frac{1,5}{s(0,5+s)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+0,5} \quad | \cdot HN$$

$$1,5 = A(0,5+s) + B \cdot s$$

•  $s = 0$ :  $1,5 = A \cdot 0,5$

$$A = 3$$

•  $s = -0,5$ :  $1,5 = A \cdot 0 - B \cdot 0,5$

$$B = -3$$

$$5) U_a(s) = \frac{3}{s} - \frac{3}{s+0,5} = 3 \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s+0,5} \right)$$

↓

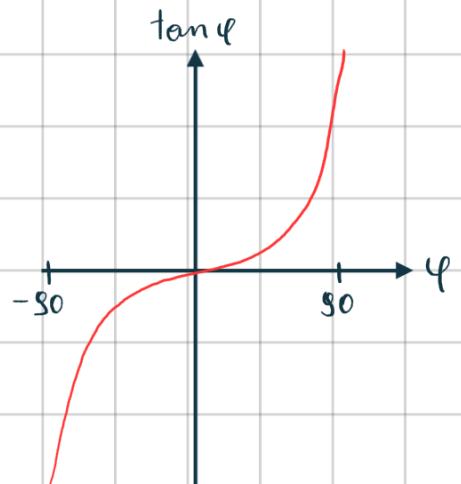
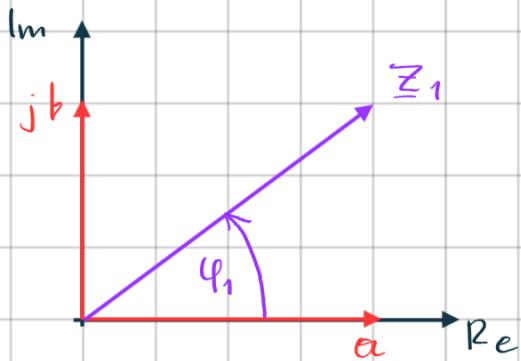
$$u_a(t) = 3 \left( s(t) - e^{-0,5t} \right) = 3 \left( 1 - e^{-0,5t} \right)$$

# Wiederholung komplexer Zahlen

$$\underline{Z}_1 = a + jb$$

$$|Z_1| = Z_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

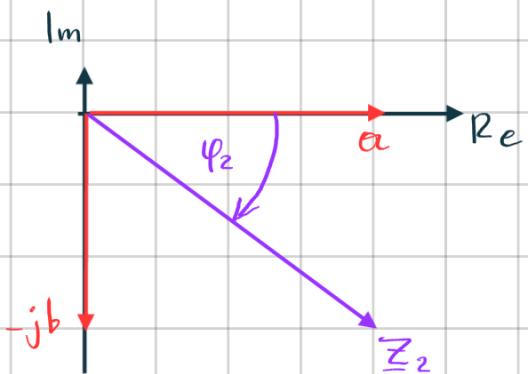
$$\tan \varphi_1 = \frac{\text{Im}}{\text{Re}} = \frac{b}{a}$$



$$\underline{Z}_2 = a - jb$$

$$|Z_2| = Z_2 = \sqrt{a^2 + (-b)^2}$$

$$\tan \varphi_2 = \frac{\text{Im}}{\text{Re}} = \frac{-b}{a}$$

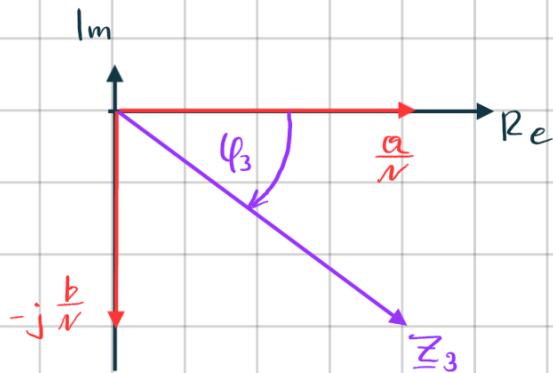


$$Z_3 = \frac{1}{a+jb} = \frac{1}{a+jb} \cdot \frac{a-jb}{a-jb} = \frac{a-jb}{a^2+jab-jab-j^2b^2}$$

