Algoritmi i strukture podataka 2019./2020.

Rekurzija - zadatci za vježbu

1. Kvazi-binomni koeficijenti K(n,m) su definirani sa (**MI 2013./2014.**):

   $K(n, m) = K(n-1, m-1) + m \cdot K(n-1, m+1)$

   $K(n, n) = K(n, 0) = 1$.

   Ako je $n < 0$ ili $m > n$, onda je $K(n, m) = 0$.

   Napišite rekurzivnu funkciju **`kvazi_binomni`** koja će za bilo koji n i m izračunati vrijednost kvazi-binomnog koeficijenta K(n,m).

2. Zadana je funkcija u C++ kojom se implementira algoritam slijednog traženja. Napisati rekurzivnu verziju funkcije.

```
template <typename T> class LinearSearch : public ISearch<T> {
 public:
  RetValSearch search(const T A[], const size_t n, const T &item) override {
      bool found = false;
      int index = -1;
      for (auto i = 0; i < n; i++) {
         if (A[i] == item) {
            found = true;
            index = i;
            break;
         }
      }
      return RetValSearch{found, index};
   }
};
```

3. Zadana je rekurzivna funkcija kojom se implementira kamatni račun. Napisati verziju funkcije korištenjem rekurzije repa (eng. tail recursion).

```
float kamrac(float g, int n, float p) {
   // g – glavnica
   // n – trajanje oročenja u godinama
   // p – kamatna stopa u postotcima
   if (n <= 0)
      return g;
   else
      return (1 + p / 100) * kamrac(g, n - 1, p);
}
```

4. Za zadani program prikažite sadržaj sistemskog stoga počevši s pozivom funkcije **`f1`** iz glavnog programa (linija 20) te sve do neposredno prije izvođenja naredbe **`return 0;`** u funkciji **`f2`** (linija 8). Uz svaku stavku napišite broj okteta (byteova) koje stavka zauzima na stogu. Sadržaj stoga te broj okteta koje zauzima svaka stavka prikažite u pravokutniku desno od zadanog programa (**MI 2015./2016.**)

```
1  #include <stdio.h>
2  int f2(int *a, int *b) {
3    if (*a > *b) {
4      --(*a);
5      f2(a, b);
6    }
7    else {
8      return 0;
9    }
10 }
11
12 void f1(int *a, int *b) {
13   int *c = a, *d = b, t;
14   printf("%d %d", *c, *d);
15   t = f2(a, b);
16 }
17
18 int main(void) {
19   int A[] = {4, 3, 2, 1};
20   f1(&A[0], &A[1]);
21   return 0;
22 }
```

Sadržaj stoga:

5. Napisati rekurzivnu funkciju **`okreni_oduzmi`** koja ispisuje prvih n članova cjelobrojnog polja, gdje se svaki član polja ispisuje umanjen za element na mjestu s indeksom 0. Ispis treba biti u obrnutom redoslijedu, tj. prvo treba ispisati element s indeksom n-1. Npr. za polje 2 6 8 11 -3 100 uz ispravne argumente (tj. za n=5) ispis prvih 5 članova obrnutim redoslijedom umanjenih za iznos prvog (člana s indeksom 0) je: -5 9 6 4 0
(**MI 2014./2015.**)

6. Napišite rekurzivnu funkciju koja provjerava je li cjelobrojni niz proizvoljne duljine uzlazno sortiran. Složenost funkcije treba biti Θ(n). Funkcija treba vratiti 1, ako je niz sortiran, a 0 inače. Prototip funkcije je: **`int provjeri_sortiranost(int *niz, int n);`** Napomena: nerekurzivno rješenje se neće priznati. Prazan niz i niz od samo jednog elementa smatraju se sortiranim. Primjer sortiranih nizova za koje funkcija vraća 1: "1, 2, 3", "1, 2, 2, 3", "1".

   Napišite odsječak glavnog programa u kojem se poziva funkcija **`provjeri_sortiranost`** za cjelobrojni niz "1, 2, 3" (**MI 2017./2018.**).

7. Neka je zadano polje cijelih brojeva A koje ima n elemenata (A[0], A[1], … ,A[n-1]). Potrebno je napisati rekurzivnu funkciju **`poljeEkstrema`** koja će vratiti 1 ako za svaki A[i] (i=1, …,n-2), vrijedi ili A[i-1]<A[i] i A[i]>A[i+1] (A[i] je veći od prvih susjeda) ili A[i-1]>A[i] i A[i]<A[i+1] (A[i] je manji od prvih susjeda), a 0 inače. Za n<=2 funkcija treba vratiti 1. Napomena: nerekurzivno rješenje se neće priznati (**MI 2018./2019.**).

8. Napišite rekurzivnu funkciju koja za znakovni niz (string) proizvoljne duljine provjerava ima li svaka otvorena uglata zagrada u nizu (znak '[') pripadajuću zatvorenu uglatu zagradu (znak ']') i obratno. Funkcija treba vratiti 1, ako svaka otvorena zagrada u nizu ima pripadajuću zatvorenu zagradu, a 0 inače. Pretpostavite da se znakovni niz sastoji samo od znakova '[' i ']'.

