0. Definitionen und Einheiten

0.1 Das internationale Einheitensystem

Messbare Merkmale eines physikalischen Objektes werden als Größe bezeichnet und bekommen einen Buchstaben, zB. Länge, Masse, Volumen.

1954 Aufstellung eines Einheitensystems

1960 Bezeichnung als SI-Einheiten (System International) für die Standard Einheiten.

1970 (D) nur mehr SI-Einheiten für den amtlichen und geschäftlichen Verkehr.

1978 (A) Einführung in Österreich.

SI-Basisgröße		SI-Basiseinheit	
Name	Formel	Name	Einheitenz.
Länge	l	Meter	m
Zeit	t	Sekunde	s
Masse	m	Kilogramm	kg
Stromstärke	I	Ampere	A
Temperatur	t	Kelvin	K
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	I_v	Candela	cd

Anmerkungen:

1.) Verschiedene wissenschaftliche Disziplinen verwenden unterschiedliche SI-Basisgrößen

Geometrie: Länge
Elektronik: Länge, Stromst., Zeit, Masse (Stoffmenge)

2.) Lord Kelvin

1K $\frac{1}{273,16}$-tel des Tripelpunktes von Wasser ($\frac{1}{3}$ fl., $\frac{1}{3}$ fest, $\frac{1}{3}$ gasf.)

3.) Andere Einheiten

Elle, Zoll (Inch) 2,54 cm, Joch (Fläche, 25-60 Ar (1 Ar = 100 m^2)

Die sieben Basisgrößen des SI-Systems sind voneinander unabhängige Grundgrößen.
Daneben gibt es noch sogenannte abgeleitete Einheiten (siehe Kapitel 0.2) die über Einheitengleichungen geschrieben werden.

Eine phys. Größe ist das Produkt aus Zahlenwert und Einheit.

phys. Größe = Zahlenwert · Einheit

zB $l = 5m$ $m = 75\,kg$ $I = 3{,}26\,A$

Zur Bezeichnung von Teilen oder Vielfachen einer phys. Größe werden sogenannte Einheitenvorsätze verwendet. (siehe Bu. S. 13)

→ Aufgabe: Lernen der Tabelle zu den Einheitenvorsätzen. (Deka, Hekto, ..., Dezi, Zenti)

Bsp. $1m^3$ Wie viele mm^3 sind das?

$$1m^3 = 1 \cdot \underbrace{(10^3 mm)}_{m}{}^3 = 1 \cdot 10^9 \cdot mm^3$$

$$2^{2^3} = 2^6$$

$$2^2 \cdot 2^2 = 2^4$$

0.2 Einheitengleichungen

Einheitengleichen beschreiben den Zusammenhang von abgeleiteten Einheiten unter Verwendung von SI-Basiseinheiten.

Kraft: [N] Newton $\overset{\text{entspricht}}{\Delta}$ SI-Einheit $\frac{kg \cdot m}{s^2}$

$$F = m \cdot a \text{ (Masse · Beschleunigung)}$$

$$a = \frac{v}{t}$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{v}{t} = \underset{\text{Masse}}{m} \cdot \frac{\overset{\text{Weg}}{s}}{\underset{\text{Zeit}}{t^2}} = 1kg \cdot \frac{1m}{(1s)^2} = kg \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{\frac{s}{t}}{\frac{t}{1}} = \frac{s}{t} \cdot \frac{1}{t} = \frac{s}{t^2}$$

Inch [Länge] $\triangleq$ 2,54 cm = 2,54 . 10 mm = 25,4 mm

↑ 10 mm

Mil [Länge] $\triangleq$ 1000-tel inch

Ein Package (QFP) hat einen pin-pitch (von 0,5 mm oder) von 19,4 mil

Berechne den pin-pitch in Millimeter.

$1\,\text{mil} = \frac{1}{1000}\,\text{inch} = \frac{25{,}4\,\text{mm}}{1000} \left(= \frac{2{,}54\,\text{mm}}{100}\right)$

$19{,}4\,\text{mil} = 19{,}4 \cdot \frac{2{,}54}{100} \approx 0{,}493\,\text{mm}$

pin-pitch = Abstand von M. chip und Weiterführung

0.3 Größengleichungen

Größengleichungen verbinden Größen, entsprechend den physikalischen Zusammenhängen.

Bsp. Geschw.keit $v = \frac{s}{t}$ $\frac{1\,\text{m}}{1\,\text{s}}$

$v = \frac{100\,\text{km}}{1\,\text{h}}$

1. Beispiel: Ein KFZ bewegt sich mit 100 km/h
Wie schnell ist es in einer Sek.?

$$v = \frac{km}{h} = \frac{1000 \cdot m}{3600 \cdot s} = \frac{10\cancel{00}}{36\cancel{00}} \cdot \frac{m}{s}$$

$$\frac{km}{h} = 0{,}2\dot{7}\ \frac{m}{s}$$ Größengleichung

$$v = 100\ \frac{km}{h} = 1\cancel{00} \cdot 1000\ m \cdot \frac{1}{36\cancel{00}\ s} = 27{,}\dot{7}\ \frac{m}{s}$$

2. Bsp.: Usain Bolt läuft die 100 m in 9,58 s

$$v = \frac{100}{9{,}58} = 10{,}438\ \frac{m}{s} = \frac{10^{-3}\ km}{\frac{1}{3600}\ h} \cdot 10{,}438 = \frac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{3600}} \cdot \frac{m}{s} \cdot 10{,}438$$

$$= \frac{36\cancel{00}}{10\cancel{00}} \cdot 10{,}438\ \frac{m}{s} = 3{,}6 \cdot 10{,}438\ \frac{m}{s} =$$

$$37{,}6\ \frac{km}{h}$$

0.4 Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen setzen unterschiedliche Zahlenwerte in Beziehung. Die Einheiten müssen immer seperat angegeben werden

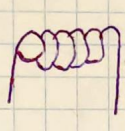
$$v\left[\frac{km}{h}\right] = 3{,}6\ \frac{s}{t}\ \frac{[m]}{[s]}$$

0.5 Dimension, Verhältnis, Zielgrößen

Dimension: Verallgemeinerung einer Größe, sodass Zahlenwert, Vorzeichen und Richtung außerachtbleiben.

Verhältnisgr.: haben die Einheit 1, d.h. sie entstehen durch Division zweier gleichartiger

physikalischen Großen. zB. Maßstab 1:25000
Mischungsverh. $\varrho = 1:2$
Wirkungsgrad $\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$
[1] ... Einheit bzw %

Zählgrößen:
werden durch Abzählen ermittelt, zB. Stück, Umdrehungen, Windungen →  N=6

1.0 Elektrische Energie - Grundbegriffe

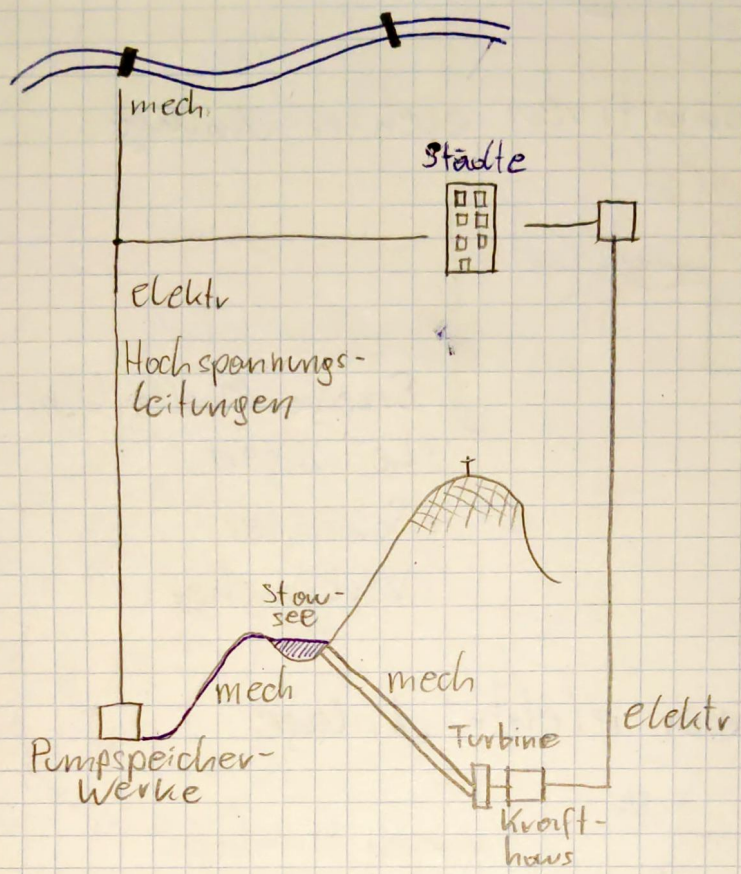
1.1 Elektrische Energie

Elektrizität als Energie im Alltag

zB.
- Verkehr
- Landwirtschaft
- Datenverarbeitung
- Haushalt
- Telekommunikation

Elektr. Energie kann nicht erzeugt werden (↯ Energieerzeuger?), sondern entsteht durch Umwandlung von anderen Energieformen. Wie Mechanische, Licht, Wärme Energie. Vorteil der Elektr. Energie liegt in der einfachen Übertragbarkeit und Umwandlung in andere Energieformen.

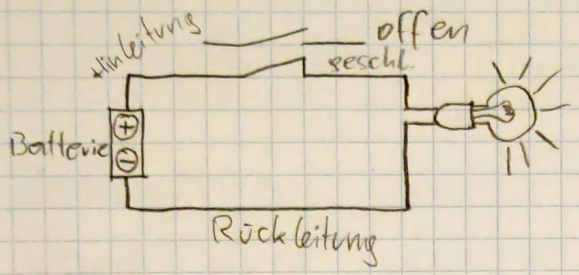
Bsp.:



Flusskraftwerk (Donau) → konstanter Energiegewinn
→ betreibt Pumpkraftwerk
zB Auffüllung eines Stowdamms (Kaprun, Malta, ...)
→ Abdeckung von Spitzenlast aus den Speicherkraftwerken.

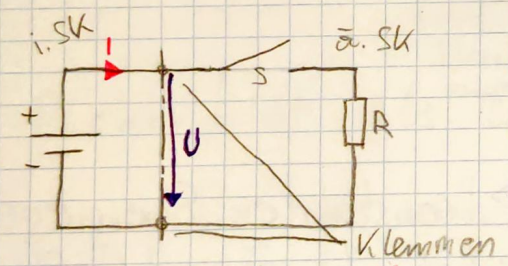
1.2 Elektrischer Stromkreis

Prinzip einer primitiven elektr. Anlage



Betriebsmittel:
- Erzeuger/Quelle (Batterie)
- Leitungen
- Schalter
- Verbraucher

Schaltbild einer elektr. Anlage



- inneren Stromkreis
- äußerer SK
- Klemmen

Wird der Stromkreis geschlossen, beginnt der Strom zu fließen

Fließgeschw./Driftgeschw. der Atome:
mm/s - cm/s

Ausbreitungsgeschw.: ~ Lichtgeschw. ~ $3 \cdot 10^8$ m/s

Elektrische Größen im Schaltbild:

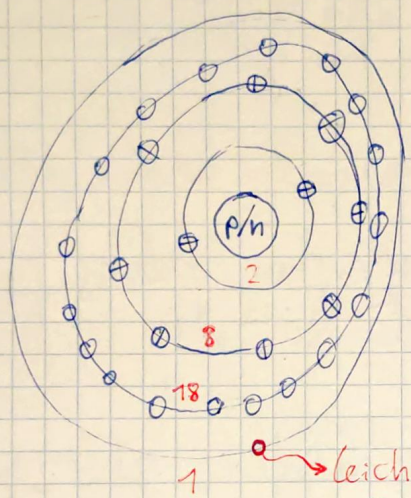
U - Spannung [V]
I - Strom [A] → Fokus!
R - Widerstand [Ω] Omega (gr.)

1.3 Elektrischer Strom (engl. current)

Buch S. 16

Das Bohrsche Atommodell

Cu-Atom: 29 Elektronen



p^+ Proton$^+$

n Neutron^n

e^- Elektron$^-$

leicht lösbar

zB. durch Wärme

freies Elektron

steht dem Stromkreis

zur Verfügung

Ein e^- hat eine Ladung von $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ As

1 As = 1 Coloumb [1 C]

Strom ist bewegte Ladung

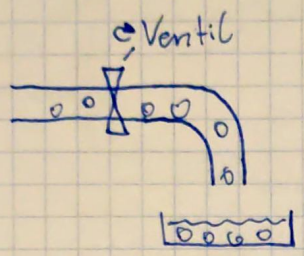
Einheitengleichung [I] = 1 A

HÜ: Wirkung des el. Stroms herausfin. Buch S. 18

Die Stromstärke ist proportional der bewegten Ladungsträger je Zeiteinheit. (1 s)

$Q = I \cdot t$

Q	Ladung	As
I	Strom	A
t	Zeit	s



$Q = n \cdot e^-$ (2)

n Anzahl d. Ladungsträger

e^- Elementarladung $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ As

Bsp.: Wie viele Elementarladungen bilden die Ladung von einem Coloumb

geg: $Q = 1\,As$ (C)
$e^- = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,As$

ges: n

$$Q = n \cdot e^-$$

$$n = \frac{Q}{e^-} = \frac{1\,\cancel{As}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\cancel{As}} = \frac{1 \cdot 10^{19}}{1{,}602} = \frac{10 \cdot 10^{18}}{1{,}602} = \underline{\underline{6{,}24 \cdot 10^{18}}}$$

NR.: $\frac{1}{0{,}01} = \frac{1}{10^{-2}} = 10^2 = 100$

Handyakku: 850 mAh

Ladegerät: konstant 350 mA

Wie lange dauert ein Ladezyklus in s.

$$Q = I \cdot t$$

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{850\ \cancel{mA}h}{350\ \cancel{mA}} = 2{,}43\,h = 8748\,s$$

1.3 Stromdichte J

Buch S. 20

$$J = \frac{I}{A}$$

I Strom in Ampere
A Fläche in mm^2
J Stromdichte in $\frac{A}{mm^2}$

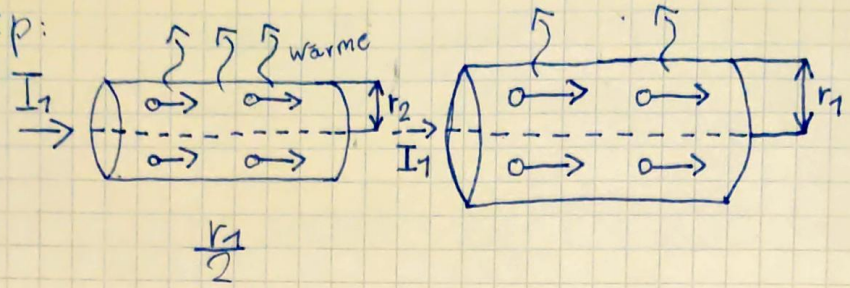
$$[J] = \frac{[I]}{1\,mm^2} = \frac{1\,A}{1\,mm^2} = 1\,\frac{A}{mm^2}$$

Die Stromdichte ist ein Maß für die elektrische und termische Beanspruchung des Leiters:

Die Stromdichte darf bestimmte Werte nicht überschreiten um Beschädigungen durch Hitze zu vermeiden.

Grenze: $6\ A/mm^2$

Bsp:



$$J_1 = \frac{I_1}{A_1} = \frac{I_1}{r_1^2 \pi} \qquad J_2 = \frac{I_1}{A_2} = \frac{I_1}{r_2^2 \pi} = \frac{I_1}{\left(\frac{r_1}{2}\right)^2 \pi} = \frac{I_1}{\frac{r_1^2 \pi}{4}} =$$

$$A_1 = r_1^2 \pi$$

$$\frac{\frac{I_1}{1}}{\frac{r_1^2 \pi}{4}} = \frac{4 \cdot I_1}{1 \cdot r_1^2 \cdot \pi} = I_1 \cdot \frac{4}{r_1^2 \cdot \pi}$$

Wird der Querschnitt des Leiters bei dem selben Strom I_1 halbiert, dann erhöht sich die Stromdichte um das <u>4</u> - fache.

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{\frac{I_1}{r_1^2 \pi}}{\frac{4 \cdot I_1}{r_1^2 \pi}} = \frac{\cancel{I_1} \cdot \cancel{r_1^2 \pi}}{\cancel{r_1^2 \pi} \cdot 4 \cancel{I_1}} = \frac{1}{4} \qquad \frac{J_1}{J_2} = \frac{1}{4}$$

$$4 \cdot J_1 = \frac{1}{\cancel{4}} J \cancel{4} \qquad \cancel{J_2} \cdot \frac{J_1}{\cancel{J_2}} = \frac{1}{4} \cdot J_2 \,|\, 4$$

$$4 J_1 = J_2$$

$$\underline{\underline{J_2 = 4 J_1}}$$

Lösung:

$$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} = (2\,mm)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 3{,}14\,mm^2$$

Aus $J = \frac{I}{A}$ folgt: $I = J \cdot A = 1{,}8 \frac{A}{mm^2} \cdot 3{,}14\,mm^2 = 5{,}65\,A$

1.5 Die elektrische Spannung U

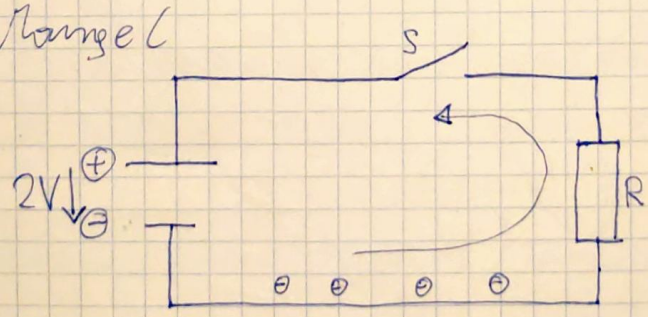
Buch S. 21

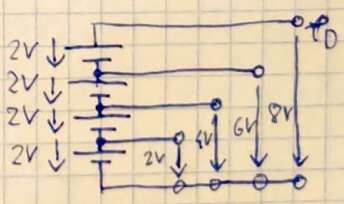
Strom sind bewegte Ladungsträger

Maßgebend für die Bewegung der Ladungsträger im geschlossenen Stromkreis ist die Spannung.
Sie übt auf die freien Ladungsträger (e^-) eine Kraft aus wodurch sich die Ladungsträger verschieben also Stromfluss einsetzt

Die Spannung wird von einer Energiequelle geliefert in der positive und negative Ladungen getrennt sind.

e^- Mangel





Batteriespannungen zu einem Bezugspunkt

P_{A-D}

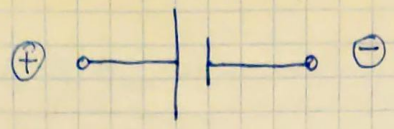
Spannungspotentiale an den Abgriffen A-D

e^- Überschuss

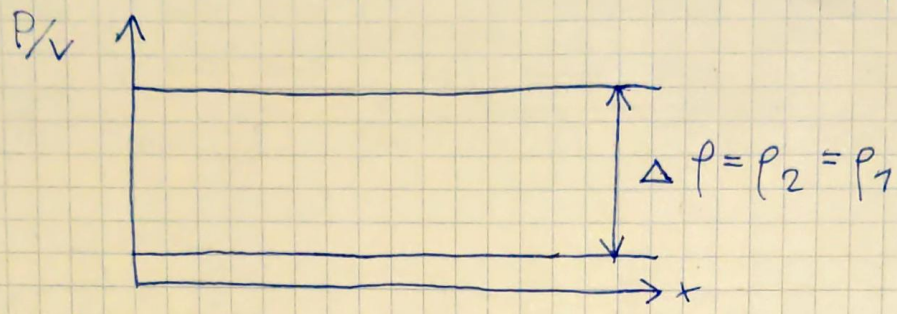
Eine Spannung ist eine Potentialdiff. von einem Potential 1 zu einem Potential 2.

