Paolo Piseri, 16-05-2023

Introduzione all'esperienza *"Misura della velocità del suono con il tubo di Kundt"*

Università degli Studi di Milano

Laboratorio di Fisica con Elementi di Statistica

Corso di Laurea in Fisica LT - Anno Accademico 2022-2023

date:

Turno 1 - lunedì 22-05-2023 e 29-05-2023, h 08:30-12:30

Turno 2 - martedì 23-05-2023 e 30-05-2023, h 15:00-19:00,

Turno 3 - mercoledì 17-05-2023 e 24-05-2023, h 08:30-12:30

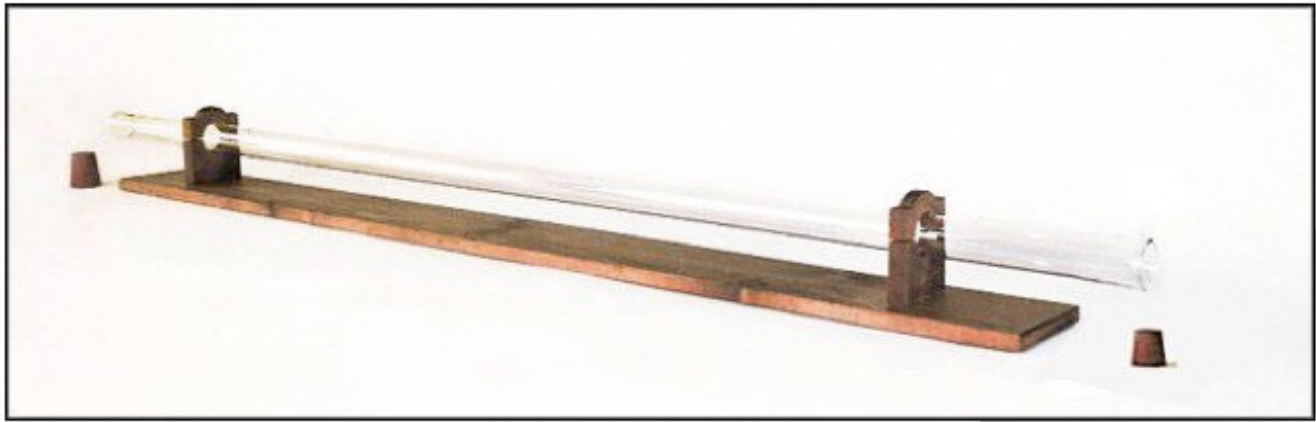
Turno 4 - giovedì, 18-05-2023 e 25-05-2023, h 14:30-18:30

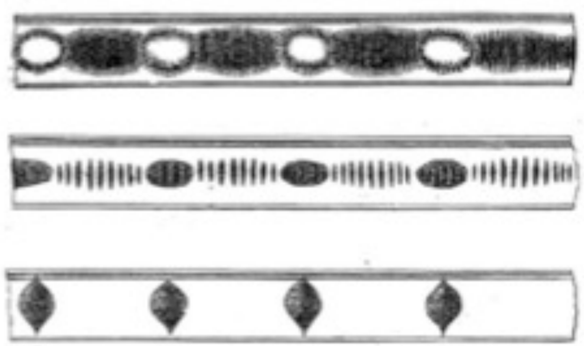
Turno 5 - venerdì 19-05-2023 e 26-05-2023, h 08:30-12:30

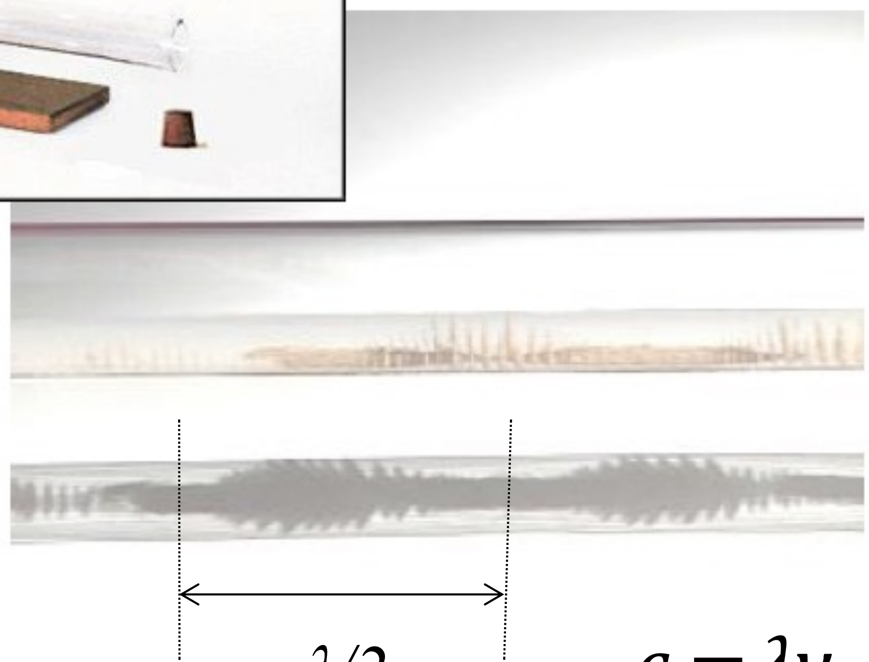
Cosa è il tubo di Kundt?

Dal nome di August Kundt, che escogitò un metodo per visualizzare onde acustiche stazionarie in una colonna d’aria (1866) e lo utilizzò per la **misura della velocità del suono**.

Osservazione del moto di polveri in un tubo trasparente (accumulazione della polvere nei nodi)







$$c = \lambda \nu$$

Caratteristiche dell'esperienza

- La **grandezza da misurare** non è direttamente quantificabile facendo affidamento alla nostra percezione.
- Con l'aiuto di opportuni **strumenti** dovremo arrivare ad una descrizione fenomenologica della risposta di un sistema fisico complesso.
- Attraverso un **modello** che descrive il fenomeno potremo effettuare una misura indiretta di una grandezza fisica.

Caratteristiche dell’esperienza

- La **grandezza da misurare** non è direttamente quantificabile facendo affidamento alla nostra percezione.

$$c = \lambda \nu$$

- Con l’aiuto di opportuni **strumenti** dovremo arrivare ad una descrizione fenomenologica della risposta di un sistema fisico complesso.
- Attraverso un **modello** che descrive il fenomeno potremo effettuare una misura indiretta di una grandezza fisica.

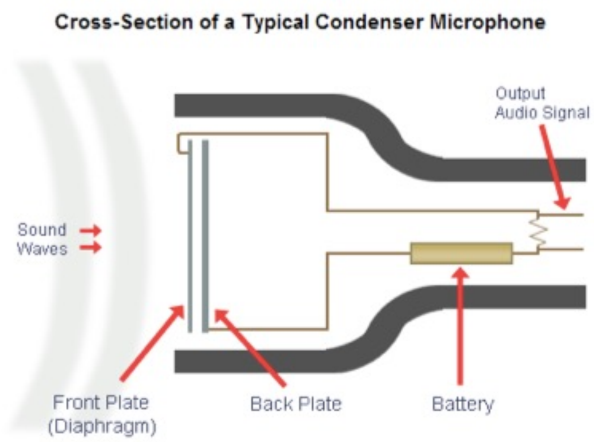
Caratteristiche dell’esperienza

- La **grandezza da misurare** non è direttamente quantificabile facendo affidamento alla nostra percezione.