   Prototip funkcije je: **`int provjeriZagrade(char *niz, int *zastavica);`**
   Naputak: zastavica je pomoćna vrijednost koja se koristi za praćenje broja neuparenih zagrada.
   Primjeri: Za niz "[[[][]]" funkcija treba vratiti 0, jer zagrada [nema pripadajuću zatvorenu zagradu. Za niz "]][[[]]" funkcija treba vratiti 0, jer zagrada] nema pripadajuću otvorenu zagradu. Za niz "[[[][]]]" funkcija treba vratiti 1, jer svaka otvorena zagrada ima pripadajuću zatvorenu zagradu.
   Napomena: nerekurzivno rješenje se neće priznati.

   Napišite odsječak glavnog programa u kojem se poziva funkcija iz a) dijela zadatka za niz "[[]".
   Komentar uz zadatak: uparenost zagrada znači da svaka otvorena uglata zagrada (znak '[') ima pripadajuću zatvorenu uglatu zagradu (znak ']'), gdje nije bitno da je redoslijed zagrada matematički ispravan, tj. i niz " []" i niz "][" su ispravno zadani (**MI 2016./2017.**).

Rješenja:

1.

```
int kvazi_binomni(int n, int m) {
   if ((n < 0) || (m > n))
      return 0;
   if ((m == 0) || (n == m))
      return 1;
   return kvazi_binomni(n - 1, m - 1) + m * kvazi_binomni(n - 1, m + 1);
}
```

2.

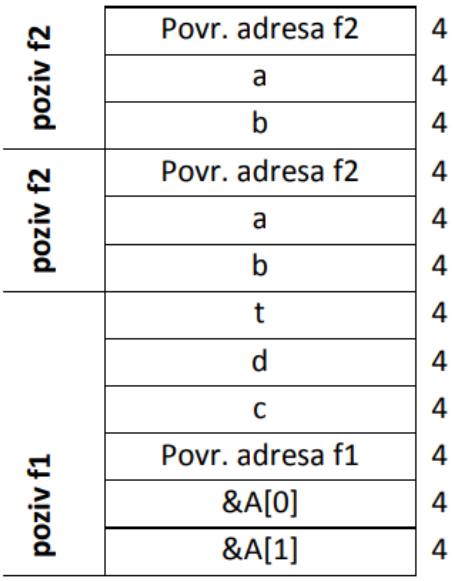
```
template <typename T> class LinearSearchRec : public ISearch<T> {
 public:
   RetValSearch search(const T A[], const size_t n, const T &item) override {
      if (n == 0) {
         bool found = false;
         int index = -1;
         return RetValSearch{found, index};
      }
      if (A[n - 1] == item) {
         bool found = true;
         int index = n - 1;
         return RetValSearch{found, index};
      }
      return search(A, n - 1, item);
   }
};
```

3.

```
float kamracRec(float g, int n, float p, float rez) {
   if (n <= 0)
      return g * rez;
   float percentage = (1 + p / 100);
   rez = percentage * rez;
   return kamracRec(g, n - 1, p, rez);
}

int main() {
   cout << kamrac(1100, 9, 3);
   cout << kamracRec(1100, 9, 3, 1.0);
   cin.get();
   return 0;
}
```

4.



5.

```
#include <iostream>
using namespace std;

void okreni_oduzmi(int *a, int m, int n) {
   if (m < n) {
      okreni_oduzmi(a, m + 1, n);
   }
   cout << a[m] - a[0] << " ";
}
int main() {
   int A[] = {2, 6, 8, 11, -3, 100};
   okreni_oduzmi(A, 0, 4);
   cin.get();
   return 0;
}
```

6.

```
#include <iostream>
using namespace std;

int provjeri_sortiranost(int *niz, int n) {
   if (n <= 1)
      return 1;
   if (niz[n - 2] > niz[n - 1])
      return 0;
   return provjeri_sortiranost(niz, n - 1);
}
```

```
int main() {
   int niz1[] = {1, 2, 3};
   std::cout << provjeri_sortiranost(niz1, 3) << std::endl;
   std::cin.get();
   return 0;
}
```

7.

```
int poljeEkstrema(int *a, int n) {
   if (n <= 2) {
      return 1;
   }
   int uv1, uv2;
   if (poljeEkstrema(a, n - 1) == 1) {
      uv1 = (a[n - 3] < a[n - 2]) && (a[n - 2] > a[n - 1]);
      uv2 = (a[n - 3] > a[n - 2]) && (a[n - 2] < a[n - 1]);
      if (uv1 || uv2) {
         return 1;
      }
   }
   return 0;
}
```

8.

```
#include <iostream>
using namespace std;

int provjeriZagrade(char *niz, int *zastavica) {
   if (*niz == '\0') {
      return (*zastavica == 0 ? 1 : 0);
   } else {
      if (*niz == '[')
         ++(*zastavica);
      else
         --(*zastavica);
      return provjeriZagrade(niz + 1, zastavica);
   }
}
int main() {
   int zastavica = 0;
   if (provjeriZagrade("[[]", &zastavica) == 1) {
      cout << "Sve zagrade su uparene";
   } else {
      cout << "Neke zagrade nisu uparene";
   }
   cin.get();
}
```