$P_{DB} = P_D - P_B = 8V - 4V = 4V$

Man bezieht sich meist vom höherem zum niedrigerem Potential



φ = phi



P Potential

P_2 Potent. am +-pol

P_1 Potent. am --pol

$\Delta P = P_2 - P_1 = U$

<u>Spannung</u>

Formelzeichen U
Einheit V
weitere Einheiten kV (Hochspannung), mV/µV (Messtechn.)

Die Spannungserzeugung kann erfolgen durch:
<u>Induktion</u> bewegter Leiter in einem Magnetfeld
<u>Chem. Wirkung</u> Akku, Batterie
<u>Wärme</u> Thermoelement erzeugt durch Zufuhr von Temperatur
<u>Licht</u> Photovoltaik
<u>Piezoelektrizität</u> Spannung in Folge von Druck
<u>Reibung</u> Ladungstrennung infolge von Reibung bewirkt Ladungstrennung

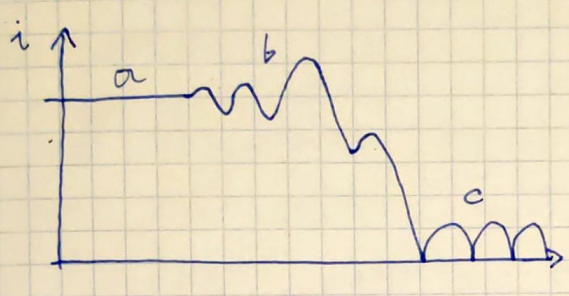
siehe BS. 22

Spannungs u. Stromarten

Man unterscheidet: Gleichstrom und Wechselstrom wobei Strom nur in Folge einer Spg auftritt.

<u>Gleichstrom</u>, DC - direct current

Fließt im Stromkreis immer in die gleiche Richtung

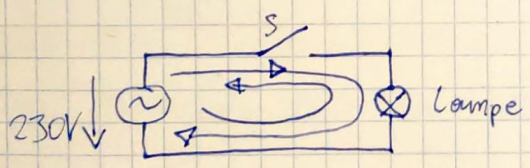


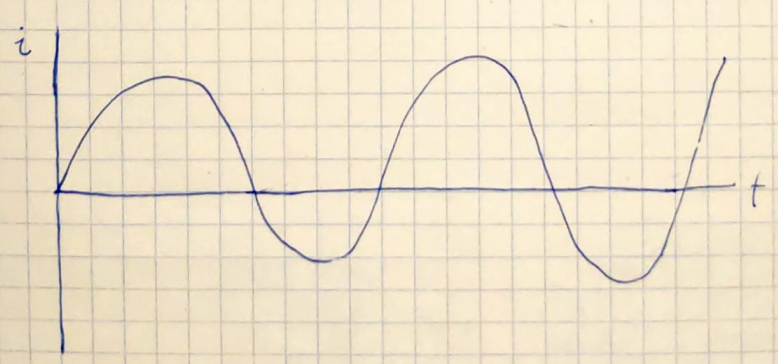
a idealer Gleichstrom
- Akku

b schwankender DC
- Mikrofon

c pulsierender DC
- Gleichrichter

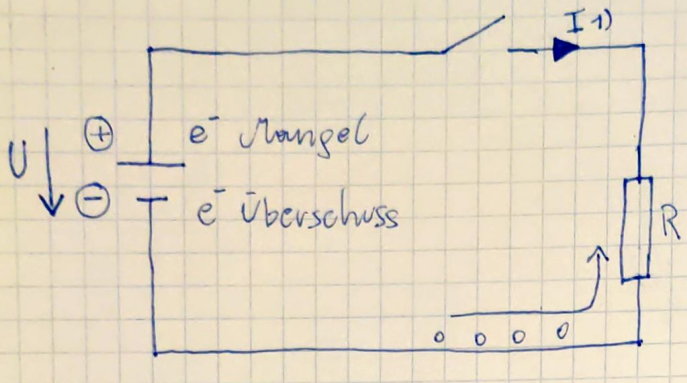
<u>Wechselstrom</u>, AC - alternating current





Der Strom ändert ständig seine Richtung u. Stärke.

1.6 Die technische Stromrichtung



1) techn. Stromrichtung

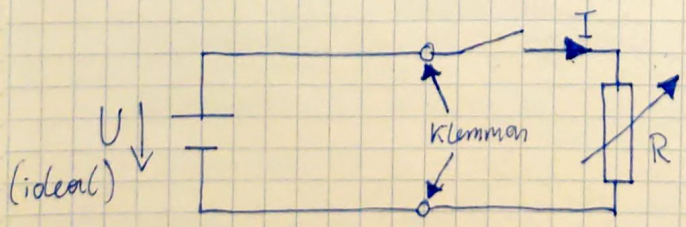
Der Elektronenstrom (Überfluss) bewegt sich zum Elektronenmangel.

In weiteren Betrachtungen verwenden wir jedoch die techn. Stromrichtung. Die techn. Stromrichtung ist im äußeren Stromkreis vom Pluspol zum Minuspol gerichtet. und damit dem Elektronenstrom entgegengesetzt.

Anmerkung: Die Annahme der techn. Stromrichtung kommt aus der Elektrolyse wo die positiven Kupfer Ionen als die die bewegungsvorgebende definierte Größe angesehen wurde.

2. Das Ohmsche Gesetz

2.1 Leitwert und Widerstand



Stromkreis mit idealer Quelle v. Widerstand

kleiner Widerstand → großer Leitwert

großer Widerstand → kleiner Leitwert

Der Leitwert ist unproportional zum Widerstand.

$$\boxed{\text{Leitwert} \quad G = \frac{1}{R}}$$

G Leitwert in S (Siemens)

R Widerstand in Ω (Ohm)

$$[G] = \frac{1}{[R]} = \frac{1}{\Omega} = 1\,S$$

2.2 Das ohmsche Gesetz

Entdecker: Georg Simon Ohm (1826)

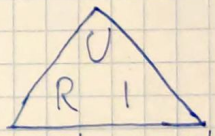
Proportionaler Zusammenhang zwischen Strom und Spannung.

$$\boxed{I \sim U}$$

Proportionalitätsfaktor $= \frac{1}{R} = G$

$$\boxed{I = \frac{1}{R} \cdot U = G \cdot U}$$

Merker:



Ableitungen: $I = \frac{U}{R}$ $R = \frac{U}{I}$

$U = R \cdot I$

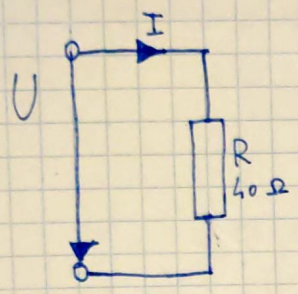
Einheiten: $[R] = \frac{[U]}{[I]} = \frac{1\,V}{1\,A} = 1\,\Omega$

$[G] = \frac{[I]}{[U]} = \frac{1\,A}{1\,V} = 1\,S$

Bsp.: 3.2

$U = 24\,V$ gesucht: I

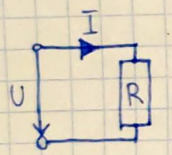
$R = 40\,\Omega$



$$I = \frac{U}{R} = \frac{24\,V}{40\,\Omega} = \frac{3}{5}\,A = 0{,}6\,A$$

2.3 Die Widerstandsgerade

siehe HÜ-Bsp.

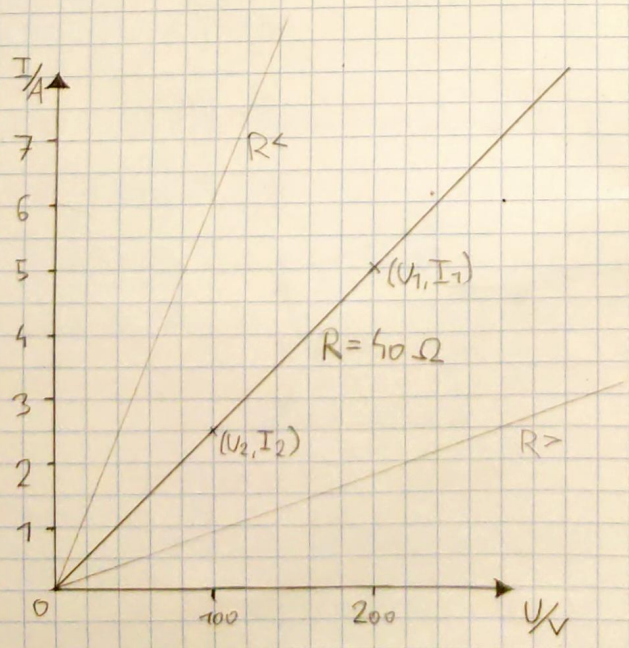


$U_1 = 200\,V \quad I_1 = 5\,A$

$$R = \frac{U_1}{I_1} = \frac{200\,V}{5\,A} = 40\,\Omega$$

$U_2 = 100\,V \quad I_2 = 2{,}5\,A$

$$R = \frac{U_2}{I_2} = \frac{100\,V}{2{,}5\,A} = 40\,\Omega$$



Bleibt R (G) konstant, dann sind Strom u. Spannung zueinander proportional.
Die Widerstandsgera. beschreibt auf graphische Art die Proportionalität zw. Strom u. Spannung.

3. Der elektrische Widerstand BS. 48

Der elektrische Widerstand eines Materials wird verursacht durch:

- Verunreinigungen
- Gitterbaufehler
- thermische Gitterschwingungen

} Störstellen für den Stromfluss

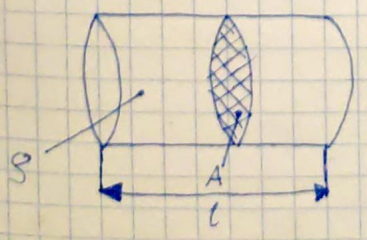
$\boxed{\text{1 Ohm ist gleich dem Widerstand, durch den bei der Spannung 1 V ein Strom der Stärke 1 A fließt.}}$

Der Leiterwiderstand

Der Widerstand ist von der Geometrie sowie von der Materialeigenschaft des Leiters abhängig. Die Materialeigenschaft wird durch den spezifischen Widerstand bzw. der Leitfähigkeit des Materials beschrieben.

$$\boxed{R = \frac{\rho \cdot l}{A}}$$

R Widerstand in Ω
l Länge d. Leiters
A Querschnitt d. L. in mm^2
ρ Rho, spezifischer W. stand $\frac{\Omega \, mm^2}{m}$



ρ_{Cu} = Kupfer = 0,0175 $\frac{\Omega \, mm^2}{m}$
ρ_{Ag} = Agentum/Silver = 0,016 $\frac{\Omega \, mm^2}{m}$
ρ_{Al} = Aluminium = 0,0286 $\frac{\Omega \, mm^2}{m}$
ρ_{Au} = Gold = 0,02214 $\frac{\Omega \, mm^2}{m}$

ρ_{Pt} = Platin = 0,105 $\frac{\Omega \, mm^2}{m}$

Beispiele für Leiter sind Drähte (massiv od. Litzen) oder die Leiter bahnen einer Printplatte.

- Je größer die Länge des Leiters, desto größer der Widerstand
- Je größer der Querschnitt des Leiters, desto kleiner der Widerstand

Spezifischer Widerstand

Der spezifische Widerstand ist eine Maßzahl für das Widerstandsverhalten eines Stoffes bezogen auf 1 m Länge und einem Qu. schnitt von einem mm^2 bei 20°C. 0°C = 273°K

Das Widerstandsverhalten wird von der Atomdichte und Anzahl d. freien e^- bestimmt.

$$[\rho] = \frac{[R]\,[A]}{[l]} = \frac{1\,\Omega \cdot 1\,mm^2}{1\,m}$$ Einheitengleichung

[] nur die Einheiten d. phys. Größe werden beachtet.

Bezieht man den Querschnitt auf $1\,m^2$ wie z.B. bei Erdern erhält man die Größe Ωm für den spez. Widerstand.

$$\rho = \frac{1\,\Omega \cdot 1\,m^{\cancel{2}}}{\cancel{1\,m}} = 1\,\Omega \cdot 1\,m = 1\,\Omega m$$

$$A = 1\,m^2 = 1000000\,mm^2$$

Leitfähigkeit

Die Leitfähigkeit ist der Kehrwert d. spez. Widerstandes.

$$\gamma = \frac{1}{\rho} \qquad [\gamma] = \frac{[l]}{[R]\cdot[A]} = \frac{1m}{1\Omega \cdot 1mm^2} = \frac{1S \cdot 1m}{1mm^2}$$

γ ist somit die Leitfähigkeit in $\frac{Sm}{mm^2} / \frac{m}{\Omega\, mm^2}$

$$\gamma_{Cu} = 56 \frac{m}{\Omega\, mm^2}$$
$$\gamma_{Al} = 35 \frac{m}{\Omega\, mm^2}$$

Daraus folgt:

$$\boxed{\begin{aligned} R &= \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{l}{\gamma \cdot A} \\ G &= \frac{1}{R} = \frac{A}{\rho \cdot l} = \frac{\gamma \cdot A}{l} \end{aligned}}$$

1) $l = 4{,}5\,km$

$d = 4\,mm$

$\rho = 0{,}0178 \frac{\Omega\, mm^2}{m}$

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{0{,}0178\, \Omega\, \cancel{mm^2}\, 4500\, \cancel{m}}{\cancel{m} \cdot 12{,}56\, \cancel{mm^2}} =$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{(4mm)^2 \pi}{4} = \frac{4 \cdot \cancel{4} mm^2 \pi}{\cancel{4}} = 4\pi = 12{,}56\, mm^2$$

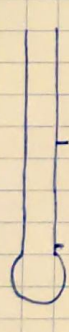
Temperaturabhängigkeit d. Widerstandes

Mit steigender Temperatur wird die Wärmebewegung d. Gitteratome stärker. Die e^- stoßen während ihrer Fortbewegung somit vermehrt mit Gitteratomen zusammen. Daraus folgt:

Der elektrische Widerstand steigt (PTC positive temperature coefficient)

Einige Werkstoffe zeigen umgekehrtes Verhalten, da mit steigender Temperatur der Widerstand abnimmt. (NTC negative temperature coefficient)

Temperaturdifferenz ΔT



0°C relative Temperatur

-273,16°C absoluter Nullpunkt

$0°C = 273{,}16\ K$ absol. Temper.

D.h. die absolute Temper. wird auf den absoluten Nullpunkt bezogen.

$$\Delta T = \vartheta - \vartheta_0 = T_E - T_A$$

Delta Zeichen für Differenz

Theta

ΔT Temperaturdiff.

ϑ, T_E rel. Endtemp.

ϑ_0, T_A rel. Anfangstemp.

Linearer Temperaturkoeffizient

Der lineare α entspricht einer Widerstandsänderung eines $1\,\Omega$ Widerstandes bei einer Erwärmung von einem Kelvin.

α für Metalle: $\alpha_{20} = 0{,}004\,K^{-1}\ (\frac{1}{K})$

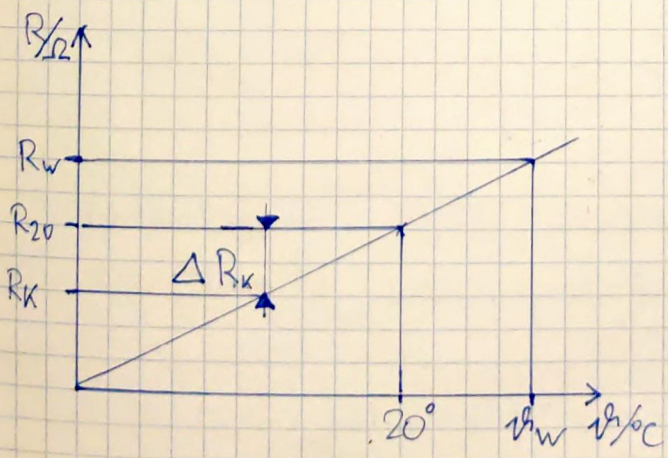
D.h. pro Kelvin ändert sich der Widerstand um 4 ‰

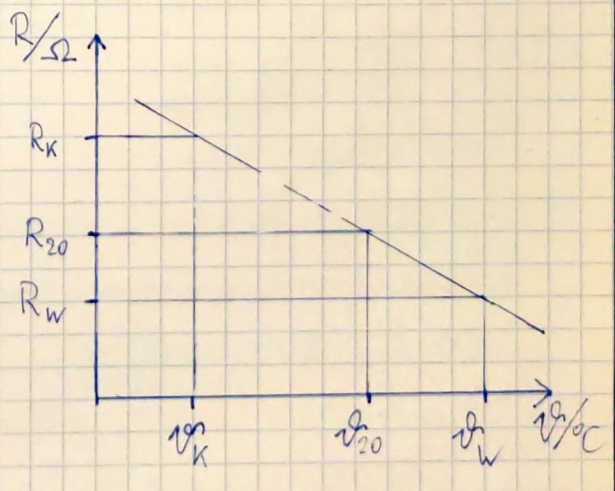
$\alpha_{20} \leftarrow$ Bezugstemperatur = 20°C

Widerstände bei unterschiedlicher Temper.

Bezugspunkt: Widerstand bei 20°C, da α_{20} auf eine relative Temp. von 20°C bezogen wird.

$$\boxed{\Delta R = R_{20} \cdot \alpha_{20} (\vartheta - 20°C)}$$





$$R_\vartheta = R_{20} + \Delta R = R_{20} + R_{20} \cdot \alpha_{20} (\vartheta - 20°C)$$

ΔR Widerstandsänderung in Ω

R_{20} Widerstand bei 20°C in Ω

α_{20} Temperaturkoeffizient in K^{-1}

ϑ Temperatur des Widerstandes in °C

R_W Warmwiderstand in Ω

R_K Kaltwiderstand in Ω

Anwendung:

Ermittlung der Temperatur aus dem bekannten Widerstandswert.

$$R_\vartheta = R_{20} + R_{20} \cdot \alpha_{20} (\vartheta - 20°C) \quad | : (-R_{20})$$

$$R_\vartheta - R_{20} = \cancel{R_{20}} - \cancel{R_{20}} + R_{20} \cdot \alpha_{20} (\vartheta - 20°C) \quad | : R_{20} \cdot \alpha_{20}$$

$$\frac{R_\vartheta - R_{20}}{R_{20} \cdot \alpha_{20}} = \frac{\cancel{R_{20}} \cancel{\alpha_{20}}}{\cancel{R_{20}} \cancel{\alpha_{20}}} (\vartheta - 20°C) \quad | + 20°C \; / \; \overleftrightarrow{=}$$

$$\boxed{\vartheta = \frac{R_\vartheta - R_{20}}{R_{20} \alpha_{20}} + 20°C}$$

Praktischer Hinweis:

Die sogenannte Linearisierung der temperaturabhängigen Widerstandsänderung ist nur bis 200°C sinnvoll.

