

Seminário n.º 2

1. **Lorrain & Corson [33-4]** Eliminating reflection at the end of a coaxial line

An air-insulated coaxial line is terminated by a sheet whose surface resistance¹ is 377 ohms per square. Show that the resistance of the termination is equal to the characteristic impedance of the line. There is then no reflection at the end of the line².

(Dica: imagine que a folha seja um cilindro oco com alguma espessura L e cuja resistividade seja ρ . Divida esse cilindro em camadas de pouca espessura e calcule a resistência de cada camada. Integre desde o raio interno até o raio externo para obter a resistência dessa folha. Finalmente, compare o resultado com a impedância característica de um cabo coaxial.)

2. **Lorrain & Corson [37-1]** The retarded vector potential near a long, straight wire carrying a time-dependent current

A long, straight wire of length C carries a current that increases linearly with time: $I = Kt$.

Show that³, at a distance ρ from the wire such that $4\rho^2 \ll C^2$, and away from the ends,

$$A = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{C}{\rho}$$

We have disregarded a term that is independent of both the time and the coordinates and that does not, therefore, affect either \mathbf{E} or \mathbf{B} . This particular A therefore has the same form as if the current were constant.

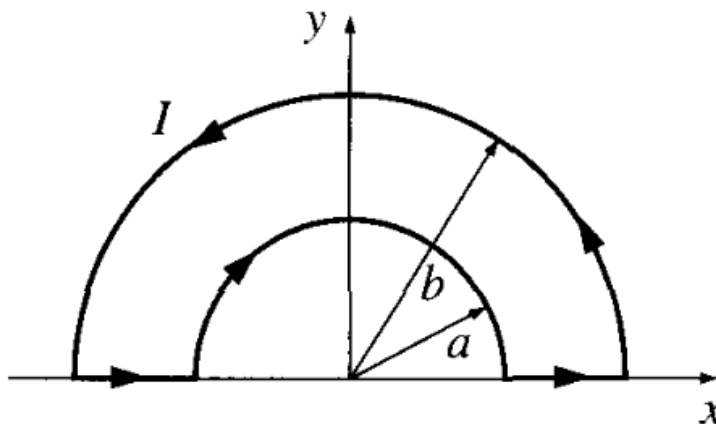
3. **Griffiths [10-10]** A piece of wire bent into a loop, as shown below, carries a current that increases linearly with time:

$$I(t) = kt$$

(a) Calculate the retarded vector potential \mathbf{A} at the center⁴.

(b) Find the electric field at the center⁵. Why does this (neutral) wire produce an *electric* field?

(c) Why can't you determine the *magnetic* field from this expression for \mathbf{A} ?



4. **Lorrain & Corson [38-3]** The radiation pattern of the electric dipole

What fraction of the total power in the field of an electric dipole is radiated within 45° of the equatorial plane?

¹A resistência superficial é igual à resistividade por unidade de comprimento do material. A unidade "ohms per square" é usual para essa grandeza.

²Esse é o conceito de "impedance matching": evitar reflexões na saída do cabo coaxial e com isso evitar perdas, garantindo que a impedância na saída se iguale à impedância característica da própria guia.

³Dica: use a expressão geral para o campo retardado $A(x, y, z, t)$ em termos de $\mathbf{J}(x', y', z', t - r/c)$ e resolva essa expressão utilizando a corrente fornecida acima. Ao resolver, preste atenção ao que a questão solicita nas últimas duas linhas do enunciado.

⁴Trata-se do centro comum aos dois círculos (origem do referencial), que fica portanto "fora" do loop.

⁵Partindo, é claro, do resultado do item anterior.

5. Mostre que o termo de radiação do campo elétrico de um arranjo formado por duas antenas de meia-onda separadas por uma distância igual ao comprimento de cada antena, ambas estando alinhadas com o eixo z , é dado pela equação 20.10 das notas de aula, ou seja,

$$\mathbf{E} = 120 \frac{\cos((\pi/2)\cos\theta)}{r \sin\theta} \sin((\pi/2)\sin\theta \cos\phi) [I] \hat{\theta}. \quad (1)$$

6. **Lorrain & Corson [38-9]** The polarization of skylight

The atmosphere scatters sunlight. Draw a sketch showing the sun, the earth, and a vector \mathbf{E} on a ray of scattered light. Explain why skylight is polarized. The light is only partially polarized because it is scattered many times.

