Stoffübersicht

- Magnetisches Feld
  - ▷ Grundbegriffe
  - ▷ Größen
  - ▷ Werkstoffe
  - ▷ Berechnung einfacher magn. Kreise
- Wechselstromgrößen
  - ▷ Widerstand u. Leitwert im Wechselfeld
  - ▷ Komplexe Rechnung
- Wechselstromtechnik
- Schaltvorgänge R, L, C
- Bode Diagramm

Das magnetische Feld

Das magnetische Feld wird immer durch bewegte elektrische Ladungen verursacht.

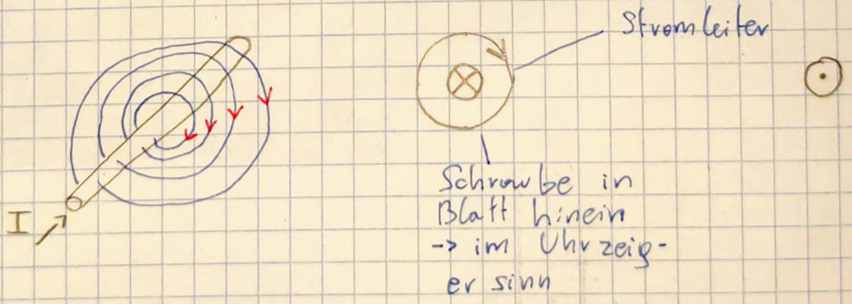
- magn. Material: Bewegung d. Elektronen e^- um den Kern und um sich selbst (Spin)
- Erdmagnetfeld: Bewegende flüssige ionisierte Materie (NiFe) im Kern.

Grafische Darstellung v. Magnetfeldern:

durch Feldlinien:
- Richtung der Kraftwirkung: durch Linien m. Pfeil
- Stärke der Kraftwirkung: dichter = größer

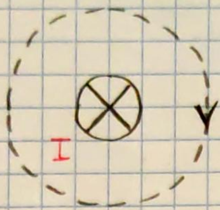
Richtung der Feldlinien nach „Rechtsschrauben-zusammenhang"

stromdurchfl. Leiter

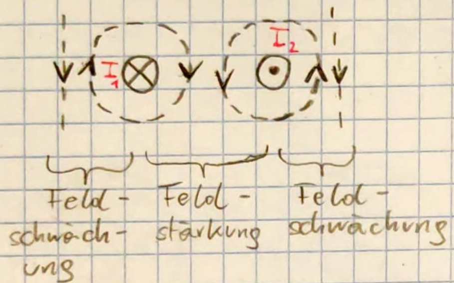


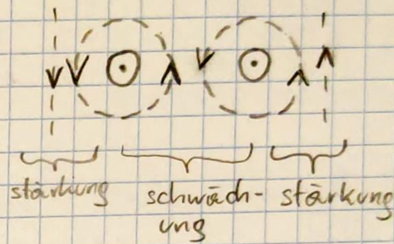
$$E = \frac{F}{Q} \qquad H = \frac{I}{l}$$

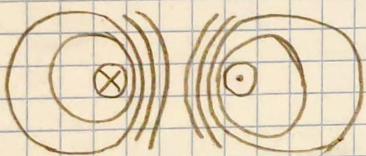
Feldausbildung im Einzelleiter:

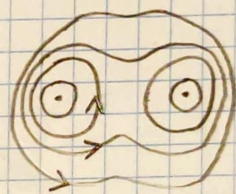


Überlagerung v. Feldern bei mehreren Leitern:

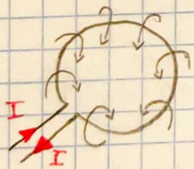


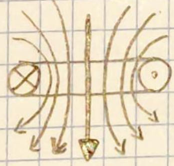






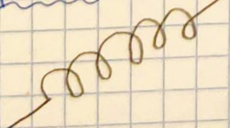
Leiterschleife:

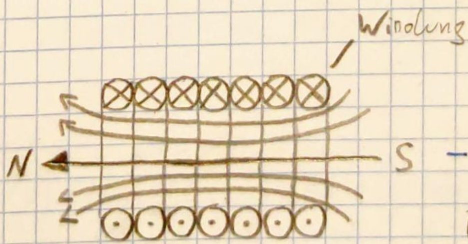




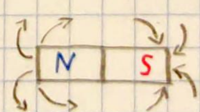
Feldstärkung im Inneren

Spule:

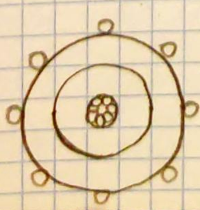




– Permanentmagnet



Ringspule:



Magnetische Feldstärke H

$H = \frac{I}{l}$ für Sonderfall gerader Leiter

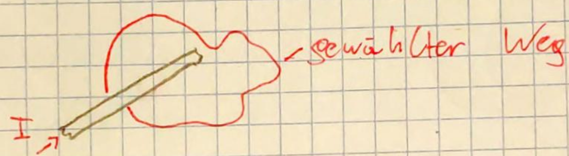
l ... Abstand Leiter - Feldlinie

$H = \frac{I}{2\pi r}$ → bei Kreis $[H] = 1\ A/m$

für Feldbild nicht nur ein Leiter relevant sondern alle stromdurchflossenen

→ Summe der Ströme $\sum_{i=1}^{n} I_i = \Theta$ elektrische Durchflutung (griech.: großes theta)

$[\Theta] = 1\ A = 1\ A$ Wdg.

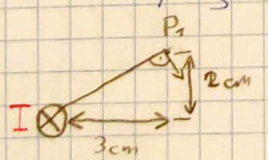


$$\sum_{i=1}^{n} H_i \cdot l_i = \Theta$$

für H_i ist auf l_i konstant

Durchflutungsgesetz (Θ)

Bsp.: $I = 3\ A$, ges.: H_{P_1}, α

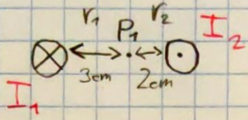


$$H_{P_1} = \frac{I}{l} = \frac{I}{2\pi r} = \frac{3\ A}{2\pi \cdot 3{,}61\ cm} = 0{,}132\ A/cm$$

$$r = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3{,}61\ cm$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{3}{2}\right) = 56{,}3° \rightarrow \alpha = 90 - 56{,}3° = \underline{\underline{33{,}7°}}$$

Bsp.:



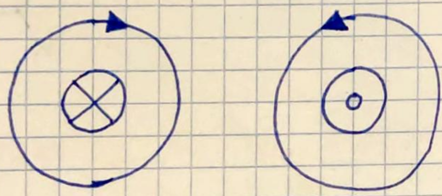
$I_1 = 3A$ ges.: H_{P_1}

$I_2 = 2A$

$$H_{P_1}' = \frac{I_1}{2\pi r_1} = \frac{3}{2\pi \cdot 3} = 0{,}159\ A/cm$$

$$H_{P_1}'' = \frac{I_2}{2\pi r_2} = \frac{2A}{2\pi \cdot 2cm} = 0{,}159\ A/cm$$

$$H_{P_1} = H_{P_1}' + H_{P_1}'' = 2\,(0{,}159\ A/cm) = 0{,}318\ A/cm$$



- Vektorielle Größe
  $\vec{H}$: Betrag & Richtung

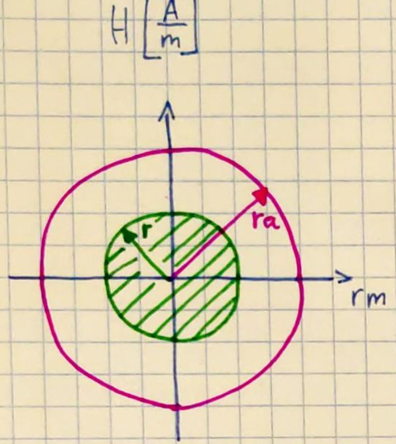
$$H = \frac{I}{2\pi r} = k\,\frac{1}{r}$$

a) Außenraum e. Stromdurchflossenen Leiters

- Richtung ist d. Tangente an d. Feldlinie in P
- Betrag: Stärke d. Feldes in P

! Die Feldstärke e. unendlich langen geraden Leiters ist proportional dem Strom I durch d. Leiter und indirekt proportional dem Abstand R des Raumpunktes von d. Leitermitte

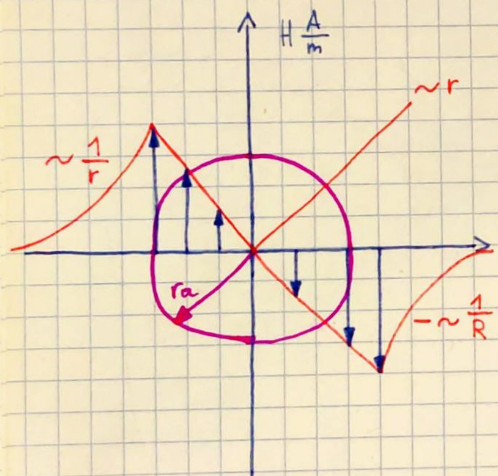
b) Innenraum e. geraden stromdurchflossenen Leiters



$$J = \frac{I}{A} = \frac{I}{r_a^2 \pi}$$

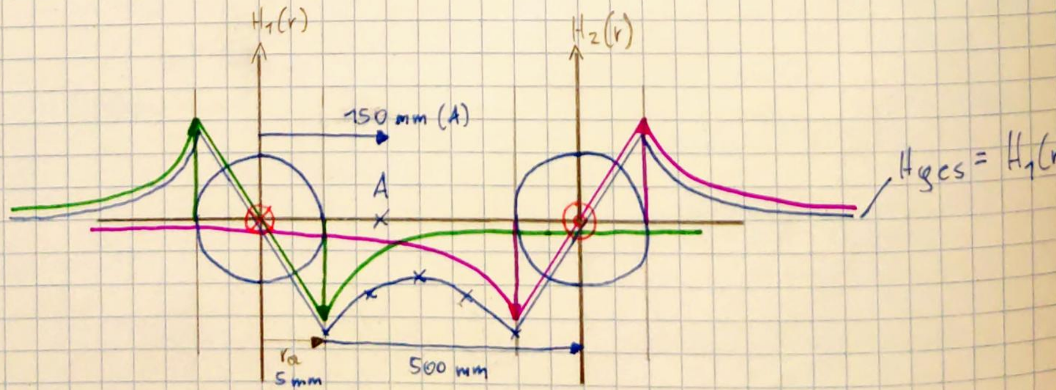
$$I = J \cdot A_r = J \cdot r^2 \pi = \frac{I}{r_a^2 \pi} \cdot r^2 \cdot \pi = I \cdot \frac{r^2}{r_a^2} = \frac{I}{r_a^2} \cdot r^2$$

$$H = \frac{I_r}{2\pi r} = I \cdot \frac{r^{\cancel{2}}}{r_a^2} \cdot \frac{1}{2\pi \cancel{r}} = \underbrace{\boxed{I \cdot \frac{r}{2\pi r_a^2}}}_{k}$$



Die Feldstärke im inneren eines Leiters steigt linear mit dem Radius r an.

Qualitative Betrachtung e. Doppelleiters



Vektoriell addieren

potentielles Test-Bsp.

$I_1 = I_2 = 10\ A$

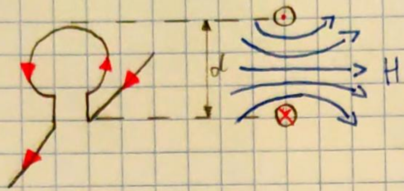
Berechne $H_{ges}(A)$ -> 2. HÜ

$$H_1 = \frac{I}{2\pi r_i} = \frac{10\,A}{2\pi \cdot 150 \cdot 10^{-3}\,m} = \frac{10\,A}{0,9425} = 10,610\ A/m$$

$$H_2 = \frac{I}{2\pi r_A} = \frac{10\,A}{2\pi(500+5-150)} = 4,483\ A/m$$

$$H_{ges} = H_1 + H_2 = 10,61\ A/m + 4,483\ A/m = 15,093\ A/m$$

Die Feldstärke im Mittelpunkt einer kreisf. Leiterschleife



es gilt: $ra \ll d$

$$H = \frac{I}{d} = \frac{I}{2r}$$

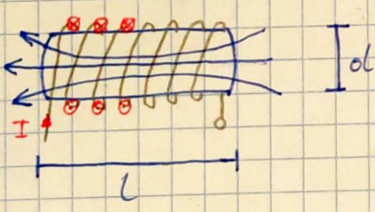
auswendig lernen

Drei stromdurchflossene Windungen

In der Praxis werden magnetische Felder durch stromdurchflossene Spulen erzeugt.

Man unterscheidet im Wesentlichem 2 Bauformen.

Zylinderspule siehe BS. 204



Umfassungsregel zur Feststellung d. Feldwirkung

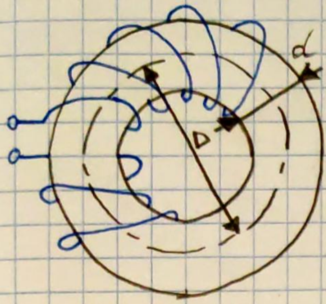
Außerhalb d. Spule ist das Feld inhomogen, d.h. das magn. Feld variiert stark mit d. Ort.

Unter Voraussetzung $l \gg d$ gilt:
Das Feld im inneren der Spule ist als homogen zu betrachten ist.

$$H = \frac{\overset{\text{Windungszahl}}{N} \cdot I}{l} = \frac{\Theta}{l}$$

(Durchflutungssatz)

Ringspule



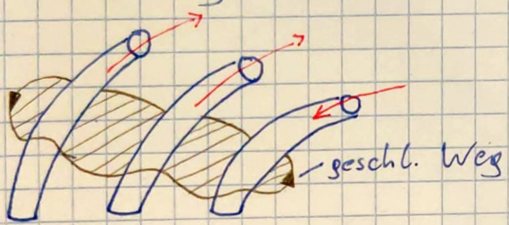
Es gilt:

$$H = \frac{N \cdot I}{D \pi}$$

Voraussetzung

$$D > 5d$$

Durchflutung



$$\Theta = \sum_{i=1}^{n} I_i \left(= I_1 + I_2 - I_3\right)$$

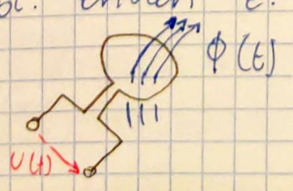
Der magnetische Fluss Φ (phi)

Der magn. Fluss Φ ist d. Gesamtheit aller Feldlinien d. magn. Kreises. Wenige Feldlinien bedeuten wenig Fluss, viele Feldlinien bedeuten (bei gleichem Maßstab) einen großen Fluss.

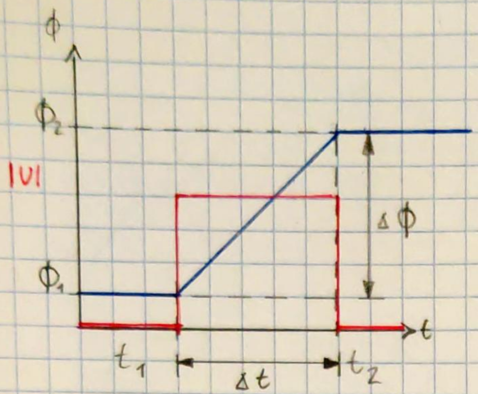
siehe B.S. 209

Anmerkung: Induktionsgesetz

Bei einer zeitlichen Änderung d. Flusses wird zwischen d. Enden e. Spule Spannung erzeugt.



$$U(t) = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \cdot N$$



$[\Phi] = 1\,V \cdot 1\,s = 1\,Vs \; (= 1\,Wb)$

Analogien:

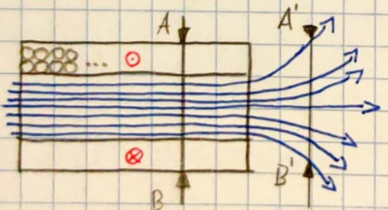
1) zum elektr. Feld:

$\Psi = \sum Q$ BS. 162

2) zum Strömungsfeld:

$\Phi \mathrel{\hat{=}} I$

Die magnetische Flussdichte B



Schnitt A - B
Schnitt A' - B'

stromdurchfl. Zylinderspule

Betrachtet man d. Feld einer Zylinderspule, zeigt sich, dass d. Wirkung d. Feldes im Innenraum deutlich höher ist als im Außenraum. Im Inneren fließt mehr Fluss je Flächeneinheit. Der Fluss je Flächeneinheit wird als Flussdichte bezeichnet.

$B = \frac{\Phi}{A}$ $[B] = \frac{1\,Vs}{1\,m^2} = \frac{Vs}{m^2}$ $(= 1\,T)$

benannt nach: Nicola Tesla
Erfindung d. Stromtransports über Wechselspg.

Permeabilität

Beschreibt d. Zusammenhang zwischen Flussdichte und Feldstärke.