⇒ ab 200°C → weiteren Tempk. der in die Formel eingeht β.

quadratischer TK um $1/K^2$, K^{-2}

$$R_\vartheta = R_{20} + R_{20}\,\alpha_{20}(\vartheta - \vartheta_{20}) + R_{20}\,\beta_{20}(\vartheta - \vartheta_{20})^2$$

$$R_\vartheta = R_{20}\left[1 + \alpha_{20}(\vartheta - \vartheta_{20}) + \beta(\vartheta - \vartheta_{20})^2\right]$$

$$\boxed{R_\vartheta = R_{20}\left[1 + \alpha_{20}(\vartheta - \vartheta_{20})\right]}$$ ... gilt bis 200°C bezogen auf 20°C, R_{20}

Wenn R_{20} nicht bekannt ist sondern nur R_K, wird der Fehler nicht zu groß, wenn man die folgende Näherung verwendet:

$$\boxed{R_W = R_K(1 + \alpha\,\Delta T) \qquad \Delta T - \vartheta_W - \vartheta_K}$$

Bsp. 26) Elektrometer

$R_{20} = 500\ \Omega$

$\alpha_{20} = 0{,}0038\ \frac{1}{K}$

$\vartheta_W = 62°C$

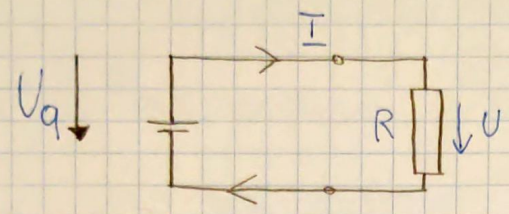
$R_W = R_{20}(1 + \alpha_{20}\,\Delta T)$ $\qquad \Delta T - \vartheta_W - \vartheta_K = 62°C - 20°C = 42°C = 42\,K$

$= 500\,\Omega\left(1 + 0{,}0038\,\frac{1}{\cancel{K}} \cdot 47\,\cancel{K}\right) = \underline{\underline{579{,}8\ \Omega}}$

- Test - Strich

Kirchhoffsche Gesetze

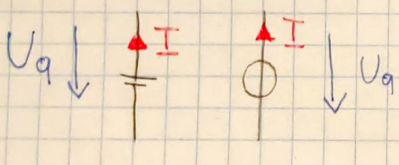
1.) Vorbeobachtungen - Kirchhoff



U_q Quellenspannung
$I \cdot R$ Spannungsabfall

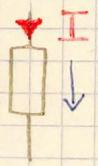
Den im Stromkreis auftretenden Strömen und Spannungen werden Richtungen in Form von Zählpfeilen zugeordnet.

Generator:



Zählpfeile für Strom u. Spannung sind entgegengesetzt

Verbraucher:



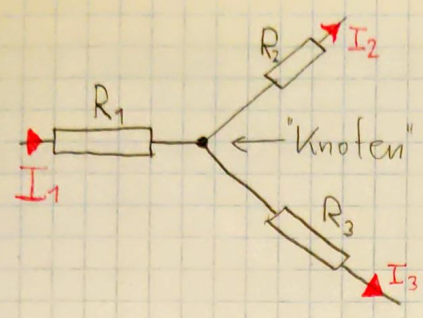
Z. pfeile für Strom u. Spannung sind gleichgerichtet

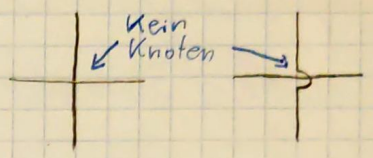
Spannungsquelle
EZS
→ Erzeuger Zählpfeil System

Widerstand
VZS
→ Verbraucher Zählpfeil System

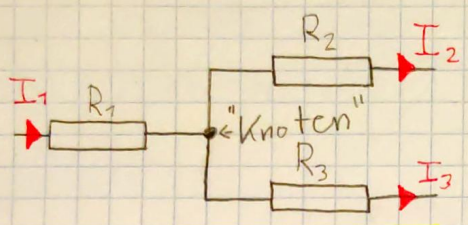
1.1 1. Kirchhoffsche Gesetz ("Knotenregel")

- Die Summe aller Ströme in einem Knotenpunkt ist = null.
- Die Summe der zufließenden Ströme = die Summe der abfließenden Ströme





Δ (entspricht)



Regel 1: Ein hinein fließender Strom, aus Knoten fl. Strom → <u>pos. Vorzeichen</u>

2: abfließender, vom Knoten fl. Strom → <u>negat. Vorzeichen</u>

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$\sum_{i=1}^{3} I_i = 0$$

allgemein: $\sum_{i=N}^{M} = 0$

N untere Grenze meist 0

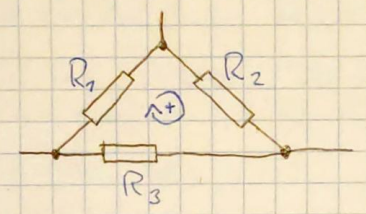
M obere Grenze

$$\sum I_{zu} = \sum I_{ab}$$

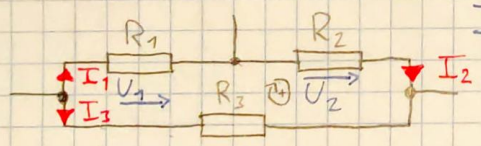
$\sum$ "Sigma"

1.2 2. Kirchhoffsches Gesetz ("Maschenregel")

- Die Summe aller Spannungen in einer geschlossenen Masche = null.
- Die Summe aller in einer Masche wirksamen Quellenspannungen (U_q) ist gleich der Summe aller Spannungsabfälle $I \cdot R$ in diesem Stromkreis.



Umlaufsinn: gewählt. Uhrzeigersinn



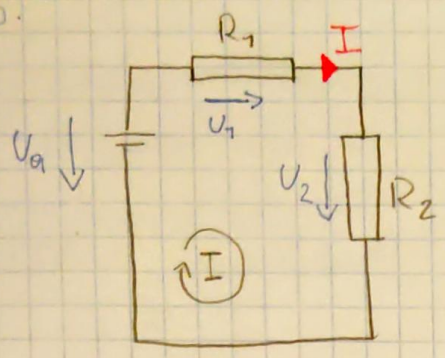
$$\sum_{i=1}^{n} U_i = 0 \qquad N = \text{Anzahl d. Zweige}$$

$$U_1 + U_2 - U_3 = 0$$

Regel: Alle Spannungen in Richtung des gewählten Umlaufsinns erhalten ein pos. Vorzeichen.

- Alle Spann. entgegengesetzt zum gew. Umlaufsinn erhalten ein neg. Vorzeichen.

Bsp.



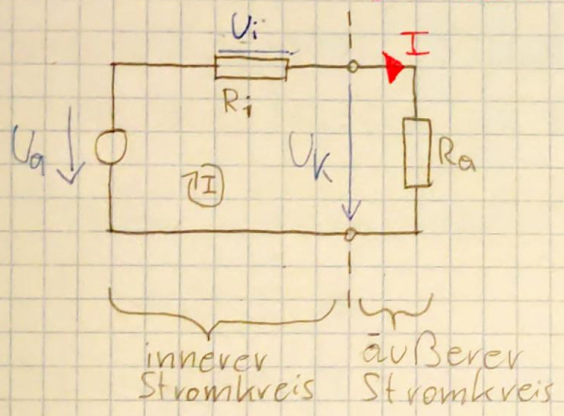
$$-U_q + U_1 + U_2 = 0$$

$$U_q = U_1 + U_2$$

$$U_q = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$$

$$\sum U_q = \sum I \cdot R_i$$

Grundstromkreis



R_i Innerer Widerstand

R_a Äußerer —"—

U_K Klemmenspannung

$$U_i + U_K - U_q = 0$$

$$U_q = U_i + U_K$$

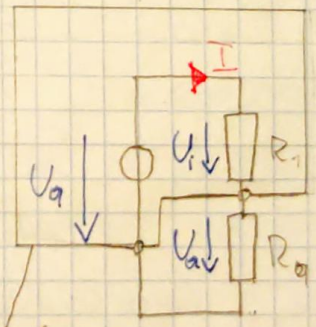
$$U_q = R_i I + R_a I$$

Schaltsymbole

U_q Spannungsquelle

U_q veränderbare Sp.quelle

U_q



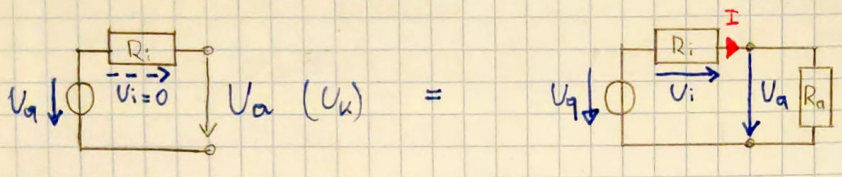
reale Spannungsquelle

Spannungsquelle BS 43

- ideale Spannungsquelle
  $R_i = 0, \quad U_a = U_q$

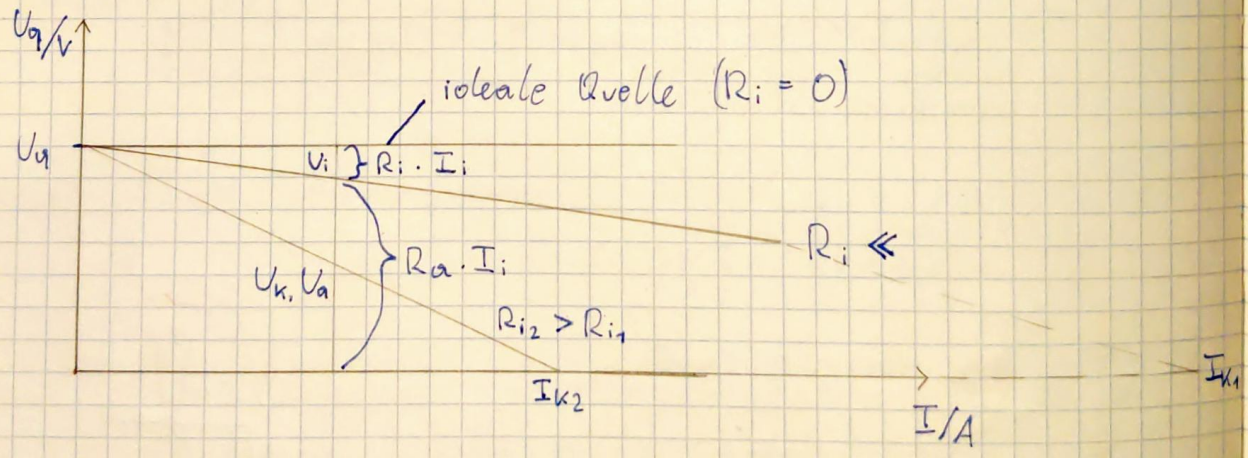
Die Klemmenspannung ist identisch mit d. Quellenspannung.

- reale Spannungsquelle
  $R_i \ll, \quad U_a \neq U_q$



In der Realität sieht R_i (Innenwiderstand) nicht.
R_i kann nur messtechnisch erfasst werden

$$U_q = U_i + U_a = I \cdot R_i + I \cdot R_a$$



I_k = Kurzschlusspunkt Wenn I steigt, sinkt U_k

- I_k kann sehr groß werden
- Eine Spannungsquelle darf nicht kurzgeschloss. werden

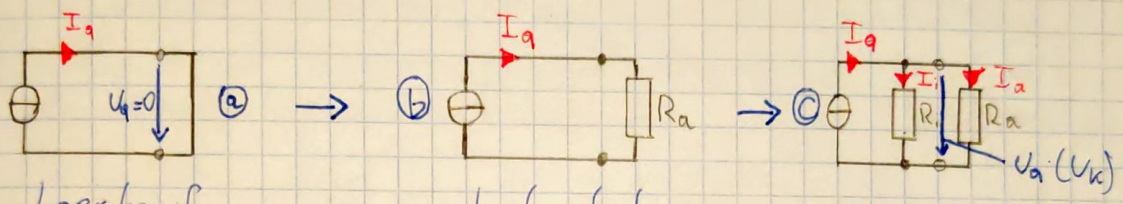
Im allgemeinen ist ein kleiner Innenwiderst. gefordert, damit die Klemmenspannung möglichst hoch bleibt.

Stromquelle

BS 44

- ideale Stromquelle
  $R_i \infty$

- reale Stromquelle
  $R_i \gg$



Leerlauf
ideale Str.q.

belastet
ideale Str.q.

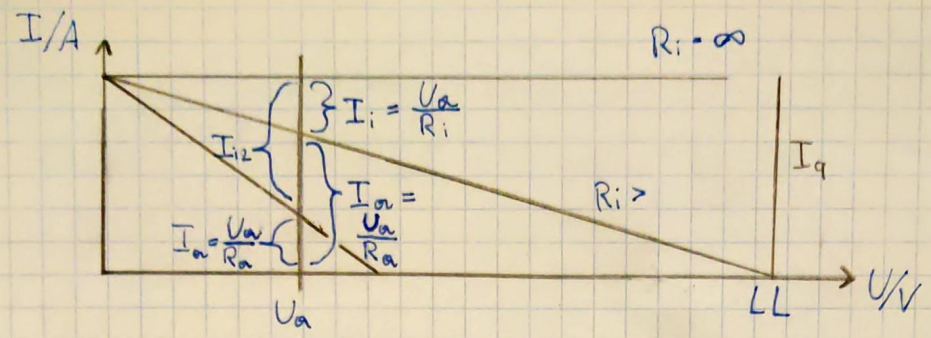
Reale Spannungsquelle Zusammenfassung

- $R_i \neq 0$, $R_i \ll$
- Der Idealbetrieb einer realen Spgq. ist der Leerlauf, weil dann ist $U_k = U_q$ (kein Sinn)
- Im Lastfall wird $U_k \neq U_q$ Spg. abfall an R_i

Betrachtung d. idealen v. realen Stromquelle.

- Der Idealbetrieb einer Stromquelle ist der Kurzschluss, weil nur dann ist I_q an der Last wirksam (kein Sinn)
- $R_i \gg$, R_i (idea) $= \infty$
- Im Lastfall ist $I_a + I_q$. Stromverlust aber $R_i \rightarrow I_i$

oben



LL Leerlaufpunkt

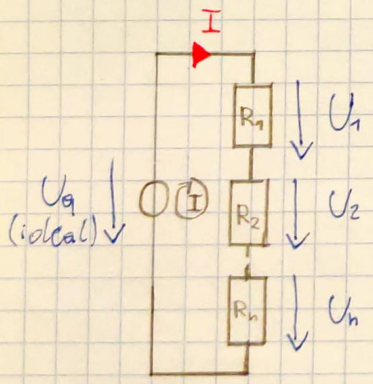
$R_a = \infty \Rightarrow$ Gesamter Quellenstrom I_q fließt über R_i

$U_L = I_q \cdot R_i$

Die Leerlaufspannung kann sehr groß werden

↳ Stromquellen dürfen nicht im Leerlauf betrieben werden.

BS. 72 Reihenschaltung elektrischer Widerstände



2. KHG

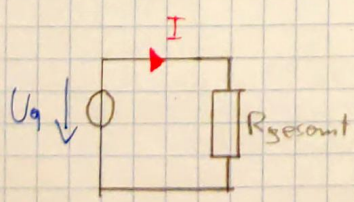
$$-U_q + U_1 + U_2 + \ldots + U_n = 0$$

$$-U_q + I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + \ldots + I \cdot R_n = 0$$

$$-U_q + I(R_1 + R_2 + \ldots + R_n) = 0 = U_q$$

$$I \cdot R_{gesamt} = U_q$$

$$R_{gesamt} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

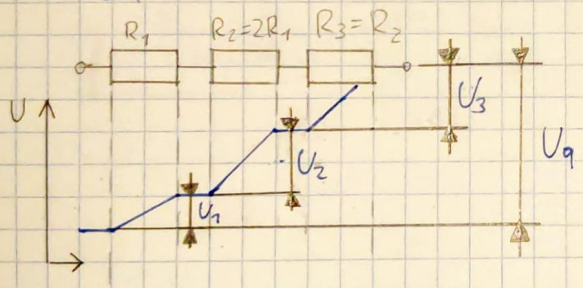


Erkenntnisse:

1) Alle Widerstände werden vom selben Strom durchflossen. $\left(I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \dots \frac{U_n}{R_n}\right)$

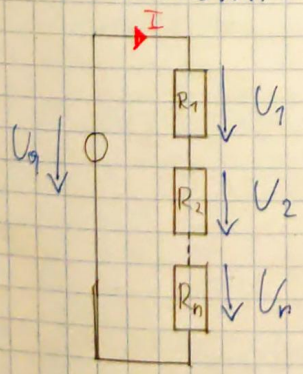
2) Der Gesamtwiderstand einer Reihenschaltung ist die Summe seiner Teilwiderstände. $\left(R_{ges.} = R_1 + R_2 + \dots R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i\right)$

3) Die Spannungsabfälle an den Teilwiderständen sind proportional zu den Teilwiderständen. Am größten Widerstand tritt der größte Spannungsabfall auf.



Spannungsteilerregel

Erkenntnis 1:



$I = \frac{U_1}{R_1}$

$I = \frac{U_2}{R_2}$

$I = \frac{U_n}{R_n}$

$$\underbrace{\frac{U_1}{R_1} = I = \frac{U_2}{R_2}}_{\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}} = \underbrace{I = \frac{U_n}{R_n}}_{\frac{U_2}{R_2} = \frac{U_n}{R_n}}$$

$$\underbrace{\frac{U_1}{R_1} = I = \frac{U_q}{R_{ges}}}$$

$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_q}{R_{ges}} \quad | : U_q$

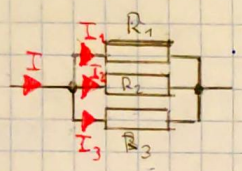
$\frac{U_1}{R_1 \cdot U_q} = R_{ges} \quad | \cdot R_1$

$\boxed{\frac{U_1}{U_q} = R_1}$ od.: $\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}}$

Die Spannungsteilerregel besagt: Das Verhältnis der Teilspannungen zur Gesamtspannung = dem Verhältnis der Teilwiderstände zum Gesamtwiderstand.

Parallelschaltung elektrischer Widerstände

Gesamtwiderstand



$$\boxed{\begin{aligned} \frac{1}{R_{ges}} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_n} \\ G_{ges} &= G_1 + G_2 + G_n \end{aligned}}$$

Anwendung 1. KHG $\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$

$$I = I_1 + I_2 + I_n$$

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_n}$$

$$\underbrace{I = U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_n}\right)}$$

$$I = \frac{U}{R_{ges}} = U \cdot \frac{1}{R_{ges}}$$

Erkenntnisse

1) Jeder Widerstand liegt an der selben Spannung U

$$U_1 = U_2 = U_n = U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_n \cdot R_n = I \cdot R_{ges}$$

2) Der Kehrwert des Gesamtwiderstandes R_{ges} = der Summe der Kehrwerte des Einzelwiderstandes

3) Der Gesamtwiderstand ist kleiner als der kleinste Einzelwiderstand.

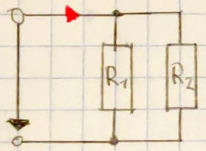
Leitwert $\boxed{G = \frac{1}{R}}$

4) Der Gesamtleitwert = die Summe der Einzelleitwerte.

$$G_{ges} = \sum_{i=1}^{n} G_i$$

5) Die Teilströme durch die Widerstände sind indirekt proportional zu den Teilwiderständen.

Durch den größten Widerstand fließt der kleinste Strom.