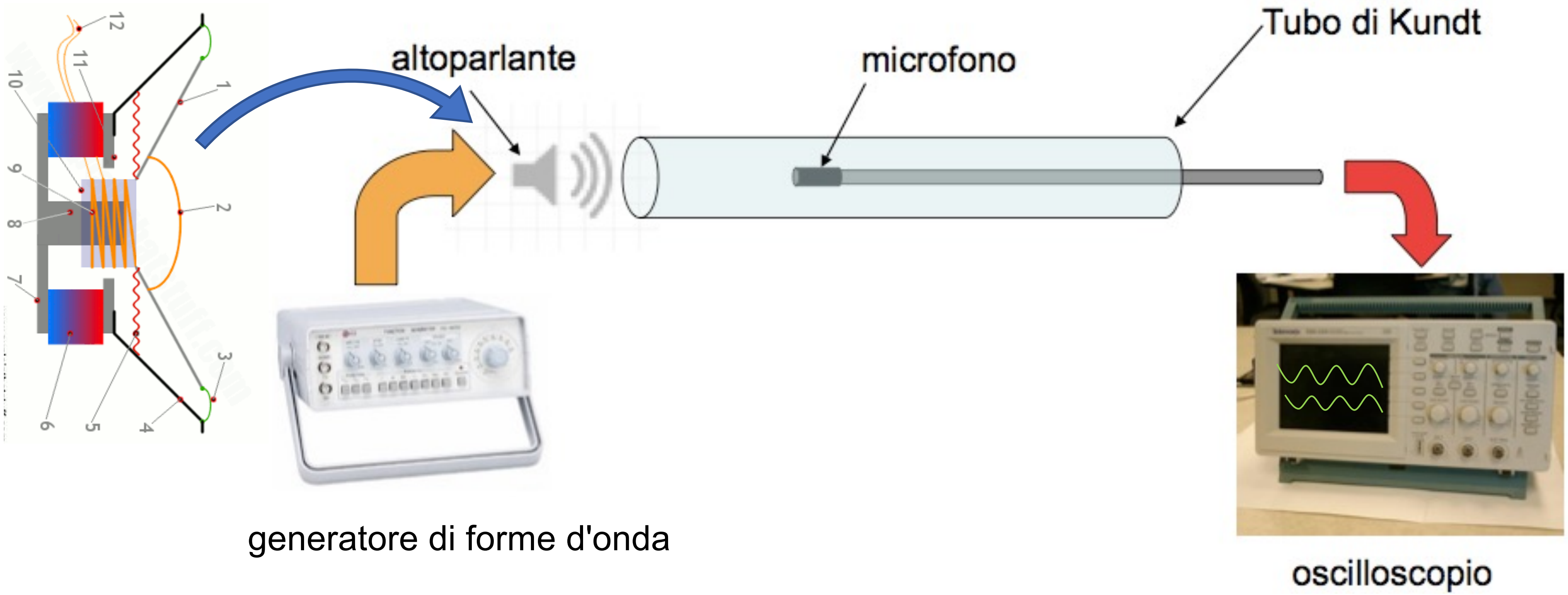
Spendete del tempo per imparare ad usare bene l’oscilloscopio!

- Con l’aiuto di opportuni **strumenti** dovremo arrivare ad una descrizione fenomenologica della risposta di un sistema fisico complesso.
- Attraverso un **modello** che descrive il fenomeno potremo effettuare una misura indiretta di una grandezza fisica.

Materiale per l'esperienza in laboratorio



L'onda stazionaria può essere osservata campionando con un microfono l'intensità sonora in diversi punti all'interno del tubo.



Caratteristiche dell'esperienza

- La **grandezza da misurare** non è direttamente quantificabile facendo affidamento alla nostra percezione.

$$\boxed{c = \lambda \nu}$$

- Con l'aiuto di opportuni **strumenti** dovremo arrivare ad una descrizione fenomenologica della risposta di un sistema fisico complesso.
- Attraverso un **modello** che descrive il fenomeno potremo effettuare una misura indiretta di una grandezza fisica.

Onda acustica

- Oscillazione elastica di un mezzo continuo.

- La perturbazione del mezzo rispetto alla condizione di equilibrio si propaga con velocità caratteristica determinata dalle proprietà elastiche e dalla densità del mezzo continuo.

- Lo spostamento associato alla oscillazione è longitudinale (ossia parallelo alla direzione di propagazione) nel caso di onde acustiche in un gas o in un liquido. Può essere anche trasversale in un solido.

- L'onda si propaga determinando un trasferimento dell'energia associata alla perturbazione, ma senza flusso di materia.

Descrizione di un'onda sonora

In un gas la descriviamo ad esempio con:

$\vec{x}(\vec{r},t)$ Lo spostamento all'istante t di un elemento infinitesimo di materia la cui posizione di equilibrio sia nel punto $\vec{r}$

A questi spostamenti oscillatori rispetto alle posizioni di equilibrio saranno associate oscillazioni delle grandezze:

$\rho(\vec{r},t)$ densità del gas in un punto dello spazio $\vec{r}$, al tempo t

$p(\vec{r},t)$ pressione del gas in un punto dello spazio $\vec{r}$, al tempo t

Descrizione di un'onda sonora

Nel caso che interessa (propagazione lungo la direzione dell'asse del tubo), lo spostamento avviene lungo la stessa direzione (onde longitudinali) e limitandosi alla descrizione di ciò che avviene sull'asse del tubo, il problema può essere ricondotto ad un problema mono-dimensionale: la descrizione si riduce all'uso di grandezze scalari:

$x(r,t)$

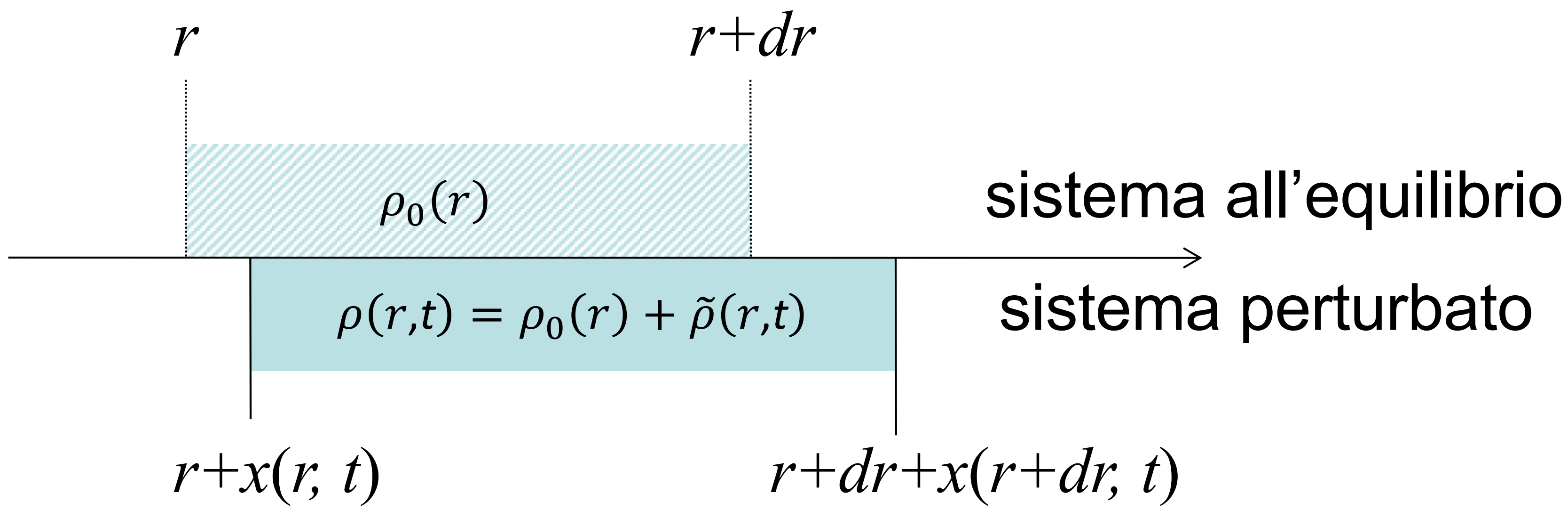
$\rho(r,t)$

$p(r,t)$

r posizione in termini di distanza da un origine (ad esempio un estremità) lungo l'asse del tubo.

