

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分	阅卷人
得分									

得分	阅卷人

## 一、判断正误题 (每小题 2 分, 共 10 分)

- Every matrix is row equivalent to a unique matrix in echelon form.
- If  $A$  is a  $3 \times 3$  matrix, then  $\det(2A) = 2\det(A)$ .
- If an augmented matrix  $[A \ \mathbf{b}]$  is transformed into  $[C \ \mathbf{d}]$  by elementary row operations, then the equations  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  and  $C\mathbf{x} = \mathbf{d}$  have exactly the same solution sets.
- $\text{Rank } A = \dim(\text{Nul } A)$ .
- If  $A$  is  $m \times n$  and the linear transformation  $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$  is onto, then  $\text{rank } A = m$ .

得分	阅卷人

## 二、填空题 (每小题 5 分, 共 15 分)

- 若  $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , 则  $X =$ \_\_\_\_\_.
- 已知向量组  
 $\alpha_1 = [1, -1, 2]^T, \alpha_2 = [0, 3, 1]^T, \alpha_3 = [3, 0, 7]^T$   
 与向量组  
 $\beta_1 = [1, -2, 2]^T, \beta_2 = [2, 1, 5]^T, \beta_3 = [x, 3, 3]^T$   
 等秩, 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

8. 向量组  $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$  是线性  
 \_\_\_\_\_(填相关或无关)的, 它的一个极大线性无关组是  
 \_\_\_\_\_.

判断正误	1	2	3	4	5
答案					

填空题	6	7	8(1)	8(2)
答案				

得分	阅卷人

## 三、(15 分) 求解下列齐次线性方程组:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + 11x_2 - 13x_3 + 16x_4 = 0 \\ 7x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

得分	阅卷人

四、(15分) 求可逆矩阵  $P$  和对角矩阵  $D$ , 使  $A = PDP^{-1}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -3 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

得分	阅卷人

五、(15分) 设  $B = \{b_1, b_2\}$  和  $C = \{c_1, c_2\}$  是  $\mathbb{R}^2$  的两个基, 求由  $B$  到  $C$  的坐标变换矩阵和由  $C$  到  $B$  的坐标变换矩阵.

$$b_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}, b_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}, c_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \end{bmatrix}, c_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

得分	阅卷人

六、(15分) 设  $A$  是  $n \times m$  矩阵,  $B$  是  $m \times n$  矩阵, 其中  $n < m$ , 若  $AB = E$ , 证明  $B$  的列向量线性无关.

得分	阅卷人

七、(15分) 设

$$V_1 = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \mid x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R} \text{ 满足 } x_1 + \dots + x_n = 0\},$$

$$V_2 = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \mid x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R} \text{ 满足 } x_1 + \dots + x_n = 1\},$$

问  $V_1, V_2$  是不是向量空间? 证明之.

姓名	.....
学号	.....
级	.....
专业	.....
学院	.....

--	--