Aula 25: Binomial $\to$ Poisson

Aula 25: Binomial $\rightarrow$ Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \to \infty, \ \ p \to 0, \ \ pn = \lambda > 0$$

Aula 25: Binomial $\to$ Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \to \infty, \;\; p \to 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

Aula 25: Binomial $\rightarrow$ Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \to \infty, \;\; p \to 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

$$n = \mathcal{T}/\delta t,$$

Aula 25: Binomial $\to$ Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \to \infty, \;\; p \to 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

$$n = \mathcal{T}/\delta t, \; p \to \delta p$$

Aula 25: Binomial $\rightarrow$ Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \to \infty, \;\; p \to 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

$$n = \mathcal{T}/\delta t, \; p \to \delta p \Rightarrow pn = \frac{\delta p}{\delta t}\mathcal{T} = \lambda$$

Aula 25: Binomial $\rightarrow$ Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \rightarrow \infty, \;\; p \rightarrow 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

$$n = \mathcal{T}/\delta t, \; p \rightarrow \delta p \Rightarrow pn = \frac{\delta p}{\delta t}\mathcal{T} = \lambda$$

$$f_{n,p}(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} =$$

Aula 25: Binomial $\rightarrow$ Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \rightarrow \infty, \;\; p \rightarrow 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

$$n = \mathcal{T}/\delta t, \; p \rightarrow \delta p \Rightarrow pn = \frac{\delta p}{\delta t}\mathcal{T} = \lambda$$

$$f_{n,p}(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!x!}\frac{(pn)^x}{n^x}\left(1 - \frac{pn}{n}\right)^{n-x} =$$

Aula 25: Binomial $\to$ Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \to \infty, \;\; p \to 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

$$n = \mathcal{T}/\delta t, \; p \to \delta p \Rightarrow pn = \frac{\delta p}{\delta t}\mathcal{T} = \lambda$$

$$f_{n,p}(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!x!}\frac{(pn)^x}{n^x}\left(1 - \frac{pn}{n}\right)^{n-x} =$$

$$\frac{n(n-1)...(n-x+1)}{n^x x!}\lambda^x \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-x}$$

Aula 25: Binomial $\rightarrow$ Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \to \infty, \;\; p \to 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

$$n = \mathcal{T}/\delta t, \; p \to \delta p \Rightarrow pn = \frac{\delta p}{\delta t}\mathcal{T} = \lambda$$

$$f_{n,p}(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!x!}\frac{(pn)^x}{n^x}\left(1 - \frac{pn}{n}\right)^{n-x} =$$

$$\frac{n(n-1)...(n-x+1)}{n^x x!}\lambda^x \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-x}$$

$$\boxed{\lim_{\substack{n\to\infty \\ p\to 0}} f_{n,p}(x) \equiv f_\lambda(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}}$$

Distribuição de Poisson

$$f_\lambda(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Distribuição de Poisson

$$f_\lambda(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Valor mais provável

Distribuição de Poisson

$$f_\lambda(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Valor mais provável $= \langle x \rangle = \lambda$

Distribuição de Poisson

$$f_\lambda(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Valor mais provável $= \langle x \rangle = \lambda$, $\sigma^2 = \lambda$ (Exercício!)

Distribuição de Poisson

$$f_\lambda(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Valor mais provável $= \langle x \rangle = \lambda$, $\sigma^2 = \lambda$ (Exercício!)

Lembrar: λ é # médio de eventos no período de observação.

Distribuição de Poisson

$$f_\lambda(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Valor mais provável $= \langle x \rangle = \lambda$, $\sigma^2 = \lambda$ (Exercício!)

Lembrar: λ é # médio de eventos no período de observação.

$\boxed{T = 1/\lambda \text{ tempo médio de 1 evento}}$

Distribuição de Poisson

$$f_\lambda(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Valor mais provável $= \langle x \rangle = \lambda$, $\sigma^2 = \lambda$ (Exercício!)

Lembrar: λ é # médio de eventos no período de observação.

$\boxed{T = 1/\lambda \text{ tempo médio de 1 evento}}$

```
# Prog: Experimento de poisson
p = lambda/Nstep
count = 0
for i in range(Nstep):
    x = random()
    if (x < p):
        count += 1
```

Distribuição de Poisson

$$f_\lambda(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Valor mais provável $= \langle x \rangle = \lambda$, $\sigma^2 = \lambda$ (Exercício!)

Lembrar: λ é # médio de eventos no período de observação.