t tempo

Descrizione di un’onda sonora



Se la massa nel volume descritto da dr si conserva:

$$\rho_0 dr = \rho\left(\frac{\partial x}{\partial r} dr + dr\right) \rightarrow \tilde{\rho} = -\rho_0 \frac{\partial x}{\partial r}$$

conservando solo i
termini al primo ordine

Descrizione di un'onda sonora

$$p(r,t) \rightarrow \qquad \rho_0 dr = \rho\left(\frac{\partial x}{\partial r} dr + dr\right) \qquad \leftarrow p(r+dr,t)$$

Sull'elemento di massa agirà una forza

$$F = -\frac{\partial p}{\partial r} dr$$

Da cui l'equazione di Newton $\rho_0 \dfrac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\dfrac{\partial p}{\partial r}$

assumendo il caso $p(r,t) = p_0 + \tilde{p}(\rho(r,t))$

Ricordiamo che

$$\tilde{\rho} = -\rho_0 \frac{\partial x}{\partial r}$$

si ha $\dfrac{\partial p}{\partial r} = \dfrac{\partial \tilde{p}}{\partial r} = \dfrac{d\tilde{p}}{d\tilde{\rho}} \dfrac{\partial \tilde{\rho}}{\partial r} = \dfrac{d\tilde{p}}{d\tilde{\rho}}\left[-\rho_0 \dfrac{\partial^2 x}{\partial r^2}\right]$

Descrizione di un'onda sonora

$$p(r,t) \rightarrow \quad \rho_0 dr = \rho\left(\frac{\partial x}{\partial r}dr + dr\right) \quad \leftarrow p(r+dr,t)$$

Sull'elemento di massa agirà una forza

$$F = -\frac{\partial p}{\partial r}dr$$

Da cui l'equazione di Newton $\quad \rho_0 \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial r}$

assumendo il caso $\quad p(r,t) = p_0 + \tilde{p}(\rho(r,t))$

si ha $\quad \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} = \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{\rho}}\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial r} = \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{\rho}}\left[-\rho_0 \frac{\partial^2 x}{\partial r^2}\right]$

Ricordiamo che

$$\tilde{\rho} = -\rho_0 \frac{\partial x}{\partial r}$$

Descrizione di un'onda sonora

Il mezzo elastico che ci interessa è dunque descritto da una grandezza x che soddisfa all'equazione d'onda unidimensionale:

$$\frac{\partial^2 x(\mathrm{r,t})}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 x(\mathrm{r,t})}{\partial t^2} = 0$$

D'Alembert

con $\quad c = \sqrt{\dfrac{dp}{d\rho}}$

Per un gas perfetto, in condizioni adiabatiche: $\dfrac{p}{\rho^\gamma} = \mathrm{C}$; $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = \mathrm{C} \cdot \gamma \cdot \rho^{\gamma-1} = \gamma \cdot \frac{p}{\rho} = \frac{\gamma k T}{m} \quad \rightarrow \; c = \sqrt{\frac{\gamma k T}{m}}$$

Descrizione di un'onda sonora

L'equazione di D'Alembert ammette soluzioni generali scrivibili nella forma:

$$x(r,t) = A(r - ct) + B(r + ct)$$

Ossia perturbazioni che si propagano con velocità c nelle due direzioni opposte.

Considerando il caso particolare di forme sinusoidali di pari ampiezza che si propagano nelle due direzioni, da semplici identità trigonometriche si deduce che anche le soluzioni (stazionarie) esprimibili nella forma

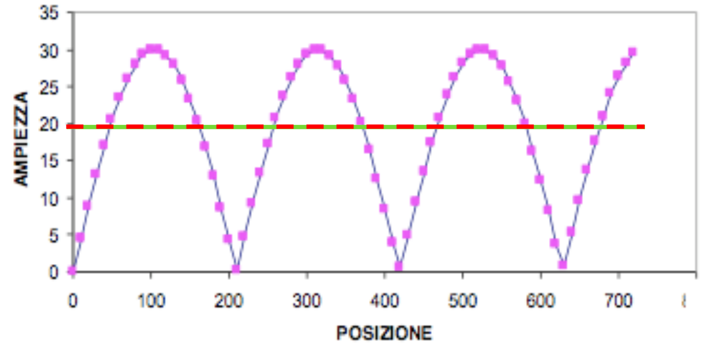
$$x(r,t) = K \sin(\omega t + \phi) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} r + \delta\right)$$

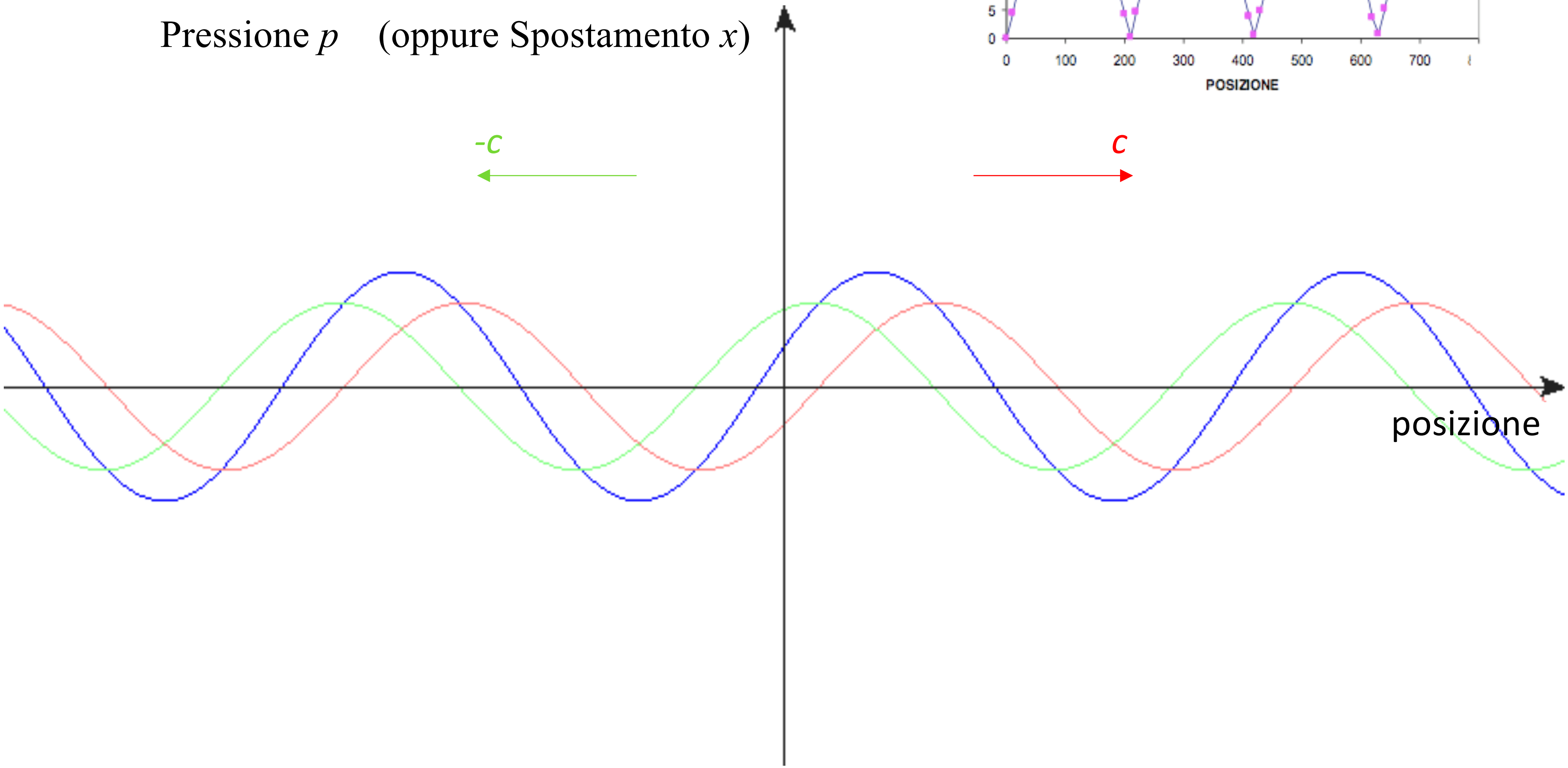
sono soluzioni particolari dell'equazione.