Flussdichte $\vec{B}$ und Feldstärke $\vec{H}$ sind vektorielle Größen welche die selbe Richtung haben. Sie sind durch eine Materialkonstante miteinander verknüpft. Die Größe μ wird als Permeabilität bezeichnet.

$$\boxed{\vec{B} = \mu \vec{H}} \qquad B = \mu \cdot H$$

$$[\mu] = \frac{[B]}{[H]} = \frac{Vs}{m^2} \cdot \frac{1}{\frac{A}{m}} = \frac{Vs}{m^{\cancel{2}}} \cdot \frac{\cancel{m}}{A} = \frac{Vs}{Am}$$

Im leeren Raum bezeichnet man diese Konstante als magnetische Feldkonstante bzw. Permeabilität d. leeren Raums.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$$

Das Verhältnis eines Materials μ und d. magnetischen Feldkonstante μ_0 bezeichnet man als relative Permeabilität.

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \Rightarrow \mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

$\mu_r > 1$ paramagnetische Stoffe

$\mu_r \gg 1$ ferromagnetische Stoffe (Fe, Ni, Co)

$\mu_r < 1$ diamagnetische Stoffe

Anmerkung:

- $\vec{H}$ beschreibt die Ursache des magnetischen Feldes als Funktion von Erregung und Geometrie (siehe $H = \frac{N \cdot I}{l}$)
- $\vec{B}$ beschreibt die Wirkung des magnetischen Feldes (Kraftwirkung) bzw. seine Intensität.
- Die magnetischen Eigenschaften eines Raumzustandes lassen sich über $\vec{B}$ & $\vec{H}$ eindeutig beschreiben.

Induktivität L

Die Induktivität ist als Proportionalitätskonstante zwischen dem magnetischen Fluss Φ und der elektrischen Stromstärke I definiert.

Analogie zum elektr. Feld:

Der Kondensator mit der Kapazität C beschreibt den Zusammenhang zwischen gespeicherter Ladung und der an den Platten angelegten Spannung.

$Q = C \cdot U$ Prop.konst.   Kondensator $C = \frac{\varepsilon \cdot A}{d}$

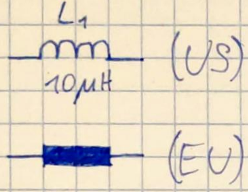
Dass dem Kondensator zugeordnete Bauelement im magn. Feld ist die Spule.

Für eine Leiterschleife gilt:

$$\phi = L \cdot I \qquad \begin{array}{l} \phi \text{.. Fluss in Vs} \\ I \text{.. Strom in A} \end{array}$$

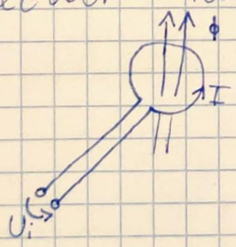
$$[L] = \frac{[\phi]}{[I]} = \frac{1\,Vs}{1\,A} = 1\,H$$

Schaltzeichen



Wirkung der Induktivität

Befindet sich ein Leiter in einem sich ändernden Magnetfeld, wird in den Leiter eine Spannung induziert. Damit kann ein Strom fließen.
Entdecker: Faraday 1831

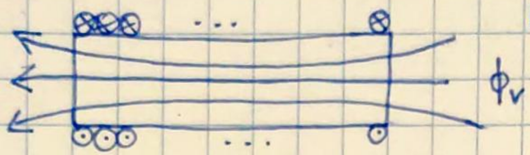


$$U_i = -\frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\Delta \phi = L \cdot \Delta I$$

$$u = L \cdot \frac{d_i}{dt}$$ Differentialglg. → 4. Jg.

Induktivität einer Spule



$l > 10\,d$ ✓

Φ_v Verketteter Fluss d.h. Fluss mit allen N Leiterschleifen verkettet

$$\Phi_v = N \cdot \Phi$$

$$L = \frac{\Phi_v}{I} = \frac{N \cdot \Phi}{I} = \frac{N \cdot B \cdot A}{I} = \frac{N \cdot A}{I} \cdot \mu H$$

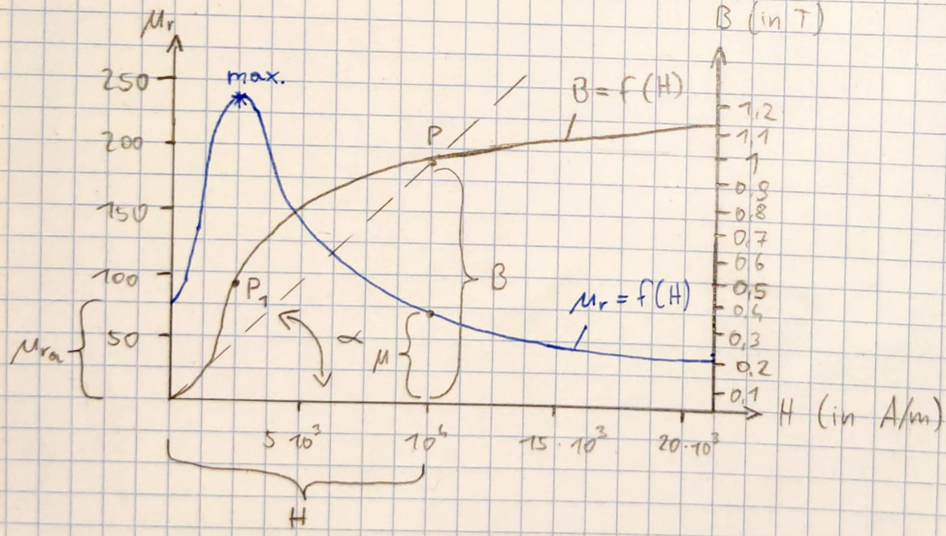
$$= \frac{N \cdot A}{\cancel{I}} \cdot \mu \cdot \frac{N \cdot \cancel{I}}{l} = \frac{N^2 \mu_0 \mu_r A}{l}$$

Magnetisierungskennlinie

Der Zusammenhang von H & B bei ferro- und ferrimagnetischen Werkstoffen ist kein konstanter Wert, sondern nichtlinear.

$$B = \mu \cdot H \rightarrow \mu = \frac{B}{H}$$

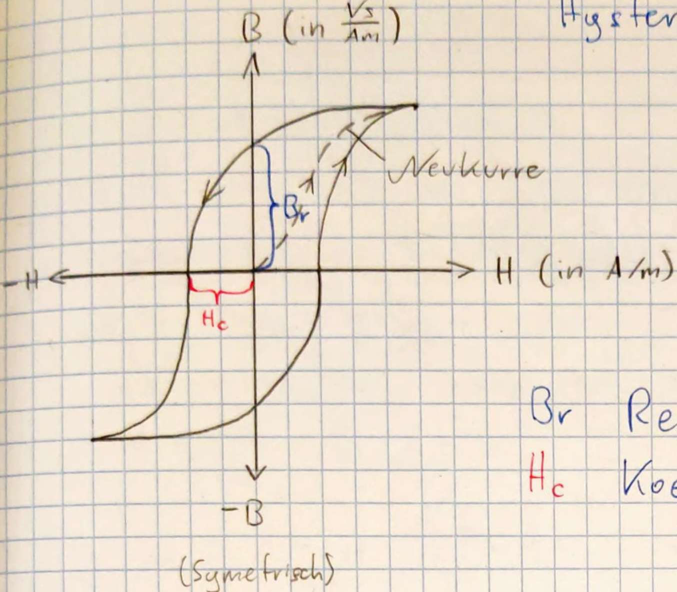
Die Permeabilität μ_r wird messtechnisch erfasst und in einer Magnetisierungskennlinie grafisch dargestellt.



Begriffe:

- steiler Ast der Kennlinie (bis P_1)
- Sättigungsbereich d. Kennlinie (ab ca. P)
- Anfangspermeabilität μ_{ra}

Hystereseschleife



B_r Remanenzinduktion
H_c Koerzitivfeldstärke

Magnetische Kreise

Magn. Kreise bestehen meist aus einer Zusammenschaltung von magn. Widerständen, die sich durch Material und Querschnitt unterscheiden.
Verbindende Größe ist der gemeinsame Fluss entlang eines geschlossenen Feldlinienweges.

Problemstellung:

Welche Durchflutung muss aufgebracht werden, um an einer bestimmten Stelle i magnetischen Kreises (z.B. im Luftspalt) eine gewünschte magn. Flussdichte zu erzeugen.

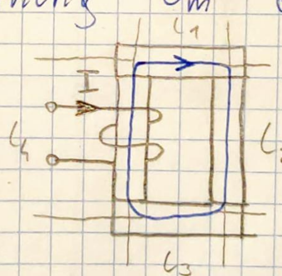
Analogie zum elektrischen Kreis

Der Fluss ϕ kann analog zum elektr. Strom gesehen werden. Ebenfalls gibt es auch ein Ohm'sches Gesetz für den magnetischen Kreis. Charakteristische Größen des magnetischen Kreises:

1) Magn. Spannung:

Es ist üblich, das Produkt aus magn. Feldstärke H und Feldlinienlänge l als magnetische Spannung U_m anzugeben.

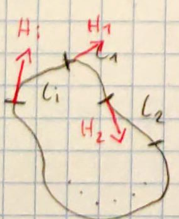
$$\Theta = \underbrace{H \cdot l}_{= U_m} = N \cdot I$$



$$\phi \rightarrow B_i = \frac{\phi}{A_i}$$

$$H_i = \frac{B_i}{\mu_i} \qquad \mu_i \ldots \text{Materialabhängig}$$

U_m (die magn. Spannung) gilt sowohl für einen Teilabschnitt, wie auch entlang des geschlossenen Feldlinienweges.



$$U_m = \sum_{n=1}^{i} H_n \cdot l_n$$

$$U_m = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + \ldots + H_i \cdot l_i = \Theta = N$$

2) Durchflutungssatz:

$$\Theta = H \cdot l = N \cdot I$$

3) magnetischer Widerstand:

$$U_m = N \cdot I = \Theta \qquad U = R \cdot I$$

$$\phi = \frac{U_m}{R_m} = B \cdot A = \qquad I = \frac{U}{R}$$

$$\mu \cdot H \cdot A = \mu \cdot \frac{N \cdot I}{l} \cdot A =$$

$$\frac{U_m}{\frac{l}{\mu \cdot A}} = \frac{U_m}{R_m} \rightarrow R_m = \frac{l}{\mu \cdot A}$$

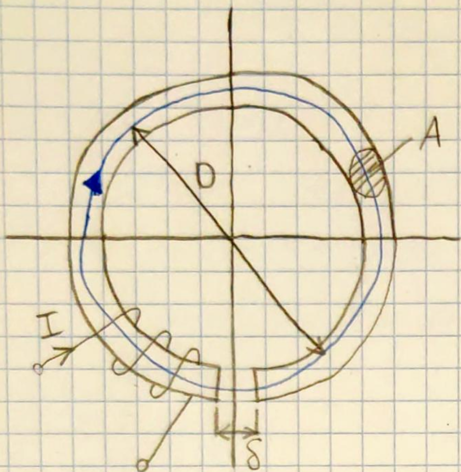
R_m ... magn. Widerstand
A ... Fläche / Querschnitt in m^2
l ... Länge in m

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{l}{\gamma \cdot A} \qquad \mu \sim \gamma$$

4) magnetischer Leitwert:

$$\frac{1}{R_m} = \Lambda = \frac{\mu \cdot A}{l} \qquad \Lambda \text{ Lamda}$$

Bsp. 1: Stahlguss



$A = 4\ cm^2 \rightarrow 0{,}0004\ m^2$

$\delta = 1\ mm$

$D = 15\ cm$

$\phi = 0{,}46\ mVs$ (kein Streufluss)

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{0{,}46\ mVs}{4 \cdot 10^{-4}\ m^2} = \frac{4{,}6 \cdot \cancel{10^{-4}}\ Vs}{4 \cdot \cancel{10^{-4}}\ m^2} = 1{,}15\ \frac{Vs}{m^2}$$

Prinzip: geg.: ϕ, B ges.: H $H = \frac{B}{\mu}$

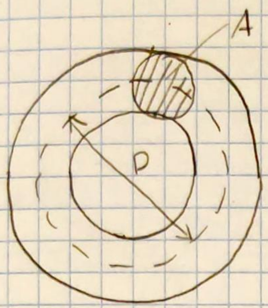
		B (T)	H (A/m)	l (m)	U_m (A)
1	Stahlguss	1,15	450	0,47	212
2	Luft	1,15	815.000	10^{-3}	815

$$l_{SG} = D\pi - \delta = 0{,}47\ m$$

$$H_{Luft} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{1{,}15\ Vs}{4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Vs}{Am}\ m^2} = 815000\ \frac{A}{m}$$

$$\Theta = \sum_{i=1}^{n} U_{mi} = U_{m_1} + U_{m_2} = 212 + 815 = \underline{\underline{1127\ A}}$$

Bsp. 2: (L, 513)



$D = 8{,}5\ cm$ $\qquad R_m = \frac{l}{\mu \cdot A}$

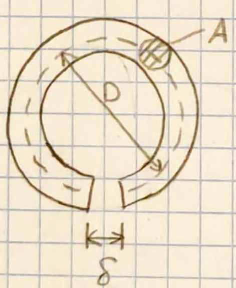
$A = 4{,}8\ cm^2$

$B = 0{,}8\ T \rightarrow H = 5200\ \frac{A}{m}$ (aus MKL)

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0{,}8\ Vs\,m}{5200\ A\,m^2} = 1{,}54 \cdot 10^{-4}\ \frac{Vs}{Am}$$

$$R_m = \frac{8{,}5 \cdot 10^{-2}\ \pi\ m\ Am}{1{,}54 \cdot 10^{-4}\ Vs \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-4}\ m^2} = \underline{\underline{3{,}61 \cdot 10^6\ \frac{A}{Vs}}}$$

L, 514 *falsch*



$D = 8{,}5\ cm$

$A = 4{,}8\ cm^2$

$B = 0{,}8T \rightarrow \mu_E = \frac{B}{H} = \frac{0{,}8\ T}{200\ A/m} = 4 \cdot 10^{-3}$

$$R_{m_E} = \frac{l}{\mu_E \cdot A} = \frac{8{,}5 \cdot \cancel{10^{-2}}\ \pi \cdot 1 \cdot \cancel{10^{3}}\ \cancel{m^{2}}}{4 \cdot \cancel{10^{-3}}\ \frac{Vs}{Am} \cdot 4{,}8 \cdot \cancel{10^{-4}}\ \cancel{m^2}} = 139{,}08\ \frac{Am}{Vs}$$

L, 515

$A = 8\ cm^2$

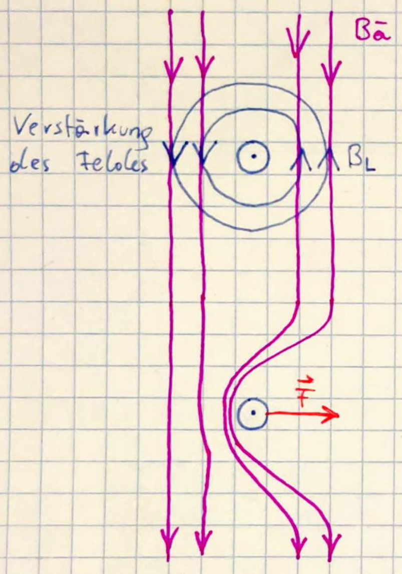
$\delta = 5\ mm$

$$R_m = \frac{l}{\mu \cdot A} = \frac{0{,}005\ m}{4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Vs}{Am} \cdot 8 \cdot 10^{-4}\ m^2} = 4973591{,}872\ H$$

Kraftwirkung im magn. Feld

B.S. 244

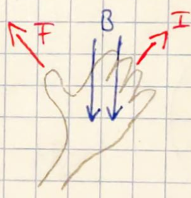
Kraftwirkung auf einen stromdurchfl. Leiter:



Bä ... $\vec{B}$ äußeres Feld

B_L ... $\vec{B}$ Leiter

Regel: „Linke-Hand-Regel":



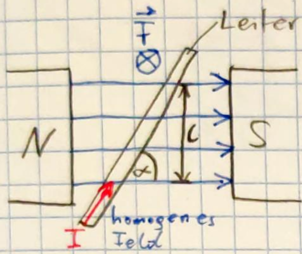
(B.S. 244)

„Drei-Finger-Regel":
Rechte Hand! B.S. 244

Bringt man einen stromdurchflossenen Leiter in ein Kraftfeld, so kann man eine Kraftwirkung auf diesen beobachten. Der Zusammenhang zwischen Stromrichtung, Magnetfeld und Kraft wird über die sogenannte „Linke-Hand-Regel" beschrieben. (Motorregel) (siehe auch Drei-Finger-Regel)

$F = B \cdot l \cdot I$ $\quad$ l ... wirksame Länge des Leiters im Magnetfeld

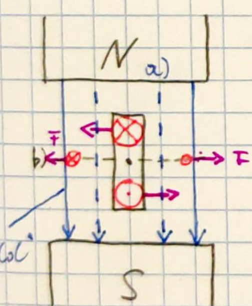
$l' = l \cdot \sin\alpha$



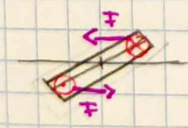
Komponente normal zu den Feldlinien

Anm.: Was ist, wenn α anders definiert ist?

