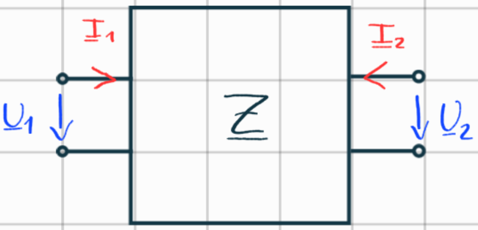
S(treu)-Parameter ab S. 151

Widerstandsparameter / Impedanzmatrix / 4-Pole



$\underline{Z}_{11}$ … LL-Eingangsimpedanz

$\underline{Z}_{12}$ … LL-Rückwirkungsimpedanz

$\underline{Z}_{21}$ … LL-Übertragungsimpedanz

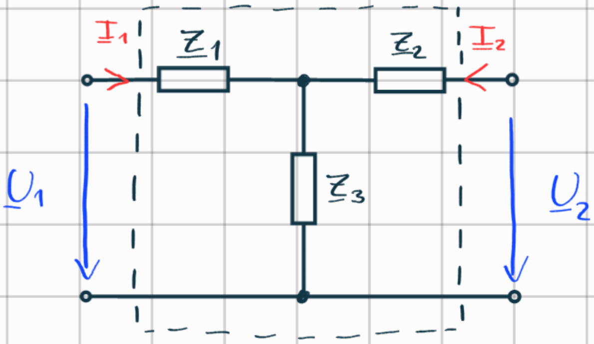
$\underline{Z}_{22}$ … LL-Ausgangsimpedanz

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_{11} + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_{12}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_{21} + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_{22}$$

$$\underline{U} = \underline{\underline{Z}} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{\underline{Z}} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix}$$



geg.: $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3$

ges.: $\underline{\underline{Z}} = f(\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3)$

$\underline{I}_2 = 0$:

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_{11} + 0 \cdot \underline{Z}_{12} = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_{11}$$

$$\rightarrow \underline{Z}_{11} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3$$

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_{21} + 0 \cdot \underline{Z}_{22} = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_{21}$$

$$\rightarrow \underline{Z}_{21} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} = \underline{Z}_3$$

$\underline{I}_1 = 0$:

$$\underline{U}_1 = 0 \cdot \underline{Z}_{11} + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_{12} = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_{12}$$

$$\rightarrow \underline{Z}_{12} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2} = \underline{Z}_3$$

$$\underline{U}_2 = 0 \cdot \underline{Z}_{21} + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_{22} = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_{22}$$

$$\rightarrow \underline{Z}_{22} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3$$

Leitparameter / Admittanzmatrix / 4-Pole

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2$$
$$\underline{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2$$

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix}$$

$\underline{Y}_{11}$ ... KS-Eingangsleiter
$\underline{Y}_{12}$ ... KS-Rückwirkungsleiter
$\underline{Y}_{21}$ ... KS-Übertragungsleiter
$\underline{Y}_{22}$ ... KS-Ausgangsleiter

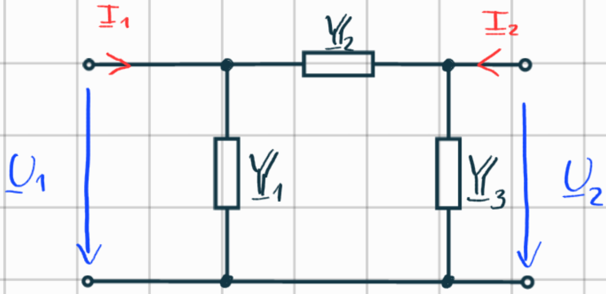
$$\underline{Y}_{11} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1}\bigg|_{\underline{U}_2=0} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2$$

$$\underline{Y}_{12} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2}\bigg|_{\underline{U}_1=0} = -\underline{Y}_2$$

$$\underline{Y}_{21} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1}\bigg|_{\underline{U}_2=0} = -\underline{Y}_2$$

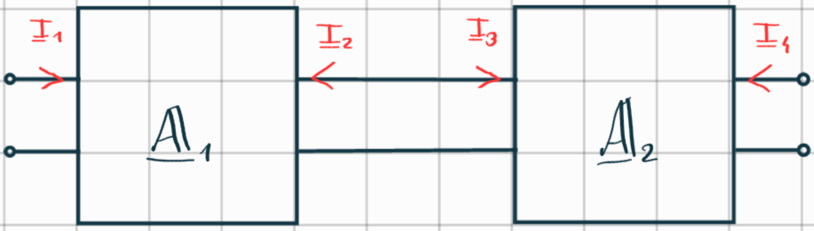
$$\underline{Y}_{22} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2}\bigg|_{\underline{U}_1=0} = \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3$$

π-Glied:



Kettenmatrix / Mehrpole

$$\underline{U}_1 = \underline{A}_{11} \cdot \underline{U}_2 + \underline{A}_{12} \cdot (-\underline{I}_2)$$
$$\underline{I}_1 = \underline{A}_{21} \cdot \underline{U}_2 + \underline{A}_{22} \cdot (-\underline{I}_2)$$



$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ -\underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

Hybridmatrix / Vierpole

$$\underline{U}_1 = \underline{h}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{h}_{12} \cdot \underline{U}_2$$
$$\underline{I}_2 = \underline{h}_{21} \cdot \underline{I}_1 + \underline{h}_{21} \cdot \underline{U}_2$$

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{h}_{11} & \underline{h}_{12} \\ \underline{h}_{21} & \underline{h}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix}$$

https://de.m.wikipedia.org/wiki/Streuparameter

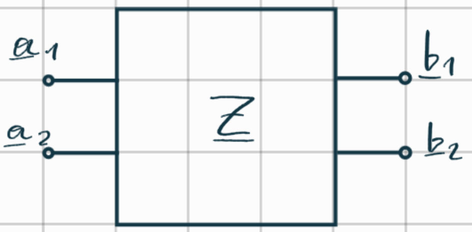
S-Parameter

In der HF-Technik sind Leerläufe und Kurzschlüsse (bei n-Polen) nicht immer einfach zu realisieren bzw. können bei aktiven Komponenten zu instabilem Verhalten führen. Hinzu kommt, dass Strom & Spannung bei Toren, deren Abmessungen nicht klein gegenüber der Wellenlänge sind, keine geeignete Beschreibungsgröße mehr darstellen.
-> Einführung bei höheren Frequenzen von Wellengrößen & Streuparameter

$\boxed{\underline{a}_i = \frac{\underline{U}_{hi}}{\sqrt{\underline{Z}_{Li}}}}$ ... hinlaufende normierte Spannungswelle an Tor i

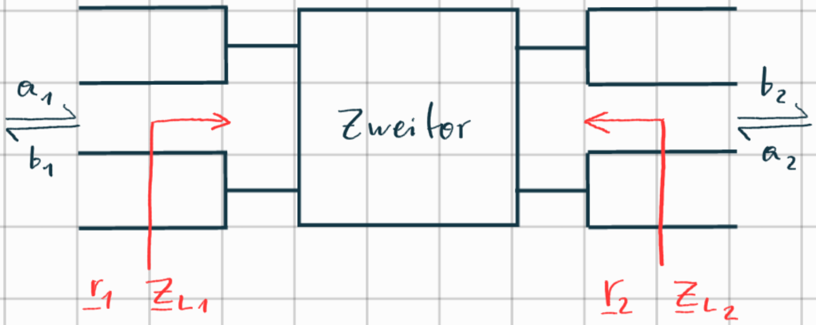
$\boxed{\underline{b}_i = \frac{\underline{U}_{ri}}{\sqrt{\underline{Z}_{Li}}}}$ ... rücklaufende normierte Spannungswelle an Tor i

$\underline{Z}_{Li}$ ... Leitungswellenwiderst. d. Anschlussleitung (für verlustlose Leitungen reellwertig)



Um in der HF-Messtechnik Messungen vorzunehmen muss das Messgerät

"angepasst" sein damit das Signalverhalten nicht verändert wird.
Deswegen S(treu)-Parameter.



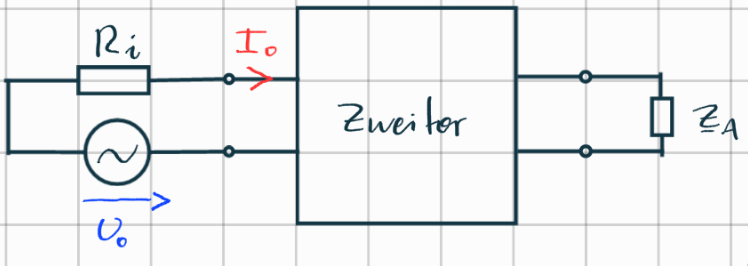
$$\underline{a}_i = \frac{\underline{U}_{hi}}{\sqrt{\underline{Z}_{Li}}} \qquad W = \frac{V^2}{\Omega}$$

$$[\underline{a}_i] = \frac{[\underline{U}_{hi}]}{[\sqrt{\underline{Z}_{Li}}]} = \frac{V}{\sqrt{\Omega}} = \frac{\sqrt{V^2}}{\sqrt{\Omega}} = \sqrt{W} = [\underline{b}_i]$$

P_{wi} ... dem Tor i zugeführte bzw. abgeführte Wirkleistung

$$P_{wai} = \frac{1}{2}\,\underline{a}_i \cdot \underline{a}_i^* = \frac{1}{2}\,\frac{\underline{U}_{hi}}{\sqrt{\underline{Z}_{Li}}} \cdot \frac{\underline{U}_{hi}^*}{\sqrt{\underline{Z}_{Li}}} = \frac{\underline{U}_{hi}\cdot \underline{U}_{hi}^*}{2\cdot \underline{Z}_{Li}} = \frac{|\underline{U}_{hi}|^2}{2\cdot \underline{Z}_{Li}} = \frac{|\underline{a}_i|^2}{2}$$

(a^* ... konjugiert kompl.)



$$\boxed{\underline{U}(l) = \underline{U}_h \cdot e^{\gamma \cdot l} + \underline{U}_r \cdot e^{-\gamma \cdot l}}$$

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_h + \underline{U}_r$$

$$\underline{I}_0 \cdot \underline{Z}_L = \underline{U}_h - \underline{U}_r$$

$$\underline{U}_0 + \underline{I}_0 \cdot \underline{Z}_L = 2 \cdot \underline{U}_h$$

$$\underline{U}_0 - \underline{I}_0 \cdot \underline{Z}_L = 2 \cdot \underline{U}_r$$

$$\underline{U}_h = \frac{1}{2} \cdot (\underline{U}_0 + \underline{I}_0 \cdot \underline{Z}_L)$$

$$\underline{U}_r = \frac{1}{2} \cdot (\underline{U}_0 - \underline{I}_0 \cdot \underline{Z}_L)$$

folgt aus Telegraphengl. S. 76

$$\underline{a}_i = \frac{\underline{U}_i + \underline{I}_i \cdot \underline{Z}_{Li}}{2 \cdot \sqrt{\underline{Z}_{Li}}} \qquad \underline{b}_i = \frac{\underline{U}_i - \underline{I}_i \cdot \underline{Z}_{Li}}{2\sqrt{\underline{Z}_{Li}}}$$

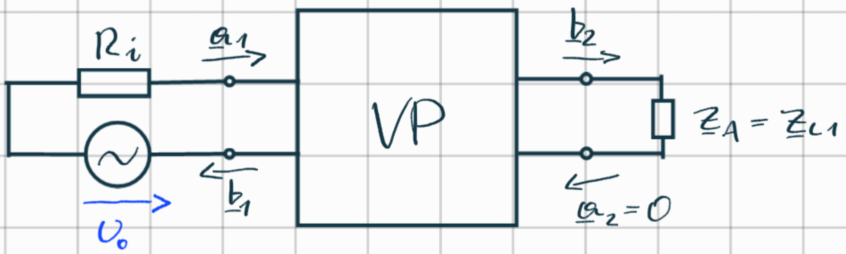
... Da l am Ende der Leitung beginnt: i statt l einsetzen

$\underline{U}_i$ & $\underline{I}_i$ sind unbekannt

$\rightarrow \underline{U}_i = (\underline{a}_i + \underline{b}_i) \cdot \sqrt{\underline{Z}_i}$

$\rightarrow \underline{I}_i = (\underline{a}_i + \underline{b}_i) \cdot \frac{1}{\sqrt{\underline{Z}_i}}$

Aus den Zusammenhängen vorheriger Gleichungen ai, bi, Ui, Ii erkennen wir, dass unter Verwendung eines Torwiderstandes Zi formal immer Wellengrößen berechnen lassen, auch dann wenn keine Anschlussleitungen vorhanden sind sondern der Abschluss direkt über einen Lastwiderstand und die Speisung der Schaltung über eine Spannungsquelle mit Innenwiderstand geschieht.