$\boxed{T = 1/\lambda \text{ tempo médio de 1 evento}}$

```
# Prog: Experimento de poisson
p = lambda/Nstep
count = 0
for i in range(Nstep):
    x = random()
    if (x < p):
       count += 1
```

```
# Distribuicao de Poisson
p = lambda/Nstep
M=50; hist=M*[0]
N = 5000
for i in range(N):

    count = 0
    for i in range(Nstep):
      x = random()
      if (x < p):
        count += 1

    hist[count] +=1
```

Poisson: resumo

Distribuição de Poisson

Poisson: resumo

Distribuição de Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \to \infty, \;\; p \to 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

Poisson: resumo

Distribuição de Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \to \infty, \;\; p \to 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

$$n = \mathcal{T}/\delta t,$$

Poisson: resumo

Distribuição de Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \to \infty, \;\; p \to 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

$$n = \mathcal{T}/\delta t, \; p \to \delta p$$

Poisson: resumo

Distribuição de Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \to \infty, \;\; p \to 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

$$n = \mathcal{T}/\delta t, \; p \to \delta p \Rightarrow pn = \frac{\delta p}{\delta t}\mathcal{T} = \lambda$$

$$f_\lambda(x) = \lim_{n\to\infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Valor mais provável $= \langle x \rangle = \lambda$, $\sigma^2 = \lambda$ é # médio de eventos no periodo de observação.
$T = 1/\lambda$ tempo médio de 1 evento

Poisson: resumo

Distribuição de Poisson

É o limite da binomial quando

$$n \to \infty, \;\; p \to 0, \;\; pn = \lambda > 0$$

Ex: evento testado continuamente durante um intervalo de tempo $\mathcal{T}$

$$n = \mathcal{T}/\delta t, \; p \to \delta p \Rightarrow pn = \frac{\delta p}{\delta t}\mathcal{T} = \lambda$$

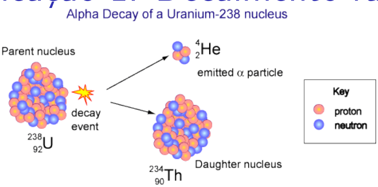
$$f_\lambda(x) = \lim_{n\to\infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Valor mais provável $= \langle x \rangle = \lambda$, $\sigma^2 = \lambda$ é $\#$ médio de eventos no periodo de observação.
$T = 1/\lambda$ tempo médio de 1 evento

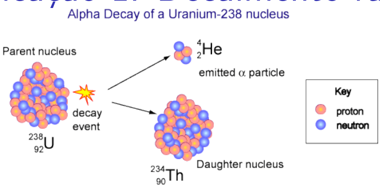
```
# Prog basico: exp de poisson
p = lambda/Nstep
count = 0

for i in range(Nstep):
    x = random()
    if (x < p):
        count += 1
```

Aplicação 1: Decaimento radiativo

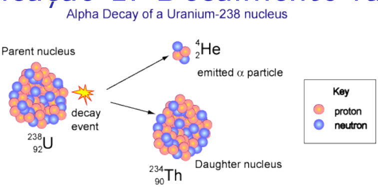


Aplicação 1: Decaimento radiativo



A descriçao agora é em termos probabilísticos, conectada de forma quase direta com o fenômeno físico.

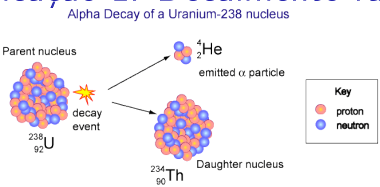
Aplicação 1: Decaimento radiativo



A descriçao agora é em termos probabilísticos, conectada de forma quase direta com o fenômeno físico.

$\frac{dp}{dt}$: probabilidade por unidade de tempo da desintegração de um núcleo

Aplicação 1: Decaimento radiativo

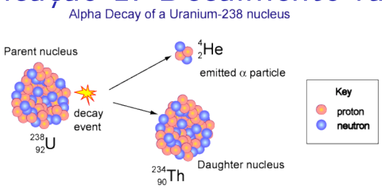


A descriçao agora é em termos probabilísticos, conectada de forma quase direta com o fenômeno físico.

$\frac{dp}{dt}$: probabilidade por unidade de tempo da desintegração de um núcleo

Como simular com Poisson a distegraçao de elemnto de meia vida τ?

Aplicação 1: Decaimento radiativo



A descriçao agora é em termos probabilísticos, conectada de forma quase direta com o fenômeno físico.

$\frac{dp}{dt}$: probabilidade por unidade de tempo da desintegração de um núcleo

Como simular com Poisson a distegraçao de elemnto de meia vida τ?

```
# Prog: decaimento: N, p, dt, tf
...
Nt=N # nucleos inicias  p <> dt?
for it in range(Nstep):
    decay = 0
    for j in range(1,Nt+1):
        x = random()
        if (x < p):
            decay += 1
    Nt -= decay
    X.append(it*dt);  Y.append(Nt)
```

Aplicação 2: Modelo SIR, etc

Aplicação 3: ...