

Exercise 1

$$\hat{y} = g(x) + \eta = E[y|x]$$

(a)

Ξέρουμε ότι:

$$MSE_{\text{optimal}} = E[(y - E[y|x])^2] = E[(y - g(x))^2] = E[\eta^2] = \sigma_{\eta}^2$$

Συμπεπώς για να ισχύει ότι

$$E_D[(f(x; D) - E[y|x])^2] = 0 \quad \text{θα πρέπει:}$$

- Θα πρέπει $\theta_{\text{mean}} = \theta_{\text{optimal}}$. (bias = 0)
- $E[\eta^2] = \sigma_{\eta}^2 = 0$ θα πρέπει τα $\hat{\theta}$ να έχουν μηδενικό θόρυβο.

(b)

Υπο πραγματικές συνθήκες δεν γίνεται να ισχύει $\sigma_{\eta}^2 = 0$.

Επίσης προσπαθούμε να μειώσουμε την πολυπλοκότητα του μοντέλου για να αποφύγουμε το overfitting. Συμπεπώς δεν έχουμε μηδενικό bias.

Exercise 2

$$a) \quad g(x) = E[y|x] = \mu_y + \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x} (x - \mu_x) \quad a = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

$$= 2 + \frac{2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{4}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} (x - 2) = 2 + \frac{1}{2} x - 1 = 0,5x + 1$$

$$\text{Άρα } \theta_0 = [1, 0.5]$$

* .ipynb. Τα υπολογιστικά θεωρήματα υπάρχουν ως σκώλια στη python