$\underline{b}_1 = S_{11} \cdot \underline{a}_1 + S_{12} \cdot \underline{a}_2$

$\underline{b}_2 = S_{21} \cdot \underline{a}_1 + S_{22} \cdot \underline{a}_2$

$\boxed{S \ldots \text{ Streuparameter}}$

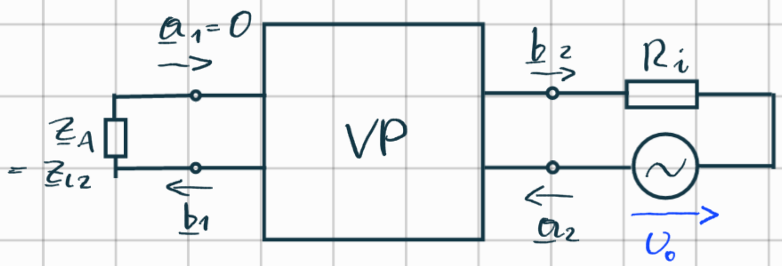
$$\left.\begin{pmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{pmatrix} = \underline{\mathbb{S}} \cdot \begin{pmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \end{pmatrix} \right\} \text{Streumatrix}$$

$$\underline{\mathbb{b}} = \underline{\mathbb{S}} \cdot \underline{\mathbb{a}}$$

Es gilt: $\underline{s}_{11} = \frac{\underline{b}_1}{\underline{a}_1}\Big|_{\underline{a}_2 = 0} = \frac{\frac{U_{r1}}{\cancel{\sqrt{Z_{L1}}}}}{\frac{U_{h1}}{\cancel{\sqrt{Z_{L1}}}}} = \frac{U_{r1}}{U_{h1}}$

$\underline{Z}_A \overset{!}{=} \underline{Z}_L$, damit Leitung „abgeschlossen" ist $(\underline{a}_2 = 0)$

$S_{11} \ldots$ Reflexionsfaktor am Tor 1



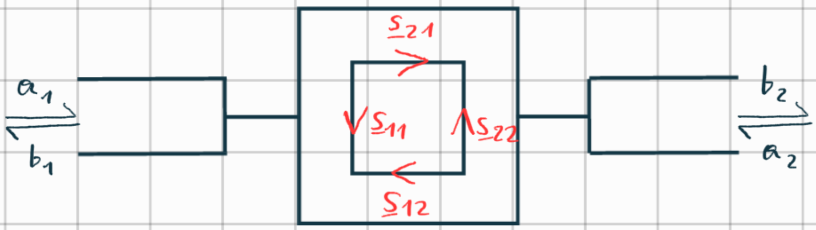
$$\underline{S}_{12} = \frac{\underline{b}_1}{\underline{a}_2}\Big|_{\underline{a}_1=0} = \frac{\frac{\underline{U}_{r1}}{\cancel{\sqrt{Z_L'}}}}{\frac{\underline{U}_{h2}}{\cancel{\sqrt{Z_L'}}}} = \frac{\underline{U}_{r1}}{\underline{U}_{h1}}$$

$$\underline{S}_{21} = \frac{\underline{b}_2}{\underline{a}_1}\Big|_{\underline{a}_2=0} = \frac{\underline{U}_{r2}}{\underline{U}_{h1}} \cdot \sqrt{\frac{Z_{L1}}{Z_{L2}}}$$

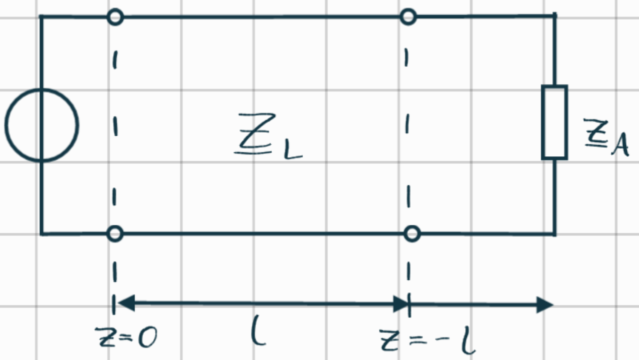
$$\underline{S}_{22} = \frac{\underline{b}_2}{\underline{a}_2}\Big|_{\underline{a}_1=0} = \frac{\underline{U}_{r2}}{\underline{U}_{h2}}$$

S_{ii} sind Reflexionsfaktoren
S_{ij} sind Transmissionsfaktoren

Die S-Parameter geben den Leistungsfluss wie folgt an:



Wiederholung Reflektionsfaktor



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_h e^{-\gamma z} + \underline{U}_r e^{\gamma z}$$
$$\underline{U}(l) = \underline{U}_h e^{\gamma l} + \underline{U}_r e^{-\gamma l}$$

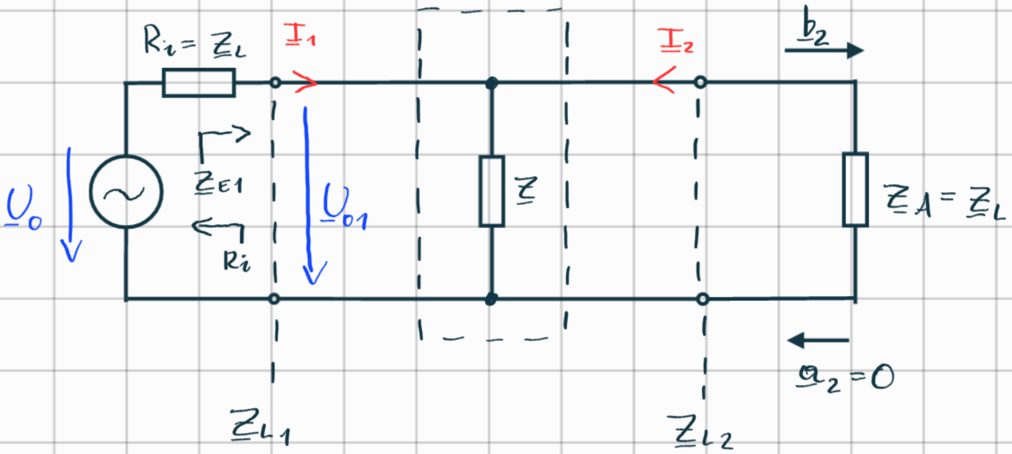
$$\underline{U}(l=0) = \underline{U}_h e^{\gamma 0} + \underline{U}_r e^{-\gamma 0}$$
$$\underline{U}_0 = \underline{U}_h + \underline{U}_r$$
$$\underline{I}_0 Z_L = \underline{U}_h - \underline{U}_r$$
$$\underline{U}_0 + \underline{I}_0 Z_L = 2 \cdot \underline{U}_h$$

$\rightarrow \underline{U}_h = \frac{1}{2}(\underline{U}_0 + \underline{I}_0 Z_L)$

$\rightarrow \underline{U}_r = \frac{1}{2}(\underline{U}_0 - \underline{I}_0 Z_L)$

$$r = \frac{\underline{U}_r}{\underline{U}_h} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}(\underline{U}_0 - \underline{I}_0 \underline{Z}_L)}{\cancel{\frac{1}{2}}(\underline{U}_0 + \underline{I}_0 \underline{Z}_L)} = \frac{\frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_0} - \underline{Z}_L}{\frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_0} + \underline{Z}_L} = \frac{\underline{Z}_A - \underline{Z}_L}{\underline{Z}_A + \underline{Z}_L}$$

$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_L$	$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_A$
$r_{12} = \frac{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1}$	$r_{21} = \frac{\underline{Z}_1 - \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$



$$\underline{b}_1 = s_{11} \cdot \underline{a}_1 + s_{12} \cdot \underline{a}_2$$
$$\underline{b}_2 = s_{21} \cdot \underline{a}_1 + s_{22} \cdot \underline{a}_2$$

$$\underline{s}_{11} = \frac{\underline{b}_1}{\underline{a}_1}\Big|_{\underline{a}_2 = 0} = \underline{r}_1 = \frac{\underline{Z}_{E1} - R_i}{\underline{Z}_{E1} + R_i} \qquad \underline{Z}_{E1} = \underline{Z}_A \,||\, \underline{Z} = \underline{Z}_L \,||\, \underline{Z}$$

$$\underline{s}_{11} = \frac{\frac{\underline{Z}_L \cdot \underline{Z}}{\underline{Z}_L + \underline{Z}} - \underline{Z}_L}{\frac{\underline{Z}_L \cdot \underline{Z}}{\underline{Z}_L + \underline{Z}} + \underline{Z}_L} = \frac{\cancel{\underline{Z}_L \cdot \underline{Z}} - \underline{Z}_L(\underline{Z}_L + \cancel{\underline{Z}})}{\underline{Z}_L \cdot \underline{Z} + \underline{Z}_L(\underline{Z}_L + \underline{Z})}$$

$$\underline{s}_{11} = \frac{-\underline{Z}_L^2}{\underline{Z}_L^2 + 2 \cdot \underline{Z}_L \cdot \underline{Z}} = \frac{-\underline{Z}_L^{\cancel{2}}}{\cancel{\underline{Z}_L}(\underline{Z}_L + 2 \cdot \underline{Z})}$$

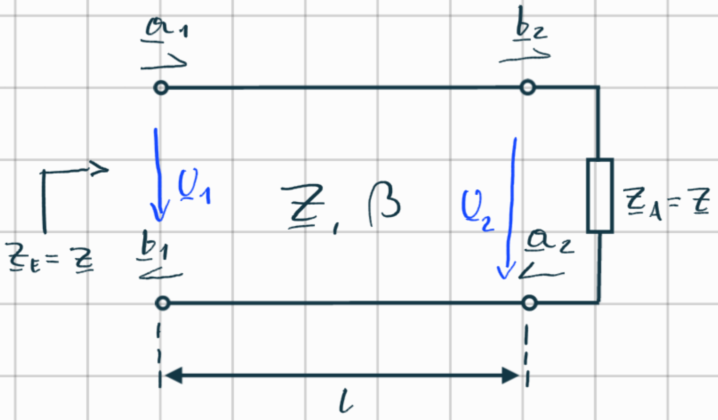
$$\underline{s}_{11} = -\frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}_L + 2 \cdot \underline{Z}}$$

$$\underline{S}_{21} = \frac{\underline{b}_2}{\underline{a}_1}\bigg|_{\underline{a}_2=0} = \frac{\frac{\underline{U}_{r2}}{\sqrt{\underline{Z}_L}}}{\frac{\underline{U}_0}{2\sqrt{\underline{Z}_L}}} = \frac{\frac{\underline{U}_2}{\cancel{\sqrt{\underline{Z}_L}}}}{\frac{\underline{U}_{01}}{2\cancel{\sqrt{\underline{Z}_L}}}} = \frac{2\cdot\underline{U}_2}{\underline{U}_0}$$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_0} = \frac{\frac{\underline{Z}\cdot\underline{Z}_L}{\underline{Z}+\underline{Z}_L}}{\underline{Z}_L + \frac{\underline{Z}\cdot\underline{Z}_L}{\underline{Z}+\underline{Z}_L}} = \frac{\underline{Z}\cdot\cancel{\underline{Z}_L}}{\cancel{\underline{Z}_L}(\underline{Z}+\underline{Z}_L)+\underline{Z}\cdot\cancel{\underline{Z}_L}} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}_L+2\cdot\underline{Z}}$$

$$\underline{S}_{21} = \frac{2\cdot\underline{Z}_L}{2\cdot\underline{Z}+\underline{Z}_L}$$

$$\underline{\mathbb{S}} = \frac{1}{\underline{Z}_L+2\cdot\underline{Z}}\begin{pmatrix} -\underline{Z}_L & 2\underline{Z} \\ 2\underline{Z} & -\underline{Z}_L \end{pmatrix}$$



$$\underline{U}(l) = \underline{U}_h\cdot e^{\gamma l} + \underline{U}_r\cdot e^{-\gamma l}$$

$$\gamma = \underbrace{\alpha}_{0} + j\beta = j\beta$$

$$\underline{U}(z) = \underline{U}_h\cdot e^{-j\beta z}$$

$$\underline{U}(l) = \underline{U}_h\cdot e^{-j\beta l}$$

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_{01}}{2}\cdot e^{-j\beta l}$$

