实验指导

L.C.

课程信息:

- 课程: UCL Image Processing 24/25
- 实验作业: Poisson Image Editing
- 提交截止: 2024年1月6日下午4点
- 评估方式: 口头答辩(需要在Tasks 1-4上运行自选图像的代码)

重要说明:

1. 需要用Python实现Poisson图像编辑
2. 提交内容包括:
   - 代码
   - 对每个任务使用示例图像的结果(需创建Results文件夹)
3. 你可以使用现有库来解决稀疏线性方程组系统，以及创建交互式工具来通过点击选择图像源和目标。
4. 严禁使用:
   - LLM模型
   - 抄袭任何形式的代码
   - 将作业描述输入LLM
5. 课件：Poisson_Image_Editing_Slides.pdf
6. 论文： Poisson Image Editing.pdf
7. 在此课程中，我们将学习以克隆、基于梯度的编辑等为重点的图像编辑。课程基于以下论文："泊松图像编辑"，作者：P. Pérez, M. Gangnet, 和 A. Blake，发表于Siggraph 2003。

论文解读:

图像融合是图像处理的一个基本问题，目的是将源图像中一个物体或者一个区域嵌入到目标图像生成一个新的图像。在对图像进行合成的过程中，为了使合成后的图像更自然，合成边界应当保持无缝。但如果源图像和目标图像有着明显不同的纹理特征，则直接合成后的图像会存在明显的边界。

针对这个问题，论文提出了一种利用**构造泊松方程求解像素最优值**的方法，在保留了源图像梯度信息的同时，融合源图像与目标图像。泊松图像编辑（Poisson Image Editing）的核心就是**根据用户指定的边界条件求解一个泊松方程，实现了梯度域上的连续，从而达到边界处的无缝融合。**

总的来说，将泊松方程引入图像融合后，接下来的操作很容易在梯度域中进行应用，并且可以通过局部的图像编辑得到全局融合的效果。

论文贡献：利用基于求解泊松方程的通用插值机制，引入了各种新的图像区域无缝编辑工具。允许将不透明和透明的源图像区域无缝地输入到目标区域。并可以基于类似的数学思想，允许用户在一个选定的区域内无缝地修改图像的外观，具体为区域内对象的纹理、照明、颜色、边界无缝处理。

主要方法：导向插值求解泊松方程：

图中，g是源图像中要合成的部分，V是引导梯度场，S是合并后的图像，Ω是合并后被覆盖的区域，∂Ω是边界，Ω内的像素用f表示（f未知），Ω外的像素用f^*表示（已知）。

1. 合并后的图像看上去尽可能的平滑，没有明显的边界，所以Ω内的梯度值要尽可能的小。因此，f的值由下面的公式来确定：

   $\min_f \iint_\Omega |\nabla f|^2 \text{with} f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega},$

   这个的解是以下具有狄利克雷边界条件的拉普拉斯方程的唯一解：$\Delta f = 0$ over Ω with $f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega}$ 。

2. 虽然最后的结果很平滑，但是太模糊了，缺失了纹理。因此引入了引导场的进一步约束来修正问题。

   $\min_f \iint_\Omega |\nabla f - \nabla V|^2 \text{with} f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega},$

   - 在这里，V可以是保守场也可以是非保守场。更好的理解就是V作保守场的时候，看成是源图像，即V=g。即让Ω内的梯度尽可能与源图像相似。后面有优化出非保守场，在无缝融合那一块。
   - 这样做的目的是，**为了让融合结果中的Ω内无限趋近源图像g，这里需要有指引的梯度场V，当融合后的图像内的f与g的梯度信息越相似，而边界处等于f*的值，就说明原始纹理保持的越好，融合的效果越好。**
   - 其解是以下具有狄利克雷边界条件的泊松方程的唯一解：$\Delta f = div(v)$ over Ω, with $f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega}$.

任务详情:

1. Task 1 (25分)
   - 选择灰度图像
   - 使用多边形标记区域(编写通过点击图像来便于操作对的交互式工具)
   - 移除选定区域并使用论文中的方程(2)填充

     The simplest interpolant f of f^* over Ω is the membrane interpolant defined as the solution of the minimization problem:

     $\min_f \iint_\Omega |\nabla f|^2 \text{with} f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega},$ (1)

     where $\nabla. = [\frac{\partial.}{\partial x}, \frac{\partial.}{\partial y}]$ is the gradient operator. The minimizer must satisfy the associated Euler-Lagrange equation

     $\Delta f = 0$ over Ω with $f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega},$ (2)

   where $\Delta. = \frac{\partial^2.}{\partial x^2} + \frac{\partial^2.}{\partial y^2}$ is the Laplacian operator. Equation 2 is a Laplace eauation with Dirichlet boundarv conditions.