Drehbar gelagerte Spule im Magnetfeld



c)



a) Ausgangslage
- es wirkt d. Kraft $\vec{F}$ auf den Leiter
- d. Leiter dreht sich bis zur ...

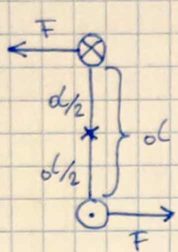
b) Ruhelage
In der Lage b hat das Feld d. Leiters die selbe Richtung, wie das „Polfeld"

im Moment, wo die Spule leicht über die Ruhelage hinausschwingt wird der Strom umgepolt („Kommutator")
Die Spule dreht sich weiter.

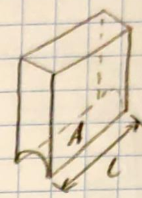
d) Die Drehbewegung des Motors wird durch fortlaufende Umpolung erzeugt.

Berechnung:

Drehmoment infolge F



$$M = \cancel{2} \cdot F \cdot \frac{d}{\cancel{2}}$$

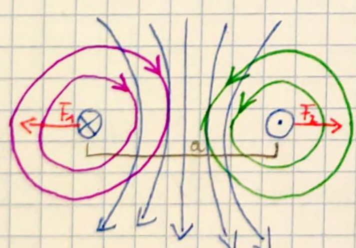


$$M = Z \cdot B \cdot l \cdot I \cdot \frac{d}{2} = Z \cdot \frac{\Phi}{A} \cdot I \cdot \frac{d}{2} \cdot l =$$

$$\underbrace{Z \cdot \frac{l \cdot d}{2A}}_{\substack{\text{Bauart} \\ k}} \cdot \Phi \cdot I = k \cdot \Phi \cdot I$$

k… Konstante
Z… Anzahl der Leiter

Kraftwirkung stromdurchfl. Leiter aufeinander



Einzelfelder
Summenfeld

Die Leiter stoßen sich ab

$$F_2 = B_1 \cdot l \cdot I_2 \qquad B_1 = \mu \cdot H_1$$
$$= \mu_0 \cdot H_1 \cdot l \cdot I_2$$
$$= \frac{I_1}{2\pi a} \cdot \mu_0 \cdot l \cdot I_2$$

Gesetz von Ampere

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{l}{a} \cdot I_1 \cdot I_2$$

a… Abstand d. Leiter
l… Länge d. Leiter

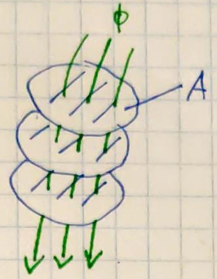
$a = 1\,mm \qquad I_1 = I_2 = 1\,A$

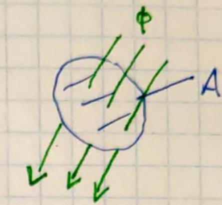
$l = 1\,mm$

$$F = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}\,m}{1 \cdot 10^{-3}\,m} \cdot 1\,A \cdot 1\,A =$$

$$U_q = -N \cdot \frac{d\Phi_v}{dt} \triangleq -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Φ_v .. verketteter Fluss





$\phi_v = 1 \cdot \phi$

$\phi_v = 3 \cdot \phi$

$\phi_v = N \cdot \phi$

N.. # d. Leiterschleifen

Zusammenfassung

Induktion

$$u = \frac{-d\Phi_v}{dt}$$

$$u = -B \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Bewegungsinduktion

$$u = -A \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

Ruheinduktion

Induktion in bewegten Leitern

Generator Regel: Rechte Hand Regel

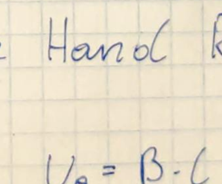
! Linke Hand Regel

$$F = B \cdot l \cdot I$$

Wirkung (F), Vermittlung (B, l), Ursache (I)

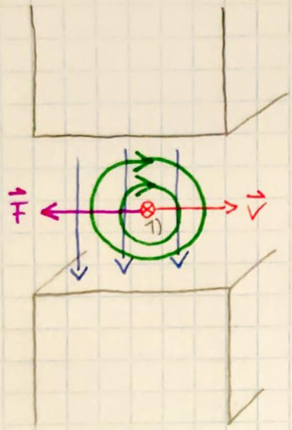
$$U_q = B \cdot l \cdot v$$

(I) Wirkung (U_q), Vermittlung (B, l), Ursache (v)



V: Feldlinien in Handfläche
U: Daumen in Bewegungsrichtung
W: Finger in Stromricht.

Naturgesetz: Die Wirkung von physikalischen Größen strebt stets nach Aufrechterhaltung des ursprünglichen Zustandes

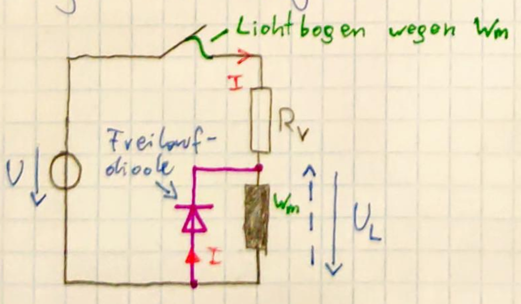


Leiter wird durch Magnetfeld bewegt:
1) R.H.R.: Strom fließt in d. Tafel
2) Strom erzeugt ein Magnetfeld
3) L.H.R.: Auf Leiter wirkt Kraftw.

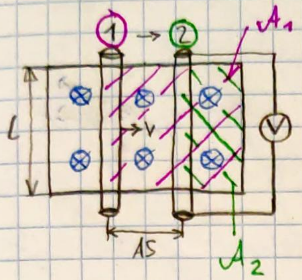
Lenz'sche Regel

Der induzierte Strom und d. damit verknüpfte Feld wirken stets entgegen der ursprünglichen Bewegungsrichtung.
Die induzierte Spannung ist immer der ihr zugrunde liegenden Feldänderung entgegengericht.

Beispiel: „Freilaufdiode"



Ableitung d. Bewegungsinduktion



$$\Delta A = A_1 - A_2$$

$$U = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} = -B \cdot l \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

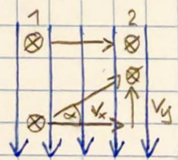
$$= -B \cdot l \cdot v$$

$U = B \cdot l \cdot v \quad \rightarrow$ Vorzeichen ?: Wird Betragsmäßig betrachtet!

$U = N \cdot B \cdot l \cdot v \qquad N \ldots$ # der Leiter

Bewegung einer Leiterschleife

a) translatorisch



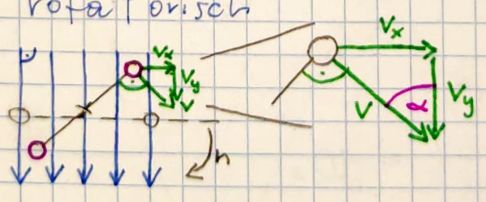
Bewegung von 1 nach 2

Berechne die Komponente normal zu den Feldlinien

$$v_x = v \cdot \cos\alpha$$

$$U = B \cdot l \cdot v_x$$

b) rotatorisch



$n = \ldots \frac{U}{min}$ (Rotation)

$v_x = v \cdot \sin\alpha$

$v = 2r\pi \cdot n \quad \left[\frac{m}{sek}\right]$

$$U = B \cdot l \cdot v_x \cdot \underset{(2\,\text{Leiter})}{2} = 2 \cdot B \cdot l \cdot \underbrace{2r \cdot \overbrace{\pi \cdot n}^{\omega}}_{v_x} \cdot \underbrace{\sin\alpha}_{\omega \cdot t} \qquad \omega = 2\pi \cdot n$$

$$= 2 \cdot B \cdot l \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Induktion in ruhenden Leitern

Im Gegensatz zur Bewegungsinduktion, bei der sich die Geometrie zeitlich verändert, ändert sich bei der Ruheinduktion die Flussdichte. Ohne die Ursache der Flussänderung zu kennen, sollte zu gegebenen zeitlichen Verläufen $\phi(t)$ des magn. Flusses die magn. Spannung bestimmt werden.

$$\boxed{U = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t}}$$

$$U = -N \frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t} = -N \cdot A \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

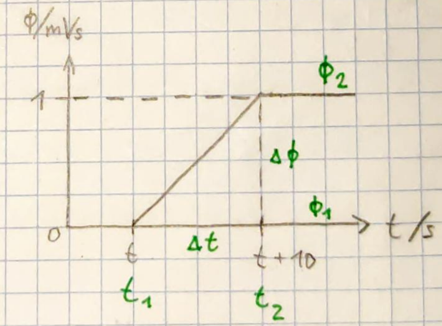
Bsp.: 1.2 (S. 18)

Leerlaufende Spule

$N = 100$

$t = 10 s$

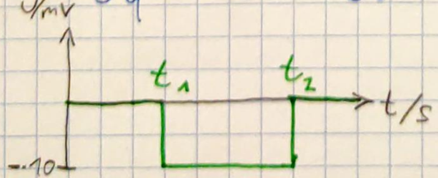
$\phi_{10} = 1 \ mVs$



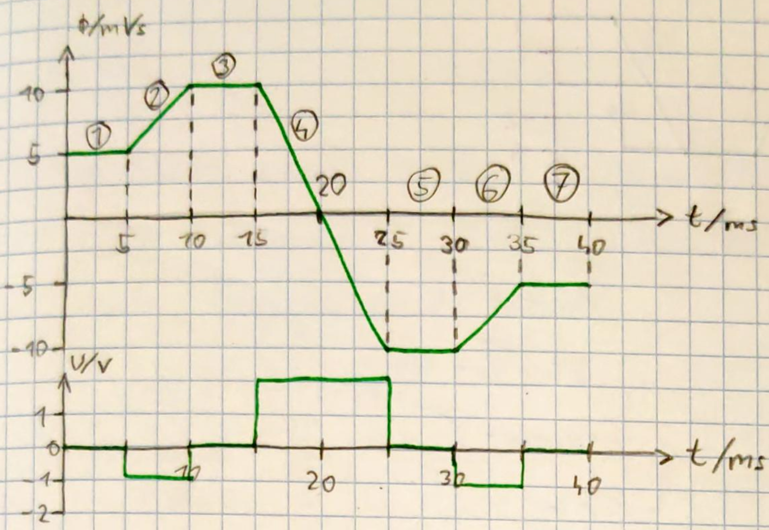
$$\Delta \phi = \phi_2 - \phi_1 = 1 mVs$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \cancel{t} + 10 - \cancel{t} = 10 s$$

$$U_q = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -100 \cdot \frac{1 mV\cancel{s}}{10 \cancel{s}} = -10 mV$$



1.4 ⓐ



Sek. 2 : $U_q = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -1 \cdot \frac{5\,\cancel{m}Vs}{5\,\cancel{m}\cancel{s}} = -1\,V$

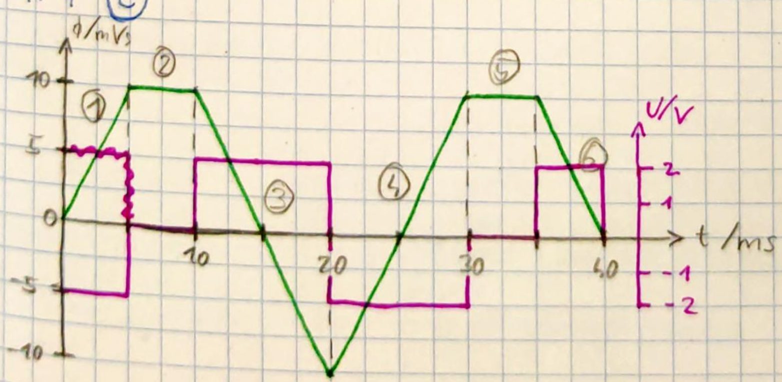
Sek. 6 : $U_q = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = (-1)\,\frac{\phi(35\,ms) - \phi(30\,ms)}{5\,ms} =$

$(-1)\,\frac{-5\,mVs - (-10\,mVs)}{5\,ms} = -1\,V$

Sek. 4 : $U_q = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = (-1)\,\frac{\phi(25\,ms) - \phi(15\,ms)}{5\,ms} =$

$(-1) \cdot \frac{-10\,mVs - 10\,mVs}{10\,ms} = 2\,V$

1.4 ⓒ

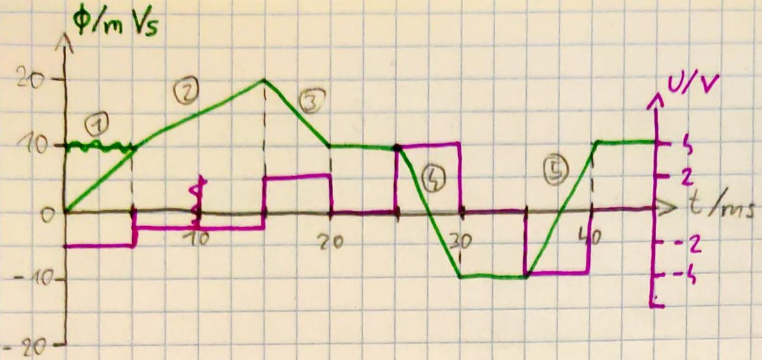


$U(1) = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{10\,\cancel{m}\cancel{Vs}}{5\,\cancel{ms}} \cdot (-1) = -2\,V$

$U(3) = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{-10\,mVs - 10\,mVs}{10\,ms}\,(-1) = \frac{-20\,\cancel{mVs}}{10\,\cancel{ms}}\,(-1) = 2\,V$

$U(4) = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{10\,mVs - (-10\,mVs)}{10\,ms}\,(-1) = \frac{20\,\cancel{m}Vs}{10\,\cancel{ms}}\,(-1) = -2\,V$

$U(6) = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{0 - (+10\,mVs)}{5\,ms}\,(-1) = \frac{-10\,\cancel{m}Vs}{5\,\cancel{ms}}\,(-1) = 2\,V$



$$U(1) = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -1 \cdot \frac{10\,mVs - 0}{5\,\cancel{ms}} = -2V$$

$$U(2) = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -1 \cdot \frac{20\,mVs - 10\,mVs}{10\,\cancel{ms}} = -1V$$

$$U(3) = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -1 \cdot \frac{10\,mVs - 20\,mVs}{5\,\cancel{ms}} = \frac{-10\,V}{5}(-1) = 2V$$

$$U(4) = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -1 \cdot \frac{-10\,mVs - 10\,mVs}{5\,ms} = -1 \cdot \frac{-20\,mVs}{5\,\cancel{ms}} = 4V$$

$$U(5) = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -1 \cdot \frac{10\,mVs - (-10\,mVs)}{5\,ms} = -1 \cdot \frac{20\,mVs}{5\,\cancel{ms}} = -4V$$

Test - Formelsammlung

Bsp. dazu

Lindner Kapitel 8 S. 79

$$F = B \cdot l \cdot I \cdot (N)$$
$$(l' = l \cdot \sin\alpha)$$
$$(l' = l \cdot \cos\alpha)$$

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{l}{a} \cdot I_1 \cdot I_2$$

a... Abstand d. Leiter

$$F = A \cdot B^2 \, \frac{1}{2\mu_0}$$

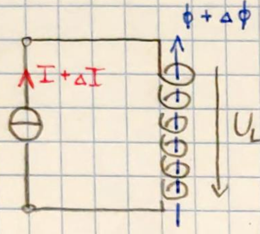
Lindner Kap. 8.3

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

Selbstinduktion

B.S. 22

Betrachtet man eine Spule ohne äußeres Feld, so entsteht der mit der Spule verkettete Fluss nur mit dem Spulenstrom selbst.