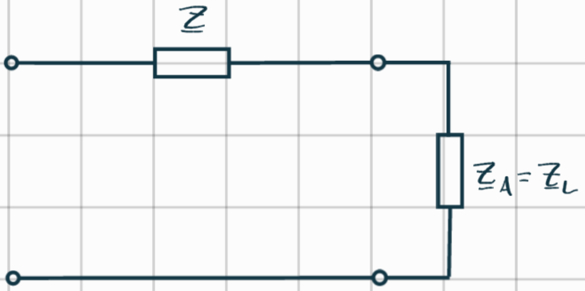
$$\underline{S}_{11} = \underline{S}_{22} = 0$$

$$\underline{S}_{21} = \frac{\underline{b}_2}{\underline{a}_1}\bigg|_{\underline{a}_2=0} = \frac{2\,\underline{U}_2}{\underline{U}_{01}}\cdot\frac{\sqrt{\underline{Z}_{L1}}}{\sqrt{\underline{Z}_{L2}}} \qquad \text{für } \underline{Z}_{L1} = \underline{Z}_{L2}$$

$$\underline{S}_{21} = \frac{2\cdot\underline{U}_2}{\underline{U}_{01}} = e^{-j\beta l}$$

$$\underline{\mathbb{S}} = \begin{pmatrix} 0 & e^{-j\beta l} \\ e^{-j\beta l} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{S}_{ij} = \frac{2\,\underline{U}_i}{\underline{U}_{0j}}\cdot\frac{\sqrt{\underline{Z}_{Lj}}}{\sqrt{\underline{Z}_{Li}}}$$



$$\underline{U}(l) = \underbrace{\underline{U}_h \cdot e^{-\gamma l}}_{\underline{a}_1} + \underbrace{\underline{U}_r \cdot e^{\gamma l}}_{\underline{b}_1}$$

$$\underline{U}(z) = \underline{U}_h \cdot e^{-\gamma z}$$

$$\underline{U}(l) = \underline{U}_h \cdot e^{-\gamma l}$$

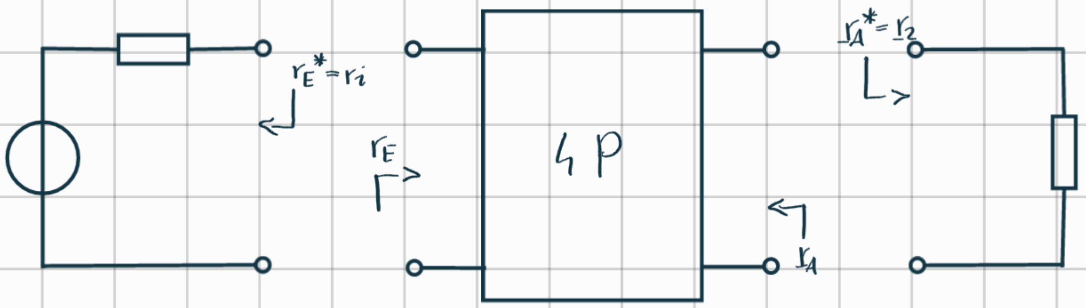
$$\underline{S}_{11} = \frac{\underline{b}_1}{\underline{a}_1}\Big|_{\underline{a}_2=0} = \frac{\underline{Z}_{E1} - \underline{Z}_L}{\underline{Z}_{E1} + \underline{Z}_L} = \frac{\underline{Z} + \underline{Z}_L - \underline{Z}_L}{\underline{Z} + \underline{Z}_L + \underline{Z}_L} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + 2\underline{Z}_L}$$

$$\underline{S}_{21} = \frac{\underline{b}_2}{\underline{a}_1}\Big|_{\underline{a}_2=0} = \frac{\sqrt{\underline{Z}_L}}{\frac{\underline{U}_h}{\sqrt{\underline{Z}_L}}} = \frac{\underline{U}_r}{\underline{U}_h}$$

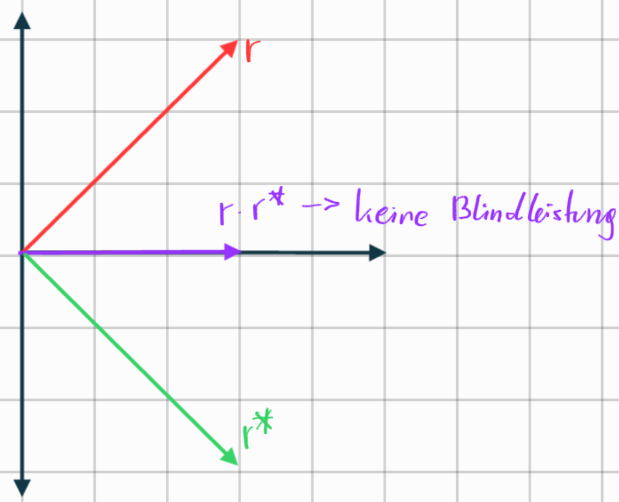
$$\boxed{\frac{2\underline{U}_2}{\underline{U}_0} = \frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z} + \underline{Z}_L} \Rightarrow \frac{2 \cdot \underline{Z}_L}{\underline{Z} + 2\underline{Z}_L} = \underline{S}_{21}}$$

$$\mathbb{S} = \begin{pmatrix} \underline{Z} & 2 \cdot \underline{Z}_L \\ 2 \cdot \underline{Z}_L & \underline{Z} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\underline{Z} + 2\underline{Z}_L}$$

Wiederholung: Leistungsanpassung bei 4 Polen



Leistungsanpassung: Leistung wird rein reell (keine Blindleistung) -> reine Wirkleistung wird gemessen



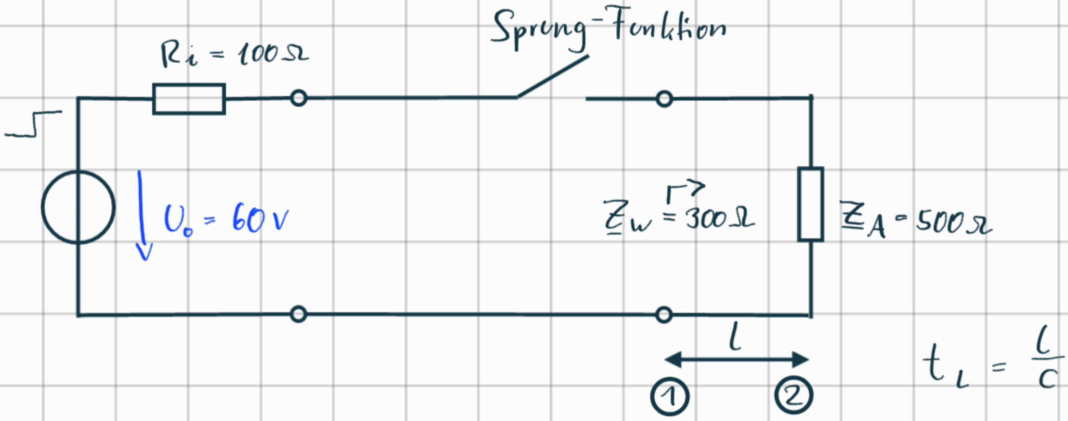
$$\underline{r} = \frac{\underline{Z}_T - \underline{Z}_L}{\underline{Z}_T + \underline{Z}_L} \xrightarrow{:\underline{Z}_L} = \frac{\underline{Z}_N - 1}{\underline{Z}_N + 1}$$

$$\underline{r} \cdot (\underline{Z}_N + 1) = \underline{Z}_N - 1$$

$$\underline{r} + 1 = \frac{1 + \underline{r}}{1 - \underline{r}}$$

$$\underline{Z}_N = \frac{\underline{Z}_T}{\underline{Z}_L} \text{ ... normiert}$$

Wiederholung: Reflektionen auf Leitungen



$t_L = \frac{l}{c}$

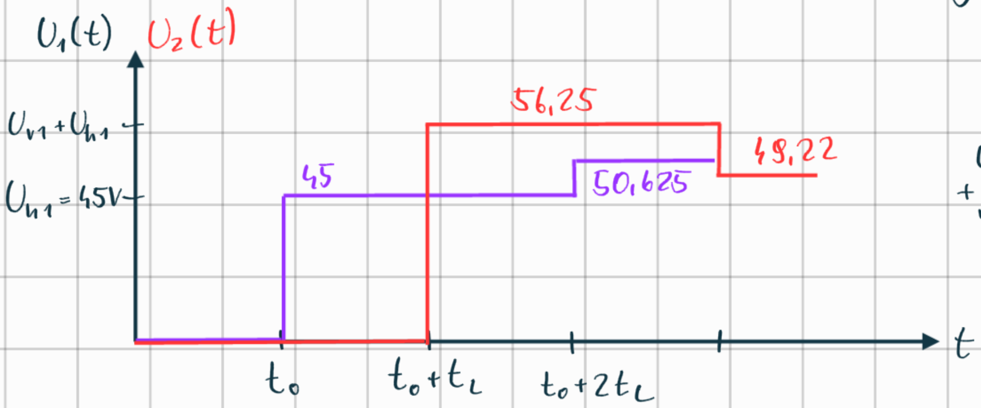
$t_0: \quad U_{h1} = U_0 \cdot \frac{Z_w}{R_i + Z_w} = 60 \cdot \frac{300}{400} = 45\,V$

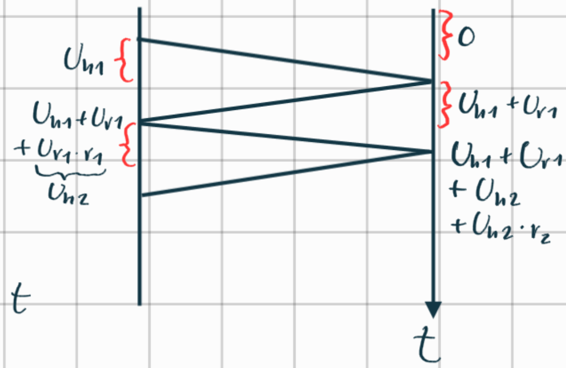
Z_A noch nicht im Spg-Teiler (sieht oben Ausgang noch nicht)

$t_0 + t_L: \quad U_{r1} = U_{h1} \cdot r_2 = 45V \cdot \frac{1}{4} = 11{,}25\,V \qquad r_2 = \frac{Z_A - Z_w}{Z_A + Z_w} = \frac{200}{800} = \frac{1}{4}$

$U_2(t) = U_{r1} + U_{h1} = U_{h1}(r_1 + 1) = 56{,}25\,V \qquad r_1 = \frac{R_i - Z_w}{R_i + Z_w} = -\frac{1}{2}$

Hin- & Rücklaufende Welle überlagern sich.





