

*Разработка программного комплекса  
моделирования и визуализации  
движения беспилотных летательных  
аппаратов*

*Дербенев Леонид Олегович, МЕН-400101*

*Научный руководитель: Кумков Сергей Сергеевич*

*Департамент математики, механики и компьютерных наук  
ИЕиМ УрФУ*

**14 июня 2024 г.**

В настоящее время активно развивается движение гражданских БПЛА.

Конфликтов БПЛА и больших самолётов почти не возникает.

Движение БПЛА не диспетчеризируется централизованно.

Во время полета БПЛА сообщает в эфир в виде широковещательных пакетов информацию о собственном движении: текущие положение и скорость, краткосрочный прогноз движения.

Важной является разработка алгоритмов для автоматической выработки манёвров, разрешающих возникающие конфликтные ситуации с другими летательными аппаратами.

Цель работы — создание моделирующего программного комплекса, включающего реализации основных моделей движения БПЛА, модели радиообменов и процедур обнаружения конфликтов.

Входная информация:

- набор данных о каждом БПЛА: тип динамики, параметры динамики, полетный план;
- параметры интегрирования движения БПЛА: шаг интегрирования, шаг записи информации о положении БПЛА в выходной файл.

Предполагаем, что на каждом отрезке полетного плана движение БПЛА равномерное прямолинейное.

# Материальная точка

Материальная точка имеет следующую модель движения:

$$\ddot{r} = m \cdot u,$$

где  $r = (x, y, z)^T$  — радиус-вектор положения объекта,  $u = (u_x, u_y, u_z)^T$  — управление, являющееся ускорением,  $m$  — масса точки.

Покоординатная запись:

$$\ddot{x} = u_x, \quad \ddot{y} = u_y, \quad \ddot{z} = u_z.$$

Запись, включающая скорости:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V_x, & \dot{y} &= V_y, & \dot{z} &= V_z, \\ \dot{V}_x &= u_x, & \dot{V}_y &= u_y, & \dot{V}_z &= u_z. \end{aligned}$$

Ограничение на управление:  $\|u\| \leq u_{\max}$

Коптер имеет следующую модель:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= V_x, & \dot{y} &= V_y, & \dot{z} &= V_z, \\ \dot{V}_x &= \frac{u_x - V_x}{l_{xz}}, & \dot{V}_y &= \frac{u_y - V_y}{l_y}, & \dot{V}_z &= \frac{u_z - V_z}{l_{xz}}.\end{aligned}$$

Здесь  $u = (u_x, u_y, u_z)^\top$  — управление, командный сигнал скорости, имеющий смысл желаемой скорости по каждой из координат;  $l_{xz}, l_y$  — коэффициенты, описывающие инерционность выхода на выбранный уровень скорости: выход осуществляется за время порядка  $3l$ .

Ограничение на управление:  $\|(u_x, u_z)\| \leq u_{\text{гор}}^{\max}, |u_y| \leq u_{\text{верт}}^{\max}$

В силу вида динамики имеется ограничение на максимальную скорость.

$$\dot{x} = V_{\text{гор}} \cos \psi,$$

$$\dot{z} = V_{\text{гор}} \sin \psi,$$

$$\dot{y} = V_{\text{верт}},$$

$$\dot{\psi} = \frac{\beta_{\text{бок}}}{V_{\text{гор}}} u_{\text{бок}}, \quad |u_{\text{бок}}| \leq 1,$$

$$\dot{V}_{\text{гор}} = a, \quad a_{\min} \leq a \leq a_{\max}, \quad V_{\text{гор}}^{\min} \leq V_{\text{гор}} \leq V_{\text{гор}}^{\max},$$

$$\dot{V}_{\text{верт}} = u_{\text{верт}}, \quad u_{\text{верт}}^{\min} \leq u_{\text{верт}} \leq u_{\text{верт}}^{\max}, \quad V_{\text{верт}}^{\min} \leq V_{\text{верт}} \leq V_{\text{верт}}^{\max}.$$

Здесь  $\psi$  — угол курса;  $u_{\text{бок}}$  — ускорение, управляющее разворотом курса;  $u_{\text{верт}}$  — ускорение (создаваемое изменением скорости вращения винтов), управляющее вертикальной скоростью;  $a$  — ускорение, управляющее величиной горизонтальной скорости (продольное);  $\beta_{\text{бок}}$  — коэффициент горизонтальной маневренности судна.