con K, ϕ, δ, λ costanti arbitrarie e

$$c = \frac{\lambda\omega}{2\pi}$$

Onda Stazionaria





Tutti i punti di tutti e tre i grafici hanno un andamento oscillante in modo sinusoidale rispetto al tempo. Cosa distingue l'onda stazionaria?

Onde sonore in un tubo

Verifichiamo se le onde stazionarie scritte nella forma

$$x(r,t) = K\sin(\omega t + \phi)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}r + \delta\right)$$

K e ϕ potranno assumere qualunque valore e non sono rilevanti per il momento.

sono soluzioni adatte a descrivere il suono all'interno di un tubo.

Dobbiamo considerare quali condizioni al contorno ha senso assumere.

$x(0,t);\ p(0,t)$

$x(L,t);\ p(L,t)$

Onde sonore in un tubo

Saranno possibili due situazioni limite:

1) Estremità aperta

la pressione è “ancorata” alla pressione atmosferica. La variazione di pressione si può iimmaginare come vincolata a zero, dunque lo sarà la variazione di densità e quindi

$$\frac{\partial x}{\partial r} = 0$$

2) Estremità chiusa

lo spostamento è “impedito” dalla presenza di una parete

$$x = 0$$

Onde sonore in un tubo

Possiamo considerare diverse situazioni. Vediamo in particolare:

1) Entrambe le estremità aperte

$$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial x(L,t)}{\partial r} = 0$$

2) Una estremità chiusa e l'altra aperta

$$x(0,t)=0$$

$$\frac{\partial x(L,t)}{\partial r} = 0$$

Onde sonore in un tubo

Possiamo considerare diverse situazioni. Vediamo in particolare:

3) Entrambe le estremità chiuse

$x(0,t)=0$  $x(L,t)=0$

2) Una estremità aperta e l'altra chiusa

$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0$  $x(L,t)=0$

Onde sonore in un tubo

1) Entrambe le estremità aperte

$$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial x(L,t)}{\partial r} = 0$$

A $$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0 \rightarrow \sin(\delta) = 0 \rightarrow \delta=0$$

B $$\frac{\partial x(L,t)}{\partial r} = 0 \rightarrow \sin\left(\frac{2\pi L}{\lambda}\right) = 0 \rightarrow \frac{2\pi L}{\lambda_n} = n\pi;\ n \in \{1,2,3,....\}$$

$$\rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n};n \in \{1,2,3,....\}$$

$$x(r,t)= K\sin(\omega t + \phi)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}r+\delta\right)$$

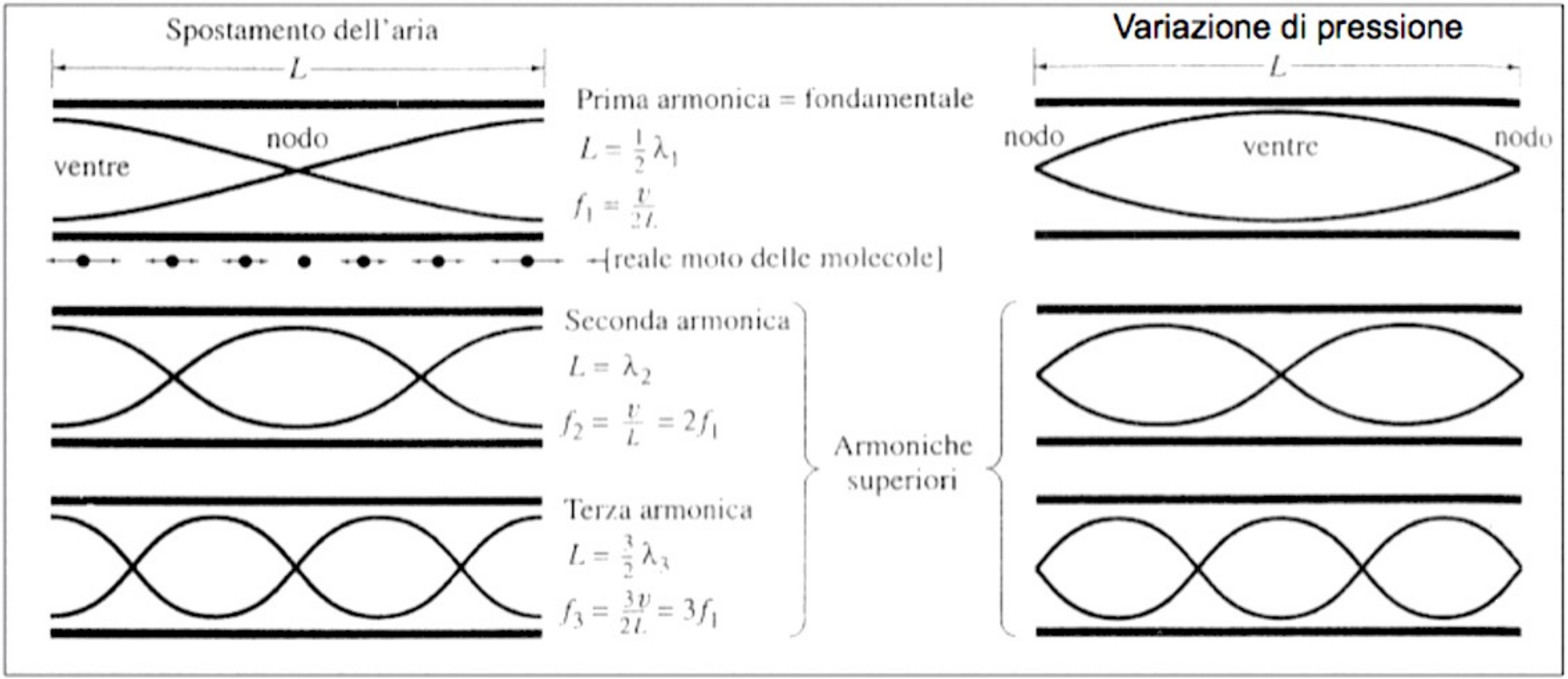
$$\frac{\partial x(r,t)}{\partial r} = -\frac{2\pi}{\lambda}K\sin(\omega t + \phi)\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}r+\delta\right)$$