$t_0 + 2t_L: \quad U_1(t_0 + 2t_L) = U_{h1} + U_{r1} + U_{r1} \cdot r_1 = 45 + 11{,}25 + 11{,}25 \cdot (-\frac{1}{2})$

$U_1(t_0 + 2t_L) = 50{,}625\,V$

$t_0 + 3t_L: \quad U_2(t_0 + 3t_L) = U_{h1} + U_{r1} + U_{h2} + U_{h2} \cdot r_2 = 49{,}22\,V$

$t \to \infty: \quad U_1(t_\infty) = U_2(t_\infty) = U_0 \cdot \frac{Z_A}{R_i \cdot Z_A} = 60 \cdot \frac{500}{600} = 50\,V$

Eingeschwungener Zustand

$$U_1(t_\infty) = U_{h1} + U_{h1}\cdot r_2 + U_{h1}\cdot r_2\cdot r_1 + U_{h1}\cdot r_2^2\cdot r_1 + \dots$$

$$= U_{h1}\Big[\underbrace{(1 + r_1\cdot r_2 + r_1^2\cdot r_2^2 \dots)}_{\frac{1}{1-r_1\cdot r_2}} + r_2\underbrace{(1 + r_1\cdot r_2 + r_1^2\cdot r_2^2\dots)}_{\frac{1}{1-r_1\cdot r_2}}\Big]$$

$$U_1(t_\infty) = U_{h1}\left(\frac{1}{1-r_1\cdot r_2} + \frac{r^2}{1-r_1\cdot r_2}\right) = U_{h1}\left(\frac{1+r_2}{1-r_1\cdot r_2}\right)$$

$$= 45\,V\cdot\frac{1{,}25}{1{,}125} = 50\,V$$

Ein Mehrtor ist reziprok, wenn sich die Transmissionsfaktoren bei

Reziprozität (Übertragungssymetrie)

Vertauschen der Tor-Indizes nicht ändern.

$S_{ij} = S_{ji} \quad \forall\, i,j$ mit $i \neq j$

Symmetrie:

Eine Schaltung ist symmetrisch, wenn zusätzlich zur Reziprozität auch die Gleichheit aller Reflektionsfaktoren gegeben ist.

Beispiele für reziprok:

1) Verwendung von Isotropen (= Richtungsunabhängigen) Materialien.
2) Filter aus Keramik-Bausteinen.

Beispiele für nicht reziprok:

1) Verstärkerschaltungen (aktive Schaltungen).
2) Satellitenübertragungen.

Ein Zweitor ist rückwirkungsfrei (= unliteral), wenn einer der

Rückwirkungsfreiheit

Transmissionsfaktoren verschwindet, der andere aber ungleich 0 ist.

$S_{12} = 0$ & $S_{21} \neq 0$

Findet man meist bei einer idealen Richtungsleitung oder näherungsweise bei Verstärkern.

Besondere Bedingungen bei Dreitoren

1) Verlustlosigkeit
2) allseitige Anpassung
3) Reziprozität

Es können nicht alle 3 Bedingungen gleichzeitig erfüllt werden, auf mindestens eine muss verzichtet werden.

Verlustlosigkeit bei Passivität

$$\boxed{|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1}$$

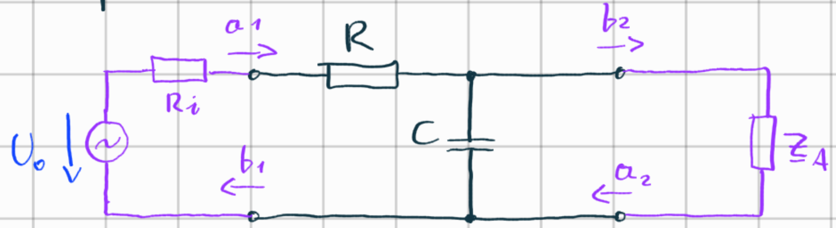
$$\boxed{|S_{22}|^2 + |S_{12}|^2 = 1}$$

Bsp. 5.2:

$|s_{11}| = 0{,}3$ (Refl. Faktor $RL = 10{,}46\,dB$)

$|s_{11}| \Rightarrow 20 \cdot \log(0{,}3) = -10{,}457\ dB$

Bsp.:



$R = Z_A = 50\,\Omega$

$C = 40\,pF$

$f = \frac{500}{2\pi}\,MHz$

Zur Bestimmung von $\underline{S}_{11}$ & $\underline{S}_{12}$

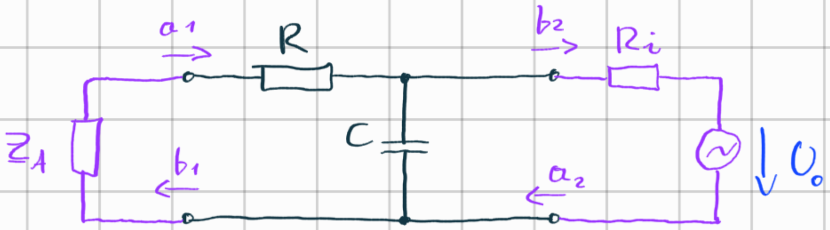
$$\underline{S}_{11} = \frac{\underline{b}_1}{\underline{a}_1}\Big|_{\underline{a}_2=0} = \underline{r}_1 = \frac{\underline{U}_{r1}}{\underline{U}_{h1}} = \frac{\underline{Z}_{E1} - \underline{Z}_A}{\underline{Z}_{E1} + \underline{Z}_A} = \frac{R + \left(\frac{1}{j\omega C} \| \underline{Z}_A\right) - \underline{Z}_A}{R + \left(\frac{1}{j\omega C} \| \underline{Z}_A\right) + \underline{Z}_A}$$

$$= \frac{R + \frac{\frac{1}{j\omega C} \cdot \underline{Z}_A}{\frac{1}{j\omega C} + \underline{Z}_A} - \underline{Z}_A}{R + \frac{\frac{1}{j\omega C} \cdot \underline{Z}_A}{\frac{1}{j\omega C} + \underline{Z}_A} + \underline{Z}_A} = \frac{R\left(\frac{1}{j\omega C} + \underline{Z}_A\right) - \underline{Z}_A\left(\frac{1}{j\omega C} + \underline{Z}_A\right) + \frac{\underline{Z}_A}{j\omega C}}{R\left(\frac{1}{j\omega C} + \underline{Z}_A\right) + \underline{Z}_A\left(\frac{1}{j\omega C} + \underline{Z}_A\right) + \frac{\underline{Z}_A}{j\omega C}}$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot \frac{500}{2\pi} \cdot 10^6 \cdot 40 \cdot 10^{-12}} = \frac{1}{2} \cdot 10^2 = 50$$

$$\underline{S}_{11} = \frac{\frac{50 \cdot (-j50)}{50 - j50}}{100 + \frac{50 \cdot (-j50)}{50 - j50}} = \frac{25 - j25}{100 + 25 - j25} = \frac{1 - j}{5 - j} = \frac{(1-j)(5-j)}{26} = \frac{5 - j - j5 - 1}{26}$$

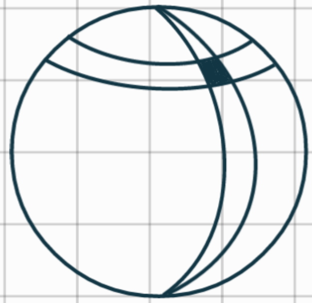
$$\underline{S}_{11} = \frac{2 - 3j}{13}$$



Zur Bestimmung von $\underline{S}_{12}$ & $\underline{S}_{22}$

Antennen

Strahlungsleistungsdichte: $\vec{S} = \frac{1}{2} \cdot \vec{E} \times \vec{H}$ ... in $\frac{W}{m^2}$
(Fernfeld)



Strahlungsleistungsdichte: $\vec{S}_i = \frac{P}{4\pi r^2} \cdot \vec{e}_r$
(isotroper Kugelstrahler)

Richtcharakteristik:

$$c_i(\vartheta, \varphi) = \frac{E(r, \vartheta, \varphi)}{E_i(r)} = \frac{H(r, \vartheta, \varphi)}{H_i(r)}$$

Normiert:

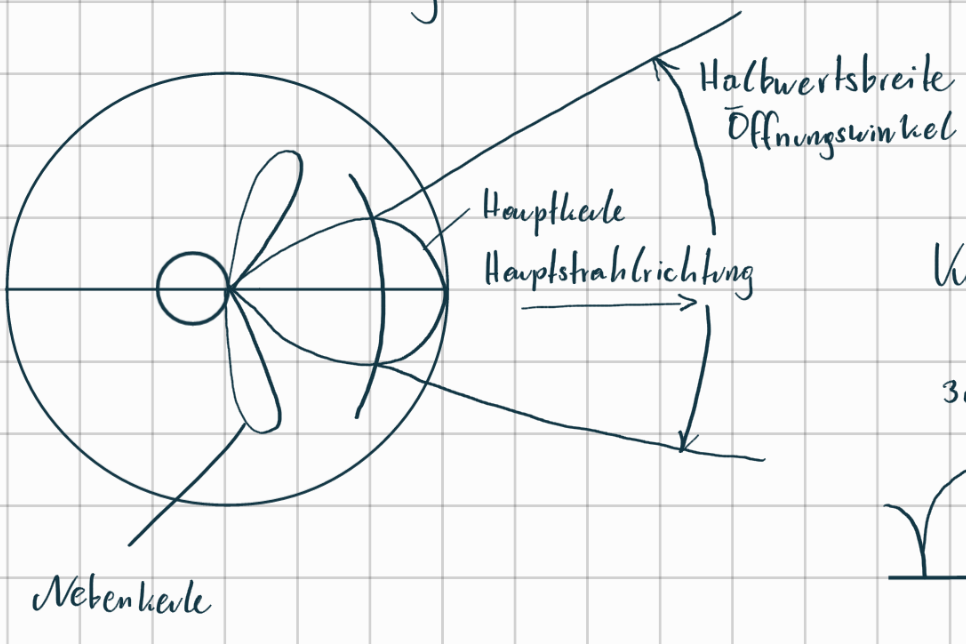
$$c(\vartheta, \varphi) = \frac{E(r, \vartheta, \varphi)}{E_{max}(r)} = \frac{H(r, \vartheta, \varphi)}{H_{max}(r)}$$

Richtfunktion:

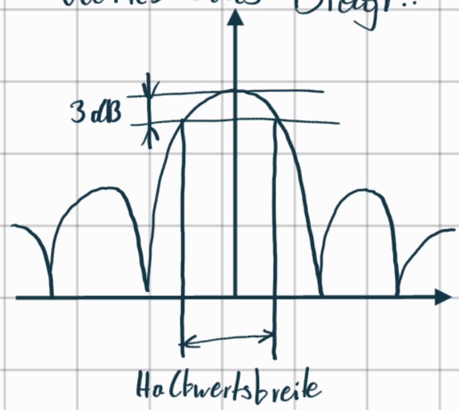
$$D(\vartheta, \varphi) = \frac{S(r, \vartheta, \varphi)}{S_i(r)} = c_i^2(\vartheta, \varphi) = D \cdot C^2(\vartheta, \varphi)$$

$$c_i^2(\vartheta, \varphi) = \frac{E^2(r, \vartheta, \varphi)}{E_i^2(r)} \cdot \frac{E_{max}^2(r)}{E_{max}^2(r)} = \underbrace{\frac{E^2(r, \vartheta, \varphi)}{E_{max}^2(r)}}_{C^2} \cdot \underbrace{\frac{E_{max}^2(r)}{E_i^2(r)}}_{D}$$

(Horizontales) Polardiagramm:



Kartesisches Diagr.:



Im Fernfeld existieren nur mehr die transversalen Richtungskomponenten. Transversal bedeutet: tangential zum Ausbreitungspunkt (Radius entfällt).

Richtfaktor ... theoretisch berechneter Leistungsfaktor
Gewinn ... Richtfaktor mit Berücksichtigung der Verluste (Wirkungsgrad)

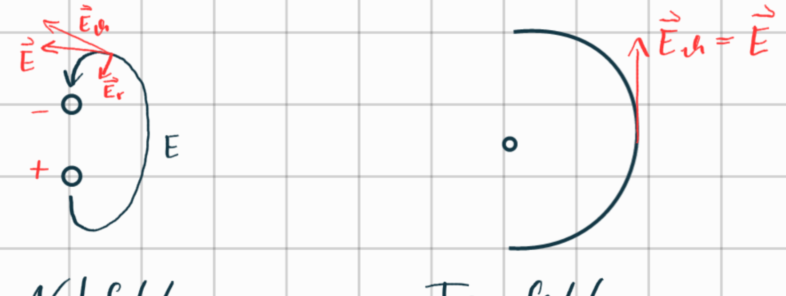
Eff. Antennenwirkfläche: $A_{w,eff} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D$

Empfangsleistung einer Antenne: $P = A_{w,eff} \cdot \vec{S}$

Hertzscher Dipol

- Kurzes Stück Leitung, reduziert auf 2 Ladungen

$H_r = H_\vartheta = 0$, weil die Magnetfelder nur in φ Richtung wirken.



