

*Разработка программного комплекса
моделирования и визуализации
движения беспилотных летательных
аппаратов*

Дербенев Леонид Олегович, МЕН-400101

Научный руководитель: Кумков Сергей Сергеевич

*Департамент математики, механики и компьютерных наук
ИЕиМ УрФУ*

14 июня 2024 г.

Материальная точка

Материальная точка имеет следующую модель движения:

$$\ddot{r} = m \cdot u,$$

где $r = (x, y, z)^T$ — радиус/вектор положения объекта, $u = (u_x, u_y, u_z)^T$ — управление, являющееся ускорением, m — масса точки.

Покоординатная запись:

$$\ddot{x} = u_x, \quad \ddot{y} = u_y, \quad \ddot{z} = u_z.$$

Запись, включающая скорости:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V_x, & \dot{y} &= V_y, & \dot{z} &= V_z, \\ \dot{V}_x &= u_x, & \dot{V}_y &= u_y, & \dot{V}_z &= u_z. \end{aligned}$$

Коптер имеет следующую модель:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= V_x, & \dot{y} &= V_y, & \dot{z} &= V_z, \\ \dot{V}_x &= \frac{u_x - V_x}{l_{xz}}, & \dot{V}_y &= \frac{u_y - V_y}{l_y}, & \dot{V}_z &= \frac{u_z - V_z}{l_{xz}}.\end{aligned}$$

Здесь $u = (u_x, u_y, u_z)^T$ — управление, командный сигнал скорости, имеющий смысл желаемой скорости по каждой из координат; l_{xz} , l_y — коэффициенты, описывающие инерционность выхода на выбранный уровень скорости: выход осуществляется за время порядка $3l$.

$$\dot{x} = V_{\text{гор}} \cos \psi,$$

$$\dot{z} = V_{\text{гор}} \sin \psi,$$

$$\dot{y} = V_{\text{верт}},$$

$$\dot{\psi} = \frac{\beta_{\text{бок}}}{V_{\text{гор}}} u_{\text{бок}}, \quad |u_{\text{бок}}| \leq 1,$$

$$\dot{V}_{\text{гор}} = a, \quad a_{\min} \leq a \leq a_{\max}, \quad V_{\text{гор}}^{\min} \leq V_{\text{гор}} \leq V_{\text{гор}}^{\max},$$

$$\dot{V}_{\text{верт}} = u_{\text{верт}}, \quad u_{\text{верт}}^{\min} \leq u_{\text{верт}} \leq u_{\text{верт}}^{\max}, \quad V_{\text{верт}}^{\min} \leq V_{\text{верт}} \leq V_{\text{верт}}^{\max}.$$

Здесь ψ — угол курса; $u_{\text{бок}}$ — ускорение, управляющее разворотом круса; $u_{\text{верт}}$ — ускорение (создаваемое изменением скорости вращения винтов), управляющее вертикальной скоростью; a — ускорение, управляющее величиной горизонтальной скорости (продольное); $\beta_{\text{бок}}$ — коэффициент горизонтальной маневренности судна.

$$\dot{x} = V \cos \theta \cos \psi,$$

$$\dot{z} = V \cos \theta \sin \psi,$$

$$\dot{y} = V \sin \theta,$$

$$\dot{\theta} = \frac{\beta_{\text{верт}}}{V} u_{\text{верт}},$$

$$\dot{\psi} = \frac{\beta_{\text{бок}}}{V} u_{\text{бок}},$$

$$|u_{\text{верт}}| \leq 1, \quad |u_{\text{бок}}| \leq 1,$$

$$\dot{V} = a, \quad a_{\min} \leq a \leq a_{\max}, \quad V_{\min} \leq V \leq V_{\max}.$$

Здесь θ — угол тангажа, ψ — угол курса; $u_{\text{верт}}$, $u_{\text{бок}}$ — ускорения, управляющие углами тангажа и курса; a — ускорение, управляющее скоростью; $\beta_{\text{верт}}$, $\beta_{\text{бок}}$ — коэффициенты маневренности судна.

$$u(t) = P + I + D = K_p \cdot e(t) + K_i \cdot \int_0^T e(t) d\tau + K_d \frac{de}{dt},$$

где K_p , K_i , K_d — коэффициенты усиления пропорциональной, интегрирующей и дифференцирующей составляющих.