$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\boxed{R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}$$

$R_1 = 100\ \Omega$

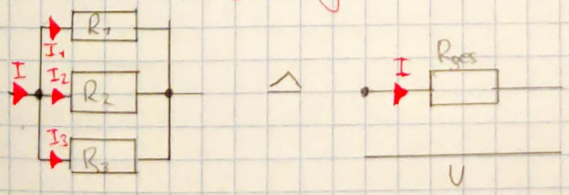
$R_2 = 100\ \Omega$

$R_{ges} = 50\ \Omega$

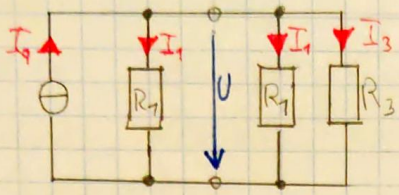
$$R_{ges} = \frac{100 \cdot 100}{200} = 50\ \Omega$$

$$R_{ges} = \frac{200 \cdot 100\ \Omega^2}{300\ \Omega} = \frac{200\ \Omega}{3} = 66{,}7\ \Omega$$

Stromleiterregel



$$\underbrace{U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2}_{\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_1}{R_2}} = \underbrace{I_n \cdot R_n = I \cdot R_{ges}}_{\frac{I_n}{I} = \frac{R_{ges}}{R_n}}$$



$I_q = 10\,mA$
$R_1 = 100\,k\Omega$
$R_i = 56\,k\Omega$
$R_2 = 10\,k\Omega$

$$R_{ges} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 8{,}485\,k\Omega + R_1$$

$$= 8{,}485\,k\Omega + 100\,k\Omega = 108{,}485\,k\Omega$$

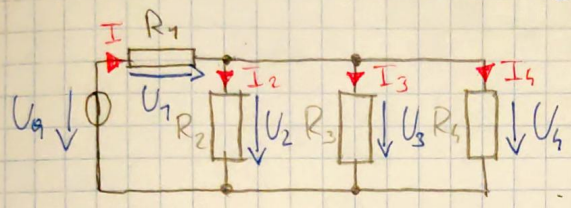
Bsp.: Gemischte Reihen v. Parallelschaltung

Reihenschaltung v. R:

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + \dots R_n$$

Parallelschaltung v. R:

$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \frac{1}{R_n}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



$U_g = 10\,V$

$R_1 = 470\,\Omega$

$R_2 = 1\,k\Omega$

$R_3 = 2{,}2\,k\Omega$

$R_4 = 1{,}8\,k\Omega$ $(= 1{,}8\,k\Omega)$

ges.: R_{ges}

$I_1 - I_4$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$R_p = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{1}{\frac{1}{1\,k\Omega} + \frac{1}{2{,}2\,k\Omega} + \frac{1}{1{,}8\,k\Omega}} = 487\,\Omega$$

andere Möglichkeit:

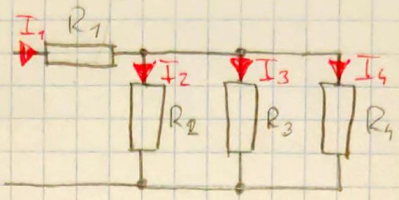
$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_{23} \cdot R_4}{R_{23} + R_4}$$

$$R_{ges} = R_1 + R_p = (470 + 487)\,\Omega = 957\,\Omega$$

$$I = \frac{U_q}{R_{ges}} = \frac{10\,V}{967\,\Omega} = 0{,}0103\,A = 10{,}3\,mA$$

Stromteiler:

$$\frac{I_n}{I} = \frac{R_{ges}}{R_n}$$



$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_p}{R_2}$$

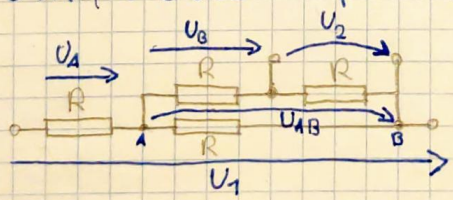
$$I_2 = I_1 \cdot \frac{R_p}{R_2} = 10{,}3\,mA \cdot \frac{487\,\Omega}{1k\,\Omega} = 0{,}0051\,A$$
$$I_3 = I_1 \cdot \frac{R_p}{R_3} = 10{,}3\,mA \cdot \frac{487\,\Omega}{2{,}2k\,\Omega} = 2{,}33\,A$$
$$I_4 = I_1 \cdot \frac{R_p}{R_4} = 10{,}3\,mA \cdot \frac{487\,\Omega}{1{,}8k\,\Omega} = 2{,}84\,A$$

Mehrfache Spannungsteilung

Lindner S. 72

· Mehrfache Spannungsteiler

258



$$R_{AB} = \frac{2R \cdot \cancel{R}}{3\cancel{R}} = \frac{2}{3}R$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_2}{U_{AB}} \cdot \frac{U_{AB}}{U_1} =$$

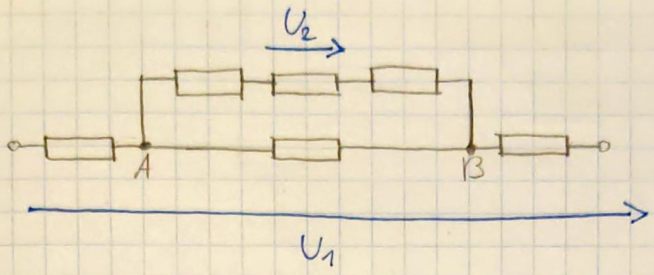
$$\frac{U_{AB}}{U_1} \cdot \frac{U_2}{U_{AB}} =$$

$$\frac{\frac{2}{3}R}{R + \frac{2}{3}R} \cdot \frac{\cancel{R}}{2\cancel{R}} =$$

$$\frac{\cancel{2}\,\cancel{R}\,\cancel{3}}{\cancel{3}\,5\cancel{R}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = \frac{1}{5}$$

$$U_2 = \frac{1}{5}\,U_1$$

258

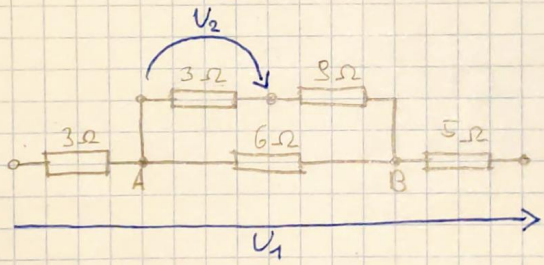


$$R_{AB} = \frac{3R \cdot R}{4R} = \frac{3}{4} R$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_1}{U_{AB}} \cdot \frac{U_{AB}}{U_2} = \frac{R_{AB} + 2R}{R_{AB}} \cdot \frac{3R}{R} = \frac{11R\,\cancel{4}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3}R} \cdot \frac{\cancel{3}R}{\cancel{R}} = 11$$

$$U_2 = \underline{\underline{\frac{U_1}{11}}}$$

260

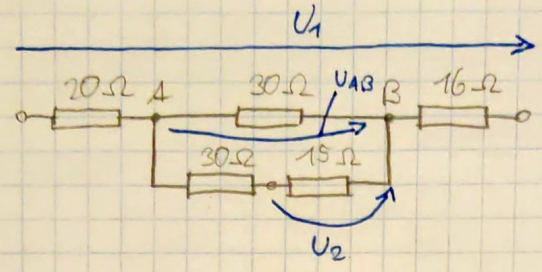


$$R_{AB} = \frac{(3\Omega + 9\Omega) \cdot 6\Omega}{18\Omega} = 4\Omega$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_1}{U_{AB}} \cdot \frac{U_{AB}}{U_2} = \frac{R_{AB} + 3\Omega + 5\Omega}{R_{AB}} \cdot \frac{(3\Omega + 9\Omega)}{3\Omega} =$$

$$\frac{4\Omega + 3\Omega + 5\Omega}{4\Omega} \cdot \frac{12\Omega}{3\Omega} = 12$$

261

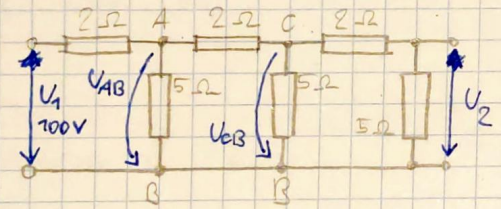


$$R_{AB} = \frac{(30\,\Omega + 15\,\Omega)\cdot 30\,\Omega}{75\,\Omega} = 18\,\Omega$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_1}{U_{AB}} \cdot \frac{U_{AB}}{U_2} = \frac{R_{AB} + (20+16)\,\Omega}{R_{AB}} \cdot \frac{30\,\Omega + 15\,\Omega}{15\,\Omega} =$$

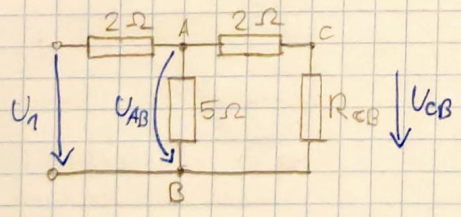
$$\frac{18\,\Omega + 36\,\Omega}{18\,\Omega} \cdot \frac{45\,\Omega}{15\,\Omega} = 3 \cdot 3 = 9 = \frac{9}{1}$$

265

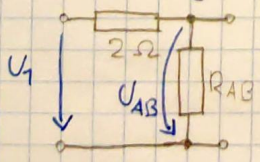


$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_1}{U_{AB}} \cdot \frac{U_{AB}}{U_{CB}} \cdot \frac{U_{CB}}{U_2} = 1{,}81 \cdot 1{,}685 \cdot 1{,}4 = \underline{\underline{4{,}27}}$$

$$R_{CB} = \frac{5 \cdot 7\,\Omega^2}{12\,\Omega} = 2{,}92\,\Omega$$



$$R_{AB} = \frac{4{,}92 \cdot 5\,\Omega^2}{(4{,}92+5)\,\Omega} = 2{,}48\,\Omega$$

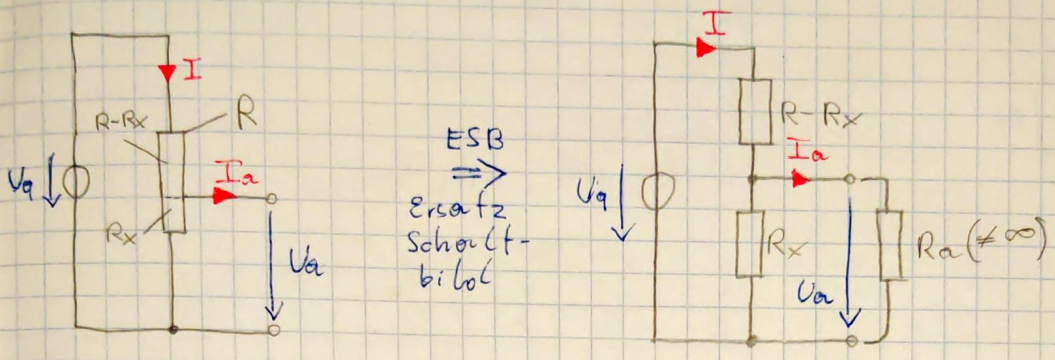


$$\frac{U_1}{U_{AB}} = \frac{2\,\Omega + R_{AB}}{R_{AB}} = \frac{2\,\Omega + 2{,}48\,\Omega}{2{,}48\,\Omega} = 1{,}81$$

$$\frac{U_{AB}}{U_{CB}} = \frac{2\,\Omega + R_{CB}}{R_{CB}} = \frac{2\,\Omega + 2{,}92\,\Omega}{2{,}92\,\Omega} = 1{,}685$$

$$\frac{U_{CB}}{U_2} = \frac{2\,\Omega + 5\,\Omega}{5\,\Omega} = 1{,}4$$

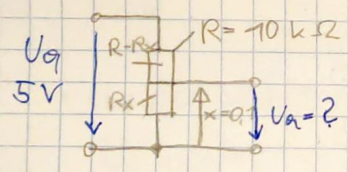
Belasteter Spannungsteiler



a) Spannungsteiler unbelastet

$$\frac{U_a}{U_g} = \frac{R_x}{R} \Rightarrow U_a = U_g \cdot \frac{R_x}{R}$$

(simples) Bsp.



a) unbelastet

ges.: U_a

b) belastet

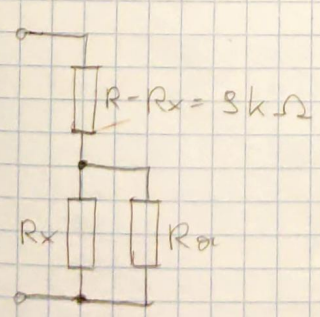
$R_a = 1\,k\Omega$

ges.: U_a

ⓐ $\frac{U_a}{U_g} = \frac{R_x}{R}$

$$U_a = U_g \cdot \frac{R_x}{R} = 5V \cdot 0{,}1 = 0{,}5\,V$$

ⓑ

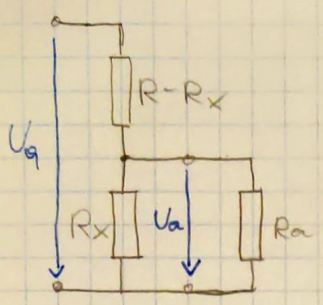


$$R_{ax} = \frac{R_x \cdot R_a}{R_x + R_a} = \frac{1\,k\Omega \cdot 1\,k\Omega}{2\,k\Omega} = 0{,}5\,k\Omega$$

$$\frac{U_a}{U_g} = \frac{R_{ax}}{(R-R_x)+R_{ax}} = \frac{0{,}5\,k\Omega}{9{,}5\,k\Omega} = \frac{1}{19}$$

$$U_a = \frac{1}{19}$$

$$U_a = \frac{1}{19} \cdot 5V = \underline{\underline{0{,}263\,V}}$$



$$\frac{U_g}{U_a} = \frac{\frac{R_x \cdot R_a}{R_x + R_a}}{R - R_x + \frac{R_a \cdot R_x}{R_a + R_x}} = \frac{R_a \cdot R_x (R_a - R_x)}{(R_a + R_x)(R R_a)(R_a}$$

$$\frac{R_a \cdot R_x}{(R - R_x)(R_a + R_x) + R_a \cdot R_x} =$$

$$\frac{\frac{R_x}{R} \cdot R_a}{R \cdot R_a + R \cdot R_x - \cancel{R_x R_a} - R_x^2 + \cancel{R}}$$

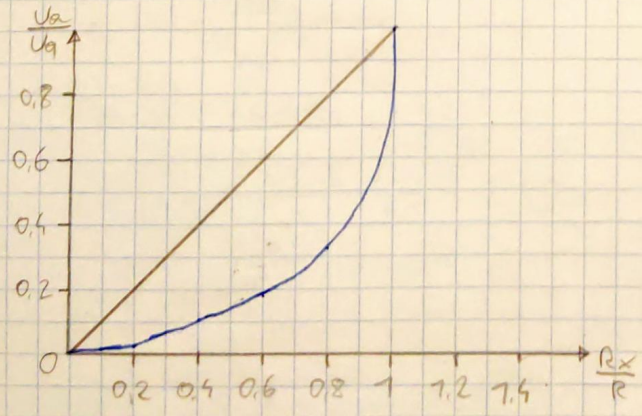
$$\frac{\frac{R_x}{R} \cdot R_a}{(R_a + R_x - \frac{R_x^2}{R}} = \frac{\frac{R_x}{R}}{1 + \frac{R_x}{R_a} - \frac{R_x^2}{R \cdot R_a}} =$$

$$\frac{\frac{R_x}{R}}{1 + \frac{R}{R_a}\left(\frac{R_x}{R} - \frac{R_x^2}{R^2}\right)}$$

$$U_a = U_g \frac{\frac{R_x}{R}}{1 + \frac{R}{R_a}\left(\frac{R_x}{R} - \frac{R_x^2}{R^2}\right)}$$

wenn $R_a = \infty$

unbelastet $\rightarrow \frac{R}{R_a} \rightarrow 0$ $\quad U_a = U_g \frac{\frac{R_x}{R}}{1 + \underbrace{0 \cdot [\,]}_{0}} = U_g \cdot \frac{R_x}{R}$



$$x = \frac{R_x}{R}$$

Bsp.:

$x = 0 \dots 1$ $\qquad R_a = \text{Schulernr.} \times 1k\Omega$

$R = 10\,k\Omega$

$x = 0 \rightarrow U_a = 0$

$U_q = 10\,V$

$\overline{+R_x) + R_a \cdot R_x} =$

$\overline{R_a} =$

#	x	U_a	U_{ab}
	/	V	V
0	0	0	0
1	0,2	2	0,77
2	0,4	4	1,176
3	0,6	6	1,765
4	0,8	8	3,08
5	1	10	10

- Je höher/mehr der Spg. Teiler belastet wird (R_a sehr klein), desto geringer wird U_a
- lokalerweise belastet man den Spg. Teiler kaum, d.h. $R_a > 10 \times R$

$$U_{ab1} = U_q \frac{\frac{R_x}{R}}{1 + \frac{R}{R_a}\left(\frac{R_x}{R} - \frac{R_x^2}{R^2}\right)} = 10V \frac{\frac{2k\Omega}{10k\Omega}}{1 + \frac{10k\Omega}{1k\Omega}\left(\frac{2k\Omega}{10k\Omega} - \frac{(2k\Omega)^2}{(10k\Omega)^2}\right)} =$$

$$10V \frac{0,2}{1 + 2 - 0,4} = 0,077\,V$$

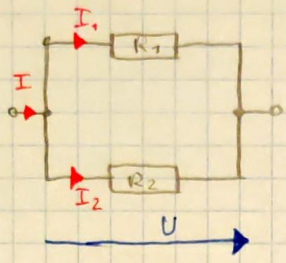
$$U_{ab2} = 10V \frac{\frac{4k\Omega}{10k\Omega}}{1 + \frac{10k\Omega}{1k\Omega}\left(\frac{4k\Omega}{10k\Omega} - \frac{(4k\Omega)^2}{(10k\Omega)^2}\right)} = 10V \frac{0,4}{1 + 4 - 1,6} = 1,176\,V$$

$$U_{ab3} = 10V \frac{\frac{6k\Omega}{10k\Omega}}{1 + \frac{10k\Omega}{1k\Omega}\left(\frac{6k\Omega}{10k\Omega} - \frac{(6k\Omega)^2}{(10k\Omega)^2}\right)} = 10V \frac{0,6}{1 + 6 - 3,6} = 1,765\,V$$

$$U_{ab4} = 10V \frac{\frac{8k\Omega}{10k\Omega}}{1 + \frac{10k\Omega}{1k\Omega}\left(\frac{8k\Omega}{10k\Omega} - \frac{(8k\Omega)^2}{(10k\Omega)^2}\right)} = 10\,V \frac{0,8}{1 + 8 - 6,4} = 3,08\,V$$

Mehrfachstromteiler

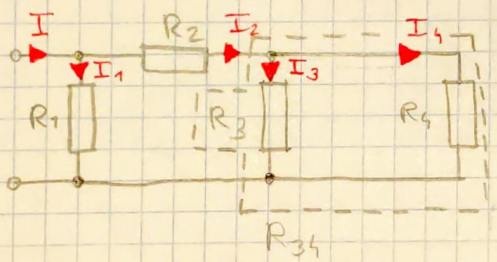
WH. Stromteilerregel



$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_{ges}}{\frac{R_1}{1}} = \frac{\cancel{R_1} \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{\cancel{R_1}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Mehrfachstromteiler:



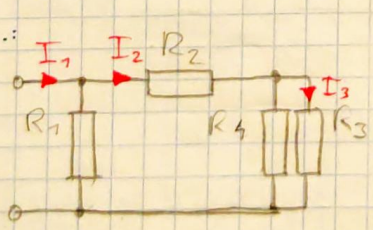
$$\frac{I}{I_3} = \boxed{\frac{I}{I_2}} \cdot \frac{I_2}{I_3}$$

$$\frac{I}{I_2} = \frac{R_2 + R_{34}}{R_{ges}}$$

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_{34}}$$

$$\frac{I}{I_3} = \frac{R_2 + R_{34}}{R_{ges}} \cdot \frac{R_3}{R_{34}} = \ldots \text{ vereinf.}$$

Bsp.:



$R_1 = 10\,\Omega$ $\quad R_3 = 12\,\Omega$

$R_2 = 7\,\Omega$ $\quad R_4 = 4\,\Omega$

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{I_2}{I_3}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_3 + R_{34}}{R_{ges}}$$