Nahfeld   Fernfeld

$$Z_{F0} = \frac{E_\vartheta}{H_\varphi} = \frac{\cancel{j}\,\frac{k^{\cancel{2}} \cdot \cancel{I \cdot l}}{\cancel{4\pi} \cdot \varepsilon_0 \cdot \omega} \cdot \cancel{\frac{e^{-jkr}}{r}} \cdot \cancel{\sin\vartheta}}{\cancel{j}\,\cancel{\frac{k \cdot I \cdot l}{4\pi}} \cdot \cancel{\frac{e^{-jkr}}{r}} \cdot \cancel{\sin\vartheta}} = \frac{k}{\varepsilon_0 \cdot \omega} = \frac{\cancel{\omega}\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}{\varepsilon_0 \cdot \cancel{\omega}}$$

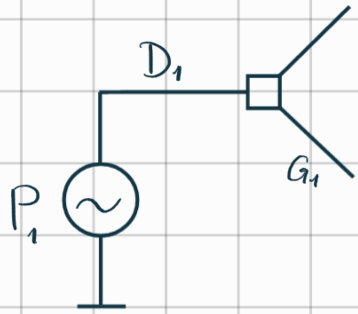
$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\,\pi\,\Omega = 377\,\Omega$$

$$c(\vartheta) = \frac{E(\vartheta)}{E_{max}(\vartheta)} = \frac{\cancel{j \frac{k^2 \cdot I \cdot l}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \omega}} \cdot \cancel{\frac{e^{-jkr}}{r}} \cdot \sin\vartheta}{\cancel{j \frac{k^2 \cdot I \cdot l}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \omega}} \cdot \cancel{\frac{e^{-jkr}}{r}}} = \sin\vartheta$$

Bsp.: $EIRP = 100\,mW \mathrel{\hat{=}} 20\,dBm$

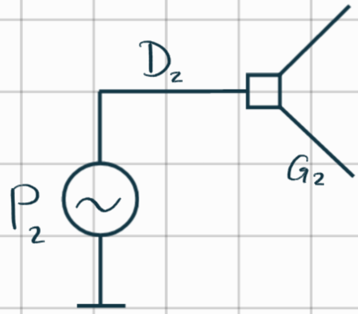
$D_1 = 2{,}5\,dB \qquad D_2 = 1\,dB$

$G_1 = 5\,dBi \qquad G_2 = 15\,dBi$



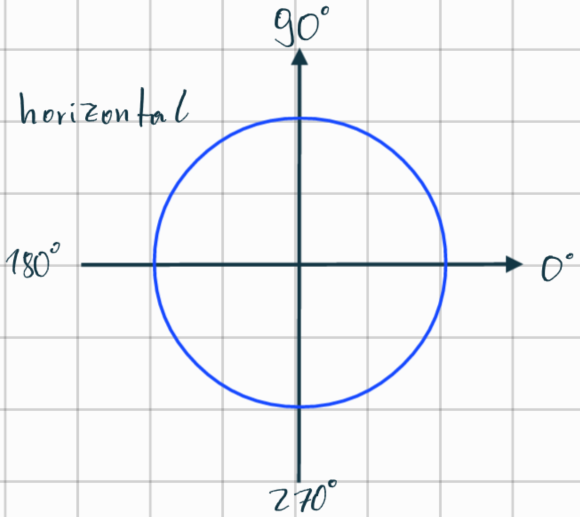
$P_1 = 20\,dBm - 5\,dBi + 2{,}5\,dB = 17{,}5\,dBm$

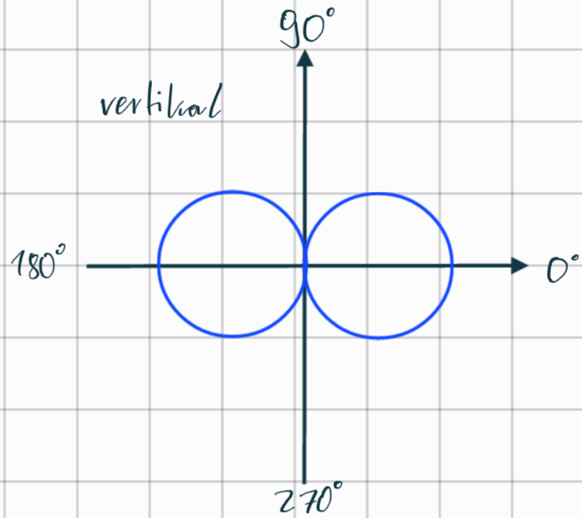
$P_2 = 20\,dBm - 15\,dBi + 1\,dB = 6\,dBm$



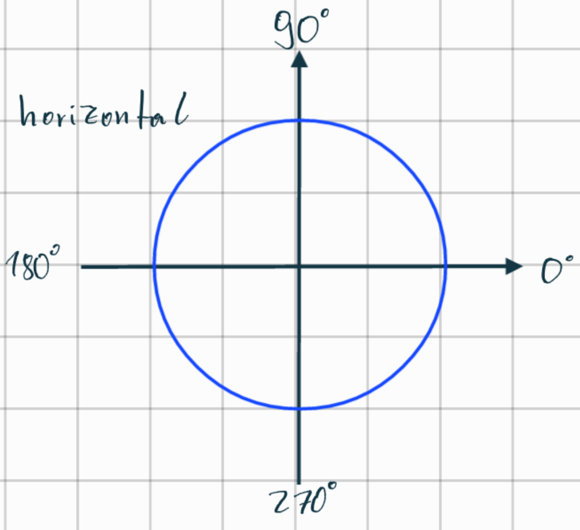
Strahlungsdiagramme

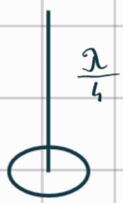
Dipol

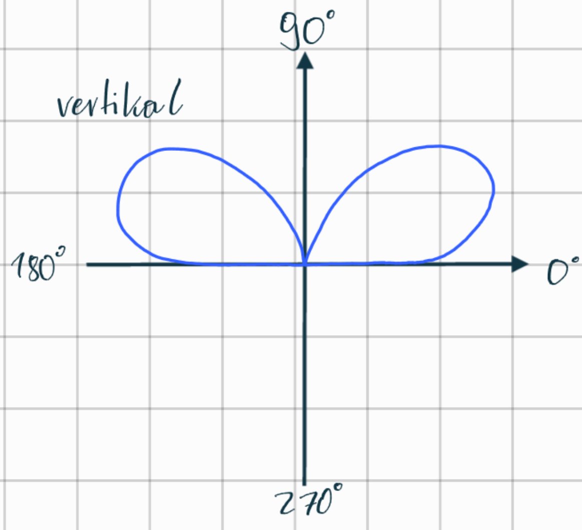




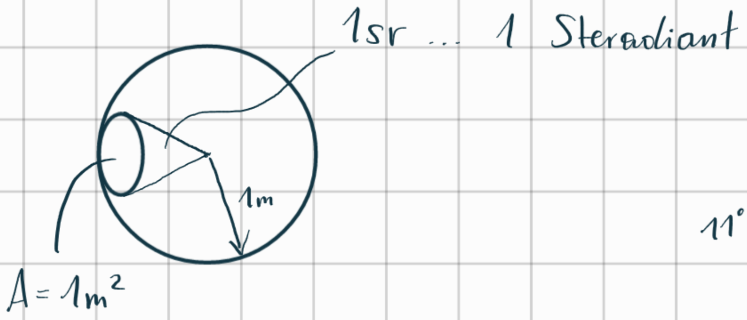
Monopol

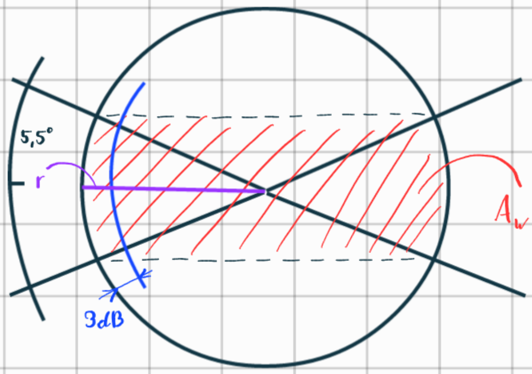






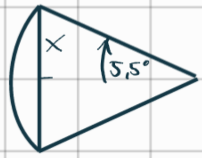
Raumwinkel





$$A = 2\pi \cdot 2x$$

$$x = \sin(5{,}5°) = \sin\left(\frac{5{,}5°\pi}{180°}\right)$$



$$G = 10 \cdot \log\left(\frac{4\pi}{2\pi \cdot 2\sin(5{,}5°)}\right) = 10{,}2\ dBi$$

Bsp.: Geostationärer Satellit; 36.000 km Höhe

$P_{TX} = 100\ W \hat{=} 50\ dBm$; $G_{TX} = 18\ dB$

$d_A = 3\ m$; $G_{RX} = \frac{2}{3} \cdot A$

$f = 4\ GHz$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^9} = 0{,}075$$

$$A_{w,eff} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot D = \frac{2}{3} A = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot G_{RX}$$

$$\rightarrow G_{RX} = \frac{2}{3} A \cdot \frac{4\pi}{\lambda^2} = \frac{2}{3} \cdot r^2 \pi \cdot \frac{4\pi}{\lambda^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4 r^2 \pi^2}{\lambda^2} = 10527{,}58$$

$$G_{RX} = 40{,}22\ dB$$

$$P_{RX} = \frac{P_{TX}}{4\pi r^2} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot G_{RX} \cdot G_{TX} = P_{TX} \cdot G_{TX} \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 \cdot G_{RX}$$

$$\boxed{P_{RX}' = P_{TX} + G_{TX} + \underbrace{20 \cdot \log\left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)}_{\text{Freiraum-dämpfung}} + G_{RX} \quad \text{in dB}}$$

$$P_{RX} = 50\ dBm + 18\ dB + 20 \cdot \log\left(\frac{0{,}075}{4\pi \cdot 36 \cdot 10^6}\right) + 40{,}22\ dB$$
$$= 50\ dBm + 18\ dB - 195{,}61\ dB + 40{,}22\ dB$$
$$P_{RX} = -87{,}39\ dB$$

$$\boxed{\begin{gathered}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} r \cdot d\vartheta\ r \cdot \sin\vartheta\ d\varphi = r^2 \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\vartheta\ d\vartheta \\ r^2 \cdot 2\pi\,(1+1) = 4\pi r^2\end{gathered}}$$

Bsp.: $f = 434\ MHz$; $B = 100\ kHz$; $F' = 6\ dB$

$SNR_{erf} = 26\ dB$ $\qquad F = \frac{SNR_{in}}{SNR_{out}}$

$P_N = kTB \cdot F$

$P_N' = 10 \cdot \log(kTB) + F'$

spektrale Rauschleistungsdichte:

$$\eta_0 = k \cdot T = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{Vs}{K} \cdot 293\ K$$
$$= -204\ \frac{dB}{Hz}$$
$$= -174\ \frac{dBm}{Hz}$$

Weiterführend:

$G_{RX} = 2\ dB \mathrel{\hat{=}} 10^{\frac{2}{10}} = 1{,}58$

$r = 1000\ m$

ges.: $A_{W,RX}$; $P_{RX,min}$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{434 \cdot 10^6} = \frac{3}{4{,}34} = 0{,}69\ m$$

$$A_{W,eff} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot G_{RX} = 0{,}06\ m^2$$