$$= \frac{a-jb}{a^2+b^2} = \frac{a}{a^2+b^2} - j \frac{b}{a^2+b^2} = \frac{a}{N} - j \frac{b}{N}$$

$$|Z_3| = Z_3 = \sqrt{\left(\frac{a}{N}\right)^2 + \left(-\frac{b}{N}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{N^2} + \frac{b^2}{N^2}} = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{(a^2+b^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$Z_3 = \frac{1}{a+jb} = \frac{1}{Z_1} \rightarrow |Z_3| = \frac{1}{|Z_1|} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

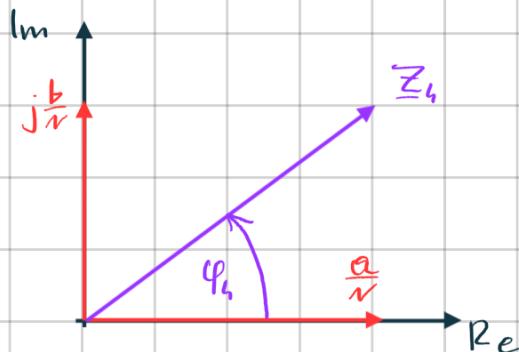


$$\tan \varphi_3 = \frac{-\frac{b}{N}}{\frac{a}{N}} = \frac{-b}{a}$$

$$Z_4 = \frac{1}{a-jb} = \frac{1}{a-jb} \cdot \frac{a+jb}{a+jb} = \frac{a+jb}{a^2+jab-jab-j^2b^2}$$

$$= \frac{a+jb}{a^2+b^2} = \frac{a}{a^2+b^2} + j \frac{b}{a^2+b^2} = \frac{a}{N} + j \frac{b}{N}$$

$$|Z_4| = Z_4 = \sqrt{\left(\frac{a}{N}\right)^2 + \left(\frac{b}{N}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{N^2}} = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{(a^2+b^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$$



$$\tan \varphi_4 = \frac{\frac{b}{N}}{\frac{a}{N}} = \frac{b}{a}$$

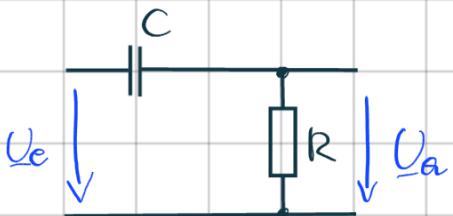
Bsp.:  $\frac{3}{\frac{1}{\omega} + j\omega CR}$

$$R_E = \frac{-\frac{4 \cdot 3}{\omega}}{\left(\frac{1}{\omega}\right)^2 + (\omega CR)^2}$$

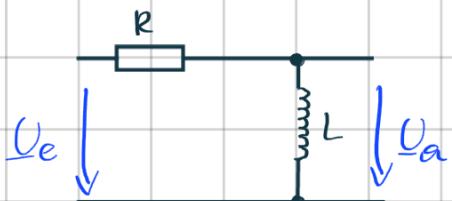
$$Im = \frac{3\omega CR}{\left(\frac{1}{\omega}\right)^2 + (\omega CR)^2}$$

$$\tan \varphi = \frac{3\omega CR}{-\frac{4 \cdot 3}{\omega}} = -\frac{\omega^2 CR}{4}$$

### Hochpass

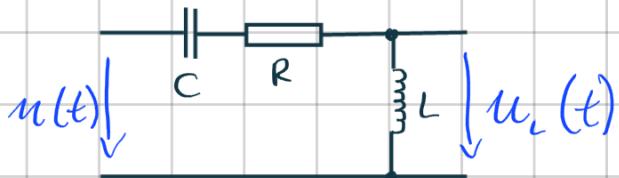


$$G(s) = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{sRC}}$$



$$G(s) = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} = \frac{sL}{R + sL} = \frac{1}{1 + \frac{R}{sL}}$$