7. Considere uma configuração linear oscilante de cargas, situada em um plano xy , e formada uma partícula com carga $2Q$ na origem, uma partícula de carga $-Q$ na posição $x = y = a$, e uma terceira partícula, de carga $-Q$, na posição $x = y = -a$. O valor de Q oscila de forma senoidal no tempo. (a) Determine o momento de dipolo elétrico da distribuição e avalie se há radiação emitida associada a um termo de dipolo elétrico. (b) Há um termo de dipolo magnético no campo de radiação dessa fonte? (c) Calcule os termos da matriz de quadrupolo elétrico e esboce o padrão de emissão de quadrupolo elétrico por essa fonte, usando uma análise semelhante à realizada nas páginas 137 e 138 das notas de aula⁶.

8. **Griffiths [11-13]**

- (a) Suppose an electron decelerated at a constant rate a from some initial velocity $v_0 \ll c$ down to zero. What fraction of its initial kinetic energy is lost to radiation? (The rest is absorbed by whatever mechanism keeps the acceleration constant.)
(b) To get a sense of the numbers involved, suppose the initial velocity is thermal (around 10^5 m/s) and the distance the electron goes is 30 \AA . What can you conclude about radiation losses for the electrons in an ordinary conductor?

9. **Griffiths [10-13]** A particle of charge q moves in a circle of radius a at constant angular velocity ω . (Assume that the circle lies in the xy plane, centered at the origin, and at time $t = 0$ the charge is at $(a, 0)$, on the positive x axis.) Find the Liénard-Wiechert potentials for points on the z axis.

10. **Adaptado de Griffiths [11-15]** Mostre que, para velocidades ultra-relativísticas ($v \approx c$), o ângulo de máxima intensidade da radiação emitida por uma carga puntual sob a condição de aceleração e velocidade instantaneamente colineares (eq. 20.47) é dado por $\theta_{max} \approx \sqrt{(1 - \beta)/2}$.

11. **Griffiths [12-20]** Event A happens at point $(x_A = 5, y_A = 3, z_A = 0)$ and at time t_A given by $ct_A = 15$; event B occurs at $(10, 8, 0)$ and $ct_B = 5$, both in systems S .

- (a) What is the invariant interval between A and B ?
(b) Is there an inertial system in which they occur simultaneously? If so, find its velocity (magnitude and direction) relative to S .
(c) Is there an inertial system in which they occur at the same point? If so, find its velocity relative to S .

12. **Griffiths [12-18]**

- (a) Write out the matrix that describes a *Galilean* transformation.
(b) Write out the matrix describing a Lorentz transformation along the y axis.
(c) Find the matrix describing a Lorentz transformation with velocity v along the x axis followed by a Lorentz transformation with velocity \bar{v} along the y axis. Does it matter in what order the transformations are carried out?

13. **Adaptado de Griffiths [12-46]** Show that $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})$ is relativistically invariant.

14. **Adaptado de Griffiths [12-57]** Inertial system S' moves at constant velocity $\mathbf{v} = \beta c(\cos\phi \hat{\mathbf{x}} + \sin\phi \hat{\mathbf{y}})$ with respect to S . Their axes are parallel to one another, and their origins coincide at $t = t' = 0$, as usual. Show that the Lorentz transformation matrix Λ is given by:

$$\begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta \cos\phi & -\gamma\beta \sin\phi & 0 \\ -\gamma\beta \cos\phi & (\gamma \cos^2\phi + \sin^2\phi) & (\gamma - 1)\sin\phi \cos\phi & 0 \\ -\gamma\beta \sin\phi & (\gamma - 1)\sin\phi \cos\phi & (\gamma \sin^2\phi + \cos^2\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

⁶Não é preciso realizar os cálculos precisos, mas sim avaliar em que direções a intensidade da radiação se anula ou não, incluindo as direções \hat{x} , \hat{y} , $\hat{x} + \hat{y}$ e $-\hat{x} - \hat{y}$. O resultado *não será* igual ao do quadrupolo que avaliamos em aula.

15. **Adaptado de Griffiths [12-67]** Uma partícula puntual de carga q é abandonada do repouso na origem, na presença de um campo elétrico uniforme $\mathbf{E} = E_0 \hat{z}$ e de um campo magnético uniforme $\mathbf{B} = B_0 \hat{x}$.
- (a) Em que referencial S' o campo elétrico é nulo?
 - (b) Qual a densidade de fluxo magnético \mathbf{B}' no referencial S' ?
 - (c) Qual a força \mathbf{F}' observada em S' ?