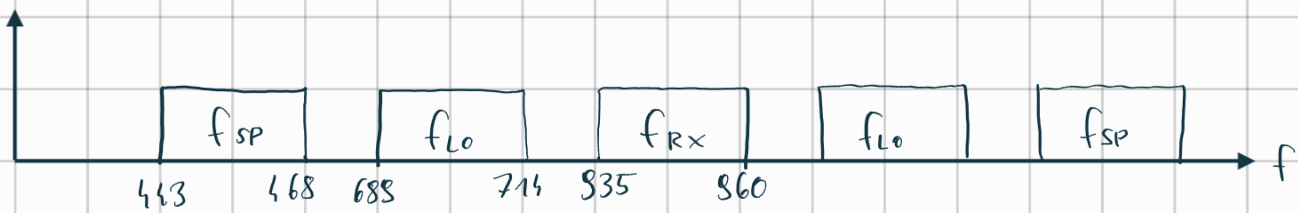
$P_r = kTBF = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 293K \cdot 100 \cdot 10^{3} \cdot 3{,}38$
$= 1{,}61 \cdot 10^{-15}\ W$

$F = 10^{\frac{6}{10}} = 10^{0{,}6} = 3{,}38$

$P_{RX} = 10 \cdot \log(1{,}61 \cdot 10^{-15}) + 26dB = -121{,}9\,dB = 6{,}46 \cdot 10^{-13}\ W$

Frequenzumsetzung

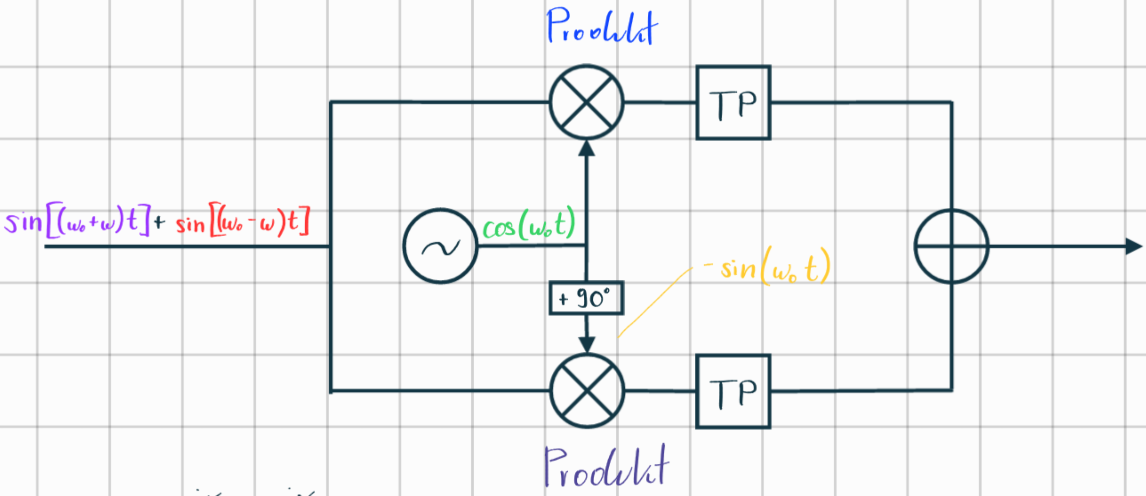
ab S. 229 (6.12.1 Mischer)



Orthogonale Signale … Signale, die sich nicht beeinflussen
-> Wird verwendet, um einen Träger in zwei Kanäle aufzuteilen -> Bandbreite wird doppelt ausgenutzt.

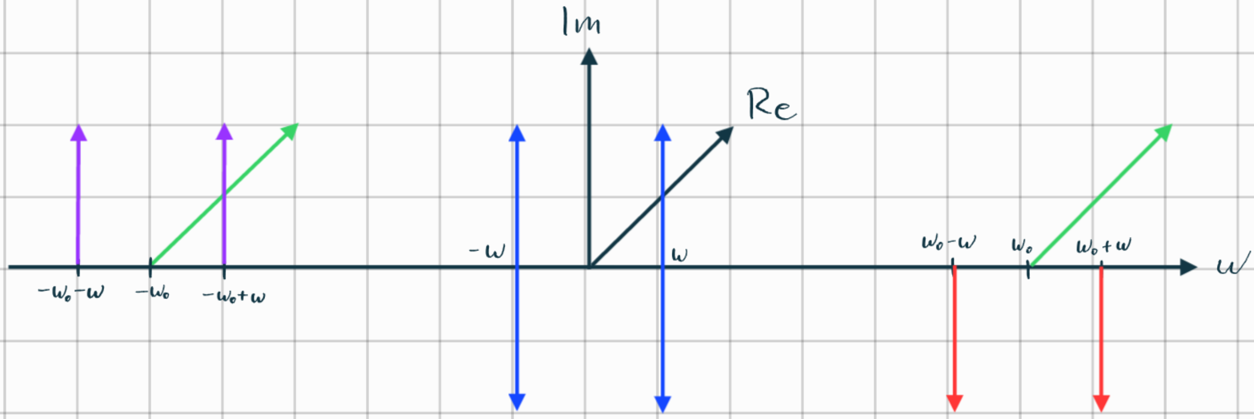
Multiplikation mit:
- j, Drehung des Signals um 90°
- $-j$, Drehung des Signals um -90°
- $e^{j\omega}$, Erhöhung der Frequenz (Verschiebung nach links)
- $e^{-j\omega}$, Verminderung der Frequenz (Verschiebung nach rechts)

Empfänger

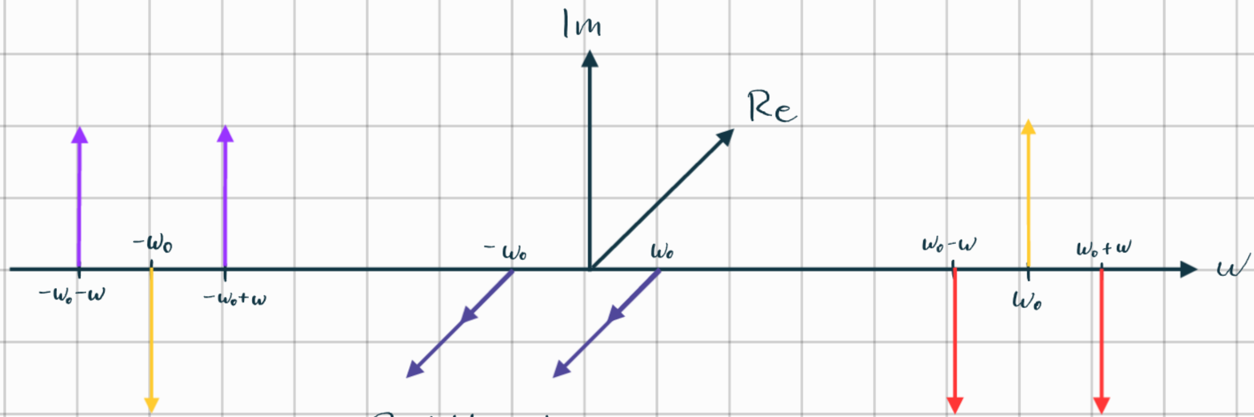


$$\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \qquad \cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2j}$$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(x) = -(-j)e^{j\omega_0 t} + (-j)\,e^{-j\omega_0 t} = j \cdot e^{j\omega_0 t} - j e^{-j\omega_0 t}$$



Produkt oberer Signalpfad



Produkt unterer Signalpfad

DVB (Digital-Fernsehen)

Mehrweg-Ausbreitung ... Erzeugt Geisterbild durch abgeschwächte Amplituden (Analogfernsehen)

Maskierungs-Effekt ... Audiosignale werden bei unterschiedlicher Frequenz & Amplitude unterschiedlich abgeschnitten

Video-Kompressionsverfahren

- MPEG 1
- MPEG 2
- MPEG 4 (H.264)
- H.265

Audio-Kompressionsverfahren

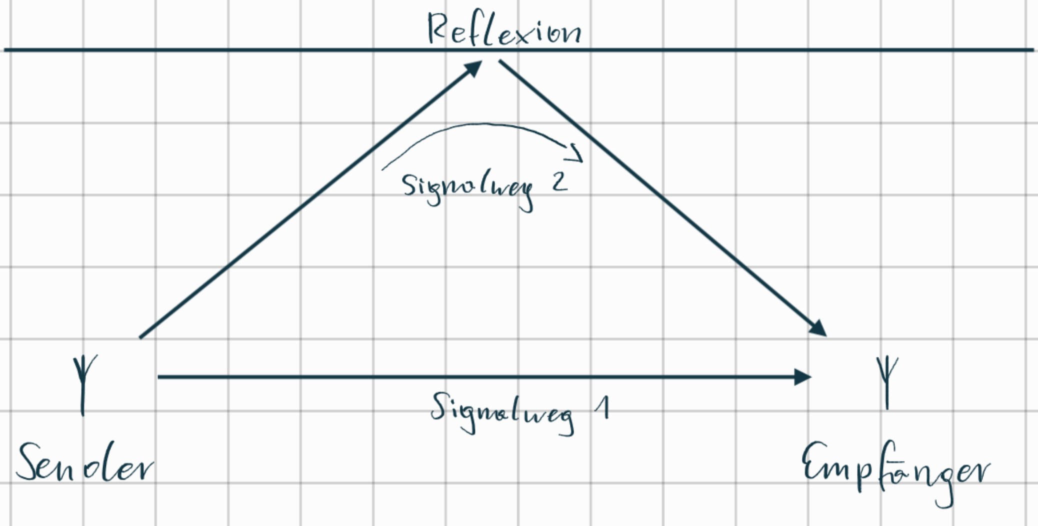
- MPEG
- AAC

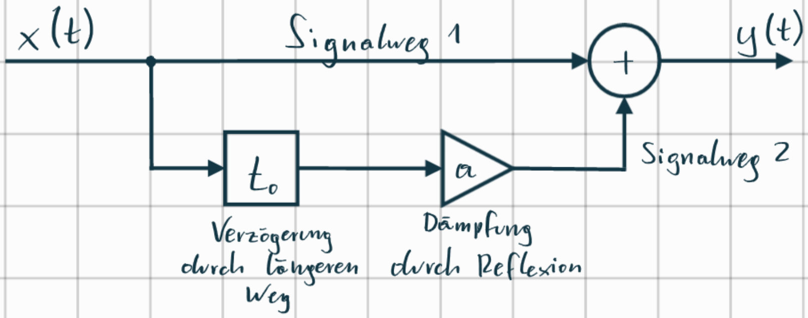
Datenrate unkomprimierter & komprimierter Übertragungen

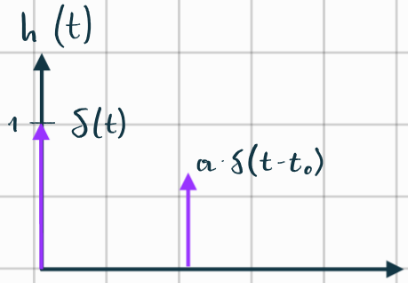
- SDTV ... 270 Mbit/s
- HDTV ... > 1 Gbit/s
- Audio ... 1,5 Mbit/s

- SDTV ... 2-15 Mbit (MPEG 2)
- HDTV ... 20 Mbit (MPEG 2)
- HDTV ... 10 Mbit (MPEG 4)