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_{34}}$$

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{12\,\Omega \cdot 4\,\Omega}{16\,\Omega} = \frac{48}{16}\,\Omega = 3\,\Omega$$

$$R_{ges} = \frac{R_1 (R_2 + R_{34})}{R_1 + R_2 + R_{34}} = \frac{10\,\Omega\,(7\,\Omega + 3\,\Omega)}{20\,\Omega} = 5\,\Omega$$

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_2 + R_{34}}{R_{ges}} \cdot \frac{R_3}{R_{34}} = \frac{10\,\Omega}{5\,\Omega} \cdot \frac{\overset{4}{\cancel{12}}\,\Omega}{\cancel{3}\,\Omega} = \frac{40}{5} = 8$$

2. Teststoff:

- alles außer
  - temperaturabhängiger Widstand
  - Ladung (Q)
- Besonders fokusieren auf:
  - Serensch.
  - Parallel sch.
  - Gem. Schaltungen
  - Spannungsteiler (auch mehrfach)
  - Stromteiler (auch mehrfach)
  - belasteter Spannungsteiler
  - Analyse v. Gleichstromnetzwerken

↳ Übungsaufgaben Unterricht, HÜ

Analyse v. Gleichstromnetzwerken

Lösung von Gleichstromnetzwerken

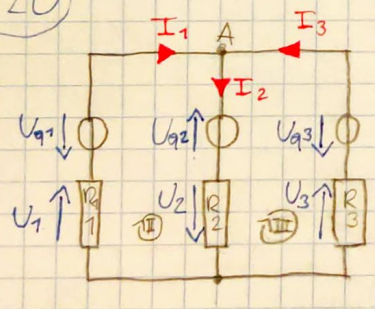
a) Analyse des Netzwerks
- Anzahl der Knoten
- Anzahl der Maschen
- Ermittlung der gesuchten Unbekannten

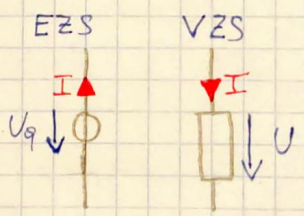
b) Aufstellen der Knotengleichungen

c) Aufstellen der Maschengleichungen

d) Mathematische Lösung
- Gleichsetzungsverfahren (!)
- Determinantenverfahren

320





ges.: I_1, I_2, I_3

I: $I_1 - I_2 + I_3 = 0$

II: $-U_{q1} - U_{q2} + I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 = 0$

III: $U_{q2} + U_{q3} - I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2$

I: $I_1 - I_2 + I_3 = 0$

II: $I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 = U_{q1} + U_{q2}$

III: $+I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = +U_{q2} + U_{q3}$ $\quad | : (-1)$

I:

I: $I_1 = I_2 - I_3$ → Einsetzen in II u. III

II: $(I_2 - I_3) R_1 + I_2 R_2 = U_{q1} + U_{q2}$

III: $+ I_2 R_2 + I_3 R_3 = U_{q2} + U_{q3}$ → I_3

I_3 aus III

$$I_3 = \frac{U_{q2} + U_{q3} - I_2 R_2}{R_3}$$ → in II einsetzen

II: $I_2 R_1 - I_3 R_1 + I_2 R_2 = U_{q1} + U_{q2}$

$$I_2 (R_1 + R_2) - I_3 R_1 = U_{q1} + U_{q2} \quad | : R_1$$

$$I_2 \frac{R_1 + R_2}{R_1} - I_3 = \frac{U_{q1} + U_{q2}}{R_1}$$

$$I_2 \frac{R_1 + R_2}{R_1} - \frac{U_{q2} + U_{q3} - I_2 R_2}{R_3} = \frac{U_{q1} + U_{q2}}{R_1}$$

$$I_2 \frac{R_1 + R_2}{R_1} - \left(\frac{U_{q2} + U_{q3}}{R_3} - I_2 \frac{R_2}{R_3} \right) = \frac{U_{q1} + U_{q2}}{R_1}$$

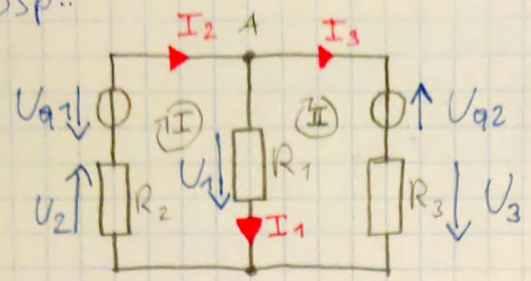
$$I_2 \frac{R_1 + R_2}{R_1} + I_2 \frac{R_2}{R_3} = \frac{U_{q1} + U_{q2}}{R_1} + \frac{U_{q2} + U_{q3}}{R_3}$$

$$I_2 \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_3} \right. = \frac{(U_{q1} + U_{q2}) R_3 + (U_{q2} + U_{q3}) R_1}{R_1 R_3}$$

$$I_2 \left(\frac{(R_1 + R_2) R_3 + R_2 R_1}{\cancel{R_1 R_3}} \right) = \frac{(U_{q1} + U_{q2}) R_3 + (U_{q2} + U_{q3}) R_1}{\cancel{R_1 R_3}} \quad | : R_1 R_3$$

$$I_2 = \frac{(U_{q1} + U_{q2}) R_3 + (U_{q2} + U_{q3}) R_1}{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2}$$

Bsp.:



$R_1 = 200$ $\quad U_{q1} = 12\,V$

$R_2 = 500$ $\quad U_{q2} = 15\,V$

$R_3 = 500$

ges.: I_1

A: $-I_1 + I_2 - I_3 = 0$

II: $-U_{q1} + I_1 R_1 + I_2 R_2 = 0$

III: $-U_{q2} + I_3 R_3 - I_1 R_1 = 0$

A: $I_1 - I_2 + I_3 = 0 \rightarrow I_2 = I_1 + I_3 \rightarrow$ einsetz. in II

II: $I_1 R_1 + I_2 R_2 = U_{q1}$

III: $I_1 R_1 - I_3 R_3 = U_{q2}$

$$I_1 R_1 + (I_1 + I_3) R_2 = U_{q1}$$

$$I_1 R_1 + I_1 R_2 + I_3 R_2 = U_{q1}$$

$$I_3 = \frac{U_{q1} - I_1 (R_1 + R_2)}{R_2} \rightarrow \text{einsetzen in III}$$

$$I_1 R_1 - \left(\frac{U_{q1} - I_1 (R_1 + R_2)}{R_2}\right) R_3 = -U_{q2}$$

$$I_1 R_1 - \frac{U_{q1}}{R_2} R_3 + I_1 \frac{(R_1 + R_2)}{R_2} R_3 = -U_{q2}$$

$$I_1 R_1 + I_1 \frac{R_3}{R_2} (R_1 + R_2) = U_{q1} \frac{R_3}{R_2} - U_{q2}$$

$$I_1 \left(R_1 + \frac{R_3}{R_2} (R_1 + R_2)\right) = U_{q1} \frac{R_3}{R_2} - U_{q2}$$

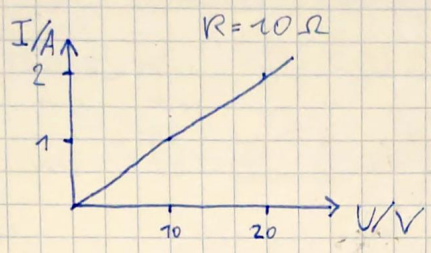
$$I_1 \left(\frac{R_1 R_2 + R_3 R_1 + R_3 R_2}{\cancel{R_2}}\right) = \frac{U_{q1} R_3 - U_{q2} R_2}{\cancel{R_2}}$$

$$I_1 = \frac{U_{q1} R_3 - U_{q2} R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{12\,V \cdot 500\,\Omega - 15\,V \cdot 500\,\Omega}{200 \cdot 500\,\Omega^2 + 200 \cdot 500\,\Omega^2 + 500^2\,\Omega^2} =$$

$$-\frac{1}{300}\,mA$$

Der Überlagerungssatz nach Helmholtz (Superpositionsprinzip)

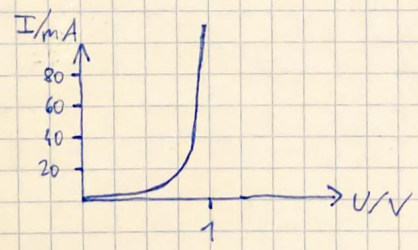
<u>Anwendung:</u> gilt nur bei linearen Netzwerken, d.h. ohne Dioden, Transistoren



= linear

$y = k \cdot x$

$I = \frac{1}{R} \cdot U$



= nicht linear

$y = x^2, e^x$

Die Ströme (Gesamtwirkung) können durch Überlagerung d. Teilströme (Teilwirkungen) d. Quellen (Teilursachen) ermittelt werden.

Vorgehensweise:

1) Festlegen d. Bezugsrichtungen für Zweigströme u. Teilspannungen.

2) Mit Ausnahme einer Quelle ersetzen

d. anderen Quellen durch ihren Innenwiderstand.

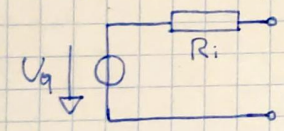
3) Berechnung d. Ströme für d. resultierende Netzwerk.

4) Punkt 2 & 3 wiederholen bis alle Quellen berücksichtigt wurden.

5) Vorzeichen richtiges aufsummieren d. Teilströme

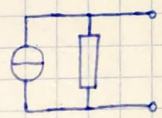
Ersatzquellen:

Spannungsquelle



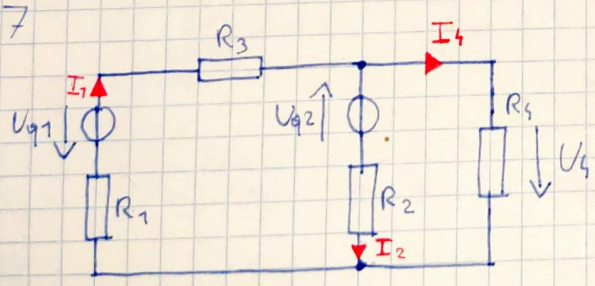
ideal:
$R_i = 0$
=> Kurzschluss

Stromquelle

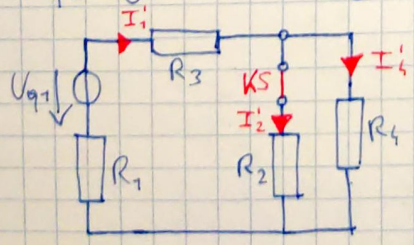


ideal:
$R_i = \infty$
=> Leerlauf

337



$U_{q2} = 0$ => Kurzschluss



$$R_g' = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} + R_1 + R_3 = \frac{10 \cdot 10\ \Omega^2}{20\ \Omega} + 10\ \Omega = 25\ \Omega$$

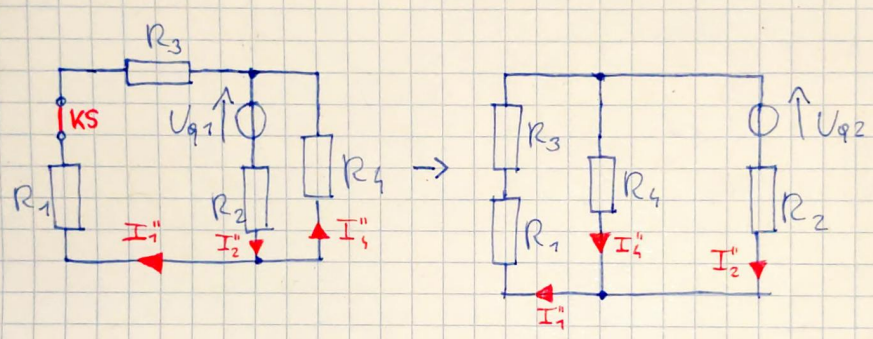
$$I_1' = \frac{U_{q1}}{R_g'} = \frac{10\ V}{25\ \Omega} = 0{,}4\ A$$

$$\frac{I_2'}{I_1'} = \frac{\frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4}}{R_2} =$$

$$I_2' = I_1' \cdot \frac{R_4}{R_2 + R_4} = 0{,}4\ A \cdot \frac{10\ \Omega}{20\ \Omega} = 0{,}2\ A$$

A: $I_1' = I_2' + I_4'$

$I_4' = I_1' - I_2' = \underline{\underline{0{,}2\ A}}$



$$R_g'' = \frac{(R_1 + R_3) R_4}{R_1 + R_3 + R_4} + R_2 = \frac{20 \cdot 10\ \Omega^2}{30\ \Omega} + 10\ \Omega = 16{,}7\ \Omega$$

$$I_2'' = \frac{U_{q2}}{R_g''} = \frac{20\ V}{16{,}7\ \Omega} = 1{,}2\ A$$

$$\frac{I_4''}{I_2''} = \frac{\frac{(R_1 + R_3) R_4}{R_1 + R_3 + R_4}}{R_4} = \frac{R_3 + R_1}{R_3 + R_1 + R_4} = \frac{20}{30}\ \Omega = \frac{2}{3}$$

$$I_4'' = \frac{2}{3} \cdot I_2'' = \frac{2}{3} \cdot 1{,}2\ A = \underline{\underline{0{,}8\ A}}$$

$$I_1'' = I_2'' - I_4'' = \underline{\underline{0{,}4\ A}}$$

Überlagerung d. Vorzeichen

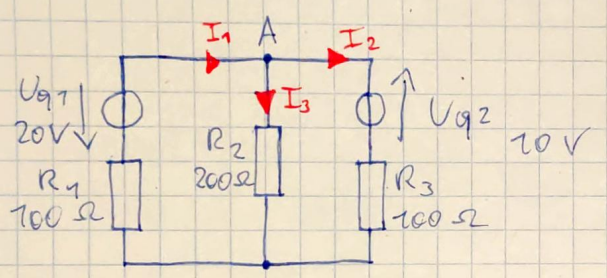
$$I_1 = I_1' + I_1'' = 0{,}4\,A + 0{,}4\,A = \underline{\underline{0{,}8\,A}}$$

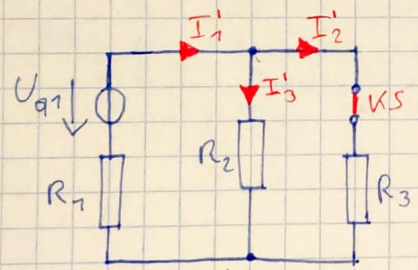
$$I_2 = I_2' + I_2'' = 0{,}2\,A + 1{,}2\,A = \underline{\underline{1{,}4\,A}}$$

$$I_4 = I_4' - I_4'' = 0{,}2\,A - 0{,}8\,A = -0{,}6\,A$$

$\Rightarrow$ I_4 fließt umgekehrt

Bsp.: Löse mit Hilfe d. HHÜ





$$R_g' = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 100\,\Omega + \frac{2000}{300}\,\Omega = 106{,}7\,\Omega$$

$$I_1' = \frac{U_{q1}}{R_g'} = \frac{20\,V}{106{,}7\,\Omega} = \underline{\underline{0{,}19\,A}}$$

$$\frac{I_2'}{I_1'} = \frac{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}}{R_3} =$$

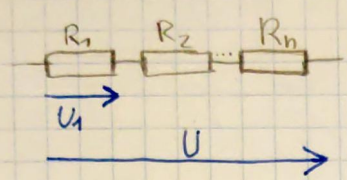
$$I_2' = I_1' \cdot \frac{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}}{R_3} = 0{,}19\,A \cdot \frac{\frac{2000}{300}}{100} = \underline{\underline{0{,}012\,A}}$$

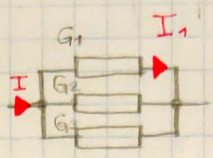
$$I_3' = I_1' - I_2' = (0{,}19 - 0{,}012)\,A = \underline{\underline{0{,}178\,A}}$$

Duale Schaltungen

Eigenstudium

10 min: Lesen
5 min: Diskussion





$R_{ges} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$ $\quad R \leftrightarrow G$ $\quad \frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$

$G_{ges} = G_1 + G_2 + \ldots + G_3$

$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R_{ges}}$

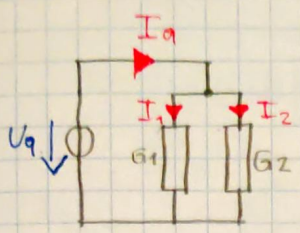
$\frac{I_1}{I} = \frac{R_{ges}}{R_1} = \frac{\frac{1}{G_{ges}}}{\frac{1}{G_1}} = \frac{G_1}{G_{ges}}$

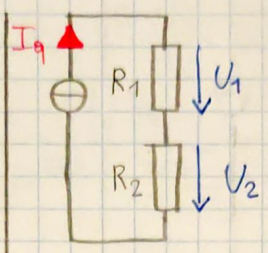
$U_1 = \frac{R_1}{R_{ges}} \cdot U$ $\quad U \leftrightarrow I$, $R \leftrightarrow G$ $\quad I_1 = \frac{G_1}{G_{ges}} \cdot I$

Reihenschaltung und Parallelschaltung sind zueinander duale Schaltungen

Zwei Netzwerke sind dann dual, wenn das eine Netzwerk hinsichtlich der Ströme die gleichen Eigenschaften aufweist wie das andere Netzwerk hinsichtlich der Spannungen und umgekehrt.

Bsp.:





$G_{ges} = G_1 + G_2$

$I_q = \frac{U_q}{R_{ges}} = U_q \cdot G_{ges} = U_q (G_1 + G_2)$

$\frac{I_1}{I_q} = \frac{G_1}{G_1 + G_2} =$

$I_1 = I_q \cdot \frac{G_1}{G_1 + G_2}$

$I_2 = I_q \cdot \frac{G_2}{G_1 + G_2}$

$R_{ges} = R_1 + R_2$

$U_q = \frac{I_q}{G_{ges}} = I_q \cdot R_{ges} = I_q (R_1 + R_2)$

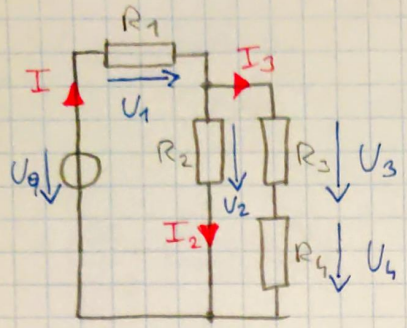
$\frac{U_1}{U_q} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

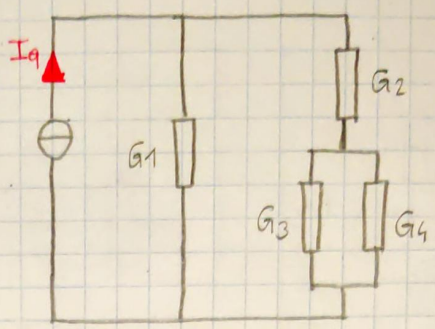
$U_1 = U_q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

$U_2 = U_q \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

ideale Spannungsque.	ideale Stromquelle
U	I
R	G
Reihenschaltung	Parallelschaltung
Spannungsteiler	Stromteiler
Masche	Knoten
Maschenregel	Knotenregel
Leerlauf	Kurzschluss

Bsp.: Duales Gegenstück bilden





$$R = R_1 + \frac{R_2 (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$U_1 = R_1 \cdot I$$

$$U_2 = R_2 \cdot I_2$$

$$I = \frac{U_q}{R_{ges}}$$

$$G = G_1 + \frac{G_2 (G_3 + G_4)}{G_2 + G_3 + G_4}$$

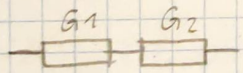
$$I_1 = G_1 \cdot U$$

$$I_2 = G_2 \cdot U_1$$

$$U = \frac{I_q}{G_{ges}}$$

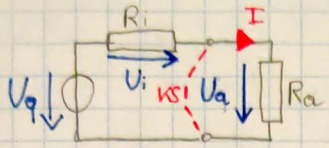
Für welche Schaltung gilt folgende Aussage:

→ Der Gesamtleitwert ist kleiner als der kleinste Teilleitwert?