Onde sonore in un tubo

1) Entrambe le estremità aperte

$$c = \lambda_n \nu_n$$

$$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0 \qquad \lambda_n = \frac{2L}{n}; n \in \{1,2,3,\ldots\} \qquad \frac{\partial x(L,t)}{\partial r} = 0$$



Onde sonore in un tubo

2) Una estremità chiusa e l'altra aperta

A $\quad \frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0 \rightarrow \sin(\delta) = 0 \rightarrow \delta=0$

B $\quad x(L,t) = 0 \rightarrow \cos\left(\frac{2\pi L}{\lambda}\right) = 0 \rightarrow \frac{2\pi L}{\lambda_n} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi;\ n \in \{0,1,2,\ldots\}$

$$\rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n+\frac{1}{2}};\ n \in \{0,1,2,\ldots\}$$

$$x(r,t) = K\sin(\omega t + \phi)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}r + \delta\right)$$

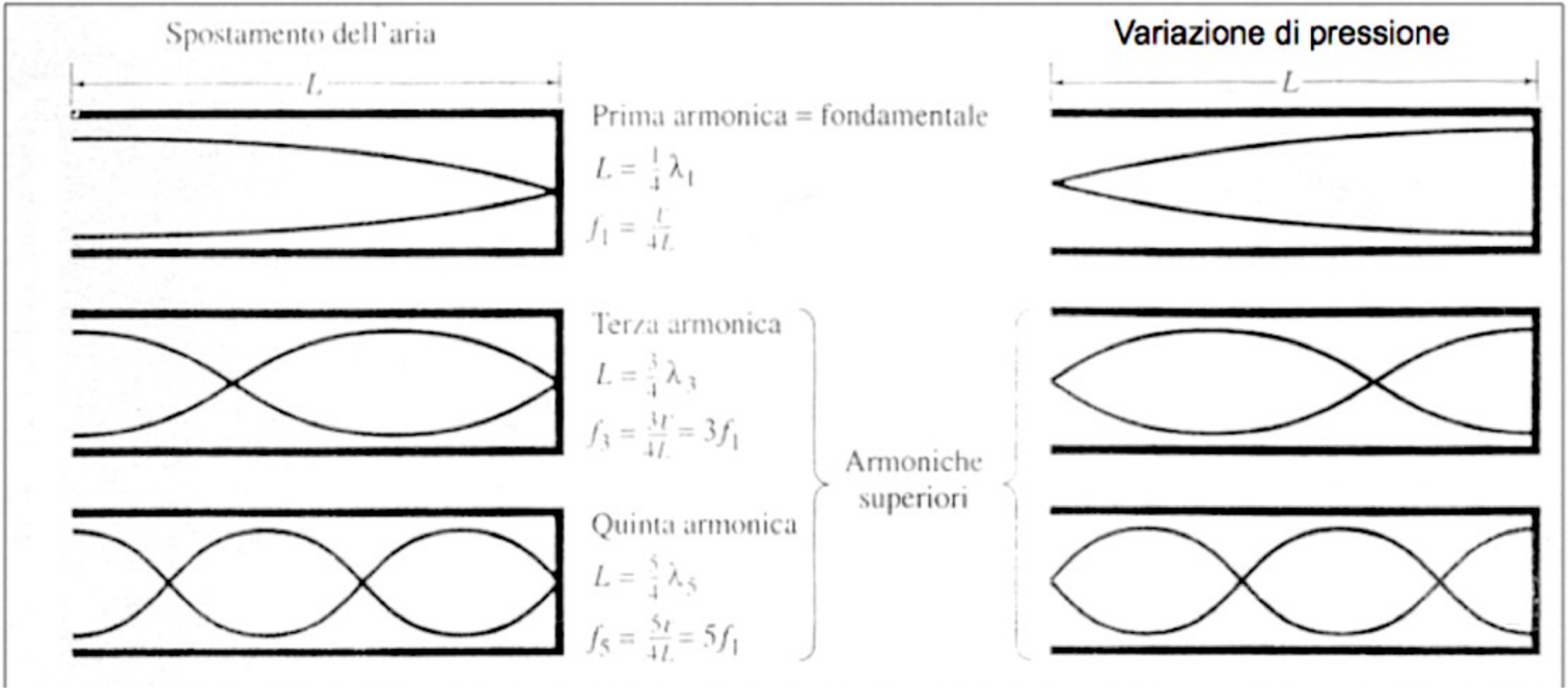
$$\frac{\partial x(r,t)}{\partial r} = -\frac{2\pi}{\lambda}K\sin(\omega t + \phi)\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}r + \delta\right)$$

Onde sonore in un tubo

2) Una estremità chiusa e l'altra aperta

$$c = \lambda_n \nu_n$$

$$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0 \qquad \lambda_n = \frac{4L}{2n+1}; \ n \in \{0,1,2,\ldots\} \qquad x(L,t) = 0$$



Onde sonore in un tubo

2) Entrambe le estremità chiuse

$x(0,t) = 0$

$x(L,t) = 0$

A B

A $\quad x(0,t) = 0 \rightarrow \cos(\delta) = 0 \rightarrow \delta = \dfrac{\pi}{2}$

B $\quad x(L,t) = 0 \rightarrow \cos\left(\dfrac{2\pi L}{\lambda} + \dfrac{\pi}{2}\right) = 0 \rightarrow \dfrac{2\pi L}{\lambda_n} + \dfrac{\pi}{2} = \left(n + \dfrac{1}{2}\right)\pi;\ n \in \{0,1,2,\ldots\}$