Übertragungskanal mit Mehrwegausbreitung







$$h(t) = \delta(t) + a \cdot \delta(t - t_0)$$

Fourier-Transformation:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \cdot e^{-j\omega t}\, dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} a \cdot \delta(t - t_0) \cdot e^{-j\omega t}\, dt = a \cdot e^{-j\omega t_0}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} \{\delta(t) + a \cdot \delta(t - t_0)\}\, dt$$

$$= 1 + a \cdot e^{-j\omega t_0} = 1 + a\left[\cos(\omega t_0) - j \cdot \sin(\omega t_0)\right]$$

$$|\underline{H}(j\omega)| = \sqrt{(1 + a \cdot \cos(\omega t_0))^2 + a^2 \cdot \sin^2(\omega t_0)}$$

$$= \sqrt{1 + 2a \cdot \cos(\omega t_0) + a^2 \underbrace{(\cos^2(\omega t_0) + \sin^2(\omega t_0))}_{=1}}$$

$$= \sqrt{1 + 2a \cdot \cos(\omega t_0) + a^2}$$

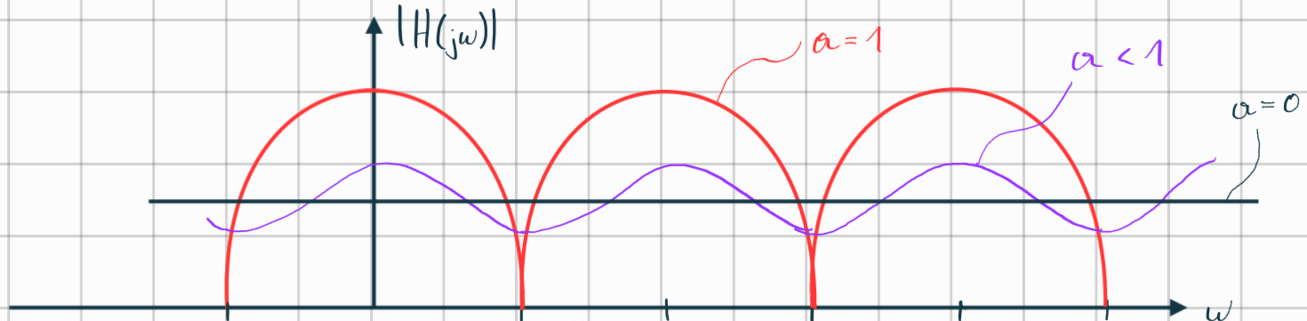
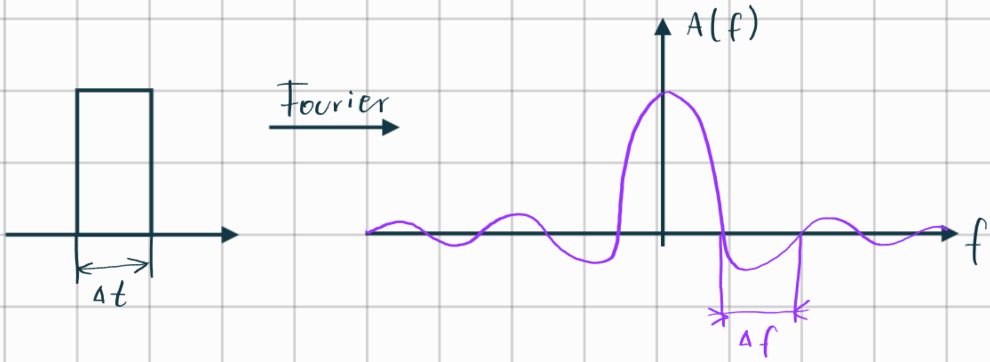


Diagramm stellt den Betrag der Übertragungsfunktion des Kanals (mit indirektem Weg) dar.



Zeitkontinuierliche Signale im Zeitbereich sind nach der Fourier-Transformation zeitdiskret und vice-versa.

Digitale Modulation

QPSK - Quadratur Phase shift keying

NRZ Encoder - **N**o **R**eturn to **Z**ero Encoder

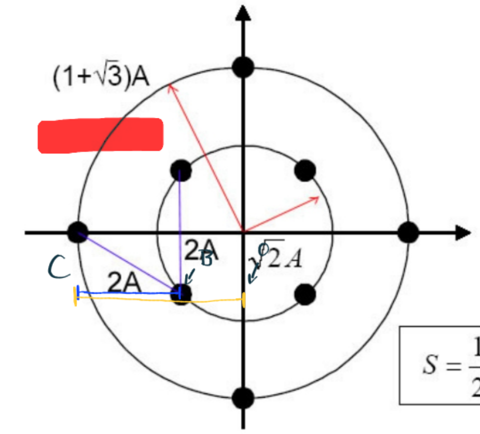
MSK - Minimum shift keying

Modulationsart für minimal benötigte Bandbreite

Frequenzabstand / -hub : $\Delta f = \frac{1}{2T} = \frac{R}{2}$

R... Bitrate

Mehrstufe Quadratur-Amplitudenmodulation



$$S = \frac{1}{2}\left(2A^2 + \overset{(1+\sqrt{3})^2 A^2}{\overbrace{7.46A^2}}\right)/\,2 = 4.73A^2/2$$

Blau: $\overline{BC}$

Gelb: $\overline{OC}$

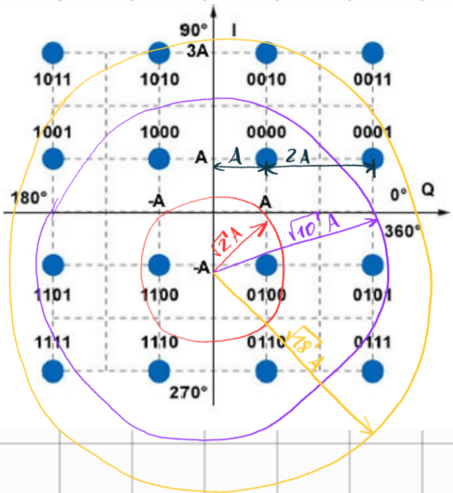
$\overline{OB} \mathrel{\hat{=}} A$ (Amplitude)

S… mittlere Sendeleistung

Herleitung:

$$\sqrt{(2A)^2 - A^2} + A = \sqrt{4A^2 - A^2} + A = \sqrt{3A^2} + A$$

$$= \sqrt{3}\cdot A + A = A\left(1+\sqrt{3}\right)$$

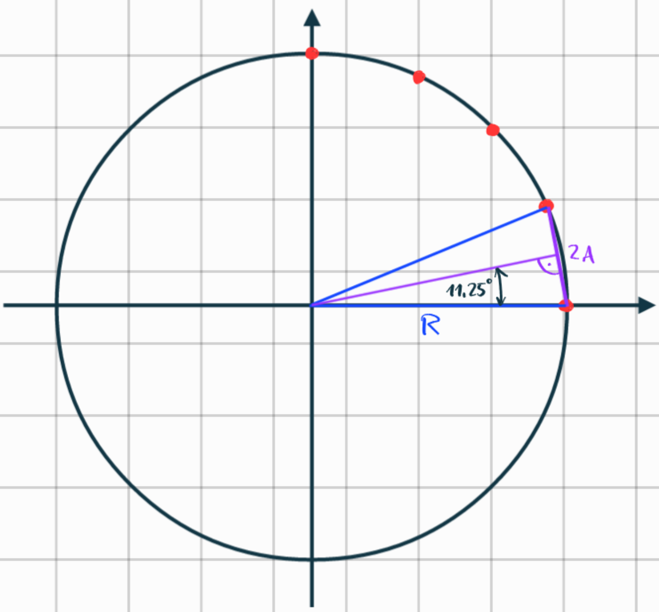


S = 0.25·(2A²+10A²+10A²+18A²)/2
= 10·A²/2

$$\sqrt{3^2A^2 + A^2}$$

$$= \sqrt{10A^2} = \sqrt{10}\,A$$

16-PSK:



$$\sin(11{,}25°) = \frac{A}{R}$$

$$S_{16} = \frac{R^2}{2} = \frac{\left(\frac{A}{\sin(11{,}25°)}\right)^2}{2} = \frac{1}{\sin^2(11{,}25°)}\cdot\frac{A^2}{2}$$

$$= 26{,}3\,\frac{A^2}{2}$$

$$S_{BPSK} = \frac{A^2}{2}$$

$$S_{16} = 26{,}3\,\frac{A^2}{2}\cdot S_{BPSK}$$

$\llcorner$ 14,2 dB

Eine 434 MHz Fernsteuerung für Licht im Haus soll entwickelt werden. Die ETSI Zulassung erlaubt ein EIRP von 10 dBm. Die Kanalbandbreite beträgt 25 kHz. Die Antennen von Sender um Empfänger haben nur einen kleinen Gewinn von 2 dB. Kabel und Stecker der im Sender abgesetzten Antennen haben zusammen 3 dB Verlust. Die Rauschzahl des Empfängerchips beträgt 20 dB.

a) Welche Sendeleistung P_t darf am Chip höchstens eingestellt werden ?

b) Welche Empfindlichkeit hat der Empfänger Chip, wenn sein Detektor ein S/N von 14 dB benötigt ?

c) Welchen Pfadverlust kann man noch in Kauf nehmen

a) $P_t = EIRP + D - G_{TX}$

$P_t = 10\,dBm + 3\,dB - 2\,dB = 11\,dBm \triangleq 12{,}59\,mW$

b) $10 \cdot \lg(k \cdot 273{,}15) = -174\,\frac{dBm}{Hz}$

$-174 + \underbrace{20\,dB}_{\text{Rauschzahl}} + \underbrace{44\,dB}_{10\cdot\lg(25k)\ \text{Bandbreite}} = -110\,dBm$

$S_{min} = -110\,dBm + \underbrace{14\,dB}_{SNR} = -96\,dBm$

c) $EIRP + G_{RX} - S_{min} = 10\,dBm + 2\,dB - (-96\,dBm) = 108\,dB$

Pfadverlust

Eine bestehende 10 MBit/s Verbindung zu einem Satelliten wird von BPSK auf 32-PSK umgerüstet um höhere Datenraten zu übertragen. Die Filter können nicht ausgewechselt werden und damit bleibt die Bandbreite konstant.

a) Wieviel mal mehr Leistung braucht es für 32 PSK um dieselbe Bitfehlerrate einhalten zu können ? Wieviel mehr Leistung pro Bit ergibt sich ?

Welche Datenrate und welche Symbolrate ist bei der neuen Verbindung verfügbar ?
Wieviel mehr Bandbreite bräuchte man für dieselbe Datenrate mit BPSK ?
Wieviel mehr Leistung für dieselbe BER wäre nötig ?

b) In einer zweiten Modifikation möchten man die Fehlerrate von 10^{-2} auf 10^{-5} verbessern.
Welche Sendeleistung in Watt und dBm wird benötigt, wenn vorher für die 32-PSK 500 W ausreichend waren ? (Arbeiten sie mit der BPSK Kurve)

a) $S_{BPSK} = \frac{A^2}{2}$ $\qquad \sin(5{,}625°) = \frac{A}{R}$

$$S_{32\,PSK} = \frac{R^2}{2} = \frac{\left(\frac{A}{\sin(5{,}625°)}\right)^2}{2} = \frac{\frac{A^2}{\sin^2(5{,}625°)}}{2} = \frac{1}{\sin^2(5{,}625°)} \cdot \frac{A^2}{2} = 104\,\frac{A^2}{2}$$

A: Man benötigt die 104-fache Leistung pro Symbol

$\frac{104}{5 \text{ Bit}} = 20$ A: Man benötigt die 20-fache Leistung pro Bit

Symbolrate = 10 MBit/s
Datenrate = 5 · 10 MBit/s = 50 MBit/s

A: Man benötigt die 5-fache Bandbreite, da Periodendauer nur mehr T/5 beträgt

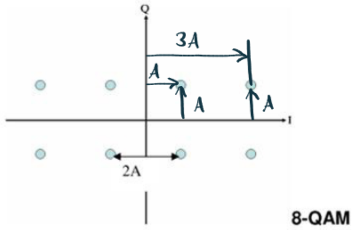
$B_{BPSK} = 50$ MHz

b) $\frac{E_b}{N_0}$ bei $10^{-2} = 4$
$\frac{E_b}{N_0}$ bei $10^{-5} = 9{,}5$ -> Erhöhung um 5,5 dB notwendig

$P_{dBm} = 10 \cdot \lg\left(\frac{500\,W}{1\,mW}\right) = 56{,}98$ dBm

$P_{Tx} = 5{,}98$ dBm + 5,5 dB = 62,4897 dBm ≙ 1774 W

Eine 100 MB/s Verbindung zwischen 2 Filialen einer Bank soll von BPSK auf eine spezielle 8-QAM umgerüstet werden. Die Bandbreite wird nicht verändert, aber die Sendeleistung angepasst.



a) Welche neue Datenrate wird erreicht?
Wieviel mal mehr/weniger mittlere Leistung in dB braucht diese Form von 8-QAM im Vergleich zu 8-PSK?
Wieviel mal mehr/weniger mittlere Leistung pro Bit ergibt sich im Vergleich zu BPSK ?