Rechnen nach Ersatzschaltbildern

Spannungsquellen ESB (Ersatz-Schaltbild)

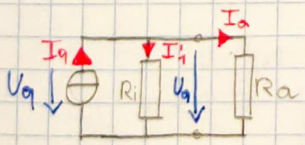


$$U_a = U_q - I \cdot R_i = U_q \cdot \frac{R_a}{R_i + R_a}$$

Das Spannungsquellen-ESB besteht aus einer Reihenschaltung, einer idealen Spannungsquelle mit ol. Quellenspannung U_q und einem Innenwiderstand R_i.

Kenngrößen:
- Das ESB wird durch U_q und R_i vollständig bestimmt.
- Als weitere Kenngr. lässt sich ol. KS-Strom ermitteln. $I_K = \frac{U_q}{R_i}$

Stromquellen ESB



$$I_a = I_q - U_a \cdot G_i = I_q \cdot \frac{G_a}{G_i + G_a}$$

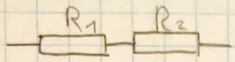
Das Stromquellen-ESB besteht aus einer Parallel, einer idealen Stromquelle mit dem Quellstrom I_q und dem Innenwiderstand R_i (Leitwert G_i)

Kenngrößen:

- Das ESB wird d. I_q und R_i vollständig bestimmt.
- Als weitere Kenngr. lässt sich die Leerlauf-Spannung U_L ermitteln.

$$U_L = I_q \cdot R_i$$

Nebenrechnung:

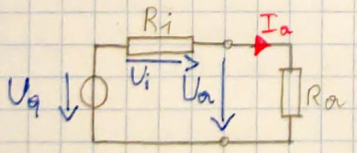


$$R_{ges} = R_1 + R_2$$

$$G_{ges} = \frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1+R_2} = \frac{1}{\frac{1}{G_1}+\frac{1}{G_2}} = \frac{1}{\frac{G_1+G_2}{G_1 \cdot G_2}} = \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1+G_2}$$

Dualität v. Strom- u. Spannungsqu.

Strom- u. Spannungsquelle sind duale Schaltungen. Es können d. formalen Beziehungen in beiden ESBs durch vertauschen der Größen ineinander übergeführt werden.



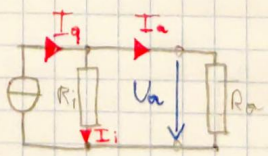
$$U_a = U_q - I_a \cdot R_i = U_q \cdot \frac{R_a}{R_i+R_a}$$

$$I_a = \frac{U_q}{R_i+R_a} = \frac{1}{R_i+R_a} \cdot U_q = U_q \cdot \frac{G_i \cdot G_a}{G_i+G_a}$$

KS: $R_a = 0\,\Omega$, $U_q = 0\,V$

$$I_K = \frac{U_q}{R_i}$$

LL: $R_a = \infty$, $U_a = U_q$, $I_a = 0\,A$



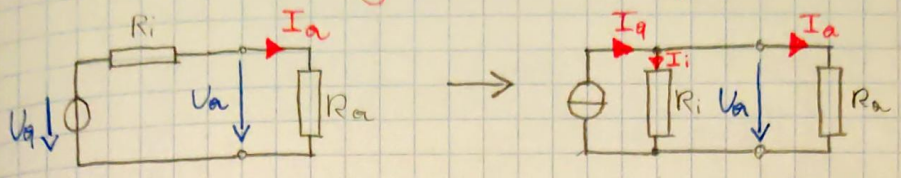
$$I_a = I_q - U_a \cdot G_i = I_q \cdot \frac{G_a}{G_i+G_a}$$

$$U_a = \frac{I_q}{G_i+G_a} = I_q \cdot \frac{R_i \cdot R_a}{R_i+R_a}$$

LL: $R_a = \infty$, $I_q = 0\,A$, $U_L = I_q \cdot R_i$

KS: $R_a = 0\,\Omega$, $I_a = I_q$, $U_a = 0\,V$

Überführung e. Stromqu.-ESB in e. Spg.qu.-ESB



1) Der Stromqu.-Strom I_q entspricht dem Kurzschlussstrom der Spannungsqu.

$I_q = I_K = \frac{U_q}{R_i}$

umgekehrt ($I_q \rightarrow U_q$)

Die Quellenspannung entspricht d. Leerlaufspannung d. Stromqu.

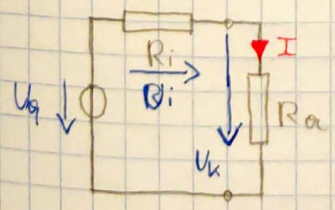
$U_q = U_L = I_q \cdot R_i = \frac{I_q}{G_i}$

2) Der Innenwiderstand d. Stromquelle ist gleich d. Innenwiderstand d. Spannungsquelle

Rechnen nach ESB

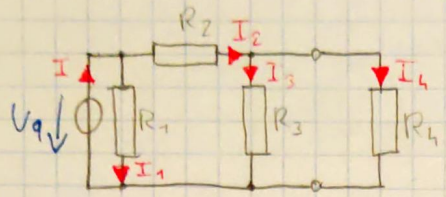
WH: Was ist ein ESB

↳ Vereinfachung



1) die Quellen sind zu U_q zusammengefasst
2) die Widerstände werden zu R_i zusammengefasst
3) die zu berechnende Größe (U, I) zeigt sich auf R_a

Bsp.:

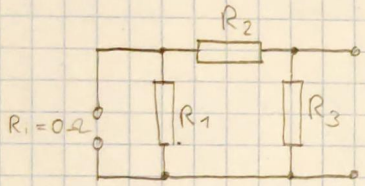


Wie viel Strom fließt d. R_4?

3 Lösungsmöglichkeiten:
- Spannungsteiler
- Stromteiler
- Kirchhoff'sche Gesetze

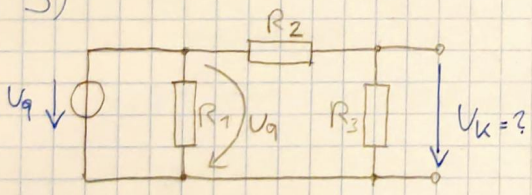
geg.: U_q, R

1) $R_a = R_4$ zu P. 3 (siehe vorherige Seite)
2) R zusammenfassen auf R_i
   a) Kurzschließen d. Spannungsqu.
   b) Leerlauf d. Stromqu.



b) $R_i = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} =$ Berechnen von R_i

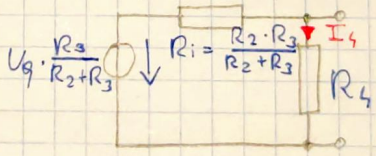
3)



$$\frac{U_K}{U_q} = \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

$$U_K = U_q \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

Zusammengefasst:

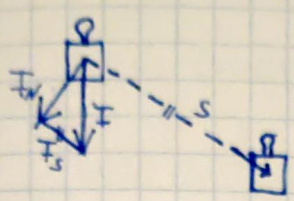


$$I_4 = \frac{U_q \frac{R_2}{R_2 + R_3}}{R_i + R_4}$$

Elektrische Arbeit, Leistung & Wirkungsgrad

Analogie: mech. Arbeit $W = m \cdot g \cdot h = \vec{F} \cdot \vec{s}$

Masse | G-Kräfte | Höhe



Arbeit = Kraft · Weg

$W = F \cdot s = 1N \cdot 1m$

$1Nm = 1J$ (Joule)

Elektrischer Arbeit

Verschiebt man einen elektrischen Ladungsträger d. Ladung Q zwischen zwei Punkten eines Stromkreises an denen die Spannung U anliegt, wird eine Arbeit W verrichtet.

$W = Q \cdot U = I \cdot t \cdot U = U \cdot I \cdot t$

$W = 1V \cdot 1A \cdot 1s = 1Ws = 1J$

Energie technisch: $1kWh = 1000 \cdot 1W \cdot 3600s$

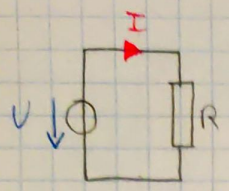
Leistung

$P = \frac{W}{t} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}} = \frac{U \cdot I \cdot \cancel{t}}{\cancel{t}}$

$P = U \cdot I$

$1W = 1V \cdot 1A$

Bsp.:



$$P = U \cdot I = R \cdot I \cdot I = R \cdot I^2$$

$$R = \frac{U}{I}$$

$$U = R \cdot I$$

$$\left(I = \frac{U}{R}\right)$$

$$\left(= \frac{U}{R} \cdot U = \frac{U^2}{R}\right.$$

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

Bsp.:

Europa: ~ 600 Mio Einwohner
0,5 Fernseher / Einwohner } 300 Mio Fernseher

Panasonic: 0,4 W Standby

$$Stb_{gges} = 300 \cdot 10^6 \cdot 0{,}4\,W = 120\,MW$$

Isar-1: 800 MW

(376)

$U = 230\,V$

$P = 25\,W / 40\,W / 60\,W / 75\,W$

$$P = U \cdot I$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{25\,W}{230\,V} = 0{,}108\,A$$

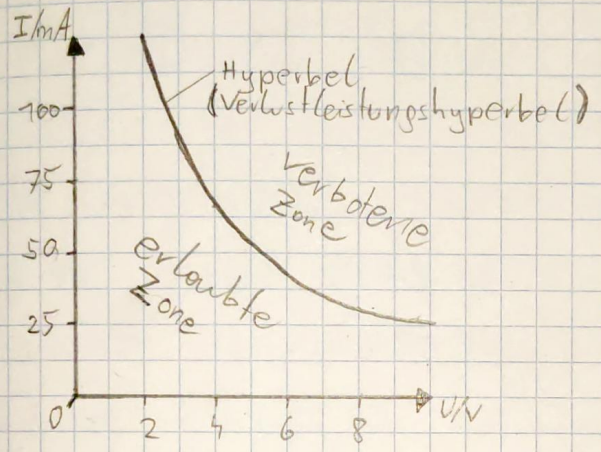
P	U	I
W	V	A
25	230	0,108
40	230	0,173
60	230	0,260
75	230	0,326

* siehe Rechnung

Bsp.: Verlustleistungshyperbel

- Die Verlustleistung ist e. Bauteil eigenschaft u. konstant. Sie darf, um eine thermische Zerstörung zu verhindern, nicht überschritten werden.

Widerst. $R = 10\,\Omega$ $P = 0{,}25\,W$



U	P	I
V	W	mA
2	0,25	125
4	0,25	62,5
6	0,25	41,6
8	0,25	31,2
10	0,25	25

$U = 10\,V$

$R = 10\,\Omega$

$P = 0{,}25\,W$

$I = ?$

$P = I^2 \cdot R$

$P = \frac{U^2}{R}$

$P = U \cdot I$

$I = \frac{P}{U} = \frac{0{,}25\,W}{10\,V} = 25\,mA$

$U_{max} = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{0{,}25 \cdot 10} = \sqrt{2{,}5} = 1{,}58\,V$

$I = \frac{U}{R} = \frac{1{,}58\,V}{10\,\Omega} = 158\,mA$

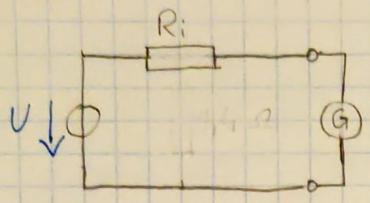
380

$U = 230\,V$

$P = 115\,W$

$P = U \cdot I$

$I = \frac{P}{U} = \frac{115\,W}{230\,V} = 0{,}5\,A$



$U_q = 85\,V$
$U_k = 78\,V$
$R_i = 1{,}4\,\Omega$

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{7\,V^2}{1{,}4\,\Omega} = 35\,W$$

Wirkungsgrad

Bei der Energieumwandlung entstehen neben der gewünschten Energieform auch unerwünschte Anteile, sogenannte Verluste. Man unterscheidet zw. zugeführter Leistung P_{zu} und abgegebener Leistung P_{AB}. Die Differenz bildet d. Verlustleistung P_v.

$$\boxed{P_v = P_{zu} - P_{AB}}$$

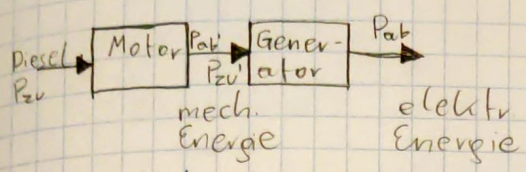
Setzt man die abgegeben und zugeführte Leistung ins Verhältnis, dann erhält man den Wirkungsgrad η

$$\eta = \frac{P_{AB}}{P_{zu}} = \frac{P_{zu} - P_v}{P_{zu}} = 1 - \frac{P_v}{P_{zu}}$$

Der Wirkungsgrad ist immer < 1 !

Google: perpetuum mobile

Dieselgenerator (Notstrommaschine)



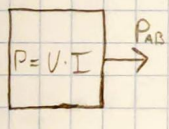
$$\eta_1 = \frac{P_{AB}'}{P_{zu}} \qquad \eta_2 = \frac{P_{AB}}{P_{zu}'}$$

$$\eta = \frac{P_{AB}}{P_{zu}} = \frac{\cancel{P_{AB}'}}{P_{zu}} \cdot \frac{P_{AB}}{\cancel{P_{zu}'}} = \eta_1 \cdot \eta_2$$

Für den Gesamtwirkungsgrad einer Anlage gilt, dass sich die Wirkungsgrade der Einzelkomponenten multiplizieren.

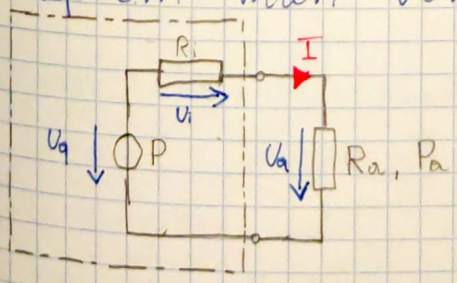
$$\eta = \sum_{i=1}^{n} \eta_i$$

Leistungsanpassung



Wie kann die abgegebene Leistung maximiert werden?

Die von einer Spannungsquelle U_q u. d. Innenwd. R_i abgegebene Leistung P_a hat für einen bestimmten Wert des Lastwiderstandes ein Maximum. Wird die maximal mögliche Leistung am Lastwiderstand abgegeben, spricht man von Anpassung.



$$P_a = U_a \cdot I$$

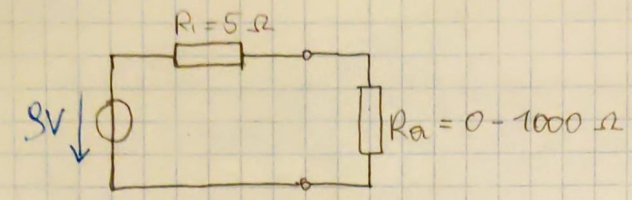
$$\frac{U_a}{U_q} = \frac{R_a}{R_i + R_a} \qquad U_a = U_q \cdot \frac{R_a}{R_i + R_a}$$

$$I = \frac{U_q}{R_i + R_a}$$

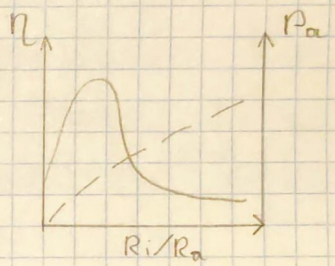
$$\eta = \frac{P_a}{P} = \frac{R_a}{R_i + R_a}$$

$$P_a = \frac{U_q^2 \cdot P_a}{(R_i + R_a)^2}$$

$$P = U_q \cdot I = \frac{U_q^2}{R_i + R_a}$$



Nr.	R_a	R_i	$\frac{R_a}{R_i}$	U_q	I	U_K	P_a	η
	Ω	Ω	–	V	A	V	W	–
0	1000			9				
1	50			9				
2	35			9				
3	20			⋮				
4	15							
5	10							
6	9							
7	8							
8	7							
9	6							
10	5							
11	4							
12	3							
13	2							
14	1							



$P_{a\,max}$ bei $\eta = 0{,}5$

$\Rightarrow R_i = R_a$

Das elektrische Feld

BS 157

Als elektrisches Feld bezeichnet man den Zustand, der in der Umgebung aus elektrisch geladener Körper besteht.
Durch ein elektrisches Feld werden auf andere geladene Körper mechanische Kräfte ausgeübt.

Die elektrische Ladung

Durch den Aufbau der Materie sind in jedem Körper Elektrizitätsmengen vorhanden.
Die kleinste Ladung: Elementarladung
($1{,}602 \cdot 10^{-19}$ As)

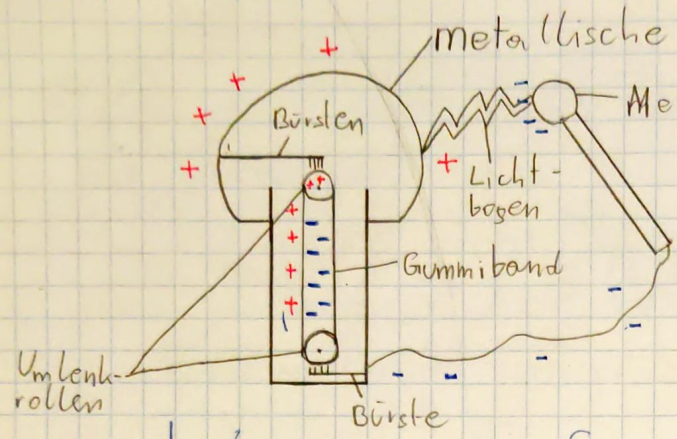
Die Elementarladung tritt in zwei sich ergänzenden Formen auf: Proton / Elektron
e^+ e^-

$$Q = I \cdot t = n \cdot e$$

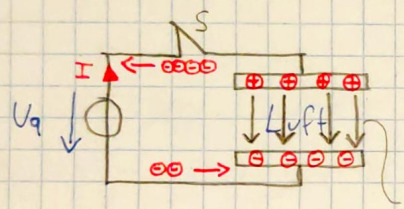
Entstehung von Ladung

Man stellt einen Unterschied in der Anzahl der positiven und negativen Ladungen her. Andernfalls ist der Körper elektrisch neutral
· Reibungselektrizität (Kunststoff / Wolle)

Van de Graaf Generator



- Anlegen einer Spannung an zwei voneinander isolierten Metallplatten.



S offen: neutral

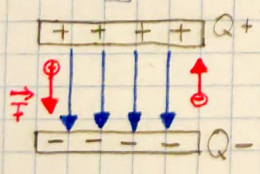
S geschl:

Feldlinien (immer v. positiv → negativ)

Ladungsspeicher: Kondensator

Grafische Darstellung d. elektrischen Feldes

Eine Feldlinie gibt die Richtung der Kraft an, die auf eine positive Ladung in einem elektrischen Feld wirkt.



- Feldlinien gehen vom höheren zum tieferen Potential
- Feldlinien treten im 90°-Winkel aus d. positiven Elektrode und im 90°-Winkel in die negative Elektrode ein.

