

## 第2节 根据分段函数的单调性求参

### 内容提要

本节解决一类问题：给出分段函数在整个定义域上的单调性，让求参数的取值范围.

这类题考虑两点即可：①每一段的单调性；②分段点左右两侧的大小.

### 典型例题

【例题】已知函数  $f(x) = \begin{cases} a^x, & x > 1 \\ (4 - \frac{a}{2})x + 2, & x \leq 1 \end{cases}$  是  $\mathbf{R}$  上的单调递增函数，则实数  $a$  的取值范围为 ( )

- (A)  $(1, +\infty)$       (B)  $[4, 8)$       (C)  $(4, 8)$       (D)  $(1, 8)$

【变式 1】已知函数  $f(x) = \begin{cases} ax - 1, & x \leq 1 \\ \ln(2x^2 - ax), & x > 1 \end{cases}$  在  $\mathbf{R}$  上为增函数，则实数  $a$  的取值范围是.

【变式 2】已知函数  $f(x) = \begin{cases} (4-a)x - 5, & x \leq 8 \\ a^{x-8}, & x > 8 \end{cases}$ ，数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n = f(n) (n \in \mathbf{N}^*)$ ，且  $\{a_n\}$  是递增数列，则实数  $a$  的取值范围为.

### 强化训练

1. (2022 · 甘肃模拟 · ★★) 若函数  $f(x) = \begin{cases} (a-1)x - 2a, & x < 2 \\ \log_a x, & x \geq 2 \end{cases}$  在  $\mathbf{R}$  上单调递减，则实数  $a$  的取值范围为.

2. (2022 • 安徽期中 • ★★) 若函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + \frac{a}{2}, & x \geq 1 \\ (2a+2)x - 5, & x < 1 \end{cases}$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- (A)  $(-1, \frac{8}{5})$       (B)  $(-1, \frac{8}{5}]$       (C)  $(-1, 2]$       (D)  $(-1, 2)$

3. (2021 • 淮安期末 • ★★) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} |x - a + 3|, & x \geq 1 \\ \log_a x, & 0 < x < 1 \end{cases}$  在  $\mathbf{R}$  上是单调增函数, 则实数  $a$  的取值范围

是 ( )

- (A)  $0 < a < 1$       (B)  $3 < a < 6$       (C)  $1 < a \leq 4$       (D)  $1 < a \leq 2$

4. (2022 • 达州二诊 • ★★★★★) 已知单调递增的数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n = \begin{cases} m^{n-9}, & n \geq 10 \\ (\frac{2m}{9} + 1)n - 21, & n < 10 \end{cases}$ , 则实数  $m$  的取值

范围是 ( )

- (A)  $[12, +\infty)$       (B)  $(1, 12)$       (C)  $(1, 9)$       (D)  $[9, +\infty)$