Bsp.: Gegeben ist das unten abgebildete energielose System mit  $u(t)$  als Eingangsfunktion und  $u_r(t)$  als Ausgangsfunktion, wobei  $R = 300 \Omega$ ,  $C = 100 \mu F$  und  $L = 2 H$



a) Wie lautet die Übertragungsfunktion?

$$G(s) = \frac{U_L(s)}{U(s)} = \frac{sL}{\frac{1}{sC} + R + sL} = \frac{1}{1 + \frac{R}{sL} + \frac{1}{s^2LC}} = \frac{s^2CL}{1 + sRC + s^2LC}$$

$$G(s) = \frac{s^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{1 + s \cdot 0,03 + s^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = \frac{s^2}{s^2 + 150s + 5000}$$

b) Berechne  $u_L(t)$ , wenn  $u(t) = 10V \sin(t)$

$$u_L(s) = u(s) \cdot G(s) = \frac{10}{s} \cdot \frac{s^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{1 + 0,03s + 2 \cdot 10^{-4}s^2}$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{-3}s^2}{s + 0,03s^2 + 2 \cdot 10^{-4}s^3} \quad \text{vor } s^3 \text{ muss 1 stehen}$$

$$u_L(s) = \frac{10s^2}{s^3 + 150s^2 + 5000s} \quad s^3 + 150s^2 + 5000s = 0$$

$$\text{TR: } s_1 = 0$$

$$s_2 = -50$$

$$s_3 = -100$$

$$\frac{10s^2}{s^3 + 150s^2 + 5000s} = \frac{10s^2}{(s-0)(s+50)(s+100)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+50} + \frac{C}{s+100}$$

$$10s^2 = A(s+50)(s+100) + B \cdot s(s+100) + C \cdot s(s+50)$$

$$\cdot s=0: \quad 0 = 5000 A \quad A=0$$

$$\cdot s=-50: \quad 25000 = -2500 B \quad B = -10$$

$$\cdot s=-100: \quad 100000 = 5000 C \quad C = 20$$

$$u_L(s) = -10 \frac{1}{s+50} + 20 \frac{1}{s+100}$$

!

$$u_L(t) = -10 \cdot e^{-50t} + 20 \cdot e^{-100t}$$

c) Berechne  $u_L(t)$  für  $u(t) = 1058V \cdot \sin(20t)$



$$u(s) = 1058 \cdot \frac{20}{s^2 + 400}$$

$$u_L(s) = u(s) \cdot G(s) = 1058 \cdot \frac{20}{s^2 + 400} \cdot \frac{s^2}{s^2 + 150s + 5000}$$

$$= \frac{21160s^2}{s^4 + 150s^3 + 5000s^2 + 400s^2 + 60000s + 2000000}$$

$$u_L(s) = \frac{21160s^2}{s^4 + 150s^3 + 5400s^2 + 60000s + 2000000}$$

$$s^4 + 150s^3 + 5400s^2 + 60000s + 2000000 = 0$$

$$\text{TR: } s_1 = -50$$

$$s_2 = -100$$

$$s_{3,4} = \pm 20j$$

$$(s+20j)(s-20j) = s^2 + 400$$

$$\frac{21160s^2}{(s+50)(s+100)(s+20j)(s-20j)} = \frac{A}{s+50} + \frac{B}{s+100} + \frac{Cs+D}{s^2+400}$$