- Feldlinien haben einen Anfang und ein Ende
- e^- (Elektronen) bewegen sich entgegengesetzt zu den Feldlinien
- e^+ (Protonen) bewegen sich in Richtung der Feldlinien

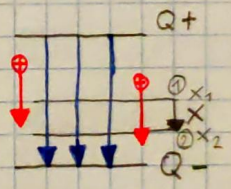
Die elektrische Feldstärke

Die elekt. Feldst. ist gekennzeichnet durch die Kraft, die auf eine Probeladung ausgeübt wird.

$$E = \frac{F}{Q} = \frac{1N}{1C} = \frac{Ws/m}{As} = \frac{W}{Am} = \frac{V \cdot A}{A \cdot m} = \frac{1V}{1m}$$

$F \cdot s = W$

$F = \frac{Ws}{m}$



$s_{12} = x_2 - x_1$

$W_{12} = F \cdot s_{12} \triangle P \cdot t$

Die Feldstärke hat die gleiche Richtung wie die auf eine Probeladung wirkende Kraft.
Feldlinien stellen daher den Verlauf der Feldstärke dar.
Verschiebung einer Probeladung in einem Feld = Arbeit

$$W_{12} = \overbrace{E \cdot Q}^{F} \cdot s_{12} = U_{12} \cdot I \cdot t$$

$$W_{12} = E \cdot s_{12} \cdot \cancel{I} \cdot t = U_{12} \cdot \cancel{I} \cdot t \Rightarrow E \cdot s_{12} = U_{12}$$

$$\Rightarrow E = \frac{U}{s}$$

Durchschlagsfestigkeit DF

Die Durchschlagsfestigkeit ist jene Stärke, die in einem Material höchstens herrschen darf, ohne das es zu einem Spannungsdurchschlag (=Lichtbogen) kommt.

Einheit: $\frac{kV}{mm}$

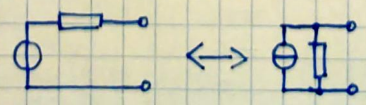
Durchschlagsfestigkeit von Materialien:

	[kV/mm]
Glas	10
Luft	3,3
Destilliertes W.	65-70
Aluminium oxid	35
Polystyrol	55-130
PET	5-10

(Teststoff)

Fokus: Strom-/Spannungsteiler
Helmholtz
ESB
Leistung
Kirchhoffsche Gesetze
Dualität v. Schaltungen

330
350
353

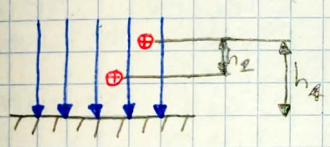
↳ 

Elektrisches Potential φ (Phi)

Analogie: Lageenergie einer Masse im Gravitationsfeld.

$W_p = m \cdot g \cdot h$

Das elektr. Pot. ist beschrieben durch die Lage einer Probeladung im elektr. Feld (gegen Masse angegeben).



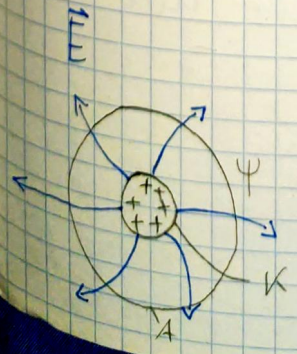
Bezugselektrode
Bezugspotential

Potential	φ	V
Feldstärk.	E	$\frac{V}{m}$
Abstand	h	m

$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = E(h_1 - h_2)$

Der elektr. Fluss Ψ (Psi)

Alle Feldlinien die von einem geladenen Körper ausgehen beschreiben einen Fluss, dessen Größe d. Ladung proportional ist. Bei mehreren vorhandenen Ladungen überlagern sich die Einzelwirkungen



$$\Psi = \sum_{i=1}^{N} Q_i$$

N... # d. Ladung.
Ψ... elektr. Fluss
K... Kugel mit Lad.
A... Sphäre v. K

Die elektr. Flussdichte D

Die elektr. Flussdichte beschreibt einen elektr. Fluss bezogen auf e. Fläche.

$$D = \frac{\Psi}{A} = \frac{Q}{A} \quad \frac{C}{m^2} \,/\, \frac{As}{m^2}$$

Analogie: Stromdichte J

$$J = \frac{I}{A} \,/\, \frac{A}{mm^2}$$

Permittivität ε (Epsilon)

Die Perm. beschreibt d. elektr. Feld in Abhängigkeit d. Werkstoffes.

$$D = \varepsilon \cdot E \qquad (\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E})$$

$$\frac{As}{m^2} = \underbrace{\frac{As}{Vm}}_{\text{Einheit}} \cdot \frac{V}{m} \qquad \text{Permittiv. } \varepsilon = \frac{As}{Vm}$$

Der Perm.-Einfluss wird ... leeren Raum, d.h. elektr. Feldkonstante bezeichnet.

$$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \; \frac{As}{Vm} \,/\, \frac{F}{m}$$

Der Einfluss d. Materie wird bezogen auf den leeren Raum mit Hilfe der Permitt. ε angegeben.

ε_r Einheit 1

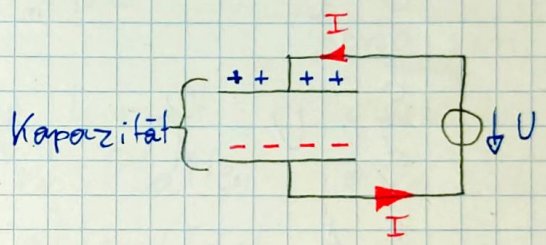
Dielektrizitätszahl

Materialen	ε_r
Holz	3-7
Glas	5-11
Papier	1-4
Polyethylen	2,25
Elektrete	bis 10000

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$$

Die elektr. Kapazität

Nach dem abschalten der Spannung bleibt auf den Platten eine Spannung vorhanden, die davor an den Platten angelegt war.



$$Q \sim U$$

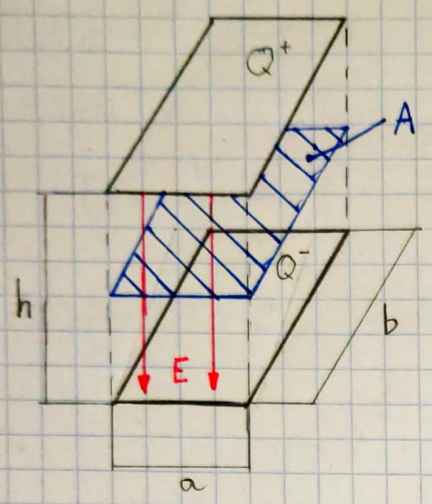
$$Q = C \cdot U$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{As}{V} = \frac{C}{V} = F$$

Einheite Farrad

gebräuchlich

μF	10^{-6}
nF	10^{-9}
pF	10^{-12}



$$D = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{a \cdot b} \qquad (1)$$

$$D = \varepsilon \cdot E \qquad (2)$$

$$E = \frac{U}{d} \qquad (3)$$

$$Q = C \cdot U \qquad (4)$$

$$C = \frac{\varepsilon \cdot A}{d}$$

$$D = \varepsilon \cdot E = \varepsilon \cdot \frac{U}{d} = \frac{Q}{A}$$

$$\frac{\varepsilon}{d} \cdot U = \frac{Q}{A} \quad | \cdot A$$

$$\frac{\varepsilon \cdot A}{d} \cdot U = Q$$

$$C \cdot U = Q$$

ges.: $C = 1\,\mu F$

geg.: 2 Platten

Dieelektrikum: Papier $\varepsilon = 4$

Abstand $d = 1\,mm$

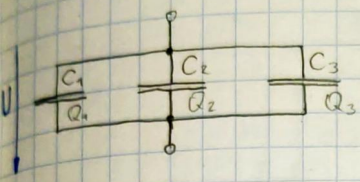
$$C = \frac{\varepsilon \cdot A}{d}$$

$$A = \frac{C \cdot d}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} = \frac{1\,\mu F \cdot \cancel{10^{-3}}\,m}{4 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}} = \frac{1\,\cancel{As} \cdot m \cdot \cancel{V}m \cdot 10^{-6}}{\cancel{V}\,4 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\cancel{As}} \approx$$

$$\frac{100 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-6}}{36} = \frac{100 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-6}}{36} = 27770\,m^2$$

Schaltung von Kondensatoren

1. Parallelschaltung



$$Q = C_p \cdot U \Rightarrow C_p = \frac{Q}{U}$$

$$C_p = \frac{1}{U}(Q_1 + Q_2 + Q_3)$$

$$C_p = \frac{Q_1}{U} + \frac{Q_2}{U} + \frac{Q_3}{U}$$

$$C_1 = \frac{Q_1}{U}$$

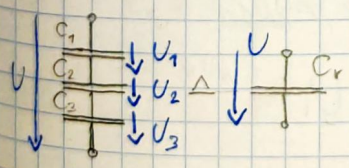
$$C_n = \frac{Q_n}{U}$$

$$C_p = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

$\triangleq$ einer Reihenschaltung von Widerständen in der dualen Sichtweise.

Die Parallelschaltung kommt einer Vergrößerung der Plattenfläche gleich, die Plattenfläche wird größer.

2. Reihenschaltung



$$C_r = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{U_1 + U_2 + U_3}$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$= \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

$$= Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

Analogie zu Leitwerten

$$G_{ges} = G_1 + G_2 + G_3$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$C_r = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)}$$

$$C_r = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

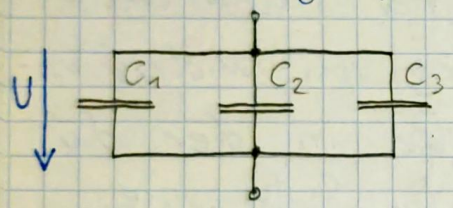
$$C_r = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}} \qquad \frac{1}{C_r} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Parallelschaltung

$$C_g = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

$$C_g = C_1 + C_2 + C_3$$

Bei der ||-Schaltung liegen alle Kapazitäten an einer Spannungsqu.



$$Q = C \cdot U$$

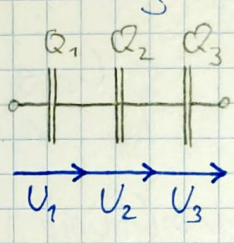
Die Teilspannungen sind umgekehrt proportional zu den Teil-C.

Reihenschaltung

$$C_g = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}$$

$$\frac{1}{C_g} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Bei der Reihenschaltung haben alle Kapazitäten die gleiche Ladung



$$D = \frac{Q}{A}$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_3$$

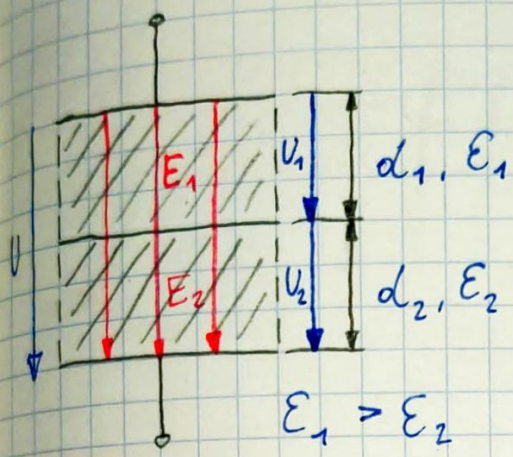
Die Reihenschaltung v. Kondensatoren entspricht formal gesehen der Parallelschaltung von Widerständen

$$Q_i = C_i \cdot U_i$$

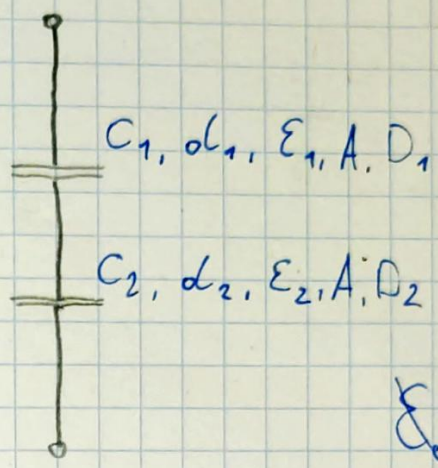
$$C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

Geschichtetes Dielektrikum



$\varepsilon_1 > \varepsilon_2$



$D = \frac{Q}{A}$ konst. Why?

$D = D_1 = D_2$

$\varepsilon_1 \cdot E_1 = \varepsilon_2 \cdot E_2$

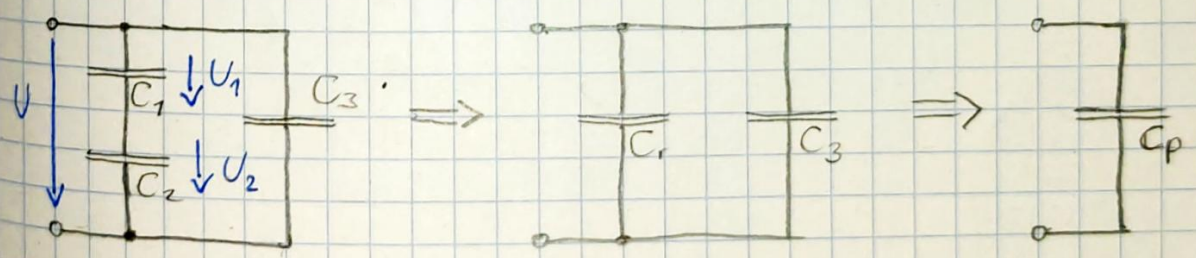
$\cancel{\varepsilon_0} \cdot \varepsilon_{r_1} \cdot E_1 = \cancel{\varepsilon_0} \cdot \varepsilon_{r_2} \cdot E_2$

$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varepsilon_{r_2}}{\varepsilon_{r1}}$

$U_1 = E_1 \cdot d_1$

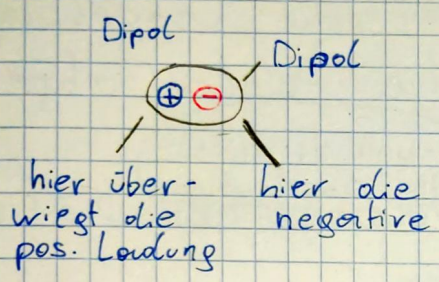
$U_2 = E_2 \cdot d_2$

Gemischte Schaltungen von Kondensatoren

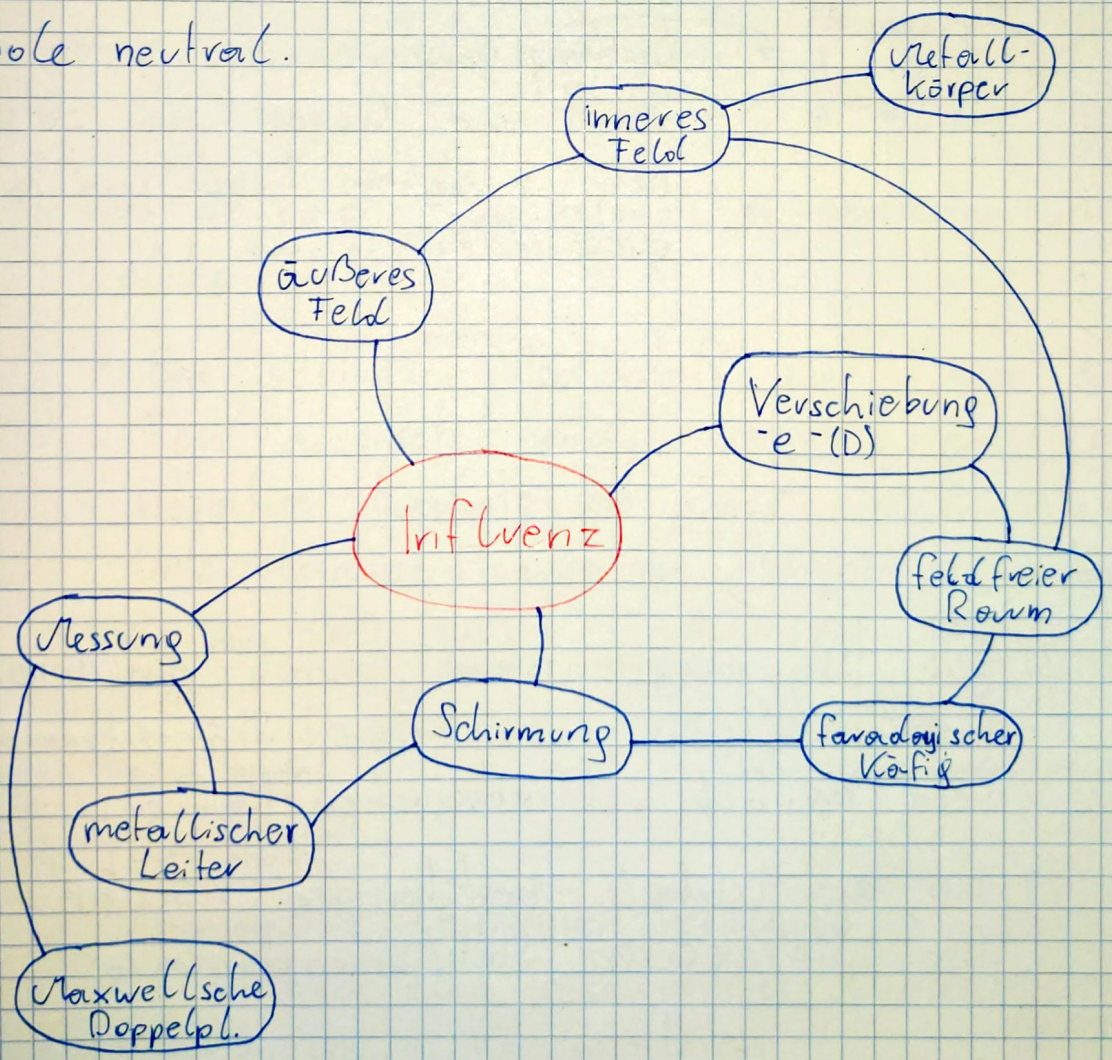


Influenz und Polarisation

Influenz



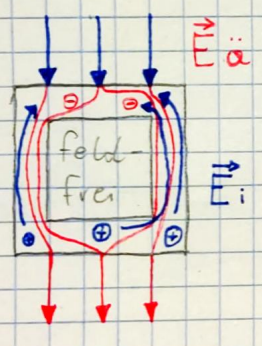
Im Mittel ist die Gesamtheit d. Dipole neutral.



LZK-Fragen:

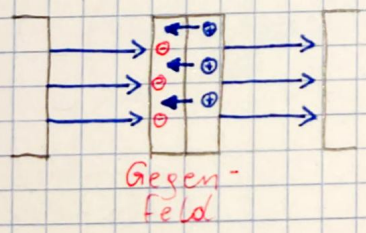
1) Warum sind Metalle im Inneren feldfrei?
2) Wie funktioniert d. Maxwellsche Doppelplatte
3) Wie können elektrostatische Felder abgeschirmt werden?
4) Was ist unter einem Faradayischen Käfig zu verstehen? Bsp. nennen

Zu 1)



Durch Influenz kommt es zur Ladungsverschiebung, diese erzeugt ein Gegenfeld zu einem äußeren Feld und leitet diese dadurch ab.