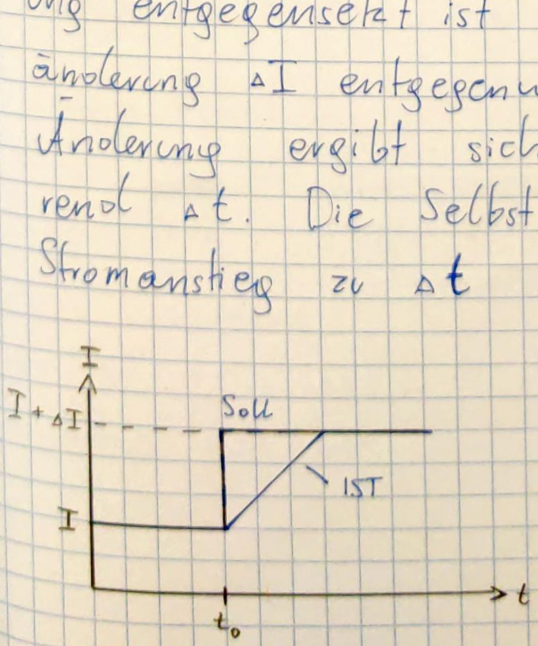


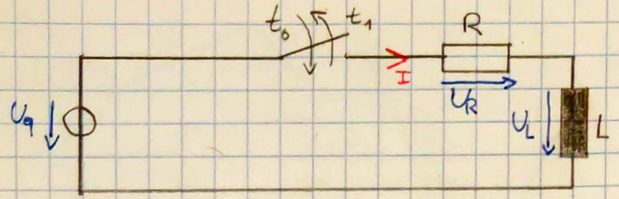
$t_0: \quad I = I + \Delta I$

$\rightarrow \phi = \phi + \Delta\phi$

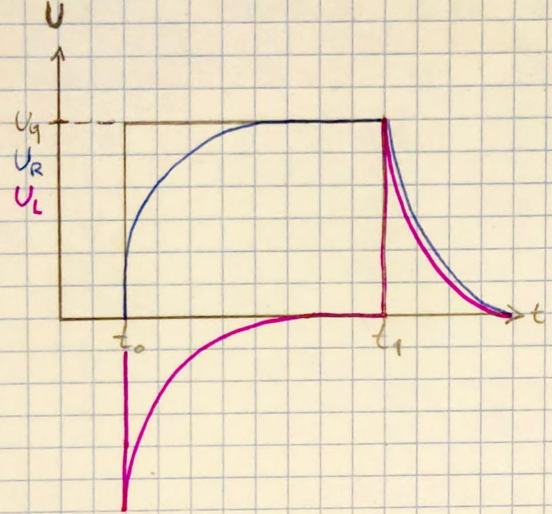
$U_L = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$

Durch die Änderung des Spulenstromes ist unmittelbar eine Änderung des magn. Flusses verknüpft.
↳ resultiert Spannung U_L
Nach der Lenz'schen Regel ist d. Wirkung der Ursache entgegengerichtet. D.h. die Richtung d. Selbstinduktionsspannung stellt sich so ein, dass d. mit verknüpfte Stromfluss der ursprünglichen Stromrichtung entgegensetzt ist und der augenblicklichen Stromänderung ΔI entgegenwirkt. Anstatt einer sprunghaften Änderung ergibt sich ein langsamer Anstieg während Δt. Die Selbstinduktionsspannung ist dem Stromanstieg zu Δt proportional.



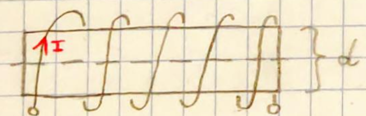


L… Induktivität
„Bei der Induktivität kommt der Strom zu spät"
- Lenzsche Regel



Die Induktivität = kennzeichnende Größe d. Spule

Induktivität



$$\Phi_v = N \cdot \Phi = N \cdot B \cdot A$$
$$= N \cdot \mu_0 \cdot H \cdot A$$

mit $\Theta = H \cdot l = N \cdot I$

$$\Phi_v = \underbrace{N^2 \frac{\mu_0 \cdot A}{l}}_{\text{Konst.}} \cdot I$$

$$\Phi = \text{Konst.} \cdot I$$

Konstante wird als Indukt. L bezeichnet. Sie verbindet den Strom einer Spule mit dem entstehenden magn. Fluss.

Vergleich Kapazität / Kondensator

$$Q = C \cdot U$$

$$C = \frac{\varepsilon \cdot A}{d} \qquad \varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$$

Die Induktivität ist eine char. Größe der Spule. Vergleichbar mit der Kapazität eines Kondensators oder dem Widerstandswert eines Widerstandes.

$$U = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

$$\boxed{U = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}}$$

mit $N \cdot \phi = \phi_v$

L ... Induktivität (B.S. 24)

$$L = \frac{\phi_v}{I} = \frac{[1\,Vs]}{[1\,A]} = 1\,H$$

H ... Henry

Induktivität als Bauteil

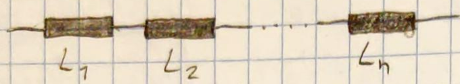
Unsere bisherigen Betrachtungen haben sich auf Spulen als ideale Bauelemente mit der magn. Eigenschaft der Induktivität bezogen.

Schaltzeichen:

Schaltung von Induktivitäten

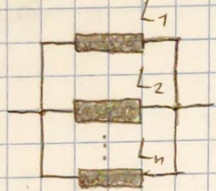
(ohne magn. Kopplung !!)

Reihenschaltung:



$$L_g = \sum_{i=1}^{n} L_n$$

Parallelschaltung:



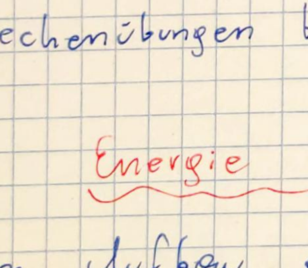
$$L_g = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_n}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{L_n}}$$

Rechenübungen HÜ: 628, 629, 630

Energie im Magnetfeld

Beim Aufbau eines magn. Feldes muss magn. Arbeit verrichtet werden. Der Großteil der elektr. Energie wird daher in Form von magn. Energie in der Spule gespeichert.

Versuch:



$$\boxed{W_{magn} = \frac{L i^2}{2}}$$

vgl: $W_{ZF} = \frac{C u^2}{2}$

elektrostatisches Feld

$$\underbrace{N \cdot \phi}_{\Phi_v} = L \cdot i$$

$$i = \frac{N \cdot \phi}{L}$$

$$W = \frac{N^2 \phi^2}{2L}$$

Bsp.: Ringspule

$N = 600$

$\mu_r = 1$

$I = 5\,A$

ges.: W

$$i = \frac{N \cdot \Phi}{L}$$

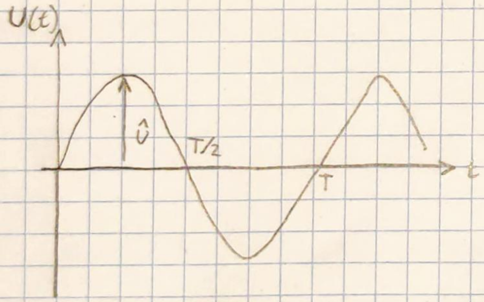
$$i^2 = \frac{N^2 \cdot \Phi^2}{L^2}$$

$$W = \frac{\cancel{L}}{2} \cdot \frac{N^2 \Phi^2}{L^{\cancel{2}}} = \frac{N^2 \Phi^2}{2L}$$

WECHSELSTROMTECHNIK

1.1 Wesentliches Merkmal:

Der meisten bisherigen Betrachtungen war die zeitliche Konstanz von Strom & Spannung. Diese Betrachtungen werden unter dem Begriff „Gleichstromtechnik" zusammengefasst. Wechselstromtechnik beschreibt im Gegensatz dazu die Zusammenhänge von zeitlich veränderbaren elektr. Größen. Eine Sonderstellung nehmen dabei sinusförmige Größen ein.



T... Periodendauer

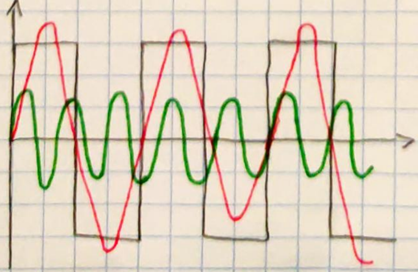
$f = \frac{1}{T}$ ... Frequenz

Eigenschaften: def. Amplitude $\hat{u}$

def. Periodendauer

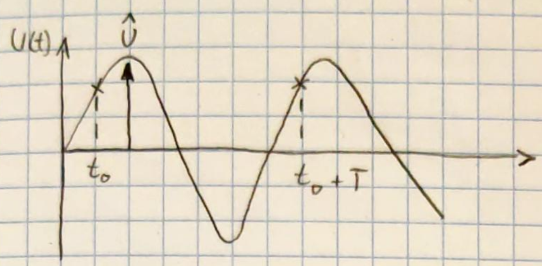
$f(x) = \sin(x)$

Anmerkung: Jeder periodische Vorgang kann als Summe verschiedener sinusförmiger Größen dargestellt werden.



1.2 Allgemeine Parameter v. Wechselgrößen

Periodendauer & Frequenz



wenn gilt:

$$u(t_0) = u(t_0 + n \cdot T)$$

dann → periodisches Signal T

T ... [1 s]

$f = \frac{1}{T}$ ... [1 Hz]

- Maximalwert $\hat{u}$
  (Scheitelwert / Spitzenwert)

- Arithmetischer Mittelwert

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T} u(t) \cdot \Delta t$$

- Gleichrichtwert

$$|\bar{u}| = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T} |u(t)| \, \Delta t$$

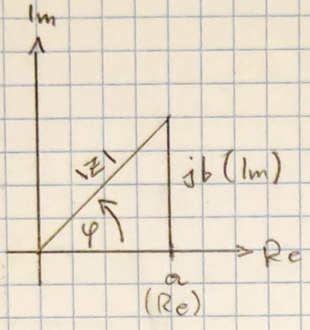
- Effektivwert

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T} [u(t)]^2 \, \Delta t}$$

Ein Gleichstrom in d. Größe d. Effektivswertes verursacht in einem Widerstand dieselbe Wärmeverluste wie der Wechselstrom.

komplexe Rechnung:

$$\underline{Z} = Re + j\,Im = |Z| \angle \varphi$$



$$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$= \sqrt{(Re\{\underline{Z}\})^2 + (Im\{\underline{Z}\})^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Im}{Re}\right)$$

Bsp.: $\underline{Z} = -2 - j2$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2{,}828$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Im}{Re}\right) = \arctan\left(\frac{-2}{-2}\right) = \arctan(1) = 45^\circ$$

$$\varphi = 45^\circ + 180^\circ = 225^\circ$$

$$\underline{Z} = 2{,}828 \angle 225^\circ$$

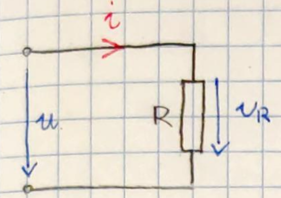
Komplexe Zahlen addieren / subtrahieren:
in Komponentenform $(\underline{Z} = a + jb)$

dividieren / multiplizieren:
in Polarform $(\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi} = Z \angle \varphi$

Zusammenfassung siehe Buch S. 58

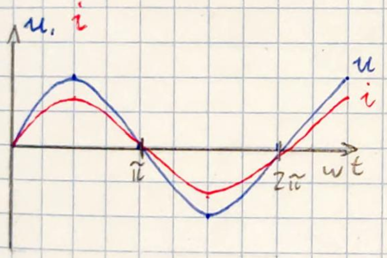
Ohmscher Wdst.

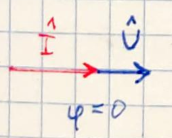
R



Strom & Spg. sind in Phase:

$\varphi = 0°$

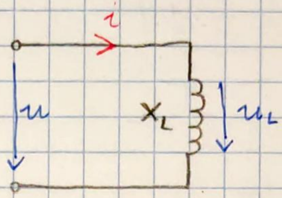




$G = \frac{1}{R}$

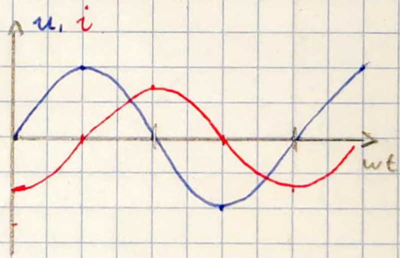
Induktiver Wdst.

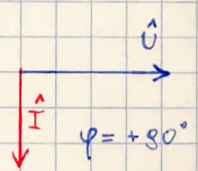
$X_L = \omega \cdot L$



Der Strom eilt d. Spg. nach:

$\varphi = 90°$

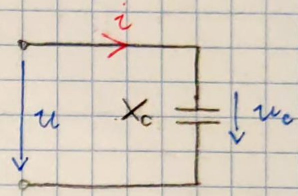




$B_L = -\frac{1}{\omega L}$

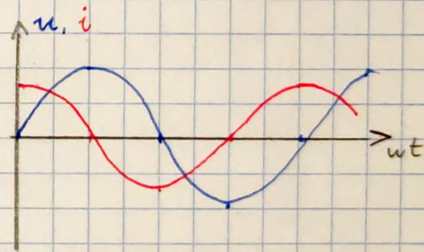
Kapazitiver Wdst.

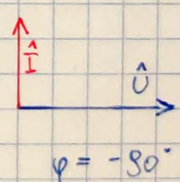
$X_C = -\frac{1}{\omega \cdot C}$



Der Strom eilt der Spannung vor:

$\varphi = -90°$





$B_C = \omega C$

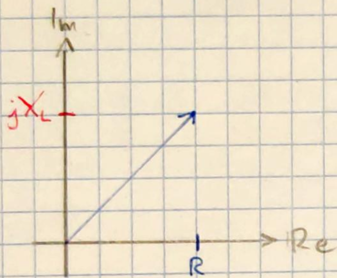
Anwendung komplex. Rechnung:

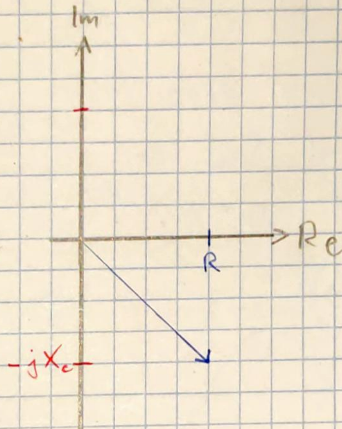
Impedanz

$$\underline{Z} = R + jX = Z\angle\varphi$$

$$\underline{Z} = R + jX_L = R + j\omega L$$

$$\underline{Z} = R - jX_C = R - j\frac{1}{\omega C}$$





$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U\angle\varphi_U}{I\angle\varphi_I} = \frac{U}{I}\angle\varphi_U - \varphi_I = Z\angle\varphi$$

Admittanz

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = G + jB = Y\angle\varphi_Y$$

$$Y = G + jB_L = G + \frac{1}{j\omega L} = G - j\frac{1}{\omega L}$$

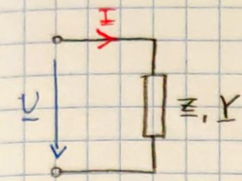
$$\Rightarrow B_L = -\frac{1}{\omega L}$$

$$Y = G + jB_C = G + j\omega C$$

$$\Rightarrow B_C = \omega C$$

Bsp. 2.24

$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$ $\quad\quad$ $\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}}$ $\quad\quad$ $\underline{U} = \frac{\underline{I}}{\underline{Y}}$



$\underline{I} = 20\,mA\,\angle 0°$

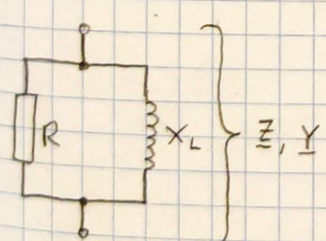
$\underline{Y} = 100\,\mu S\,\angle 15°$

$$\underline{U} = \frac{\underline{I}}{\underline{Y}} = \frac{20 \cdot 10^{-3}\,A\,\angle 0°}{100 \cdot 10^{-6}\,S\,\angle 15°}$$

$$= \frac{20}{\cancel{100}} \cdot 10^{\cancel{3}\,1}\,\angle 0° - 15° = 200\,V\,\angle -15°$$

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{100\mu S\,\angle 15°} = 10^4\,\Omega\,\angle -15°$$

Bsp. 2.25



$R = 250\,\Omega$

$L = 100\,mH$

$f = 100\,Hz$

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{250} = 0{,}004\,S$$

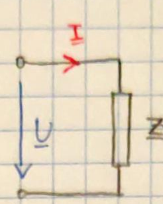
$$B_L = -\frac{1}{\omega L} = -\frac{1}{2\pi \cdot \cancel{100} \cdot \cancel{100} \cdot \cancel{10^{-3}}\,H}^{\,10^{-1}} = -0{,}0159\,S$$

$$\underline{Y} = G + jB_L = (0{,}004 - j\,0{,}0159)\,S$$

$$\underline{Y} = 16{,}4\,mS\,\angle -75{,}9°$$

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{16{,}4 \cdot 10^{-3}\,\angle -75{,}9°} = 61\,\angle 75°\,\Omega$$