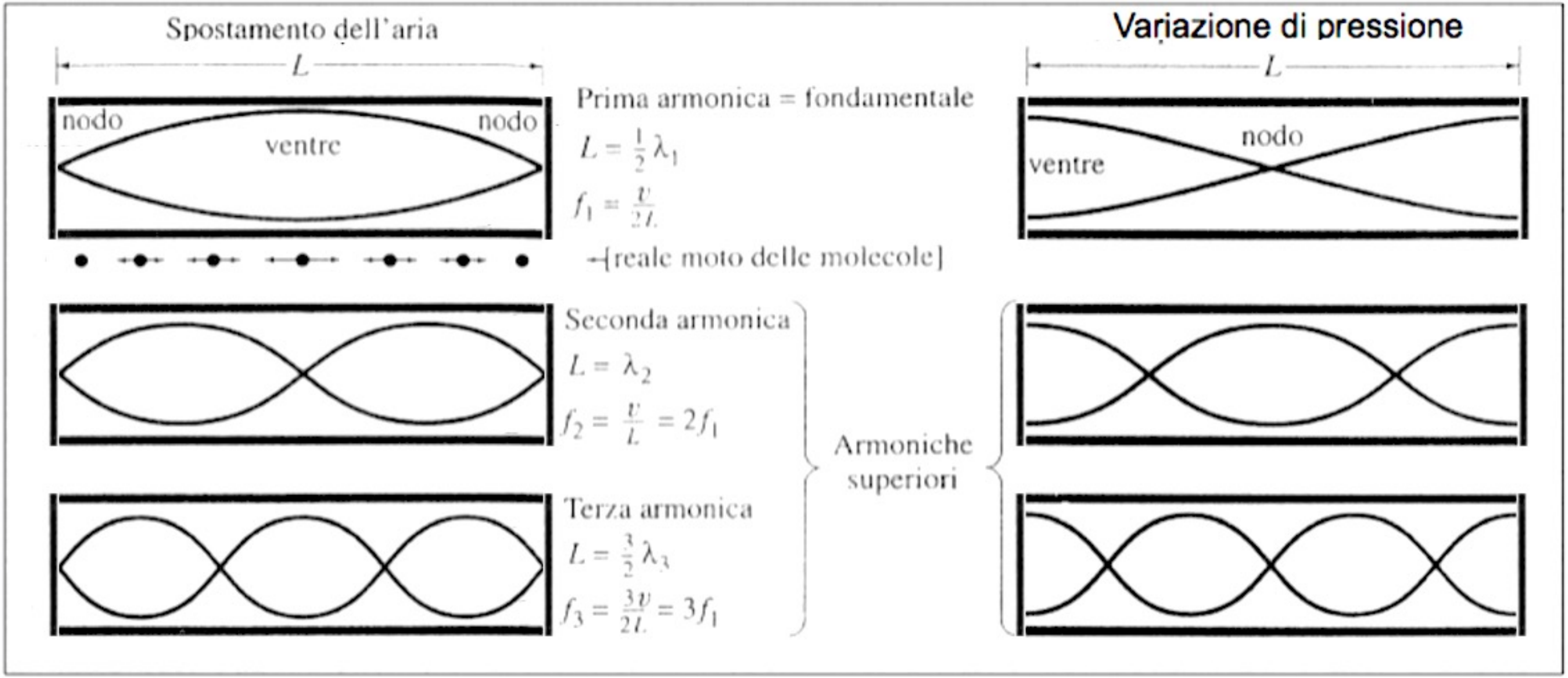
$$\rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n};\ n \in \{1,2,3,\ldots.\}$$

$$x(r,t) = K \sin(\omega t + \phi)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} r + \delta\right)$$

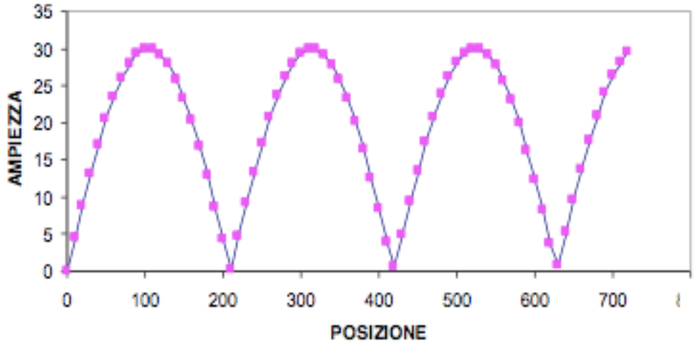
$$\frac{\partial x(r,t)}{\partial r} = -\frac{2\pi}{\lambda} K \sin(\omega t + \phi)\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} r + \delta\right)$$

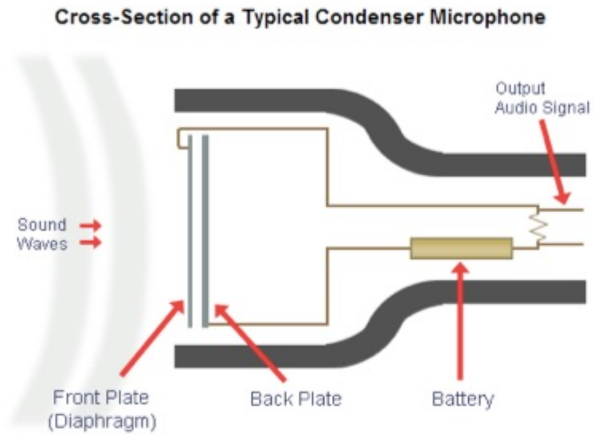
Onde sonore in un tubo

2) Entrambe le estremità chiuse

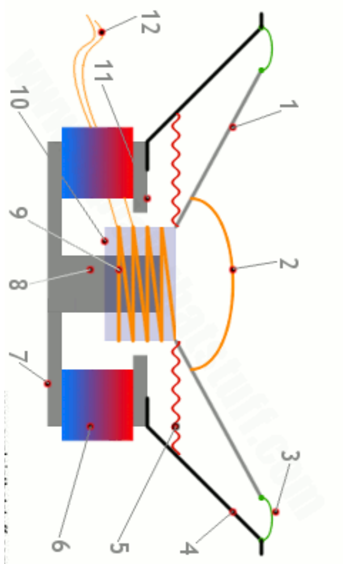


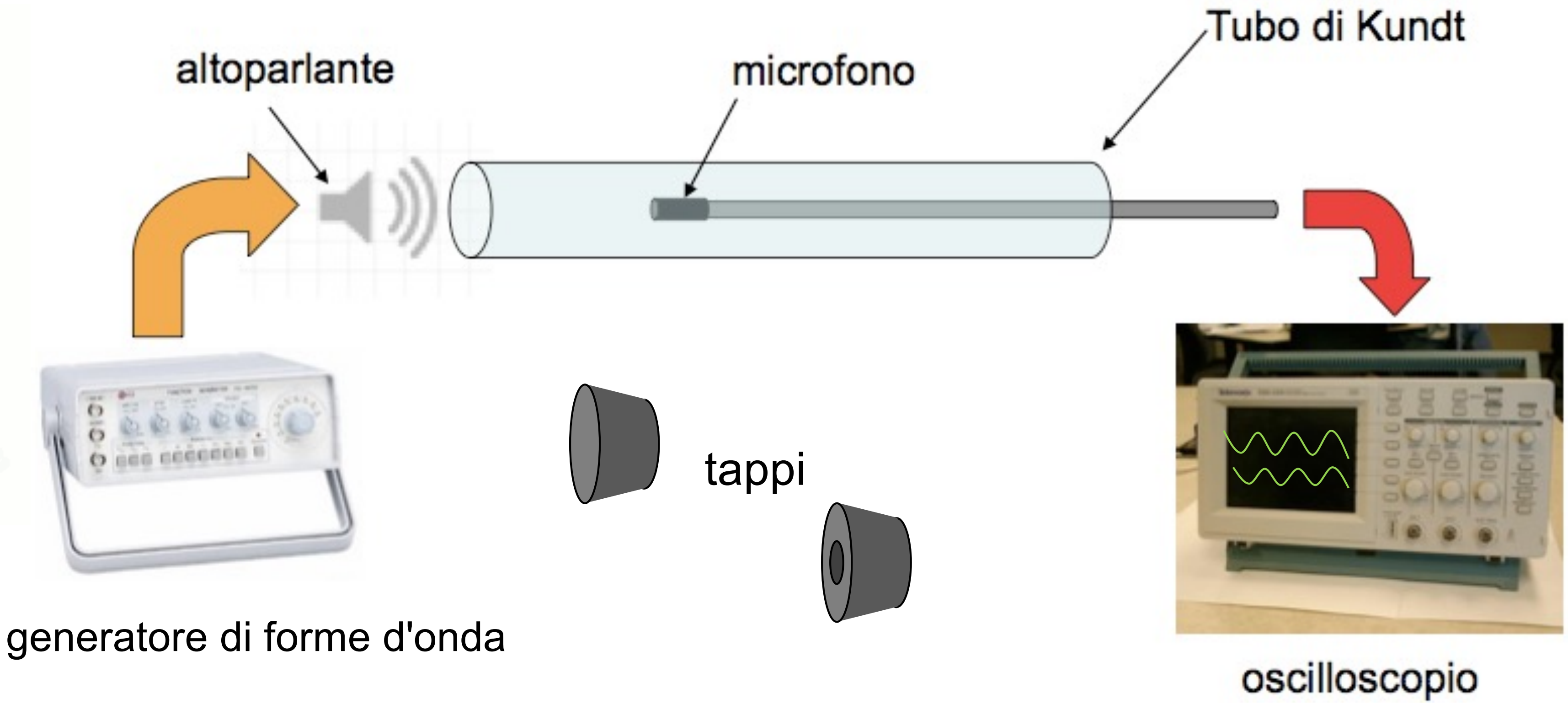
Materiale per l'esperienza in laboratorio





L'onda stazionaria può essere osservata campionando con un microfono l'intensità sonora in diversi punti all'interno del tubo.