b) In einer zweiten Modifikation möchten man die Fehlerrate der 8-QAM von 10^{-3} auf 10^{-6} verbessern. Welche Spitzen- und welche mittlere Sendeleistung wird benötigt, wenn vorher für die 8-QAM im Mittel 100 mW ausreichend waren ? (Arbeiten sie mit der BPSK Kurve bei Aufgabe 3)
Wenn man die Rate für BPSK verdreifachen würde, bräuchte man dann auch mehr Leistung für dieselbe BER ? Wenn ja, wie viel?

$$\sqrt{3^2 A^2 + A^2} = \sqrt{10 A^2} = \sqrt{10}\,A$$

Datenrate = 3 · 100 MBit/s = 300 MBit/s

$$S_{BPSK} = \frac{A^2}{2} \qquad S_{8QAM} = \frac{1}{2}\left(2A^2 + 10A^2\right)\cdot\frac{1}{2} = 6\,\frac{A^2}{2}$$

$$\sin(22{,}5^\circ) = \frac{A}{R}$$

$$S_{8PSK} = \frac{R^2}{2} = \frac{\frac{A^2}{\sin^2(22{,}5^\circ)}}{2} = \frac{1}{\sin^2(22{,}5^\circ)}\cdot\frac{A^2}{2} = 6{,}83\,\frac{A^2}{2}$$

$$S_{8QAM/Bit} = \frac{6\,\frac{A^2}{2}}{3\,\text{Bit}} = 2\,\frac{A^2}{2}\,\frac{1}{\text{Bit}}$$

b) $\frac{E_b}{N_0}$ bei $10^{-3} = 6{,}5$

$\frac{E_b}{N_0}$ bei $10^{-6} = 10{,}5$ → Erhöhung um 3,75 dB notwendig

$$100\,mW = 10\cdot\lg\left(\frac{100\,mW}{1\,mW}\right) = 20\,dBm$$

$$P_{8QAM} = 20\,dBm + 4\,dB = 24\,dBm = 1\,mW\cdot 10^{\frac{23{,}75}{10}}$$

$$P_{8QAM} = 237{,}14\,mW$$

$$S_{max} = 10\,\frac{A^2}{2} \qquad \frac{S_{max}}{S_{8QAM}} = \frac{10\,\frac{A^2}{2}}{6\,\frac{A^2}{2}} = 1{,}667$$

$$P_{max} = 237{,}14\,mW\cdot 1{,}667 = 395{,}31\,mW$$

Ein Empfänger für ein Satellitentelefon soll entworfen werden. Der Satellit sendet ein Breitbandsignal im Bereich 1.40 – 1.45 GHz. Als ZF-Filter haben sie von einem Hersteller gute 280 MHz Filter.

a) Welches sind mögliche LO- Frequenzen? Welche Frequenzen soll das **RF** Filter bei der Antenne für die Wahl einer der gefundenen LO-Lösungen möglichst gut unterdrücken?

Mittenfrequenz = 1,425 GHz

LO_{low} = 1,425 GHz − 280 MHz = 1,145 GHz

LO_{high} = 1,425 GHz + 280 MHz = 1,705 GHz

$Spiegelfr._{low}$ = 1,425 GHz − 280 MHz · 2 = 0,865 GHz

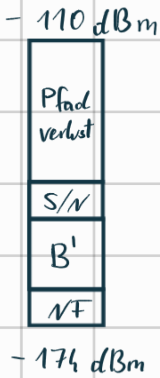
$Spiegelfr._{high}$ = 1,425 GHz + 280 MHz · 2 = 1,985 GHz

A: Die Spiegelfr. müssen unbedingt unterdrückt werden.

Welche Rauschzahl in dB darf der Empfänger haben, wenn der Empfangspegel am Eingang des LNA bis -110 dBm verarbeitet werden soll. Der Link benötigt ein S/N von 7 dB und die relevante Bandbreite eines Sprechkanals von 100 kHz.

Spektrale Rauschleistungsdichte = $10 \cdot \lg(k \cdot 273{,}15) = -174$ dBm

$B' = 10 \cdot \lg(100\ \text{kHz}) = 50$ dB



S/N = 7 dB

−NF = −174 dBm + 50 dB + 7 dB + 110 dBm

−NF = −7 dB

NF = 7 dB

CRC

Daten: 10101

Generatorpolynom: 100110 → Grad 5 → Datenrahmen mit 5 Nullen

```
Daten  Grad 5 Nullen        GP
1010100000  :  100110
100110
//110000
  100110
  /101100
   100110
   //10100   Rest = Prüfsumme
```

Gesendet wird: Daten + Prüfsumme

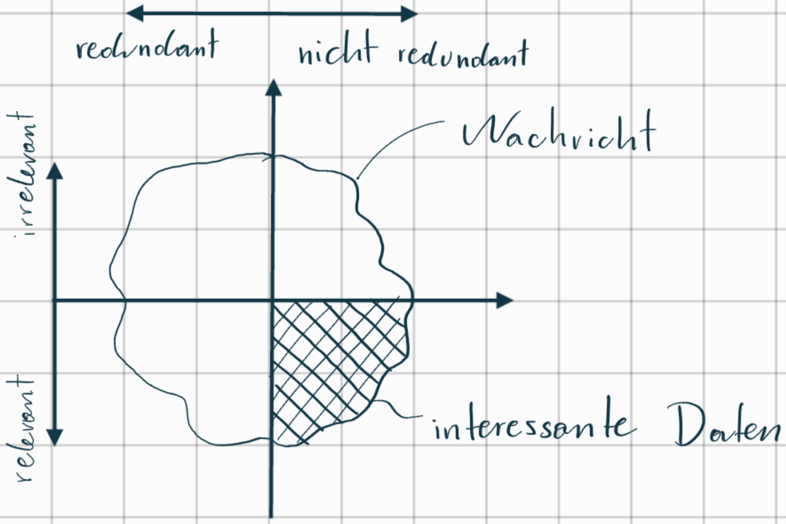
1010110100

Fehlerüberprüfung beim Empfänger

```
1010110100
100110
//110101
  100110
  /100110
   100110
   //////0   Rest → Daten korrekt
```

```
   Fehler
     ↓
1000110100
100110
///101010
   100110
   //11000   Rest → Daten fehlerhaft
```

Nachrichtenübertragung
Quellkodierung



$H_0 = ld\,(n)$ ... Entscheidungsgehalt $\qquad n$ ... # der Symbole

$I_x = ld\left(\frac{1}{p_x}\right) = -ld\,(p_x)$ ... Informationsgehalt

$H = \sum_x p_x \cdot I_x = \sum_x p_x \cdot ld\left(\frac{1}{p_x}\right)$ ... Entropie

Bsp.: Quellalphabet mit 5 Stellen

Char-Häufigkeiten:

$27 \times A$; $33 \times B$; $12 \times C$; $23 \times D$; $5 \times E$

a) Entscheidungsgehalt H_0

$H_0 = ld\,(n) = ld\,(5) = 2{,}32$ bit/symbol

b) min. Codewortlänge

3 bit

c) Redundanz vor Codierung

$p(A) = 0{,}27 \rightarrow I(A) = ld\left(\frac{1}{0{,}27}\right) = 1{,}89$ bit/Symbol

$p(B) = 0{,}33 \rightarrow I(B) = ld\left(\frac{1}{0{,}33}\right) = 1{,}6$ bit/Symbol

$p(C) = 0{,}12 \rightarrow I(C) = ld\left(\frac{1}{0{,}12}\right) = 3{,}06$ bit/Symbol

$p(D) = 0{,}23 \rightarrow I(D) = ld\left(\frac{1}{0{,}23}\right) = 2{,}12$ bit/Symbol

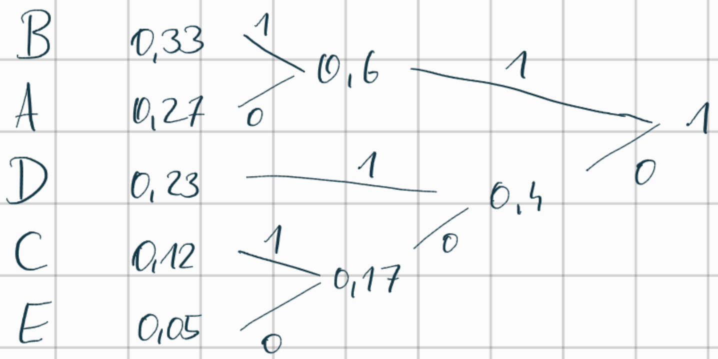
$p(E) = 0{,}05 \rightarrow I(E) = ld\left(\frac{1}{0{,}05}\right) = 4{,}32$ bit/Symbol

$H = \sum p(x) \cdot I(x) = 0{,}27 \cdot 1{,}89 + 0{,}33 \cdot 1{,}6 + \ldots = 2{,}11 \ \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}$

$R = H_0 - H = 2{,}32 - 2{,}11 = 0{,}21 \ \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}$

d) Huffmancode & Redundanz nach Codierung

Symbol	Verschlüsselung
A	10
B	11
C	001
D	01
E	000



e) Shannoncode

B	0,33	1	1	
A	0,27	1	0	
D	0,23	0	1	
C	0,12	0	0	1
E	0,05	0	0	0

Kanalcodierung
Hamming-Code

	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}
p_1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
p_2	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
p_3	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
p_4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
		p_1	p_2	d_1	p_3	d_2	d_3	d_4	p_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}

$$p_1 = d_1 \oplus d_2 \oplus d_4 \oplus d_5 \oplus d_7 \oplus d_9$$
$$p_2 = d_1 \oplus d_3 \oplus d_4 \oplus d_6 \oplus d_7 \oplus d_{10}$$
$$p_3 = d_2 \oplus d_3 \oplus d_4 \oplus d_8 \oplus d_9 \oplus d_{10}$$
$$p_4 = d_5 \oplus d_6 \oplus d_7 \oplus d_8 \oplus d_9 \oplus d_{10}$$

Daten: 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0

d_x 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1 1 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 1 0

```
 0101
 0110
 1001
 1101   XOR
 ----
 0111
 ↑  ↑
 p4 p1
```

Fehlererkennung

1 1 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0

```
 0110
 1001
 1101   XOR
 ----
 0010
 0111   XOR
 ----
 0101
```

→ p_1 & p_3 falsch

→ 1 + 4 = 5. Stelle falsch

VLSM - Variable Length Subnet Mask

Class-C: 192.199.148.0 /24

Name	Benötigte Hosts	Tatsächliche Hosts
DA	61	64 (6) /26
ER	64	64 (6) /26
DR	30	32 (5) /27
GÖ	29	32 (5) /27

Name	Netzwerk-ID	Broadcast-Adr.	1. IP	Letzte IP
DA	192.199.148.0	192.199.148.63	192.199.148.1	192.199.148.62
ER	192.199.148.64	192.199.148.127	192.199.148.65	192.199.148.126
DR	192.199.148.128	192.199.148.159	192.199.148.129	192.199.148.158
GÖ	192.199.148.160	192.199.148.192	192.199.148.161	192.199.148.191

Class-C: 192.99.196.0 /24

Name	Benötigte Hosts	Tatsächliche Hosts
BO	27	32 (5) /27
DO	9	16 (4) /28
OL	61	64 (6) /26
RE	58	64 (6) /26

Name	Netzwerk-ID	Broadcast-Adr.	1. IP	Letzte IP
BO	192.99.196.0	192.99.196.31	192.99.196.1	192.99.148.30
DO	192.99.196.32	192.99.196.47	192.99.196.33	192.99.148.46
OL	192.99.196.48	192.99.196.111	192.99.196.49	192.99.148.110
RE	192.99.196.112	192.99.196.176	192.99.196.113	192.99.148.175

1	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	2
0	0	1	0	0	3
1	0	0	1	0	4
1	1	0	0	1	5
0	1	1	0	0	6
1	0	1	1	0	7
0	1	0	1	1	8
1	0	1	0	1	9
1	1	0	1	0	10
1	1	1	0	1	11
1	1	1	1	0	12
0	1	1	1	1	13
0	0	1	1	1	14
0	0	0	1	1	15
1	0	0	0	1	

Out: 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1