Bsp. 2.14



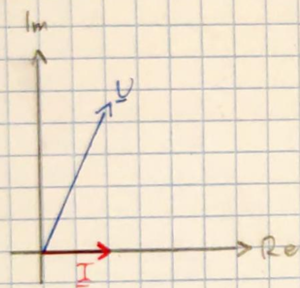
$\underline{Z} = 30\,\Omega \angle 65°$

$\underline{U} = 24\,V \angle 65°$

ges.: $\underline{I}$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \longrightarrow \underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{24\,V \angle 65°}{30\,\Omega \angle 65°} =$$

$$\frac{24\,V}{30\,\Omega} \angle 65° - 65° = 0{,}8 \angle 0°\ A$$



Strom eilt Spg. nach → induktiv

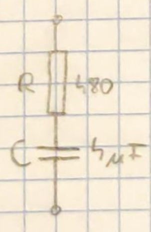
2.15

$C = 4\,\mu F$

$R = 480\,\Omega$

$f = 300\,Hz$

$\underline{U} = 400\,V \angle 0°$



ges.: $\underline{Z}$, $\underline{Y}$, $\underline{I}$

$$\underline{Z} = R - j\frac{1}{\omega C} = R - j\frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

$$= 480\,\Omega - j\frac{1}{2\pi \cdot 300 \cdot 4 \cdot 10^{-6} F} = 480\,\Omega - j\frac{1 \cdot 10^4}{2\pi \cdot 3{,}4}$$

$$= 480 - j\frac{10\,000}{\sim 80}\,\Omega = 480 - j\,126\,\Omega \text{ (gesch.)}$$

$$480 - j\,132\,\Omega \text{ (exakt)}$$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{480^2 + 132^2} = 497{,}82$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Im}{Re}\right) = \ldots\left(\frac{-132}{480}\right) = -15,37^\circ$$

$$\underline{Z} = 497,82 \angle -15,37^\circ$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{497,82 \angle -15,37^\circ} = 0,002 \angle 15,5^\circ$$

$$\underline{I} = \underline{U} \cdot \underline{Y} = 400 \angle 0^\circ \cdot 0,002 \angle 15,5^\circ = 0,8 \angle 15,5^\circ$$

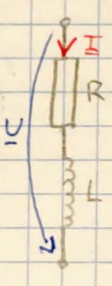
2.16 falsch

$L = 800 \text{ mH}$

$R = 390\ \Omega$

$f = 50 \text{ Hz}$

$\underline{U} = 400 \text{ V} \angle 0^\circ$



$$\varphi = \arctan\left(\frac{Im}{Re}\right) = \arctan\left(\frac{5,0265}{390}\right)$$

$$= 0,738^\circ$$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{Re^2 + Im^2} = \sqrt{390^2 + 5,0265^2}$$

$$= 390,032$$

ges.: $\underline{Z}$, $\underline{Y}$, $\underline{I}$

$$\underline{Z} = R + j\omega L = 390\ \Omega + j\, 2\pi \cdot 50 \cdot 800 \cdot 10^{-3} \text{ H} =$$

$$\underline{Z} = 390 + j\, 5,0265\ \Omega$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{390,032 \angle 0,738^\circ} = 2,5639 \cdot 10^{-3} \angle -0,738^\circ$$

$$\underline{I} = \underline{U} \cdot \underline{Y} = 400 \text{ V} \angle 0^\circ \cdot 2,5639 \cdot 10^{-3} \angle -0,738^\circ$$

$$= 1,02556 \angle -0,738^\circ \text{ A}$$

2.18

$L = 80\ mH$

$R = 380\ \Omega$

$f = 600\ Hz$

$\underline{U} = 230\ V\ \angle 0^\circ$

ges.: $\underline{Z}$, $\underline{Y}$, $\underline{I}$

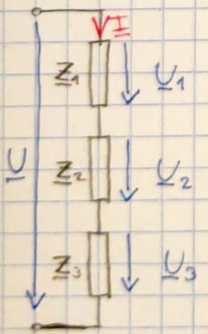
$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{380} = 2{,}56 \cdot 10^{-3}$$

$$B_L = -\frac{1}{\omega L} = \frac{1}{2\pi \cdot 600 \cdot 80 \cdot 10^{-3}} = 3{,}316 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{Y} = G + jB_L = 2{,}56 \cdot 10^{-3} + j\,3{,}316 \cdot 10^{-3}$$
$$= 4{,}189 \angle 52{,}33^\circ \cdot 10^{-3}$$

Schaltung v. Wechselstromwiderständen

Reihenschaltung

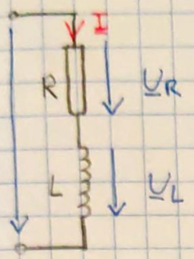


$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}} \quad \ldots \quad \underline{Z}_3 = \frac{\underline{U}_3}{\underline{I}}$$

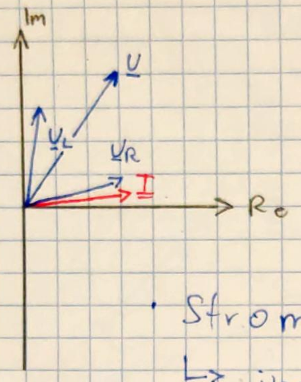
$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = \underline{I}\,(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)$$

$$\underline{Z}_g = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3$$

allgemein: $\underline{Z}_g = \sum_{i=1}^{n} \underline{Z}_i$

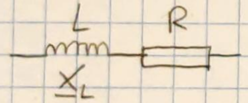


· gemeinsam haben beide Bauteile den Strom $\underline{I}$



· Strom eilt der Spg nach!
↳ induktiv

Reale Spule:

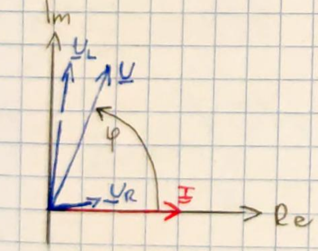


L... Induktivität der Spule

R... ohmscher Anteil der Spule

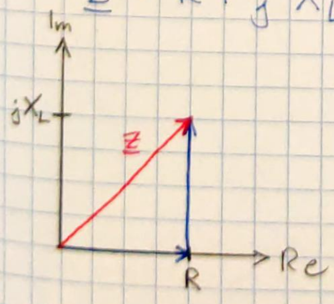
$R = \frac{\varrho \cdot L}{A}$

ideale Spule: $R=0$



$\varphi \approx 90°$

$\underline{Z} = R + jX_L = R + j\omega L$

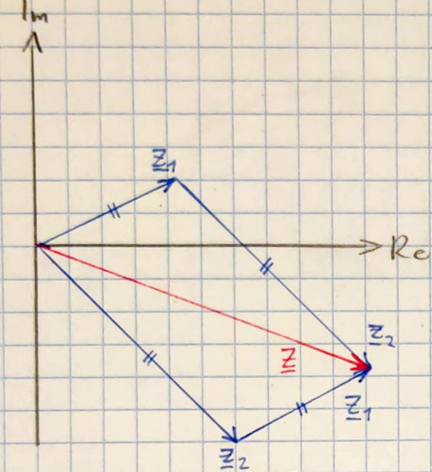


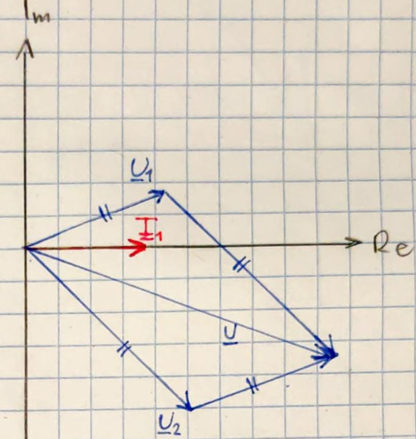
Bsp.: 2.28, GET 2: S. 77

$\underline{Z}_1 = 40\,\Omega \angle 25°$

$\underline{Z}_2 = 75\,\Omega \angle -45°$

ges.: $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$, $\underline{U}$





Schaltung ist kap. → weil Strom $\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ vor

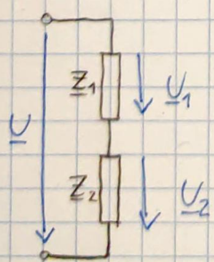
$\underline{U}_1 = \underline{I} \cdot \underline{Z}_1 = 0{,}5\,A \cdot 40 \angle 25°\,\Omega = 20 \angle 25°\,V$

$\underline{U}_2 = \underline{I} \cdot \underline{Z}_2 = 0{,}5\,A \cdot 75 \angle -45°\,\Omega = 37{,}5 \angle -45°\,V$

$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = 20 \angle 25°\,V + 37{,}5 \angle -45°\,V$

$\underline{U} = 48{,}2 \angle -22°\,V$

2.29



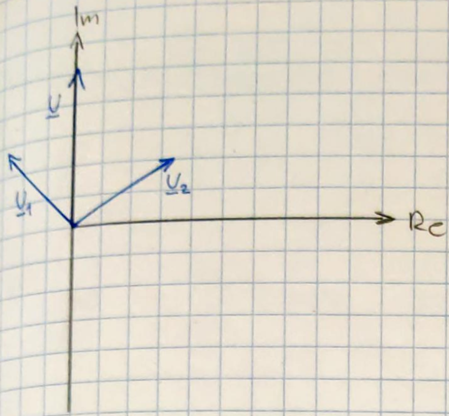
$\underline{U} = 10\,V \angle 90°$

$\underline{I} = 80\,mA \angle 60°$

$\underline{U}_2 = 6\,V \angle 30°$

ges.: $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$

$\underline{U}_1 = 10\,V \angle 60° - 6\,V \angle 30° = 8{,}72\,V \angle 126{,}58°$



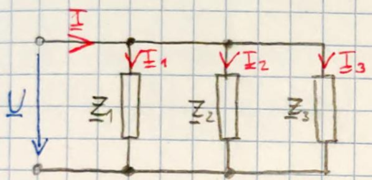
$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}} = \frac{8{,}72 \angle 126{,}58^\circ \text{ V}}{80 \cdot 10^{-3} \text{ A} \angle 60^\circ}$$

$$\underline{Z}_1 = 109 \angle 66{,}58^\circ \, \Omega$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}} = \frac{6 \text{ V} \angle 30^\circ}{80 \cdot 10^{-3} \angle 60^\circ \text{ A}}$$

$$\underline{Z}_2 = 75 \angle -30^\circ \, \Omega$$

Parallelschaltung



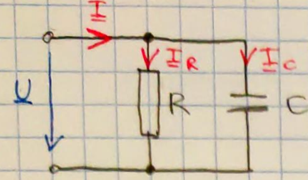
$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} \quad \ldots \quad \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_3}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_g} = \underline{U}\left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}\right)$$

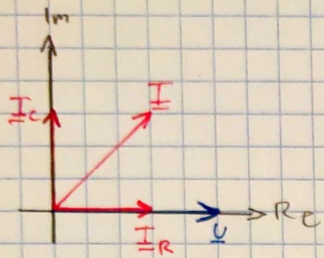
$$\frac{1}{\underline{Z}_g} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} \qquad \underline{Y}_g = \frac{1}{\underline{Z}_g} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3$$

$$\underline{Z}_g = \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}} = \frac{1}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

allgemein: $\underline{Y}_g = \sum_{i=1}^{n} \underline{Y}_i$

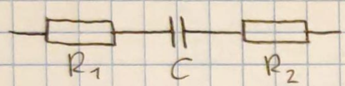


- gemeinsam haben beide Bauteile die Spannung $\underline{U}$



- Strom eilt Spg. vor
  ↳ kapazitiv

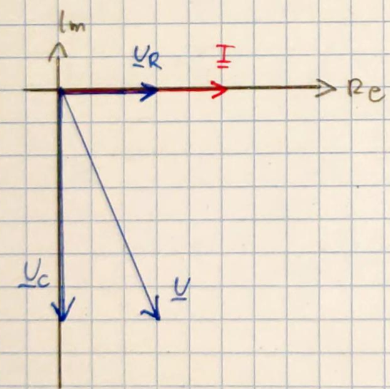
Realer Kondensator:



$R = R_1 + R_2$ ... Anschlussdrähte (zusammengefasst)

C ... Kapazität d. Kondensators

idealer Kond.: $R = 0$



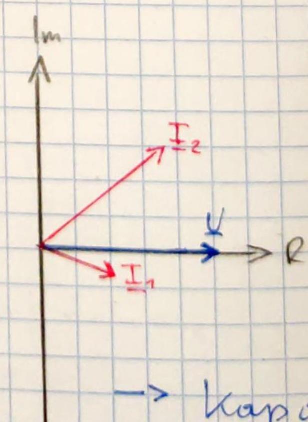
Bsp.: 2.32

$\underline{Z}_1 = 75 \angle 25° \ \Omega$

$\underline{Z}_2 = 40 \angle -45° \ \Omega$

$\underline{U} = 15 \angle 0° \ V$

ges: $\underline{I}$, $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$

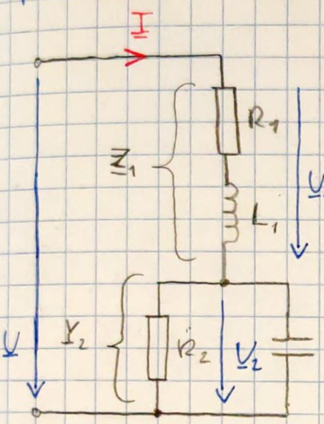


→ kapazitiv

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{15 \angle 0° \, V}{75 \angle 25° \, \Omega} = 0{,}2 \angle -25° \, A$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{15 \angle 0° \, V}{40 \angle -45° \, \Omega} = 0{,}375 \angle 45° \, A$$

Bsp.:



$R_1 = R_2 = 100 \, \Omega$ $\quad \underline{U} = 10 \, V \angle 0°$

$C_1 = 1 \mu F$

$L_1 = 100 \mu H$ $\quad$ ges.: $\underline{I}, \underline{U}_1, \underline{U}_2$

$f = 50 \, Hz$

$$\underline{Z}_g = \underline{Z}_1 + \frac{1}{\underline{Y}_2} \quad \text{weil} \quad \underline{Z}_2 = \frac{1}{\underline{Y}_2}$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 100 \, \Omega + j \, 2\pi \cdot 50 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 100 \angle 0{,}018° \, \Omega$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{R_2} + j\omega C_1 = \frac{1}{100 \, \Omega} + j \, 2\pi \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 0{,}01 \angle 1{,}8° \, \Omega$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{1}{\underline{Y}_2} = 100 \angle -1{,}8°$$

$$\underline{Z}_g = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 199{,}97 \angle -0{,}89 \, \Omega$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_g} = \frac{10 \, V \angle 0°}{199{,}97 \angle -0{,}89 \, \Omega} = \underline{\underline{0{,}05 \angle 0{,}89 \, A}}$$

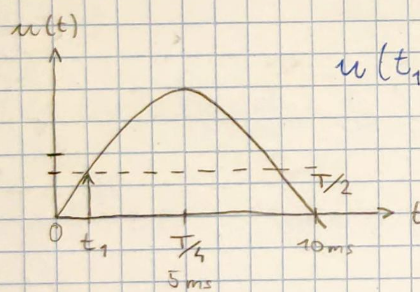
$$\underline{U}_1 = \underline{I} \cdot \underline{Z}_1 = 0{,}05 \angle 0{,}89 \, A \cdot 100 \angle 0{,}018° \, \Omega = \underline{\underline{5 \angle 0{,}908° \, V}}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{I} \cdot \underline{Z}_2 = 0{,}05 \angle 0{,}89 \, A \cdot 100 \angle -1{,}8° \, \Omega = \underline{\underline{5 \angle -0{,}91 \, V}}$$

3. Teststoff

- Wechselstromtechnik
  - → Allgemeine Parameter
  - → Sinusgrößen
  - → Mittelwerte sinusf. Größen ($\bar{U}$, U, $|\bar{u}|$)
  - → Liniendiagramm & Zeigerbild
  - → Wechselstromwiderstände & -Leitwerte
  - → Impedanz, Admittanz
  - → Gem. Schaltungen
  - → L 7, 8, 11, 13, 15, 17 als Übung

L 4 d



$u(t_1) = \frac{1}{3}\hat{u}$ $\qquad f = 50\ Hz \quad T = \frac{1}{f} = 20\ ms$

$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \qquad \varphi = 0$

$\frac{1}{3}\cancel{\hat{u}} = \cancel{\hat{u}} \cdot \sin(2\pi f \cdot t_1)$

$\arcsin\left(\frac{1}{3}\right) = 2\pi f \cdot t_1$

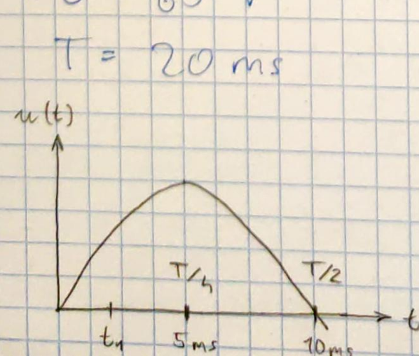
$t_1 = \frac{\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)}{100\pi} = \underline{\underline{1{,}08\ ms}}$

