

强化训练

类型一：求值域与解不等式

1. (2022 · 合肥二模 · ★★) 将函数 $y = \sin x$ 的图象上各点横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$ ，再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $y = f(x)$ 的图象，当 $x \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}]$ 时， $f(x)$ 的值域为 ()

- (A) $[-1, 1]$ (B) $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ (C) $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$ (D) $[-\frac{1}{2}, 1]$

2. (2022 · 滁州模拟 · ★★) 已知函数 $f(x) = \sin^2 \omega x + \sqrt{3} \sin \omega x \sin(\omega x + \frac{\pi}{2}) - \frac{1}{2}$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π ，则 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{3\pi}{4}]$ 上的值域为 ()

- (A) $[0, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ (B) $[-\frac{1}{2}, 1]$ (C) $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$ (D) $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$

3. (★★) 设 $f(x) = 2 \sin x \cos x - 2\sqrt{3} \cos^2 x + \sqrt{3}$ ($x \in \mathbf{R}$)，则不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集为_____.

类型二：单调区间问题

4. (2022 · 银川模拟 · ★★) 已知函数 $g(x) = \cos x + \sin x$ ， $h(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2}) + \sin(x + \pi)$ ，设 $f(x) = g(x - \frac{\pi}{6})h(x - \frac{\pi}{6})$ ，则 $f(x)$ 的单调递增区间是 ()

- (A) $[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}](k \in \mathbf{Z})$
(B) $[k\pi + \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{11\pi}{12}](k \in \mathbf{Z})$
(C) $[k\pi - \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{5\pi}{12}](k \in \mathbf{Z})$
(D) $[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{2\pi}{3}](k \in \mathbf{Z})$

5. (2022 · 宝鸡模拟 · ★★) 函数 $y = \sin(\frac{\pi}{4} - 2x)$ 的单调递减区间是 ()

- (A) $[k\pi - \frac{\pi}{8}, k\pi + \frac{3\pi}{8}](k \in \mathbf{Z})$

(B) $[2k\pi - \frac{\pi}{8}, 2k\pi + \frac{3\pi}{8}](k \in \mathbf{Z})$

(C) $[2k\pi + \frac{3\pi}{8}, 2k\pi + \frac{7\pi}{8}](k \in \mathbf{Z})$

(D) $[k\pi + \frac{3\pi}{8}, k\pi + \frac{7\pi}{8}](k \in \mathbf{Z})$

6. (2022 · 黄山模拟 · ★★) 函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$ 在 $[\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}]$ 上的单调递增区间是_____.

7. (2022 · 嵩明期中 · ★★★★★) 若函数 $f(x) = \sin \frac{x}{2} + m \cos \frac{x}{2}$ 的图象经过点 $(\frac{2\pi}{3}, \sqrt{3})$, 且 $f(x)$ 在区间 $[-a, a](a > 0)$

上单调递增, 则 a 的取值范围为 ()

(A) $(0, \frac{\pi}{3}]$ (B) $(0, \frac{2\pi}{3}]$ (C) $(0, \frac{4\pi}{3}]$ (D) $(0, \frac{5\pi}{3}]$

8. (2022 · 浙江开学 · ★★) 函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)(\omega > 0, 0 < \varphi < \pi)$ 在区间 $(0, 1)$ 上不可能 ()

(A) 有最大值 (B) 有最小值 (C) 单调递增 (D) 单调递减

9. (2022 · 江苏模拟 · ★★★★★) 若 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{6})(\omega > 0)$ 在 $(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6})$ 上不单调, 则 ω 的取值范围为_____.

10. (2022 · 成都模拟 · ★★★★★) 已知函数 $f(x) = \cos(\omega x - \frac{\pi}{3})(\omega > 0)$ 在 $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增, 则 ω 的取值范

围为 ()

(A) $[\frac{2}{3}, 2]$ (B) $(0, \frac{2}{3}]$ (C) $[\frac{2}{3}, 1]$ (D) $(0, 2]$

11. (2022 · 武汉期末 · ★★★★★) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3})(\omega > 0)$ 在区间 $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$ 上单调递减, 则 ω 的取

值范围是 ()

(A) $[0, \frac{7}{3}]$ (B) $[1, \frac{7}{3}]$ (C) $[1, 3]$ (D) $[0, 3]$

类型三：对称轴、对称中心、单调区间综合

12. (★★) 若将函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{8})$ 的图象向右平移 $\varphi (\varphi > 0)$ 个单位, 所得的图象关于 y 轴对称, 则 φ 的最小值是_____.

13. (2022 · 新高考 I 卷 · ★★★) 记函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4}) + b (\omega > 0)$ 的最小正周期为 T , 若 $\frac{2\pi}{3} < T < \pi$, 且 $y = f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{3\pi}{2}, 2)$ 中心对称, 则 $f(\frac{\pi}{2}) =$ ()

- (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) 3

14. (2022 · 河南模拟 · ★★★) 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, 0 < \varphi < \pi)$, 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6\omega}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 若 $g(x)$ 是奇函数, $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{6})$ 上单调递增, 则 ω 的最大值为 ()

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) 1 (C) 2 (D) 3

15. (2022 · 广东模拟 · ★★★) (多选) 将函数 $f(x) = \sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x + 1$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则 ()

- (A) $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{5\pi}{9}$ 对称
(B) $g(x)$ 的最小正周期是 $\frac{2\pi}{3}$
(C) $g(x)$ 的图象关于 $(\frac{11\pi}{18}, 1)$ 对称
(D) $g(x)$ 在 $[\frac{\pi}{6}, \frac{4\pi}{9}]$ 上单调递减

类型四：零点与极值点

16. (2022 · 山西模拟 · ★★★) 函数 $f(x) = \sin(3x - \frac{\pi}{3})$ 在 $(-\frac{\pi}{6}, \pi)$ 上有_____个零点.

17. (2022·南昌模拟·★★★★) 若函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$ 在 $(0, \pi)$ 上恰有 1 个极大值点, 无极小值点, 则 ω 的取值范围为_____.

18. (2022·全国甲卷·★★★★) 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ 在区间 $(0, \pi)$ 恰有三个极值点、两个零点, 则实数 ω 的取值范围是 ()

- (A) $[\frac{5}{3}, \frac{13}{6})$ (B) $[\frac{5}{3}, \frac{19}{6})$ (C) $(\frac{13}{6}, \frac{8}{3}]$ (D) $(\frac{13}{6}, \frac{19}{6}]$

19. (2022·安阳模拟·★★★★) 已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \varphi) - 1 (\omega > 0, 0 < \varphi < \pi)$ 的图象经过原点, 且 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上有且仅有一个零点, 则 ω 的最大值为 ()

- (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{13}{6}$

20. (2022·南京模拟·★★★★) (多选) 设函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$, 若 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上有且仅有 3 个零点, 则下列选项中正确的有 ()

- (A) ω 的取值范围为 $(\frac{7}{3}, \frac{10}{3}]$
(B) $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上有且仅有 1 个极大值点
(C) $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上有且仅有 1 个极小值点
(D) $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{4})$ 上单调递增