$$21160s^2 = A(s+100)(s^2+400) + B(s+50)(s^2+400) + (Cs+D)(s+50)(s+100)$$

$$\cdot s=0: \quad 0 = 40000A + 20000B + 0C + 5000D$$

$$\cdot s=-100: \quad 211600000 = 0A - 520000B + 0C + 0D$$

$$\cdot s=-50: \quad 52800000 = 145000A + 0B + 0C + 0D$$

$$\cdot s=1: \quad 21160 = 40501A + 20451B + 5151C + 5151D$$

$$\text{TR: } A = 364,83 \quad C = 42,09$$

$$B = -406,82 \quad D = -1280$$

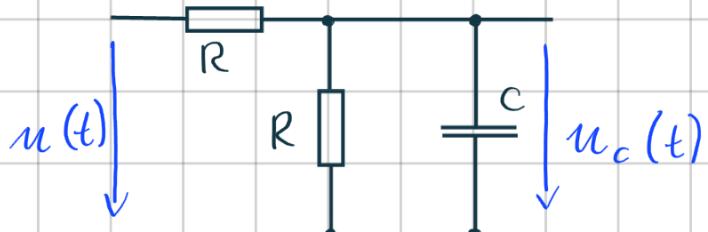
$$u_1(s) = \frac{364,83}{s+50} - \frac{406,92}{s+100} + 42,08 \frac{s}{s^2+400} - 1290 \frac{1}{s^2+400}$$

$$u_1(s) = \frac{364,83}{s+50} - \frac{406,92}{s+100} + 42,08 \frac{s}{s^2+20^2} - \frac{1290}{20} \frac{20}{s^2+20^2}$$

↓

$$u_1(t) = 364,83 e^{-50t} - 406,92 e^{-100t} + 42,08 \cos(20t) - 64,5 \sin(20t)$$

Bsp.:



$$R = 400 \Omega$$

$$C = 50 \mu F$$

Zum Zeitpunkt  $t=0$  wird eine Spg.  $u(t) = 1040 \sin(20t)$  angelegt.

a) Ermitteln Sie die Stromstärke mit Hilfe der Laplace-Transformation

$$u_e(t) = 1040 \cdot \sin(20t) \rightarrow u_e(s) = 1040 \cdot \frac{20}{s^2 + 20^2}$$

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{u_c(s)}{u(s)} = \frac{\frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}}{R + \frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}} = \frac{\frac{R}{sC}}{\frac{R^2 + R \cdot \frac{1}{sC} + \frac{R}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}} = \frac{\frac{R}{sC}}{\frac{R^2 + \frac{2R}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}} = \frac{\frac{R}{sC}}{\frac{R^2 + 2R}{sC + 2R}}$$

$$G(s) = \frac{1}{R_s C + 2} = \frac{1}{0,02s + 2} = \frac{50}{s + 100}$$

$$U_a(s) = U_e(s) = G(s) = 1040 \frac{20}{s^2 + 20^2} \cdot \frac{50}{s + 100} = \frac{1040000}{(s^2 + 20^2)(s + 100)}$$

$$s_{1/2} = \pm 20j$$

$$s_3 = -100$$

$$\frac{1040000}{(s^2 + 20^2)(s + 100)} = \frac{A}{s + 100} + \frac{Bs + C}{s^2 + 20^2}$$

$$1040000 = A(s^2 + 20^2) + (Bs + C)(s + 100)$$

$$\left. \begin{array}{l} \cdot s = -100 \\ \cdot s = 0 \\ \cdot s = 1 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} A = 100 \\ B = -100 \\ C = 10000 \end{array}$$

$$\begin{aligned} U_a(s) &= \frac{100}{s + 100} - \frac{100s}{s^2 + 20^2} + \frac{10000}{s^2 + 20^2} \\ &= 100 \frac{1}{s + 100} - 100 \frac{s}{s^2 + 20^2} + \frac{10000}{20} \cdot \frac{20}{s^2 + 20^2} \end{aligned}$$

$$U_a(t) = 100 \cdot e^{-t} - 100 \cdot \cos(20t) + 500 \cdot \sin(20t)$$

$$\begin{aligned} Z(s) &= R + \frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = R + \frac{R}{RsC + 1} = \frac{R^2sC + R + R}{RsC + 1} \\ &= \frac{R^2sC + 2R}{RsC + 1} = \frac{8s + 400}{0.02s + 1} \end{aligned}$$

$$I(s) = \frac{U_e(s)}{Z(s)} = \frac{1040 \cdot \frac{20}{s^2 + 20^2}}{\frac{8s + 400}{0.02s + 1}} = \frac{1040 \cdot 20 (0.02s + 1)}{(8s + 400)(s^2 + 20^2)}$$