Можно заменить управление скоростями через ускорения управлением через командный сигнал.

$$\dot{x} = V \cos \theta \cos \psi,$$

$$\dot{z} = V \cos \theta \sin \psi,$$

$$\dot{y} = V \sin \theta,$$

$$\dot{\theta} = \frac{\beta_{\text{верт}}}{V} u_{\text{верт}},$$

$$\dot{\psi} = \frac{\beta_{\text{бок}}}{V} u_{\text{бок}},$$

$$|u_{\text{верт}}| \leq 1, \quad |u_{\text{бок}}| \leq 1,$$

$$\dot{V} = a, \quad a_{\min} \leq a \leq a_{\max}, \quad V_{\min} \leq V \leq V_{\max}.$$

Здесь  $\theta$  — угол тангажа,  $\psi$  — угол курса;  $u_{\text{верт}}$ ,  $u_{\text{бок}}$  — ускорения, управляющие углами тангажа и курса;  $a$  — ускорение, управляющее скоростью;  $\beta_{\text{верт}}$ ,  $\beta_{\text{бок}}$  — коэффициенты маневренности судна.

Можно заменить управление скоростью через ускорение управлением через командный сигнал.

$$u(t) = P + I + D = K_p \cdot e(t) + K_i \cdot \int_0^T e(t) d\tau + K_d \frac{de}{dt},$$

где  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  — коэффициенты усиления пропорциональной, интегрирующей и дифференцирующей составляющих.

В данной работе был использован линейный пропорциональный регулятор, то есть  $u = Kx$ , где  $K \in R^{m \times n}$ . Теперь задача имеет вид:

$$\dot{x} = Ax + BKx = (A + BK)x$$

Данная система является устойчивой  $\iff \forall \lambda$  — собственное значение, выполняется:  $\text{Re } \lambda < 0$ .

В данной работе будем использовать только пропорциональный регулятор:

$$u = -k_x \cdot (x - x_w) - k_V \cdot (V_x - V_{x,w}),$$

где  $x_w$  — желаемое значение координаты в текущий момент,  
 $V_{x,w}$  — желаемое значение скорости.



# Наивная прокладка

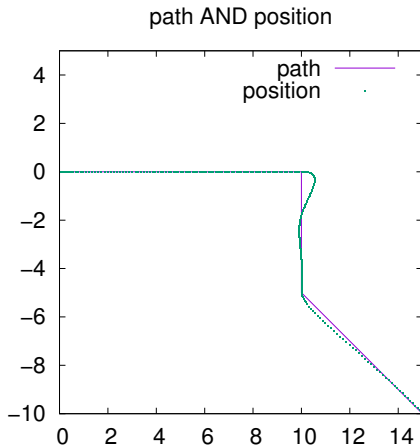
Вычисление движения по пути происходит методом эйлера на левый край.

Точка прицеливания идет по номинальному полетному плану.

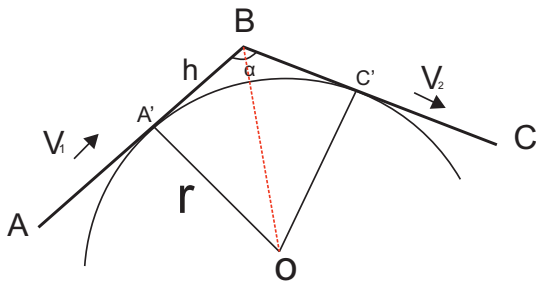
# Наивная прокладка

Вычисление движения по пути происходит методом эйлера на левый край.

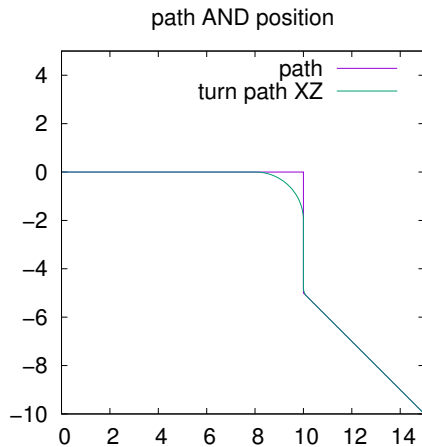
Точка прицеливания идет по номинальному полетному плану.



