

第2节 函数零点小题策略：不含参

内容提要

不含参的函数零点小题一般有两种处理方法：

(1) 令 $f(x)=0$ ，解方程，得出零点个数.

(2) 将 $f(x)=0$ 等价变形成 $g(x)=h(x)$ ， $y=g(x)$ 和 $y=h(x)$ 图象的交点个数，即为 $f(x)$ 的零点个数. 等价变形成为什么样子，应该以便于作图分析为考虑方向.

典型例题

【例1】函数 $f(x)=2\ln x$ 的图象与 $g(x)=x^2-4x+5$ 的图象的交点个数为 ()

(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

【例2】函数 $f(x)=2^x \cdot |\log_2 x| - 1$ 的零点个数为.

【变式】函数 $f(x)=\begin{cases} 4x+1, & x \leq 0 \\ \ln x - x^2 + 2x, & x > 0 \end{cases}$ 的零点个数为.

【例3】定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 周期为 2，当 $-1 \leq x < 1$ 时， $f(x)=\begin{cases} x^2+2, & 0 \leq x < 1 \\ 2-x^2, & -1 \leq x < 0 \end{cases}$ ，设 $g(x)=3-\log_2 x$ ，

则函数 $y=f(x)-g(x)$ 的零点个数为 ()

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【变式】函数 $f(x)=1-(x-\pi)\sin x$ 在区间 $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}]$ 上的所有零点之和为 ()

(A) 0 (B) 2π (C) 4π (D) 6π

强化训练

1. (2022 · 四川模拟 · ★★) 已知函数 $f(x) = (\frac{1}{2})^x - \cos x$, 则 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上的零点个数为 ()

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

2. (2022 · 深圳期末 · ★★) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x > 0 \\ x+2, & x \leq 0 \end{cases}$, 则方程 $f(x) - 3^{|x|} = 0$ 的解的个数为 ()

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

3. (2022 · 洛阳期末 · ★★) 已知函数 $f(x) = x + x^3$, $g(x) = x + 3^x$, $h(x) = x + \log_3 x$ 的零点分别为 x_1 , x_2 , x_3 , 则 ()

- (A) $x_2 > x_3 > x_1$ (B) $x_3 > x_2 > x_1$ (C) $x_1 > x_2 > x_3$ (D) $x_3 > x_1 > x_2$

4. (2021 · 云南模拟 · ★★) 设 $f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x \geq 0 \\ |x^2 + 2x|, & x < 0 \end{cases}$, 则 $g(x) = f(x) - ex - 1$ 的零点个数为 ()

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

5. (★★★) 函数 $f(x) = \lg x - \cos \pi x$ 的零点个数为.

6. (2022 · 南昌模拟 · ★★) 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) + f(x) = 0$, $f(x) = f(2-x)$, 且当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x^2$, 则函数 $y = 7f(x) - x + 2$ 的所有零点之和为 ()

- (A) 7 (B) 14 (C) 21 (D) 28