Domande:

- Il modello è adeguato a descrivere il sistema reale?
  - Il sistema di ventri e nodi corrisponde alle previsioni del modello per i modi normali?
  - le frequenze di risonanza del sistema sono quelle attese?
  - Quali aspetti del sistema reale hanno maggiore peso sulle deviazioni della sua risposta da quella prevista dal modello?

Programma per l'esperienza in laboratorio

•Ricostruire il comportamento del sistema con diverse diverse frequenze del segnale forzante (dall'altoparlante), verificando l'esistenza di onde stazionarie e di un effetto di risonanza. (qualitativo)

•Campionare l'ampiezza dell'onda sonora all'interno del tubo, muovendo il microfono in posizioni diverse. Ricostruire il profilo dell'onda stazionaria.

•Ripetere l'esperienza a frequenze multiple della fondamentale, per diverse condizioni alle estremità del tubo. (possibilmente 2-4 armoniche per ciascuna configurazione)

•Determinare la velocità del suono sulla base dei profili ottenuti e (attraverso il confronto con il valore atteso) estrarne il valore per la costante adiabatica γ.

•Costruire la curva di risonanza per un modo prescelto. Ricostruire anche la curva per la fase.

Programma per l’esperienza in laboratorio

Usare le 2 giornate a disposizione per completare l’intero programma.

Al solito, all’indirizzo http://physurvey.fisica.unimi.it troverete un questionario in cui inserire i vostri dati.
Il questionario vi servirà da traccia per l’attività in laboratorio.

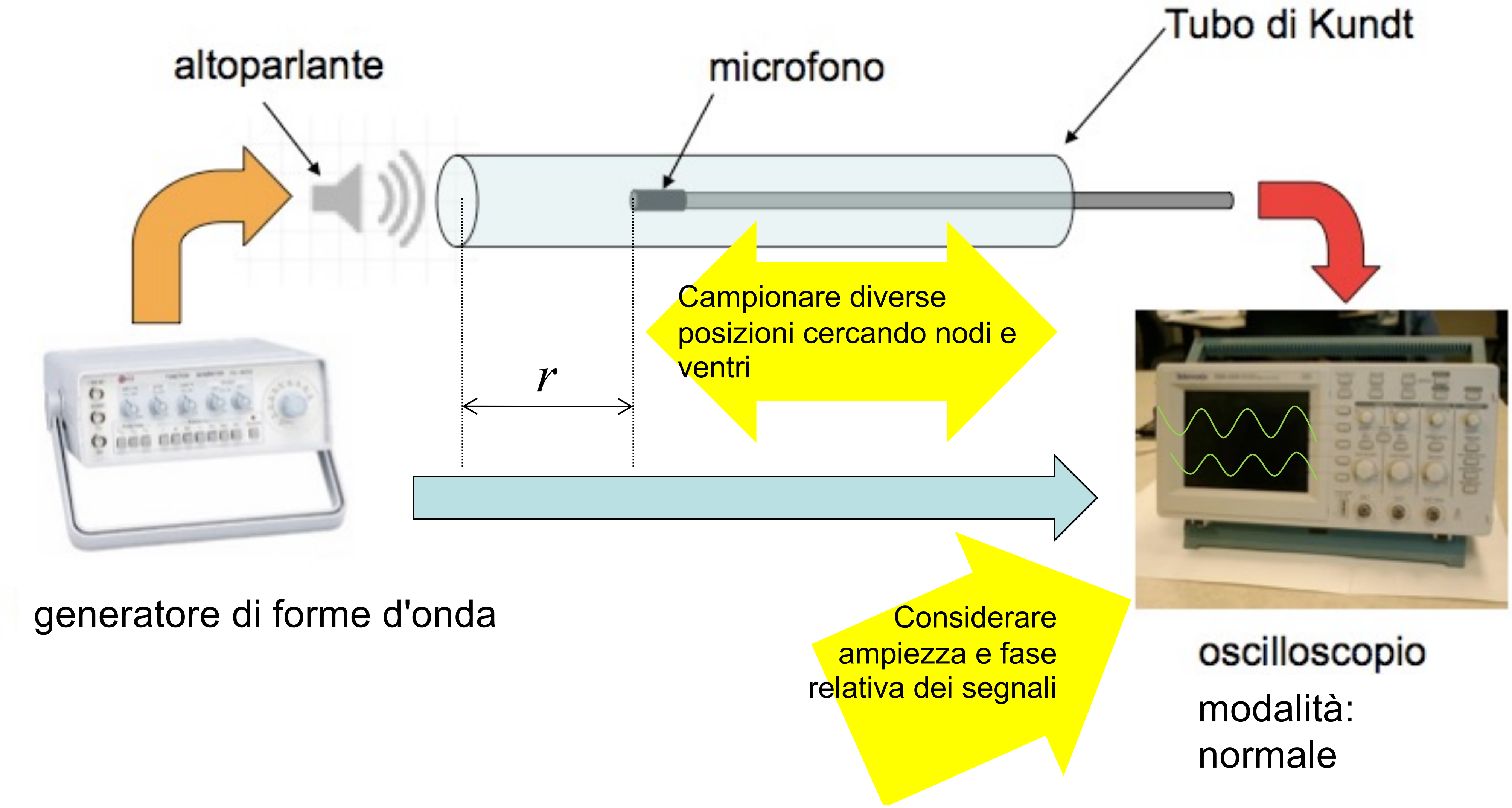
Per cominciare però ci eserciteremo nell’uso dell’oscilloscopio

A questo sarà dedicata la prima parte di ciascuna sessione in laboratorio

Un questionario separato vi guiderà nell’esercitazione con l’oscilloscopio!