$$= \frac{20800 (0.02s + 1)}{(8s + 400)(s^2 + 400)} = \frac{416s + 20800}{(s^2 + 20^2) 8(s + 100)} = \frac{52s + 2600}{(s^2 + 20^2)(s + 100)}$$

$$s_{1/2} = \pm 20j$$

$$s_3 = -100$$

$$\begin{aligned} \cdot s = -50 \\ \cdot s = 0 \\ \cdot s = 1 \end{aligned}$$

$$A = -\frac{1}{4}$$

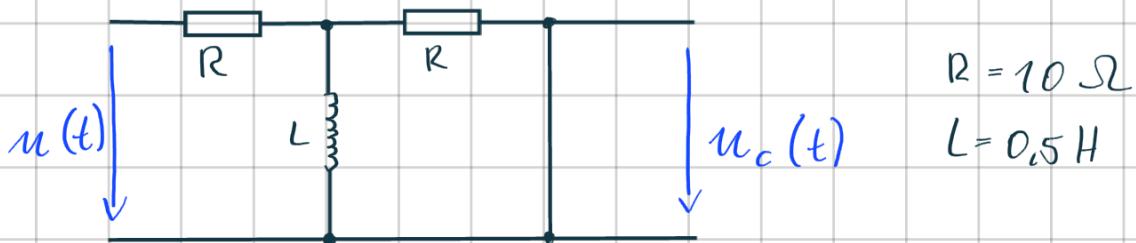
$$B = \frac{1}{4}$$

$$C = 27$$

$$\begin{aligned} I(s) &= \frac{52s + 2600}{(s^2 + 20^2)(s + 100)} = \frac{A}{s+100} + \frac{Bs+C}{s^2+20^2} = -\frac{0,25}{s+100} + \frac{0,25s+27}{s^2+20^2} \\ &= -0,25 \cdot \frac{1}{s+100} + 0,25 \cdot \frac{s}{s^2+20^2} + \frac{27}{20} \cdot \frac{20}{s^2+20^2} \end{aligned}$$

$$i(t) = -0,25 \cdot e^{-100t} + 0,25 \cdot \cos(20t) + \frac{27}{20} \cdot \sin(20t)$$

Bsp.:



bis  $t=0s$  wird die Spannung  $u(t) = 52V \cdot \sin(2t)$  angelegt  $\rightarrow$  ermittle  $i(t)$  mit Hilfe d. Laplace-Transf.

$$U(s) = 52 \cdot \frac{2}{s^2 + 2^2}$$

$$Z(s) = R + \frac{Rs \cdot L}{Rs + L} = \frac{R^2 + RsL + RsL}{R + sL} = \frac{R^2 + 2RsL}{R + sL} = \frac{100 + 10s}{10 + 0,5s}$$

$$I(s) = ? = \frac{U}{R} = U \cdot \frac{1}{R} = 52 \cdot \frac{2}{s^2 + 2^2} \cdot \frac{1}{\frac{100 + 10s}{10 + 0,5s}} = \frac{104(10 + 0,5s)}{(s^2 + 2^2)(100 + 10s)}$$

$$I(s) = \frac{104(10 + 0,5s)}{(s^2 + 2^2)10(10+s)} = \frac{10,4(10 + 0,5s)}{(s^2 + 2^2)(10+s)} = \frac{104 + 5,2s}{(s^2 + 2^2)(10+s)}$$

$$s_{1/2} = \pm 2j ; s_3 = -10$$

$$\frac{10s + 5,2s}{(s^2 + 2^2)(10+s)} = \frac{A}{s+10} + \frac{Bs + C}{s^2 + 2^2}$$

$$5,2s + 10s = A(s^2 + 2^2) + (Bs + C)(s + 10)$$

$$\cdot s=0: 10s = 4A + 0B + 10C$$

$$\cdot s=-10: 52 = 10sA + 0sB + 0sC$$

$$\cdot s=1: 10s + 2 = 5A + 11B + 11C$$

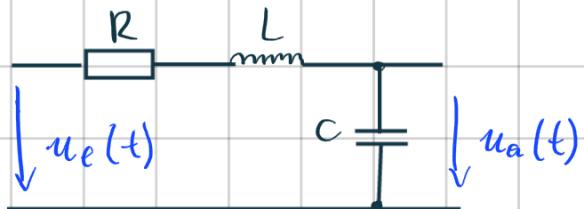
$$\rightarrow A = \frac{1}{2}; B = -\frac{1}{2}; C = \frac{51}{5}$$

