

模块三 分段函数

基础知识回顾

分段函数作为一类重要的函数，在高考的函数考题中屡见不鲜，有关考题可以细分成若干题型，这些题型考查的方式可能千变万化，但解决分段函数问题的核心思想是相同的，不外乎分类讨论与数形结合.

第1节 几种常考的分段函数求值问题全归纳

内容提要

分段函数求值是一种重要的题型，本节我们将从最简单的给分段函数 $f(x)$ 的解析式，让求 $f(x_0)$ 这类求值问题出发，演变到求 $f(f(x_0))$ ，再到给 $f(x_0)$ ，让求 x_0 ，以及给 $f(f(x_0))$ ，求 x_0 等一系列问题，通过解决这些问题，我们可以逐步感悟分类讨论、数形结合的数学思想在解决分段函数问题中的广泛应用。

典型例题

【例题】已知函数 $f(x) = \begin{cases} x-1, & x > 2 \\ x^2+2, & x \leq 2 \end{cases}$ ，则 $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【变式1】已知函数 $f(x) = \begin{cases} x-1, & x > 2 \\ x^2+2, & x \leq 2 \end{cases}$ ，则 $f(f(1)) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【变式2】已知函数 $f(x) = \begin{cases} x-1, & x > 2 \\ x^2+2, & x \leq 2 \end{cases}$ ，若 $f(a) = 3$ ，则 $f(a-1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【变式3】已知函数 $f(x) = \begin{cases} x-1, & x > 2 \\ x^2+2, & x \leq 2 \end{cases}$ ，若 $f(f(x)) = 2$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

强化训练

1. (2022·广东模拟·★) 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2-2^x, & x \leq 0 \\ f(x-3), & x > 0 \end{cases}$ ，则 $f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. (2022 · 四川模拟 · ★) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(f(-e)) =$ ()

- (A) $-e^2$ (B) e^2 (C) -2 (D) 2

3. (2021 · 浙江卷 · ★) 已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x > 2 \\ |x - 3| + a, & x \leq 2 \end{cases}$, 若 $f(f(\sqrt{6})) = 3$, 则 $a =$ _____.

4. (2021 · 泗县月考 · ★★) 设 $f(x) = \begin{cases} x - 2, & x \geq 10 \\ f(f(x + 6)), & x < 10 \end{cases}$, 则 $f(5) =$ ()

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

5. (2022 · 河北模拟 · ★★) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} - 2, & x \leq 1 \\ -\log_2(x+1), & x > 1 \end{cases}$, 且 $f(a) = -3$, 则 $f(6-a) =$ ()

- (A) $-\frac{7}{4}$ (B) $-\frac{5}{4}$ (C) $-\frac{3}{4}$ (D) $-\frac{1}{4}$

6. (★★★) 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x - 1$, 若 $f(f(x)) = 1$, 则 $x =$ _____.