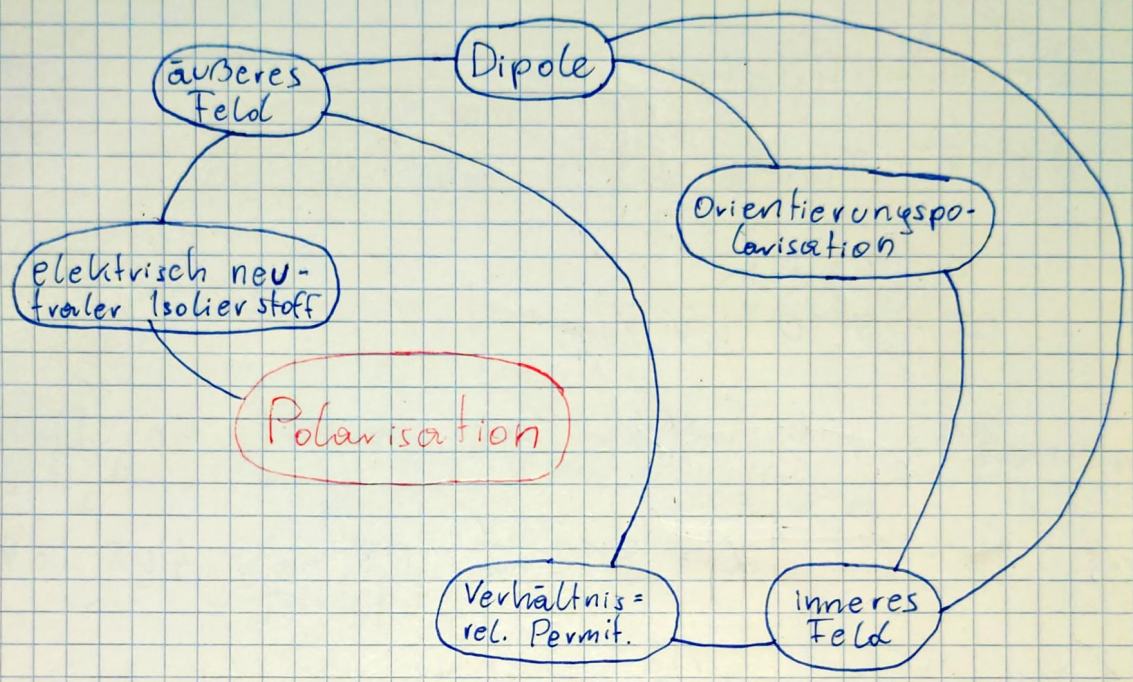
Zu 2) $D = \frac{Q}{A}$



Zu 3) Die Schirmung entsteht durch ein inneres Gegenfeld, das das äußere Stör-/Fremdfeld aufhebt. (Faradayischer Käfig)

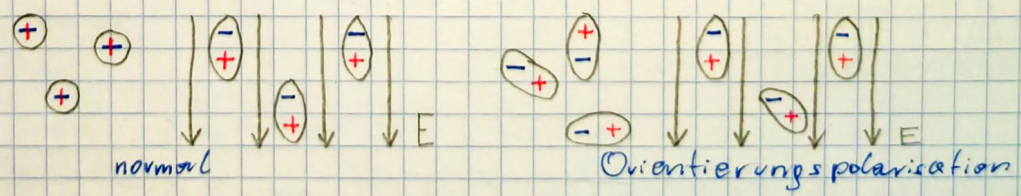
Zu 4) Ein aus Metall bestehender Körper.
Bsp.: Karosserien, Stahlbetonbauten

Polarisation



5) Was ist unter Polarisation zu verstehen und welche Arten gibt es?

→ Ein neutraler Isolierstoff, der einem äußeren Feld ausgesetzt wird, verschiebt positive und negative Ladung so, dass Dipole entstehen.
Unterscheiden: Polarisation / Orientierungspolarisation



4. Test-Stoff:

1) Grundgröße, Definitionen, Feldlinien
2) Elektrischer Fluss, geschichtetes Dielektrikum
3) Schaltung v. Kondensatoren
4) Energie im elektrischen Feld, Coloumbsches Gesetz, Punktladung, Platte

5) Plattenkondensator $C = \frac{\varepsilon \cdot A}{d}$

6) Influenz, Polarisation

Durchschlagsfestigkeit

1) PET - Flasche

$d = 0{,}8\ mm$

$DF = 510\ kV/mm$

ges.: Ab welcher Spg. passiert ein Durchschlag

$$U = DF \cdot d = 510 \frac{kV}{mm} \cdot 0{,}8\ mm = 408\ kV$$

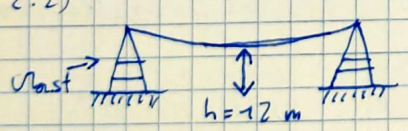
2.1) Hochspannungsleitungen

$U = 30\ kV$

$DF\ (Luft) = 3{,}3\ kV/mm$

$$d = \frac{U}{DF} = \frac{30\ kV}{3{,}3 \frac{kV}{mm}} = 9{,}09\ mm$$

2.2)



$$U = DF \cdot h = 3{,}3 \frac{kV}{mm} \cdot 12000\ mm = 38{,}6\ MV$$

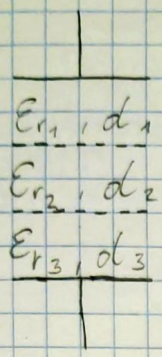
Weitere Bsp.:

L 858, 860, 857

L 825, 807, 808, fortfolgend S. 86 - 87

$\vec{F}$, W: L. S. 83. fortfolgend

Kondensator (gesch. Dielektrikum)



$d_1 = 0{,}4\ mm$ $\quad \varepsilon_{r_1} = 2$ $\quad A = 8\ cm^2$

$d_2 = 0{,}25\ mm$ $\quad \varepsilon_{r_2} = 2{,}4$

$d_3 = 0{,}1\ mm$ $\quad \varepsilon_{r_3} = 4$ $\quad U = 12\ V$

ges.: $C_g,\ C_1,\ C_2,\ C_3$

ges.: $U_1,\ U_2,\ U_3$

$$C_1 = \frac{\varepsilon \cdot A}{d} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}{d} = \frac{8{,}854 \cdot 10^{-\cancel{12}\,9}\ \frac{As}{Vm} \cdot 2\ \frac{As}{Vm} \cdot 0{,}0008\ m^{\cancel{2}}}{0{,}4 \cdot \cancel{10^{-3}}\ \cancel{m}} =$$

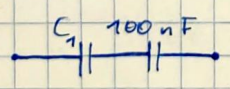
$$C_1 = 35{,}416\ pF$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}{d} = \frac{8{,}854 \cdot 10^{-\cancel{12}\,9}\ \frac{As}{Vm} \cdot 2{,}4\ \frac{As}{Vm} \cdot 0{,}0008\ m^{\cancel{2}}}{0{,}25 \cdot \cancel{10^{-3}}\ \cancel{m}} = 67{,}8\ pF$$

$$C_3 = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}{d} = \frac{8{,}854 \cdot 10^{-\cancel{12}\,9}\ \frac{As}{Vm} \cdot 4\ \frac{As}{Vm} \cdot 0{,}0008\ m^2}{0{,}1 \cdot \cancel{10^{-3}}\ m} = 283{,}3\ pF$$

$$C_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = \frac{1}{\frac{1}{35{,}416 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{67{,}8 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{283{,}3 \cdot 10^{-3}}} = 21{,}5\ mF$$

0



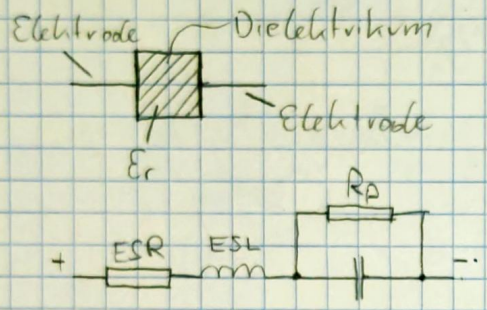
um 20% verringern

$$C_g = 80 = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \qquad \text{ges.: } C_2$$

Kondensator als Bauelement

Kondensator von condensare (lat.) - ansammeln, verdichten

Metallelektroden -> große Fläche
Dielektrikum -> sehr dünn, großes ε_r

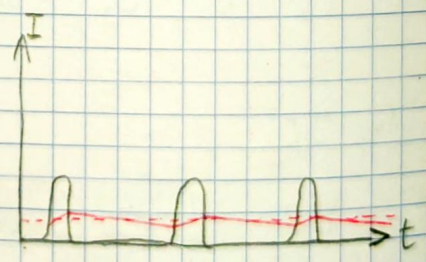


ESR ... Equivalenter Serien Widerstand } Anschlüsse-drähte
ESL ... Induktivität (siehe 2. Jhg.) }
R_p ... Beschreibt möglichen Reststrom durch Diel.

$I = \frac{U}{R_p}$ R_p ... 100 GΩ - 1 TΩ

Anwendungsgebiete:

- Energiespeicherung
- Glätten u. Sieben
- in Schwingkreisen Frequenz Beeinflussung
- Blindleistungskompensation

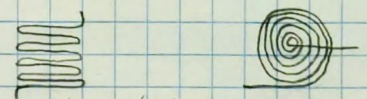


--- $\bar{U}$ Mittelwert

Bauformen:

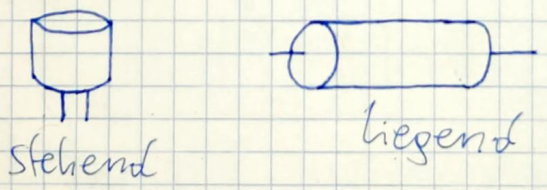
- Folienkondensatoren
  -> zwei Metall-/Kunststoffolien (siehe BS. 173) werden gewickelt od. geschichtet

Dielektrikum aus
Polystyrol -> Wärmebeständigkeit,
Polypropylen -> Spannungsfestigkeit,
Polycarbonat -> Altersbeständigkeit

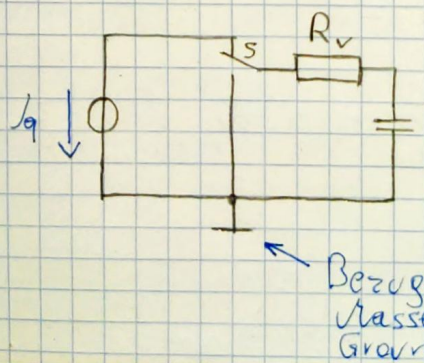


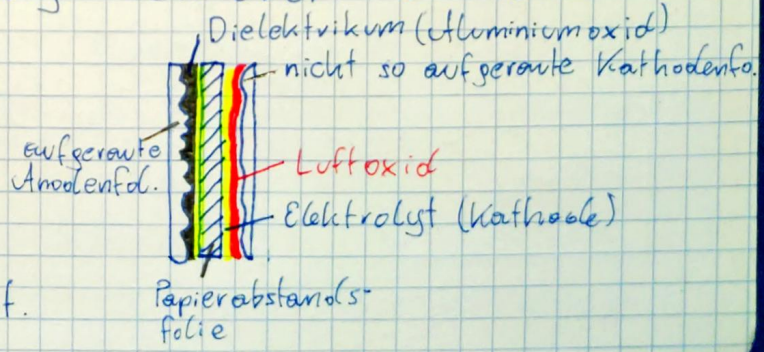
- Metall- Kondensatoren
  -> Dielektrikum ist Papierstreifen imprägniert mit auf gedämpften Elektroden
  früher für Motor u. Lampenkondensatoren

- Elektrolytkondensator (Elko)
  -> Aufbau: Besteht aus Anodenfolie (+), Papierabstandshalter, Kathodenfolie (-), Papierabstandshalter. Wird meist gewickelt
  -> Zylinderartiger Aufbau



Der Kond. ist gepolt, d.h. er darf <u>nur</u> mit Gleichspannung betrieben werden.

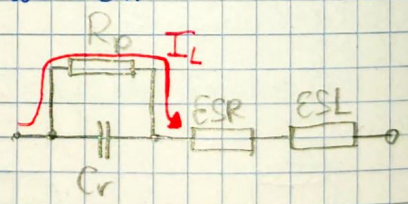




Formierung: elektrochemisches Verfahren zur Herstellung von der Alu-Oxidschicht, die als Dielektrikum dient.
Luftoxid entsteht durch Luftkontakt, hat keine Fkt.

Tantal-Elkos haben aufgrund der höheren Permittivität von Tantaloxid eine höhere Kapazität.

- Keramikkondensatoren
  Man unterscheidet:
  - Klasse 1:
    → Dielektrikum = Titanoxid ($\varepsilon_r < 300$)
    → Beständige Kapazitäten (Alter)
    → geringe Bauteiltoleranzen
    → kleine Leckströme



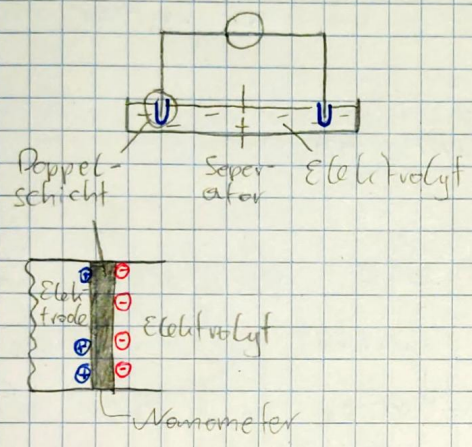
  - Klasse 2:
    → Dielektrikum = Barium-Titanat (ε_r bis 15k
    → nicht sehr altersbeständig
    → Temp.- & Spannungsabhängige Kapazitätswerte

  - Bauformen:
    → Keramik-Schichtkondensator (SMD - surface mounted device

- Supercapacitoren

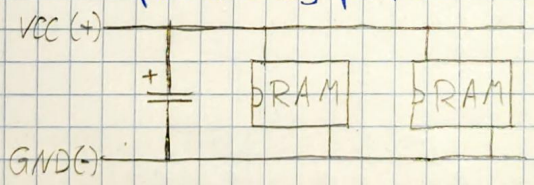
EDLC - electrochemical double layer capacitor

Bestehen aus zwei Elektroden, wobei an jeder eine sogenannte Doppelschicht aufgebaut wird. Diese Doppelschicht ist sehr dünn → hohe Feldstärke, hohe Kapazität



Eigenschaften:
- hohe Kap. C ~ einige 1k F
- hohe Leistungsdichte
- hohe Ent-/Ladeströme
- Gleichspannung U ~ 2,5 V/Zelle
- hohe Umweltverträglichkeit
- hohe Lebensdauer

Anwendung:
- Spannungspuffer in Speicherschaltungen



- Starterbatterien in KFZ

Fragen:
- Welche Kondensator-Bauarten gibt es?
- Wie viele Klassen gibt es bei Keramikkondensatoren und welches ε_r haben diese?
- Welche Art des Superkondensators ist am häufigsten vertreten und nenne zwei Anwendungsgebiete dieser Art.

Berechnung von Kapazitäten

ab BS. 171

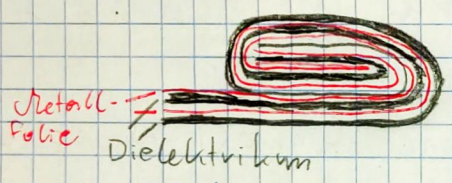
Die Kapazität eines Kondensators ist nur von den geometrischen Abmessungen der Elektroden und dem Dielektrikum abhängig

1) Plattenkondensator

$$C = \frac{\varepsilon \cdot A}{d} \qquad \varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$$

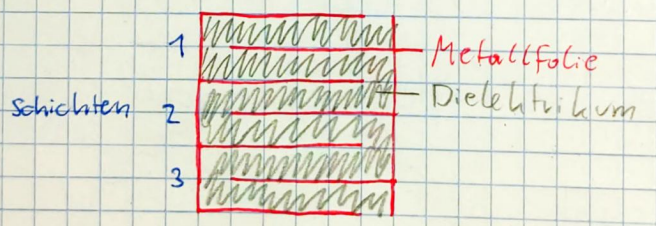
(siehe früher im Heft

2) Wickel-/Schichtkondensator



$$C = 2 \cdot \frac{\varepsilon \cdot A}{d}$$

Durch die spezielle Bauform wirkt der Wickelkondensator mit der doppelten Fläche.

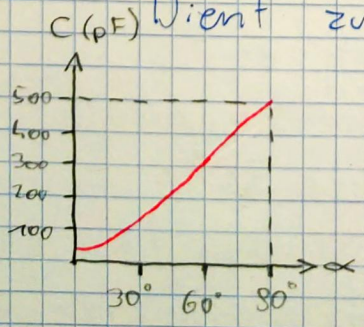


$$C = n \cdot \frac{\varepsilon \cdot A}{d}$$

n ... Anzahl d. Schichten (Dielek

3) Drehkondensator

Dient zur Veränderung d. Kapazität



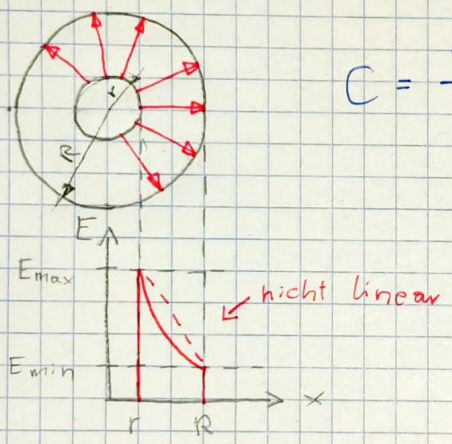
$$A_{Kreis} = R^2 \cdot \pi$$

$$A_{Ko} = R^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} - \frac{r^2 \pi}{2}$$

$$A_{Ko\alpha} = \left(\frac{R^2 \pi}{2} - \frac{r^2 \cdot \pi}{2}\right) \cdot \frac{\alpha}{180} = \left(R^2 - r^2\right) \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$C = \frac{\varepsilon \cdot A_{Ko\alpha}}{d} \cdot n = n \cdot \frac{\varepsilon}{d} \left(R^2 - r^2\right) \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

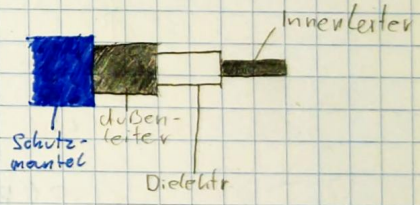
4) Zylinderkondensator



$$C = \frac{2\pi \cdot \varepsilon \cdot l}{\ln \cdot \frac{D}{d}}$$

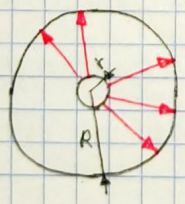
Bsp.: Koax - Kabel

$C = 100\,pF/m$



5) Kugelkondensator

(Querschnitt)

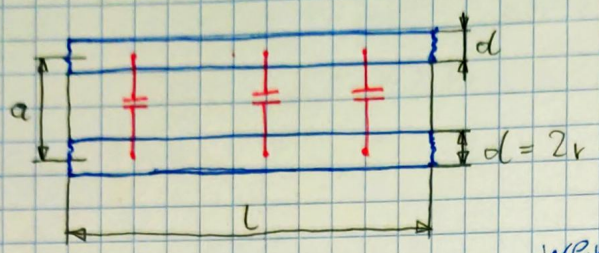


$$C = \frac{4\pi \cdot \varepsilon \cdot r}{1 - \frac{r}{R}}$$

$$R \to \infty \to \frac{r}{R} = 0$$

$$\hookrightarrow C = 4\pi \cdot \varepsilon \cdot r$$ (Geladene Kugel)

Leiterkapazität

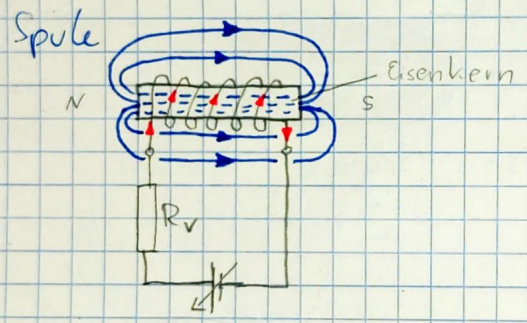


$$C = \frac{\pi \cdot l \cdot \varepsilon}{\ln\left[\frac{a}{2r} + \sqrt{\left(\frac{a}{2r}\right)^2 - 1}\right]}$$

wenn $\frac{a}{2r} \gg 1$ wird vernachlässigt

$$C = \frac{\pi \cdot l \cdot \varepsilon}{\ln \cdot \frac{a}{2r}}$$

Das magnetische Feld



Charakteristische Eigensch., Größen und Gesetze

In der Umgebung eines Magneten / eines stromdurchflossenen Leiters existiert ein spezielles Kraftfeld in der Form, dass auf bestimmte andere Körper / bewegte elektrische Ladungen anziehende / abstoßende Kräfte ausgeübt werden.

Grundsätzliche Erscheinungsformen:
Nord- und Südpol

Gleichnamige Pole stoßen sich ab, ungleichnamige Pole ziehen sich an.