

第2节 比较指、对数的大小：估算

内容提要

遇到比大小的题目，首选估算（在哪两个整数之间），若估算比较不出来，就看题目形式：

1. 形式不相近：作差作商或者寻找一个中间量来比较，例如 a 和 b 都在 $(0,1)$ 上，可把 a 、 b 再与 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{2}{3}$ 等常见量比较.
2. 形式相近：若结构完全相同，则直接构造函数分析；若形式类似，可考虑通过放缩成一致结构，再构造函数分析，这类题我们下一小节再研究.
3. 若所给数据非常接近，且有部分数字重复出现，可以将重复出现的数字看成 x ，构造函数分析，这类题难度较大，我们放在下一节单独研究.

典型例题

【例1】（2021·天津）已知 $a = \log_2 0.3$ ， $b = \log_{\frac{1}{2}} 0.4$ ， $c = 0.4^{0.3}$ ，则三者的大小关系为（ ）

- (A) $a < b < c$ (B) $c < a < b$ (C) $b < c < a$ (D) $a < c < b$

【变式】设 $a = \log_2 1.8$ ， $b = e^{\frac{3}{5}}$ ， $c = \log_3 15$ ，则（ ）

- (A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $b < a < c$ (D) $c < a < b$

【例2】（2021·新高考II卷）已知 $a = \log_5 2$ ， $b = \log_8 3$ ， $c = \frac{1}{2}$ ，则下列判断正确的是（ ）

- (A) $c < b < a$ (B) $b < a < c$ (C) $a < c < b$ (D) $a < b < c$

【变式】已知 $a = \sqrt{3}$ ， $b = \log_2 \sqrt{3}$ ， $c = \log_3 \sqrt{2}$ ，则 a 、 b 、 c 的大小关系为（ ）

- (A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $b > a > c$ (D) $c > b > a$

【例3】（2020·新课标III卷）已知 $5^5 < 8^4$ ， $13^4 < 8^5$ ，设 $a = \log_5 3$ ， $b = \log_8 5$ ， $c = \log_{13} 8$ ，则（ ）

- (A) $a < b < c$ (B) $b < a < c$ (C) $b < c < a$ (D) $c < a < b$

强化训练

1. (2022 · 重庆模拟 · ★★) $a = \log_3 \frac{1}{2}$, $b = \log_2 \frac{1}{3}$, $c = 3^{-0.1}$, 则 a 、 b 、 c 的大小关系为 ()

- (A) $c > b > a$ (B) $c > a > b$ (C) $a > c > b$ (D) $a > b > c$

2. (2022 · 安徽模拟 · ★★) 已知 $a = \log_3 4$, $b = \log_5 9$, $c = \frac{4}{3}$, 则 ()

- (A) $a < b < c$ (B) $c < a < b$ (C) $b < c < a$ (D) $a < c < b$

3. (2022 · 焦作三模 · ★★) 若 $a^3 = 2$, $2^b = 6$, $3^c = 8$, 则 a 、 b 、 c 的大小关系为 ()

- (A) $a < c < b$ (B) $c < a < b$ (C) $a < b < c$ (D) $b < a < c$

4. (2022 · 南昌模拟 · ★★) 已知偶函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数. 若 $a = f(\log_2 \frac{1}{5})$, $b = f(\log_3 18)$,

$c = f(2^{0.8})$, 则 a 、 b 、 c 的大小关系为 ()

- (A) $a < b < c$ (B) $b < a < c$ (C) $c < b < a$ (D) $c < a < b$