L 6 f

$f = 50\ Hz \qquad t_1 = 2{,}074\ ms$

$\hat{U} = 65\ V$

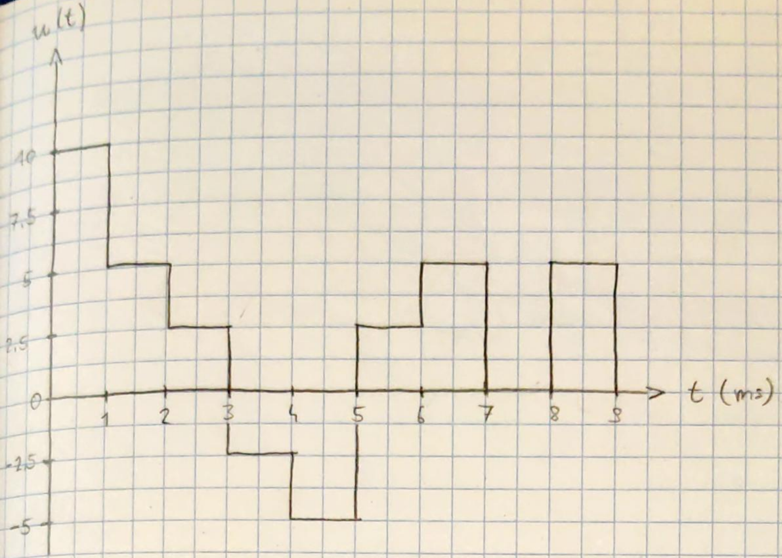
$T = 20\ ms$



$u(t) = 65\ V \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi)$

$u(t_1) = 65\ V \cdot \sin(100\pi \cdot t_1)$

$u(t_1) = \underline{\underline{39{,}4\ V}}$



ges.: $\bar{u}$

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T} u(t) \Delta t$$

$$= \frac{1}{9ms} \left(\begin{array}{l} 10V \cdot 1ms + 5V \cdot 3ms + \\ 2{,}5V \cdot 2ms + (-2{,}5)V \cdot 1ms + (-5)V \cdot 1ms \end{array} \right)$$

$$= \frac{1\cancel{ms}}{9\cancel{ms}} (22{,}5\,V) = 2{,}5\,V$$

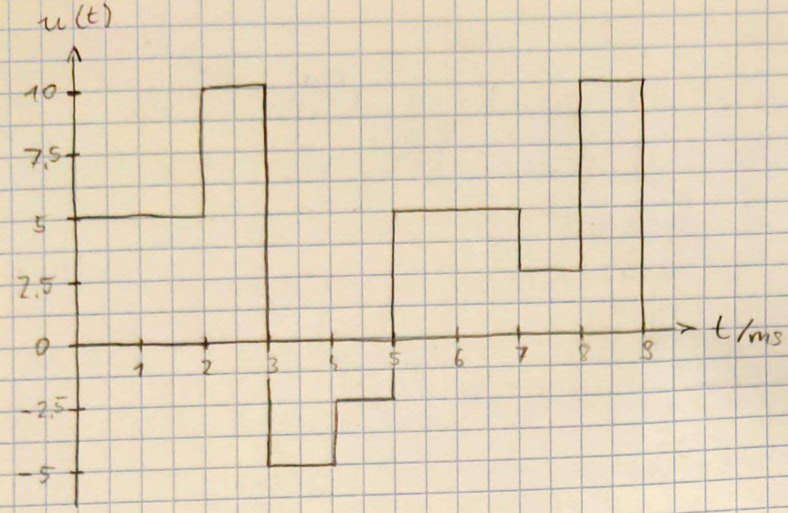
$$|\bar{u}| = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{T} |u_i(t)| \Delta t$$

$$|\bar{u}| = \frac{1}{9ms} \cdot 1ms \left((10 + 5 + 2{,}5 + 2{,}5 + 5 + 2{,}5 + 5 + 0 + 5)V \right)$$

$$= \frac{37{,}5}{9} = 4{,}17\,V$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=0}^{T} u(t)^2 \Delta t}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{9ms} \cdot 1ms \left(\begin{array}{l} (100 + 25 + 6{,}25 + 25 + \\ 6{,}25 + 25 + 0 + 25)\,V \end{array} \right)} = 4{,}93\,V$$



$$\bar{u} = \frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T} u(t)\,\Delta t$$

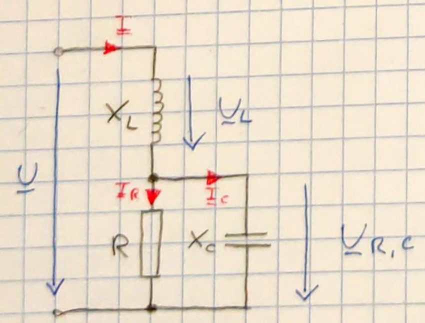
$$= \frac{1}{9ms}\left(5V\cdot 4ms + 10V\cdot 2ms + (-5)V\cdot 1ms + (-2,5)V\cdot 1ms + 2,5V\cdot 1ms\right)\Delta t$$

$$= \frac{1}{9\cancel{ms}}\cdot 1\cancel{ms}\,(35V) = 3,89V$$

$$|\bar{u}| = \frac{1}{9\cancel{ms}}\cdot 1\cancel{ms}\,(5V\cdot 5ms + 10V\cdot 2ms + 2,5\cdot 2ms)$$

$$= \frac{1}{9}\cdot(50V) = 5,56V$$

Z. 38



$R = 250\,\Omega$

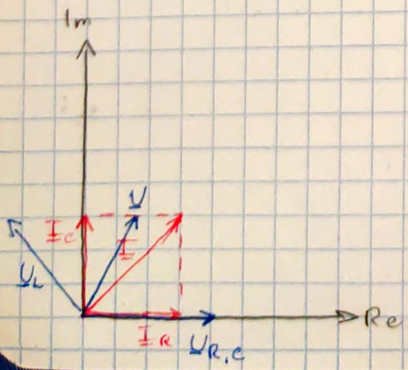
$L = 120\,mH$

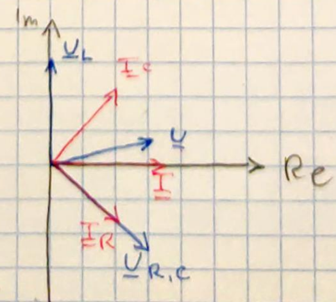
$C = 6,3\,\mu F$

$f = 100\,Hz$

$\underline{U}_L = 60V\angle 90^\circ$

ges.: $\underline{U}$, $\underline{I}$





$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_L}{j\underline{X}_L} = \frac{\underline{U}_L}{j\omega L} = \frac{60\,V\,\angle 90^\circ}{j \cdot 2\pi f \cdot 120 \cdot 10^{-3}\,H} = 0{,}796\,A$$

$$\underline{Z}_c = -j\,\frac{1}{\omega C} = -j\,\frac{1}{2\pi f \cdot 6{,}3 \cdot 10^{-6}\,F} = -252{,}627\,j\,\Omega$$

$$\underline{Z}_L = j\omega L = j \cdot 200\pi \cdot 120 \cdot 10^{-3}\,H = 75{,}398\,j\,\Omega$$

$$\underline{Z}_g = \underline{Z}_L + \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_c} + \frac{1}{R}} = (126{,}307 - 49{,}595\,j)\,\Omega$$

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_{R,C}}{R} = (0{,}505 - 0{,}500\,j)\,A = 0{,}566\,\angle -44{,}7^\circ\,A$$

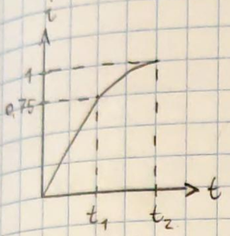
$$\underline{I}_C = \underline{I} - \underline{I}_R = 0{,}560\,\angle 45{,}32^\circ\,A$$

$$\underline{U} = \underline{U}_L + \underline{U}_{R,C} = 60\,V\,\angle 90^\circ + 141{,}448\,\angle -44{,}7^\circ\,V$$

$$\underline{U} = 108{,}020\,\angle -21{,}445^\circ$$

$$\underline{U}_{R,C} = \underline{I} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_c} + \frac{1}{R}} = 141{,}448\,\angle -44{,}7^\circ\,V$$

Bsp. 2)



$$i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$i(t_1) = 0{,}75\,\cancel{\hat{i}} = \cancel{\hat{i}} \cdot \sin(\omega t_1)$$

$$i(t_2) = 1\,\cancel{\hat{i}} = \cancel{\hat{i}} \cdot \sin(\omega t_2)$$

ges.: f

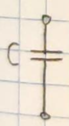
$$\omega t_1 = \arcsin(0{,}75)$$

$$\omega t_2 = \arcsin(1)$$

$$2\pi f\,(t_2 - t_1) = \arcsin(1) - \arcsin(0{,}75)$$

$$f = \frac{\frac{\pi}{2} - 0{,}84}{2\pi \cdot 0{,}001\,s} = \underline{\underline{115\ Hz}}$$

Bsp. 3)



$C = 200\ nF$

$f = 10\ kHz$

$\underline{I} = 20\ mA\ \angle 45°$

ges.: $\underline{U}$, jB_C, jX_C

$$jB_C = j\omega C = j\,\cancel{2}\pi \cdot 10^4 \cdot \cancel{2}00 \cdot 10^{-9}\ F$$

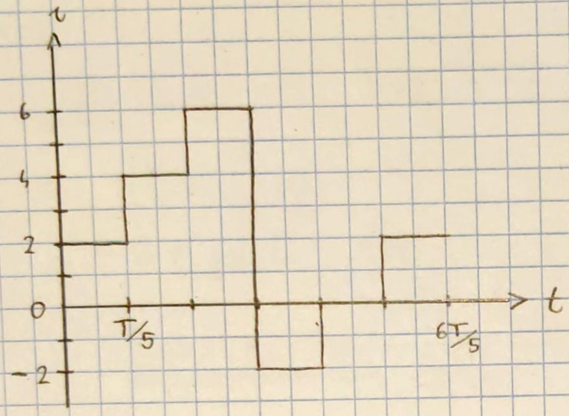
$$= j\,4\pi \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{j\ 12{,}57\ mS}}$$

$$jX_C = \frac{1}{jB_C} = -j\frac{1}{B_C} = -j\frac{1}{12{,}57} \cdot 10^3 = \underline{\underline{-j\ 79{,}5\ \Omega}}$$

$$\underline{U} = \underline{I} \cdot jX_C = 20 \cdot 10^{-3}\,A\ \angle 45° \cdot 79{,}5\ \angle{-90°}\ \Omega$$

$$= \underline{\underline{1{,}59\ V\ \angle{-45°}}}$$

Bsp. 4)



ges.: $\bar{i}$, $|\bar{i}|$, I

$$\bar{i} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T} i(t) \cdot \Delta t$$

$$= \frac{1}{\frac{6\cancel{T}}{\cancel{5}}} \cdot \frac{\cancel{T}}{\cancel{5}} \left(2 + 4 + 6 + (-2) + 0 + 2\right) = \frac{12}{6} = \underline{\underline{2\,A}}$$

$$|\bar{i}| = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T} |i(t)| \cdot \Delta t$$

$$= \frac{1}{\frac{6\cancel{T}}{\cancel{5}}} \cdot \frac{\cancel{T}}{\cancel{5}} \left(2 + 4 + 6 + 2 + 0 + 2\right) = \frac{16}{6} = \underline{\underline{2,\dot{6}\,A}}$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T} i(t)^2 \cdot \Delta t}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\frac{6\cancel{T}}{\cancel{5}}} \cdot \frac{\cancel{T}}{\cancel{5}} \left(2 + 4 + 6 + 2 + 0 + 2\right)^2} = \underline{\underline{3,26\,A}}$$

Leistung bei Wechselstrom

Annahme: sinusförmige Größen

$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t)$

$i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$

$p(t) = u(t) \cdot i(t)$ Multipl. v. Strom & Spg.

$p(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t) \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$

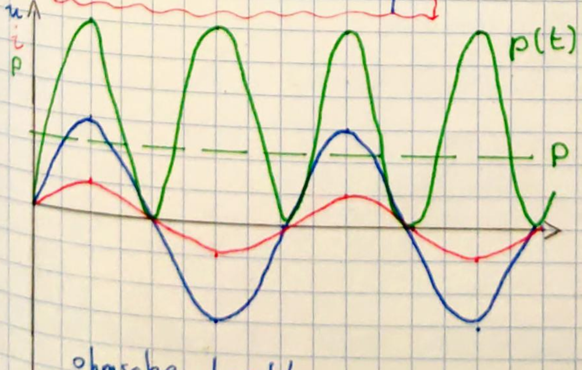
$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2} \cdot \left(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\right)$$

$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot \hat{U} \cdot \hat{I} \left(\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)\right)$$
$$= \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

$$p(t) = \underbrace{U \cdot I \cdot \cos\varphi}_{\text{Wirkleistung}} - U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$$

Die Wirkleistung ist der Mittelwert der Wechselstromleistung p.

$$\boxed{P = U \cdot I \cdot \cos\varphi}$$

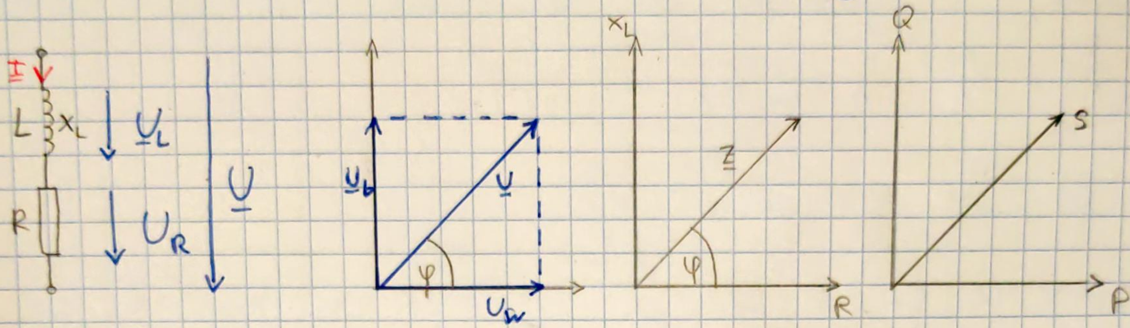


ohmsche Last!

Ist die Phasenverschiebung zw. Strom und Spannung $\varphi = 0$, weist die Wirkleistung ihren maximalen Wert auf.