$$I(s) = \frac{1}{2} \frac{1}{s+10} - \frac{1}{2} \frac{s}{s^2 + 2^2} + \frac{51}{5} \frac{1}{s^2 + 2^2}$$

$$I(s) = \frac{1}{2} \frac{1}{s+10} - \frac{1}{2} \frac{s}{s^2 + 2^2} + \frac{51}{5} \frac{1}{2} \frac{2}{s^2 + 2^2}$$

$$i(t) = \frac{1}{2} e^{-10t} - \frac{1}{2} \cos(2t) + 5,1 \sin(2t)$$

Bsp.:



$$R = 40 \Omega$$

$$L = 0,1 \text{ H}$$

$$C = 200 \mu\text{F}$$

$$u_e(t) = 150t$$

a)  $i(t)$

b)  $u_a(t)$

$$Z(s) = R + sL + \frac{1}{sC} = \frac{sRC + s^2LC + 1}{sC}$$

$$U_e(s) = 150 \frac{1}{s^2}$$

$$U_a(s) = U_e(s) \cdot \frac{1}{Z(s)} = \frac{150}{s^2} \cdot \frac{1}{\frac{sRC + s^2LC + 1}{sC}}$$

$$U_a(s) = \frac{150 \cdot sC}{s^2(sRC + s^2LC + 1)} = \frac{0,03 \cancel{s}}{\cancel{s^2}(0,008s + 20 \cdot 10^{-6}s^2 + 1)}$$

$$U_a(s) = \frac{0,03}{s \cdot 20 \cdot 10^{-6} (s^2 + 400s + 50000)} = \frac{1500}{s(s^2 + 400s + 50000)}$$

$$\rightarrow s_1 = 0 \quad ; \quad s_{2/3} = -200 \pm 100j$$

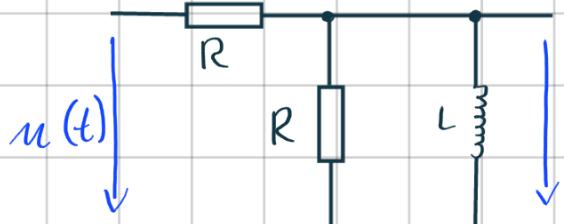
$$G(s) = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}} \cdot \frac{sC}{sC} = \frac{1}{sRC + s^2LC + 1}$$

$$= \frac{1}{0,008s + 20 \cdot 10^{-6}s^2 + 1} = \frac{50000}{s^2 + 400s + 1}$$

$$U_a(s) = U_e(s) \cdot G(s) = \frac{150}{s^2} \cdot \frac{50000}{s^2 + 400s + 1}$$

$$s_{1/2} = 0 \quad ; \quad s_{3/4} = -200 \pm 100j$$

Bsp.:



$$R = 10 \Omega$$

$$L = 0,5 \text{ H}$$

$$\text{for } t=0: u(t) = 100 \sin(20t)$$

$$U(s) = 100 \frac{20}{s^2 + 20^2}$$

$$Z(s) = R + \frac{R_sL}{R + sL} = \frac{R^2 + 2R_sL}{R + sL}$$

$$I(s) = 100 \frac{20}{s^2 + 20^2} \cdot \frac{R + sL}{R^2 + 2R_sL} = \frac{2000}{s^2 + 20^2} \cdot \frac{10 + 0,5s}{100 + 10s}$$

$$= \frac{2000(10 + 0,5s)}{(s^2 + 20^2)10(10 + s)} = \frac{2000 + 100s}{(s^2 + 20^2)(s + 10)}$$

$$s_{1/2} = \pm 20j \quad ; \quad s_3 = -10$$