   - 解决区域R内未知的像素强度值，测试平滑区域和高频区域
   - 报告选定区域大小变化时的表现

2. Task 2 (25+25分)
   - 实现"无缝克隆"Seamless Cloning
   - 使用方程(9)到(11)

     Importing gradients: The basic choice for the guidance field v is a gradient field taken directly from a source image. Denoting by g this source image, the interpolation is performed under the guidance of $\mathbf{v} = \nabla g,$ (9)

     and $\Delta f = div(\mathbf{v})$ over Ω, with $f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega}.$ (4) now reads

     $\Delta f = \Delta g$ over Ω, with $f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega}.$ (10)

     As for the numerical implementation, the continuous specification (9) translates into

     for all $\langle p, q \rangle, v_{pq} = g_p - g_q,$ (11)

which is to be plugged into

for all $p \in \Omega, \quad |N_p|f_p - \sum_{q\in N_p\cap\Omega} f_q = \sum_{q\in N_p\cap\partial\Omega} f_q^* + \sum_{q\in N_p} v_{pq}$. (7)

- 实现两个版本:

  a) 导入梯度

  常规融合（Normal Cloning）
  引导向量场为源图像梯度，因此源图像的纹理会保留在融合区域；并根据$\Delta f = div(\mathbf{v})$，总结可得如下公式

$$\begin{cases} \mathbf{v}(\mathbf{x}) = \nabla g(\mathbf{x}) \\ \Delta f = \Delta g \quad over \quad \Omega, with \quad f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega} \end{cases}$$

  b) 混合梯度

  混合融合（Mixed Cloning）
  融合区域的纹理（梯度）由源图像和目标图像共同决定。混合融合会选择源图像和目标图像之中的主要纹理（梯度），因此不会产生平滑区域。公式表达如下:

$$for\ \ all\ \ \mathbf{x} \in \Omega, \mathbf{v}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \nabla f^*(\mathbf{x}) & if\ |\nabla f^*(\mathbf{x})| > |\nabla g(\mathbf{x})| \\ \nabla g(\mathbf{x}) & otherwise \end{cases}$$

- 选择你想要编辑的图像并展示有趣的编辑效果

3. Task 3 (10分)
   - 对彩色图像重复Task 2a
   - 需要分别处理R、G、B分量
4. Task 4 (15分)
   - 实现论文第4节中的一种选择性编辑效果:Selection Editing
     - 纹理平滑
     - 局部光照变化
     - 局部颜色变化
     - 无缝填充

额外加分:

- 性能 (+10分)
- 交互式工具 (+10分)

问题:

1. 为什么要用梯度?
   图像梯度的最重要性质是 **梯度可以用来反映图像中亮度改变最明显的区域**，也就是说可以用梯度来捕捉图像上的亮度变化，梯度的方向在图像灰度的最大变化率上，它恰好可以反映出图像边缘的灰度变化。
2. 拉普拉斯算子Δf对图片的影响有什么?

- 拉普拉斯算子大多是用于检测边缘。边缘处的二阶导函数是过零点，即：左右符号相反的点。注意：**单单是为零的点，不足以判断边缘。因为，平滑图像一阶，二阶倒数也可能为零。**
- 对于高梯度的图片，由拉普拉斯算子提取的二阶变化在感知上是最显著的

3. f和f^*是什么函数?
   是关于x和y的函数
4. 为什么最小值问题的解是具有狄利克雷边界条件的拉普拉斯方程的唯一解？（以$\min\limits_{f}\iint\limits_{\Omega}||\nabla f||^2, f|_{\partial\Omega}=f^*|_{\partial\Omega}$为例，其解是$\Delta f=0$ over Ω with \$ f|{\partial \Omega}=f^*|\$的唯一解）

- 证明：由min式可得要求的函数是能量泛函（微分的范数平方再积分），因此可以 **用欧拉-拉格朗日方程求解能量泛函数的极值**。f是在被积函数中，此时被积函数是$F=||\nabla f||^2=f_x^2+f_y^2$，代入二维拉格朗日方程，可得：

$$\frac{\partial F}{\partial f}-\frac{d}{dx}(\frac{\partial F}{\partial f_x})-\frac{d}{dy}(\frac{\partial F}{\partial f_y})=0$$

化简得：

$$\frac{d}{dx}(\frac{\partial F}{\partial f_x})=\frac{d}{dx}(2f_x)=2\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

因此，

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=\Delta f=0$$

5. 泊松方程与拉普拉斯方程
   有点像热方程，就是钳住了边界，并且知道边界发生了什么，然后想让它扩散到中心的过程，并且使这些梯度的约束看起来尽可能好

- 泊松方程和拉普拉斯方程的区别在于右边是否为0

6. **已知图像点二阶微分值（散度div(V)），求解各个图像点的像素值**——泊松方程$\Delta f=div(V)$求解过程

- 假设有n个未知像素值，应用拉普拉斯卷积核后可得到x条方程式（都是关于完全在Ω区域内建立的方程，即上下左右四个点都在Ω区域内，所以x<n）但是要求出全部f中的未知数是不够的，要对边界值进行确定，此时利用的是狄利克雷边界条件，即给出边界处函数在边界处的实际值。
  - 针对完全在Mask图像内的像素（上下左右都在mask内）
    $$-4f(x,y)+f(x+1,y)+f(x-1,y)+f(x,y+1)+f(x,y-1)=div(V)$$
  - 针对部分在Mask图像内的像素（与边界相邻的像素）
    $$-4f(x,y)+f(x+1,y)+S(x-1,y)+f(x,y+1)+S(x,y-1)=div(V)$$
    其中，$S(x,y)$为目标图像的像素值
- 矩阵化表示此方程组之后，得到形式为$Ax=b$。A是构建的系数矩阵，b是散度值，x是融合图像的像素值，求解得到x