Wirkleistung, Blindleistung & Scheinleistung

Bsp.: ohmsch-induktive Belastung



Die Spannung $\underline{U}$ kann über den Winkel φ in einen Anteil $U_w = U \cdot \cos\varphi$ und $U_b = U \cdot \sin\varphi$ zerlegt werden.

$$P = \frac{1}{2} \cdot \hat{U}_w \cdot \hat{I}_w = \frac{\hat{U}_w}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{I}_w}{\sqrt{2}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \cdot \cos\varphi \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} = U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \hat{U}_b \cdot \hat{I}_w = \frac{\hat{U}_b}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{I}_w}{\sqrt{2}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \cdot \sin\varphi \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} = U \cdot I \cdot \sin\varphi$$

$$[Q] = [U] \cdot [I] = 1\,V \cdot 1\,A = 1\,W = 1\,VAR$$

P.. Wirkleistung [W]
Q.. Blindleistung [VAR]

Induktive Blindleistung ist positiv
$\varphi > 0 \rightarrow \sin\varphi > 0$

Kapazitive Blindleistung ist negativ
$\varphi < 0 \rightarrow \sin\varphi < 0$

Blind- & Wirkleistung werden zur sogenannten Scheinleistung zusammengefasst, diese stellt ein Maß für e. Baugröße für elektrische Betriebsmitteln dar. (Generatoren, Transformatoren)

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U \cdot I \cdot \underbrace{\sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi}}_{1}$

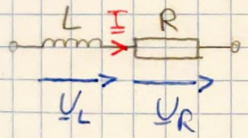
$S = U \cdot I$ S... Scheinleistung

Leistungsfaktor

$\cos \varphi = \frac{P}{S}$

Der Leistungsfaktor gibt den Faktor der Wirk- an der Scheinleistung an, sein Maximalwert = 1 (ohmsche Last)

Bsp.: $U = 140\,V$, $I = 2{,}6\,A$, $P = 52\,W$, $f = 50\,Hz$



$S = U \cdot I = 140\,V \cdot 2{,}6\,A = 364\,VA$

$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{52\,W}{364\,VA} = \frac{1}{7}$

$|Z| = \frac{U}{I} = \frac{140\,V}{2{,}6\,A} = 53{,}8\,\Omega$

$X_L = Z \cdot \sin \varphi = 53{,}8\,\Omega \cdot \sin\left(\arccos\left(\frac{1}{7}\right)\right)$

$X_L = 53{,}25\,\Omega$

$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{53{,}25\,\Omega}{100\,\pi} = 170\,mH$

Komplexe Scheinleistung

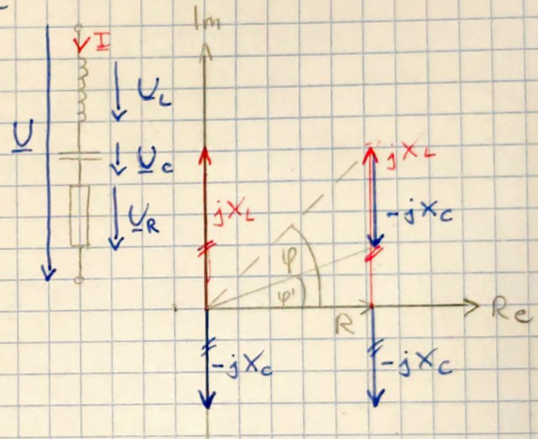
$$\underline{S} = \boxed{\underline{U}} \cdot \underline{I}^* = U \angle\varphi_u \cdot I \angle{-\varphi_i} = U \cdot I \angle\varphi_u - \varphi_i$$

$$\underline{S} = P + jQ = \boxed{\underline{Z} \cdot \underline{I}} \cdot \underline{I}^* = I^2 \cdot \underline{Z}$$

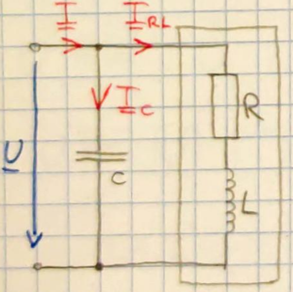
$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} \qquad \varphi = \arctan\left(\frac{Q}{P}\right)$$

Blindleistungskompensation

siehe B.S. 103



Bsp.:



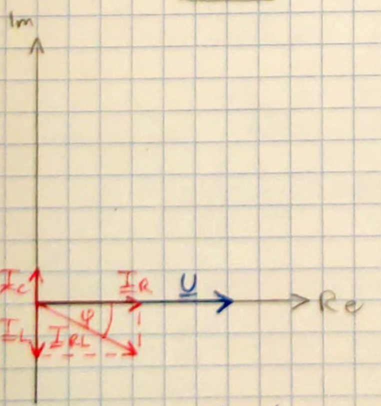
$f = 50\ Hz$
$\underline{U} = 100\ V$
$R = 100\ \Omega$
$L = 200\ mH$

z.B. Motoreinheit

$$\underline{Z}_0 = R + j\omega L$$

$$\underline{Z}_0 = 100\ \Omega + j \cdot 2\pi f \cdot L$$
$$= 100\ \Omega + j \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 10 \cdot 10^{-3}\ H$$
$$= 118{,}1\ \angle 32{,}15^\circ\ \Omega$$

$$\varphi = 32{,}15^\circ \qquad \cos\varphi = 0{,}85$$



$$\underline{Z} = R + j\omega L$$

$$\underline{Z}' = \frac{\frac{1}{j\omega C}(1 + j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C} + (1 + j\omega L)} = \frac{1}{\cancel{j\omega C}} \cdot \frac{1 + j\omega L}{\frac{1 + j\omega C(1 + j\omega L)}{\cancel{j\omega C}}}$$

$$= \frac{1 + j\omega L}{1 + j\omega C + j^2\omega^2 LC} = \frac{1 + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega C} =$$

$$\frac{1+j\omega L\,(1-\omega^2LC-j\omega C)}{1-\omega^2LC+j\omega C\,(1-\omega^2LC-j\omega C)} =$$

$$\frac{1+j\omega L-j\omega^3L^2C-j^2\omega^2LC}{1-\omega^2LC+j\omega C-j\omega^3LC^2-j^2\omega^2C^2} =$$

$$\frac{1+j\omega L-j\omega^3L^2C+\omega^2LC}{1-\omega^2LC+j\omega C-j\omega^3LC^2+\omega^2C^2} =$$

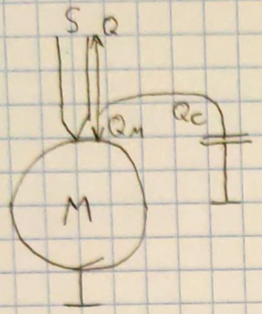
$$\frac{1+\omega\,(jL-j\omega^2L^2C+\omega LC)}{1+\omega\,(-\omega LC+jC-j\omega^2LC^2+\omega C^2)}$$

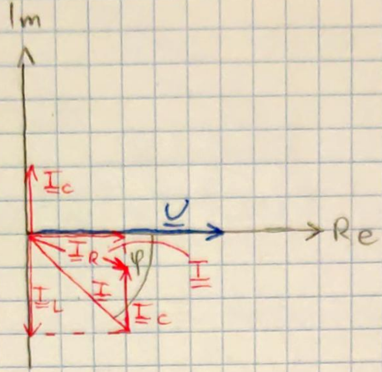
$$1+100\pi\,(j\cdot 200\cdot 10^{-3}H-j\,100^2\pi^2\;200^2\cdot(10^{-3})^2$$

$$X_c=-\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cdot R+X_L$$

$$=2\pi\cdot 50\cdot 200\cdot 10^{-3}-\tan\left(\frac{32{,}7^\circ}{2}\right)\cdot 100\,\Omega=34{,}02$$

$$C=\frac{1}{\omega X_c}=\frac{1}{2\pi\cdot 50\cdot 34{,}02\,\Omega}=8{,}36\cdot 10^{-5}\,F=\underline{\underline{83{,}6\,\mu F}}$$





Bsp.: Blindleistungskompensation

$U = 230\ V / 50\ Hz$

$P = 1{,}4\ kW$

$\eta = 0{,}82$

$\cos\varphi = 0{,}85$

$C = 32\ \mu F$

$$P_{zu} = \frac{P}{\eta} = \frac{1{,}4\ kW}{0{,}85} = 1{,}52\ kW$$

$$P_{zu} = S \cdot \cos\varphi = U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

$$S = \frac{P_{zu}}{\cos\varphi} = \frac{1{,}52\ kW}{0{,}85} = 1{,}79\ kVA$$

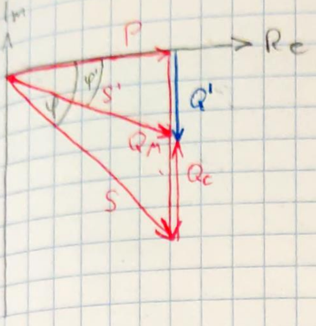
$$S = \sqrt{P^2 + Q_M^2} \qquad Q_M = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{1{,}79^2 - 1{,}52^2} =$$

$$Q_M = S \cdot \sin\varphi = S \cdot \sin(\arccos\varphi) = 1{,}79 \cdot \sin(\mathrm{acos}\,\varphi)$$
$$= 0{,}943\ kVAr$$

$$P = \frac{U^2}{R} \qquad Q_c = \frac{U^2}{X_c} = -U^2 \omega C$$

$$jX_c = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} \qquad X_c = -\frac{1}{\omega C}$$

$$P = (-230\ V)^2 \cdot 2\pi \cdot 50\ Hz \cdot 32 \cdot 10^{-6}\ F = -531{,}8\ VAr$$



$$Q' = Q_M + Q_c$$
$$= 0{,}945 \text{ kVAr} - 0{,}5138 \text{ kVAr}$$
$$= 0{,}413 \text{ kVAr}$$
$$= Q_M - |Q_c|$$

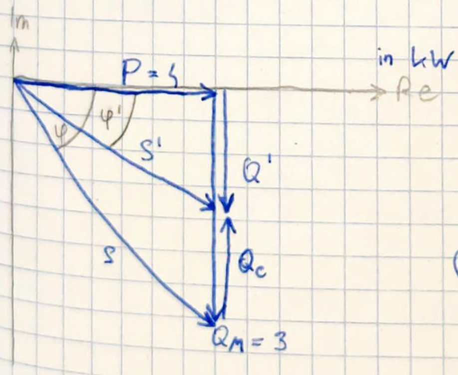
$$\tan \varphi' = \frac{GK}{AK} = \frac{Q'}{P} = \frac{0{,}413}{1{,}52} = 0{,}272$$

$$\cos \varphi = \cos(\arctan \varphi) = \cos(\arctan 0{,}272)$$
$$= 0{,}965$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{P_{ab}}{S \cdot \cos\varphi}$$

mech. Energie

Bsp.: BLK



$$\varphi' = \frac{\varphi}{2}$$

ges.: Q_c

Gelten d. Aussagen? (1), (2)

$$\varphi = \varphi/2$$

$\cos\varphi = \cos(\varphi/2)$ (1) (sicha nit!)

$Q_c = (Q_M | 2)$ (2) (a nit!)

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Q_M}{P}\right) = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) = 36{,}87°$$

$$\varphi/2 = 18{,}435°$$

$$\tan\frac{\varphi}{2} = \frac{Q'}{P}$$

$$Q' = \tan\frac{\varphi}{2} \cdot P = \tan(18{,}435°) \cdot 4$$
$$= 1{,}\dot{3} \text{ kW}$$

Bsp.: BLK

$U = 230\,V \,/\, 50\,Hz$
$P = 2{,}2\ kW$
$\eta = 0{,}91$
$\cos\varphi = 0{,}82$

ges.: C für $\cos\varphi = 0{,}92$

$$P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta} = \frac{2{,}2\ kW}{0{,}91} = 2{,}42\ kW$$

$$S = \frac{P_{zu}}{\cos\varphi} = \frac{2{,}42\ kW}{0{,}82} = 2{,}95\ kVA$$

$$Q' = Q_M + Q_C$$
$$Q_C = Q' - Q_M$$
$$Q_M = \sqrt{S^2 - P_{zu}^2} = \sqrt{2{,}95^2 - 2{,}42^2} = 1{,}687\ kVAr$$

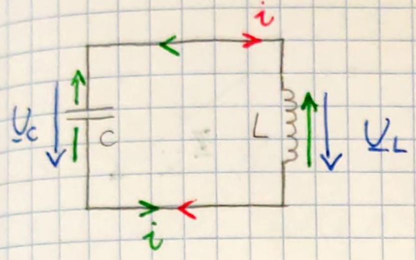
$$\varphi' = \arccos 0{,}92 = 23{,}07^\circ$$
$$\tan\varphi' = \frac{Q'}{P_{zu}} \rightarrow Q' = \tan\varphi' \cdot P_{zu}$$
$$= \tan(23{,}07^\circ) \cdot 2{,}42\ kW$$
$$= 1{,}03\ kVAr$$

$$Q_C = Q' - Q_M = 1{,}03\ kVAr - 1{,}687\ kVAr$$
$$= -0{,}657$$

$$Q_C = \frac{U^2}{X_C} = -U^2\omega C$$
$$C = \frac{Q_C}{-U^2\omega} = \frac{-0{,}657}{(-230\,V)^2 \cdot 2\pi \cdot 50} =$$

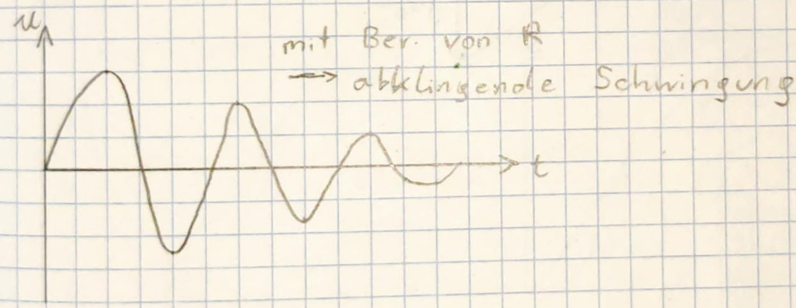
Resonanzkreise

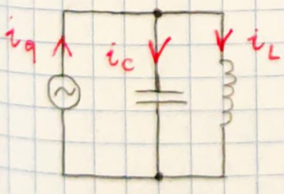
BS. 105 / Kap. 2.8



$$\frac{C u^2}{2} \qquad \frac{L i^2}{2}$$

$$W = \frac{C u^2}{2} + \frac{L i^2}{2} = \text{konst.}$$

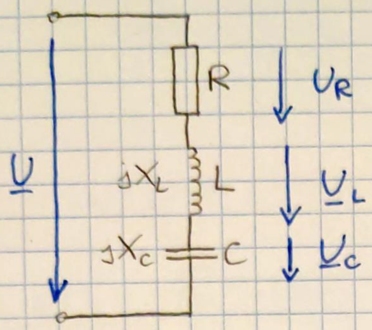


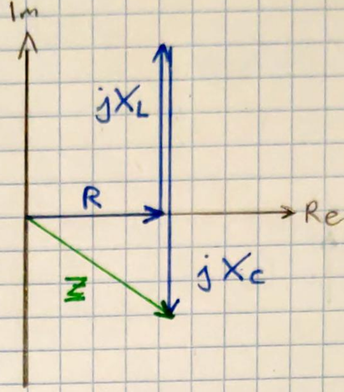


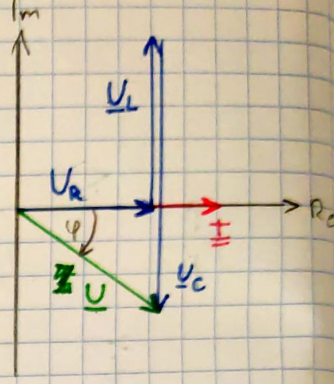
$$i_q(t) = i_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$$

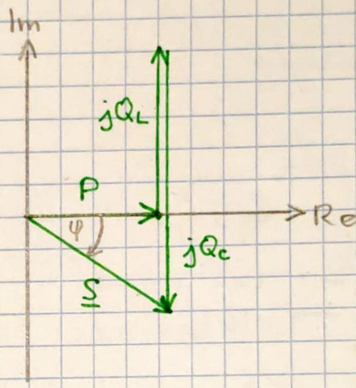
$\omega_0 \neq \omega_r$ aus L und C

Reihenresonanzkreis









Der interessante Fall ist:

$$\underline{Z} = R + j\underbrace{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = R + j\left(X_L + X_C\right)$$

$$X_L = X_C \qquad\qquad X_L = X_C$$

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \qquad\qquad \omega_r L = -\frac{1}{\omega_r C}$$

$$\omega_r^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

} ThSF

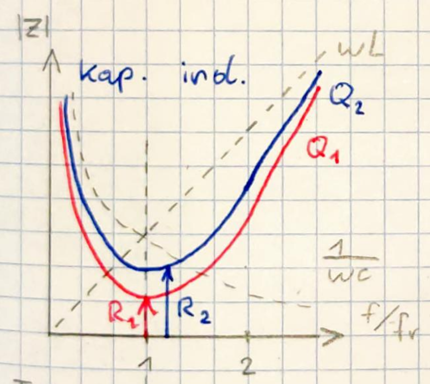
Liegt die Frequenz der erzwungenen Schwingung unterhalb der Resonanzfrequenz ist der Resonanzkreis kapazitiv, der Strom eilt vor. Oberhalb der Resonanzfrequenz ist der

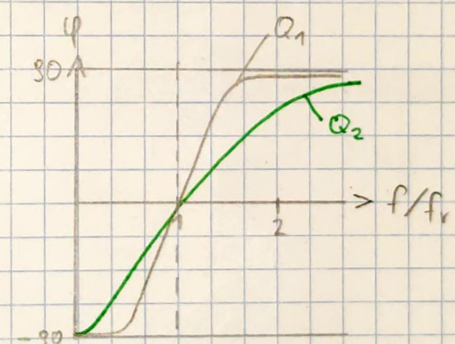
Resonanzkreis induktiv, der Strom eilt nach.
Bei Resonanz ist $\underline{Z}$ gleich R.