В данной работе был использован линейный пропорциональный регулятор, то есть $u = Kx$, где $K \in R^{m \times n}$. Теперь задача имеет вид:

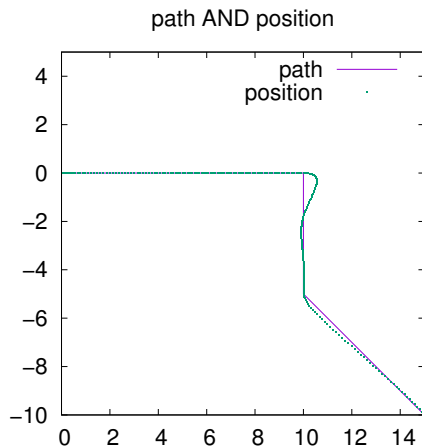
$$\dot{x} = Ax + BKx = (A + BK)x$$

Данная система является устойчивой $\iff \forall \lambda$ — собственное значение, выполняется: $Re \lambda < 0$.

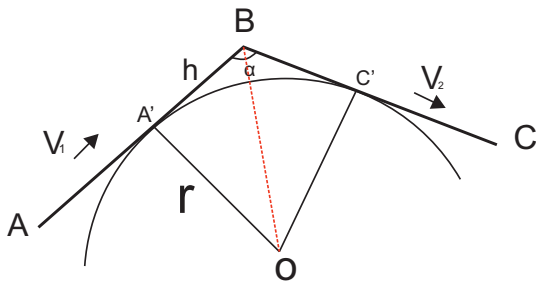
В данной работе будем использовать только пропорциональный регулятор:

$$u = -k_x \cdot (x - x_w) - k_V \cdot (V_x - V_{x,w})$$

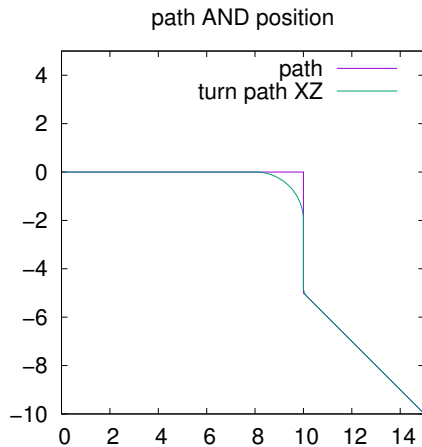
Наивная прокладка



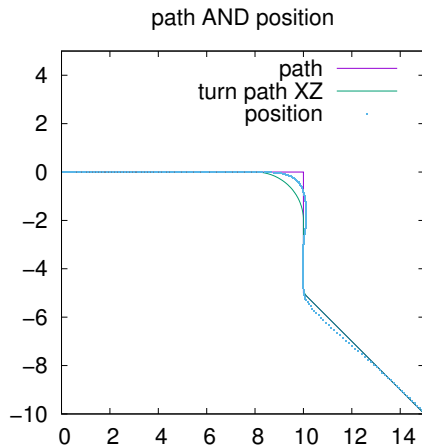
Прокладка по дуге окружности

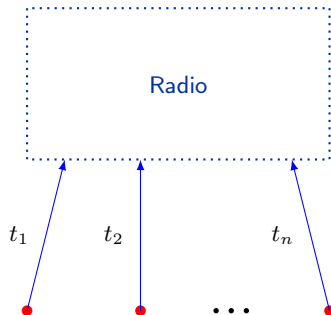


Прокладка по дуге окружности



Прокладка по дуге окружности

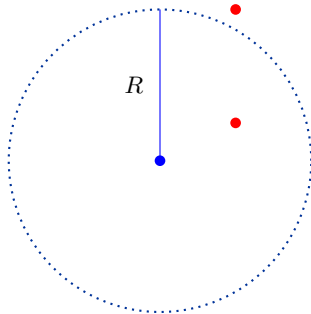




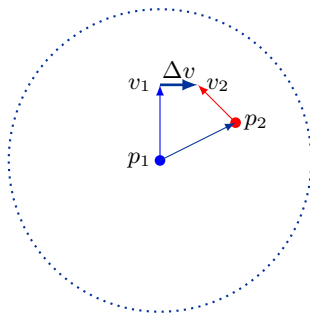
t_i — такт вещания текущей позиции.

Этапы обнаружения конфликта

- Проверка расстояния
- Проверка сближения
- Вычисление промежутка конфликта



R — радиус фильтрации.



$$(p_2 - p_1, v_2 - v_1) < 0,$$

где p_1, p_2 — точки позиций в пространстве первого и второго судна соответственно, v_1, v_2 — векторы скорости первого и второго судна соответственно.

$$\begin{aligned}\|(x_1(t), z_1(t))^T - (x_2(t), z_2(t))^T\| &\leq R_{30}, \\ |y_1(t) - y_2(t)| &\leq H_{30},\end{aligned}$$

где R_{30} — радиус защитного объема, H_{30} — высота защитного объема.

???

Спасибо за внимание

???