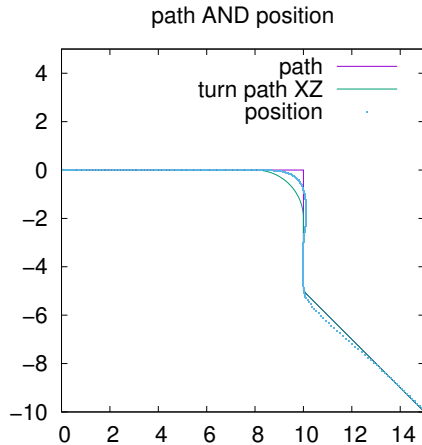
# Прокладка по дуге окружности

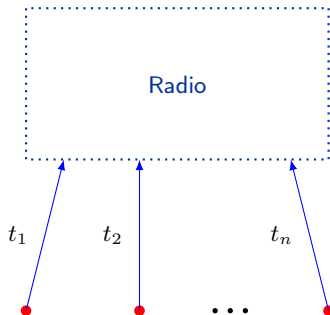


# Прокладка по дуге окружности



# Прокладка по дуге окружности



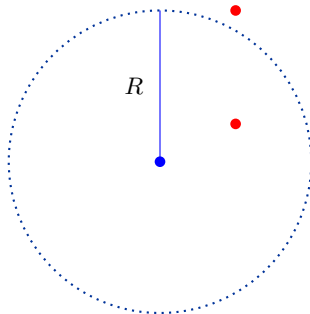


$t_i$  — такт вещания текущей позиции.

Краткосрочный прогноз движения вещается по достижению очередной контрольной точки.

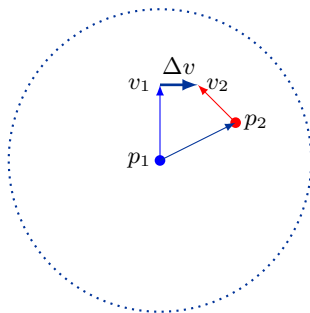
# Этапы обнаружения конфликта

- Проверка расстояния
- Проверка скорости сближения
- Вычисление промежутка конфликта



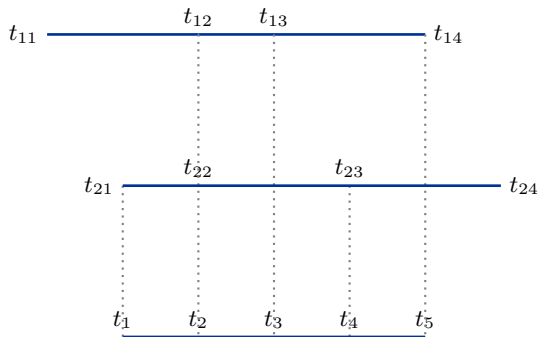
$R$  — радиус фильтрации.





$$(p_2 - p_1, v_2 - v_1) > 0,$$

где  $p_1, p_2$  — точки позиций в пространстве первого и второго судна соответственно,  $v_1, v_2$  — векторы скорости первого и второго судна соответственно.



# Вычисление промежутка конфликта

Защитный объем — область пространства вокруг ЛА, в которой не должно быть других ЛА. Чаще всего выбирается в виде кругового цилиндра с центром, совпадающим с положением ЛА, радиусом  $R_{30}$  и полувысотой  $H_{30}$ .

$$\begin{aligned}\|(x_1(t), z_1(t))^T - (x_2(t), z_2(t))^T\| &\leq R_{30}, \\ |y_1(t) - y_2(t)| &\leq H_{30}, \\ t &\in [t_i, t_{i+1}]\end{aligned}$$

Разработаны процедуры моделирования движения летательного аппарата вдоль заданного маршрута.

Разработанные процедуры реализованы в виде программного комплекса на языке C++.

В дальнейшем в этот комплекс можно встраивать и тестировать те или иные алгоритмы выработки манёвров уклонения с целью оценки их качества.

Спасибо за внимание!