Güte und Bandbreite

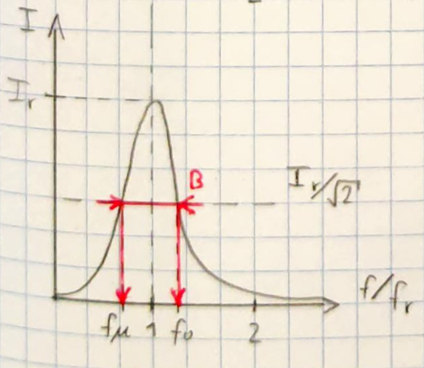
Bezieht man die Resonanzspannung U_{Lr}, U_{Cr} auf die angelegte Spannung, erhält man die Güte Q d. Resonanzkreises.

$$Q = \frac{U_{Lr}}{U} = \frac{X_L}{R}$$





$Q_1 > Q_2$



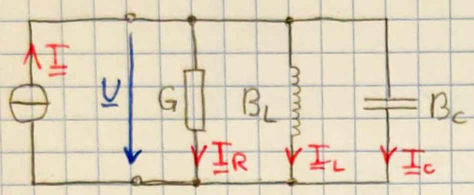
B... Bandbreite

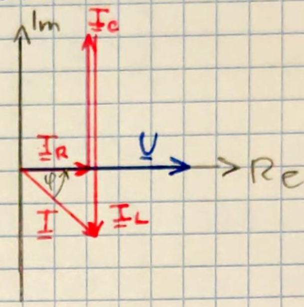
$B = f_o - f_u$

$B \approx \frac{f_r}{Q}$

Parallelresonanzkreis

BS. 111 / Kap. 2.8.2





$$\underline{Y} = G + j\underbrace{(B_C + B_L)}$$

$$B_C = -B_L \qquad B_L = -\frac{1}{\omega L}$$

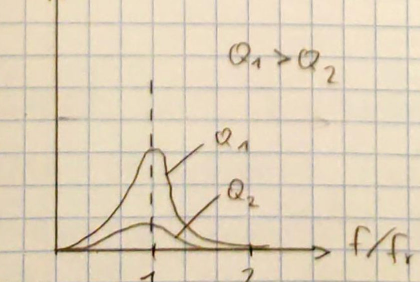
$$\omega_r C = \frac{1}{\omega_r L}$$

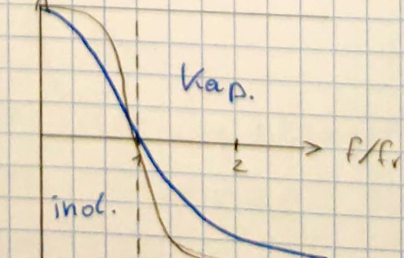
$$\left.\begin{aligned} \omega_r &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ f_r &= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{aligned}\right\} \text{ThSF}$$

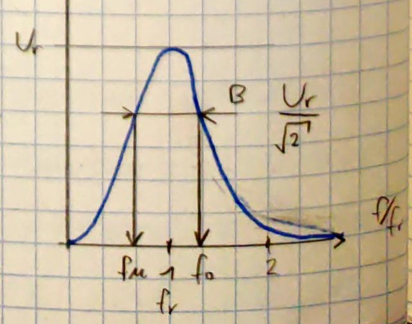
Güte & Bandbreite

$$B = f_o - f_u \qquad Q = \frac{I_{LR}}{I} = \frac{R}{X_{Lr}}$$

$$B \approx \frac{f_r}{Q}$$







Bsp. 2.52

$R = 100\,\Omega \qquad U_q = 10\,V$

$L = 50\,mH$

$C = 1\,\mu F$

ges.: f_r, I, Q, U_{L_r}, U_{C_r}

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{(50 \cdot 10^{-3} H)(10^{-6} F)}} = 711{,}8\,Hz$$

$$I = \frac{U_q}{R} = \frac{10\,V}{100\,\Omega} = 0{,}1\,A$$

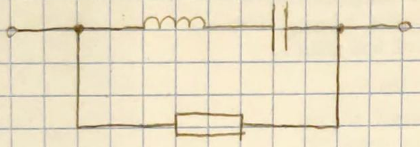
$$Q = \frac{X_{L_r}}{R} = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{2\pi f_r \cdot L}{R} = \frac{2\pi \cdot 711{,}8\,Hz \cdot 50 \cdot 10^{-3}\,H}{100\,\Omega}$$

$$= 2{,}24$$

Wiederholung

1) Reihenresonanzkreis
2) $\underline{Z} = R$ bei Resonanz
3) $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

BS. 114 RLC-Kombinationen



ges.: f_r

$$\underline{Z} = \frac{R(jX_c + jX_L)}{R + jX_c + jX_L} = \frac{R \cdot j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

$$= \frac{R \cdot j(\omega L - \frac{1}{\omega C})[R - j(\omega L - \frac{1}{\omega C})]}{[R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})][R - j(\omega L - \frac{1}{\omega C})]}$$

$$= \frac{Z}{R^2 + \cancel{j}^2(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \frac{Z}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

$$= \frac{R^2 j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) - j^2 R(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

$$= \frac{R(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} + j\,\frac{R^2(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

$$\Rightarrow \operatorname{Im}(\underline{Z}) \overset{!}{=} 0$$

$$\frac{R^2(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = 0$$ Nenner fällt weg

$$R^2\left(wL - \frac{1}{wC}\right) = 0 \cdot \cancel{\left[R^2 + \left(wL - \frac{1}{wC}\right)^2\right]}$$

$$R^2\left(wL - \frac{1}{wC}\right) = 0$$

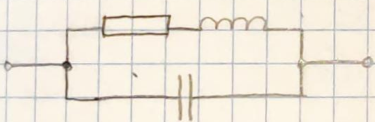
1) $R^2 = 0$

$R = 0$

2) $wL - \frac{1}{wC} = 0$

$$\Rightarrow \quad w_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Fall e



$$\underline{Z} = \frac{(R + jX_L)jX_C}{R + jX_L + jX_C} = \frac{(R + jwL)\left(-j\frac{1}{wC}\right)}{R + jwL - j\frac{1}{wC}}$$

$$= \frac{(R + jwL)\left(-j\frac{1}{wC}\right)}{R + j\left(wL - \frac{1}{wC}\right)} = \frac{-j\left(\frac{R}{wC} + \frac{wL}{wC}\right)}{R + j\left(wL - \frac{1}{wC}\right)}$$

$$= \frac{\left[-j\left(\frac{R}{wC} + \frac{wL}{wC}\right)\right]\left[R - j\left(wL - \frac{1}{wC}\right)\right]}{\left[R + j\left(wL - \frac{1}{wC}\right)\right]\left[R + j\left(wL - \frac{1}{wC}\right)\right]}$$

$$= \frac{\qquad}{R^2 + j\left(wL - \frac{1}{wC}\right)^2}$$

$$Y_{ges} = Y_C + Y_{RL} = j\omega C + \frac{1}{R+j\omega L}$$

$$Y_{RL} = \frac{1}{R+j\omega L} \bigg/ \frac{R-j\omega L}{R-j\omega L}$$

$$= \frac{R-j\omega L}{R^2 - \cancel{j\omega LR} + \cancel{j\omega LR} + j^2 L^2 \omega^2}$$

$$Y_{ges} = j\omega C + \frac{R}{R^2+\omega L^2} - j\frac{\omega L}{R^2+\omega^2 L^2}$$

$$= \frac{R}{R^2+\omega^2 L^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2+\omega^2 L^2}\right)$$

$$\frac{\omega C(R^2+\omega^2 L^2) - \omega L}{R^2+\omega^2 L^2} = 0$$

$$R^2 \cancel{\omega} C + \omega^{\overset{2}{\cancel{3}}} C L^2 - \cancel{\omega} L = 0$$

$$\omega^2 C L^2 = L - R^2 C$$

$$\omega_r^2 = \frac{L-R^2C}{L^2C} = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}$$

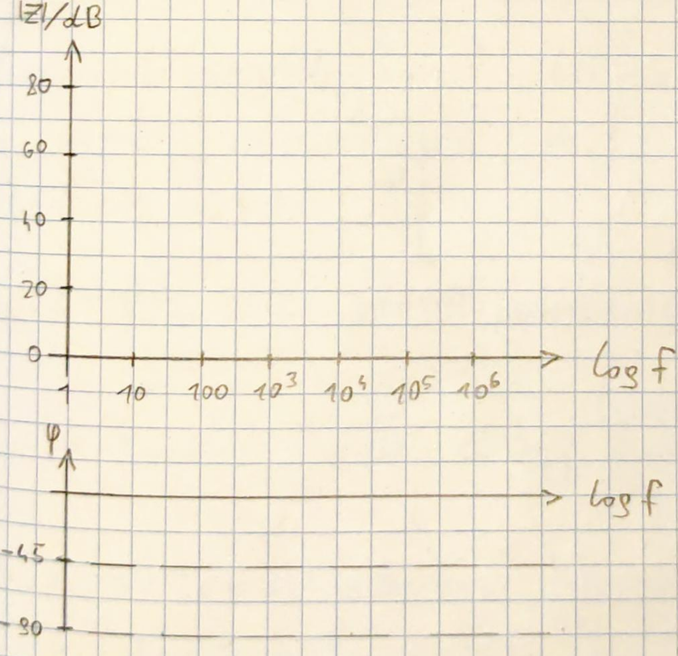
Teststoff:

- Gemischte Schaltungen BS. 85 - 87
- Leistung & Blindleistungskomp. BS. 92 - 105
- Resonanzkreise BS. 105 - 117

Boole - Diagramme

Das Boole - Diagr. ist eine grafische Darstellung der frequenzabhängigen einer kompl. Größe nach Betrag und Winkel. Eine besondere Aussagekraft erhält man durch die Wahl einer logarithmischen Skalierung für den Betrag und die Frequenz sowie einer linearen Darstellung für den Winkel

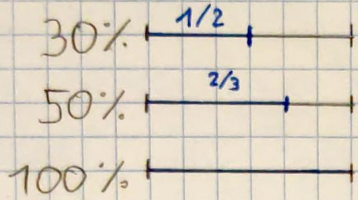
- komplexe Größe $\underline{Z}$: $\underline{Z} = |Z| \angle \varphi_Z$



Hinweise:

- gleiche Abstände auf einer log. Achse bedeuten eine Verzehnfachung des Wertebereichs
- Der Nullpunkt liegt bei $-\infty$

- Zwischen den Dekaden ist die Achsenteilung ebenfalls logarithmisch

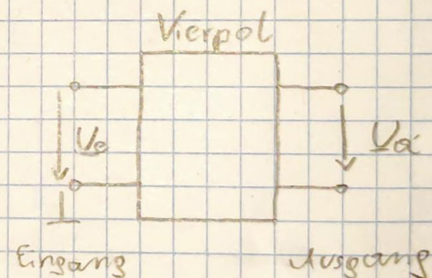


Logarithmische Spannungsverhältnisse

Spannungsverhältnisse werden in der Nachrichtentechnick häufig in einer logarithmischen Größe angegeben.

BS. 130

$$A' = 20 \log \frac{|U_a|}{|U_e|}$$



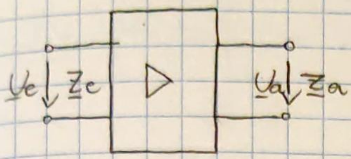
Einheit: 1 B (Bel)

$1\,dB = 0{,}1\,B$

Norm: dB beschreibt e. Leistungsverhältnis

$$\text{d.h. } \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2^2}{R_2} \cdot \frac{R_1}{U_1^2} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

Bsp.: Verstärker



$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_a$$

$$A = \log \frac{P_a}{P_e} \quad | \, B$$

$$A = 10 \log \frac{P_a}{P_e} \quad | \, dB$$

$$A = 10 \log \frac{U_a^2}{\cancel{\underline{Z}_a}} \cdot \frac{\cancel{\underline{Z}_e}}{U_e^2} = 10 \log \left(\frac{U_a}{U_e}\right)^{2}$$

$$= 20 \cdot \log \frac{U_a}{U_e}$$

Rechenoperatoren mit Logarithmen

Multiplikation mit linearen Maßen geht in eine Addition mit logarathmischen Maßen über.

Bsp. 1: Ermittle d. Spannungsverhältnis von 63 dB.

$$63\ dB = 60\ dB + 3\ dB = 10^3 \cdot 1{,}41 = 1410$$

$$60\ dB \downarrow \quad 3\ dB \downarrow$$

$$60/20 \qquad \sqrt{2}$$

$$10 = 10^3$$

Bsp. 2:

Berechne den Log. des Spannungsverhält-
nisses

a) $\frac{U_1}{U_2} = 10^5$

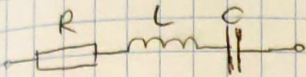
b) $\frac{U_1}{U_2} = 0{,}01$

a) $A = 20 \log \frac{U_1}{U_2}$

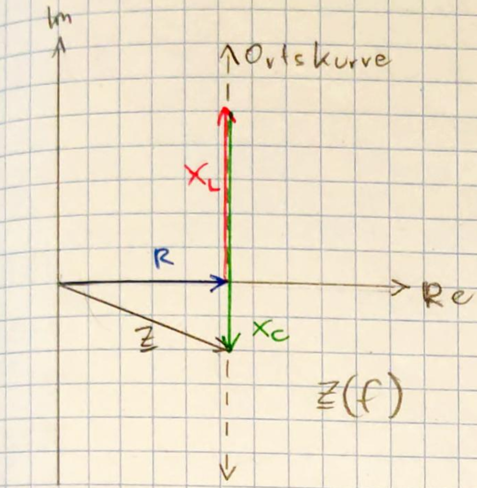
$$= 20 \underbrace{\log 10^5}_{=5} = 20 \cdot 5 = 100 \text{ dB}$$

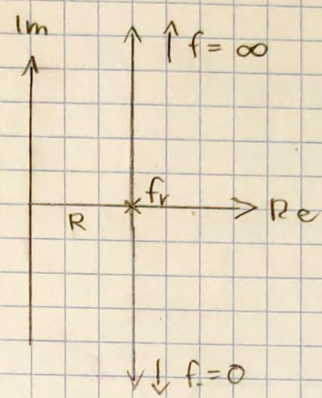
b) $A = 20 \underbrace{\log 0{,}01}_{=-2} = -40 \text{ dB}$

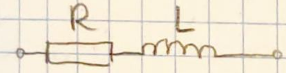
Ortskurven



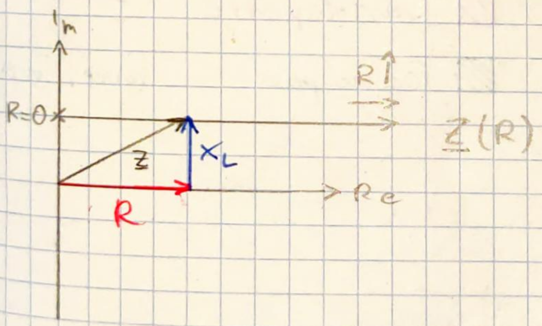
$$\underline{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$$



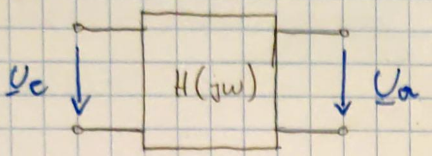




$$\underline{Z} = R + j\omega L$$

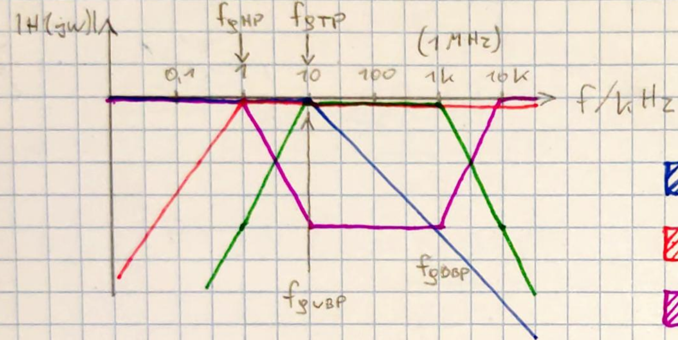


Erstellung eines Bode Diagramms



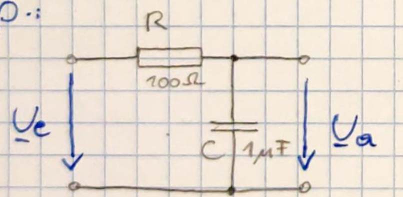
$$H(j\omega) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e}$$

Die Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ wird zur Charakterisierung des Verhaltens frequenzselektiver Vierpole verwendet.



Tiefpass	f_{gTP}
Hochpass	f_{gHP}
Bandsperre	—"—
Bandpass	f_{gUBP}, f_{gOBP}

Bsp.:



$$|H(j\omega)| = \sqrt{Re^2 + Im^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{1+\omega^2C^2R^2}{(1+\omega^2C^2R^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2C^2R^2}}$$

$$H(j\omega) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{\cancel{j\omega C}} \cdot \frac{1}{\frac{Rj\omega C+1}{\cancel{j\omega C}}} = \frac{1}{1+j\omega RC}$$

$$= \frac{1}{1+j\omega RC} \cdot \frac{1-j\omega RC}{1-j\omega RC} = \frac{1-j\omega RC}{1\cancel{-j\omega RC}\cancel{+j\omega RC}+j^2\omega^2R^2C^2}$$

$$= \frac{1}{1+\omega^2R^2C^2} - j\,\frac{\omega RC}{1+\omega^2R^2C^2}$$

$$\varphi = \arctan\frac{Im(H(j\omega))}{Re(H(j\omega))} = \arctan(-\omega RC)$$

f_g: $Im = Re$ $\quad 1 = \omega^2R^2C^2$ $\qquad \omega_g = \frac{1}{RC}$

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC}$$