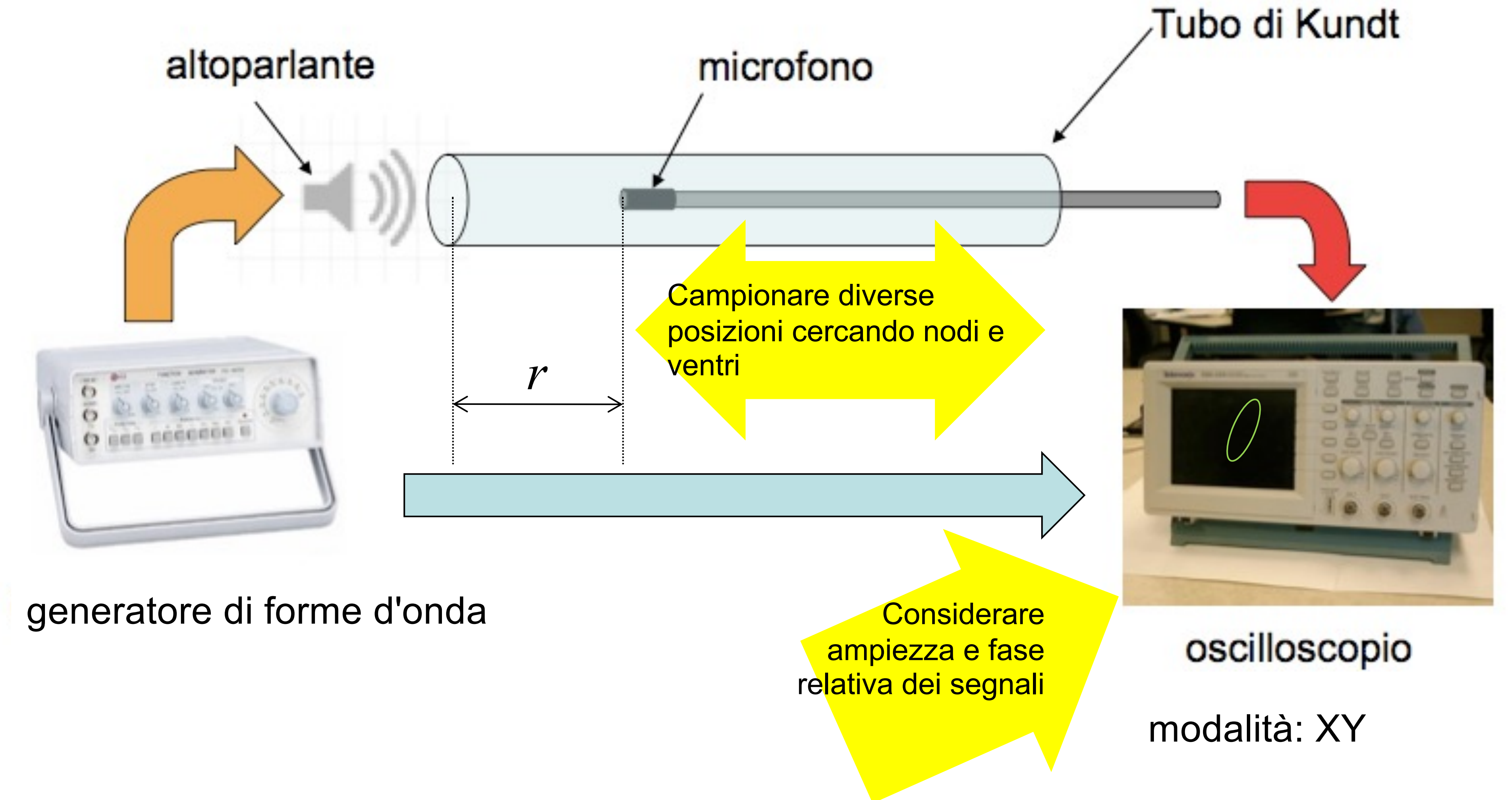
Programma per l'esperienza in laboratorio

•Ricostruire il comportamento del sistema con diverse diverse frequenze del segnale forzante (dall'altoparlante), verificando l'esistenza di onde stazionarie e di un effetto di risonanza. **QUALITATIVO!**



Programma per l’esperienza in laboratorio

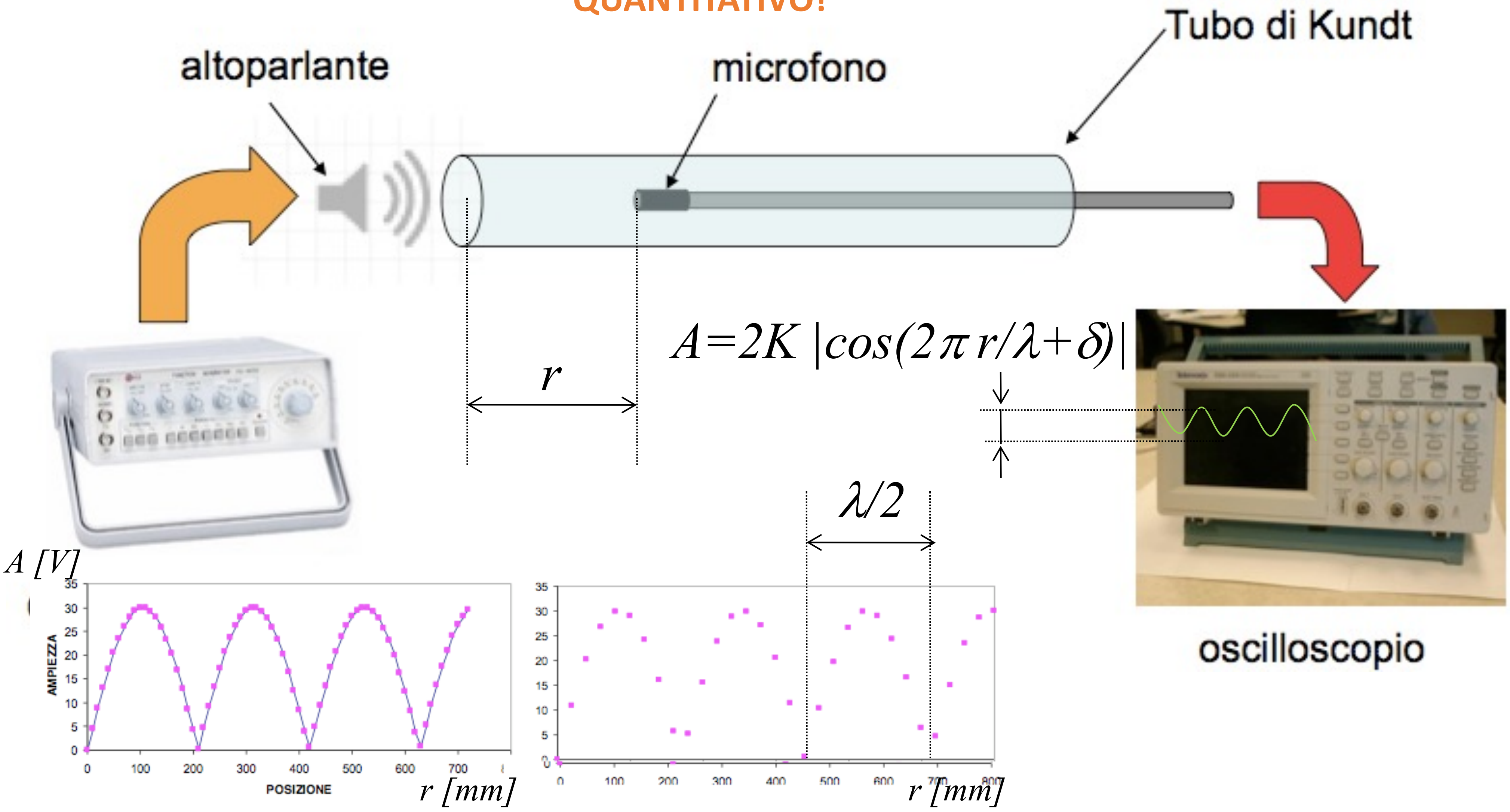
•Ricostruire il comportamento del sistema con diverse diverse frequenze del segnale forzante (dall’altoparlante), verificando l’esistenza di onde stazionarie e di un effetto di risonanza. **QUALITATIVO!**



Programma per l'esperienza in laboratorio

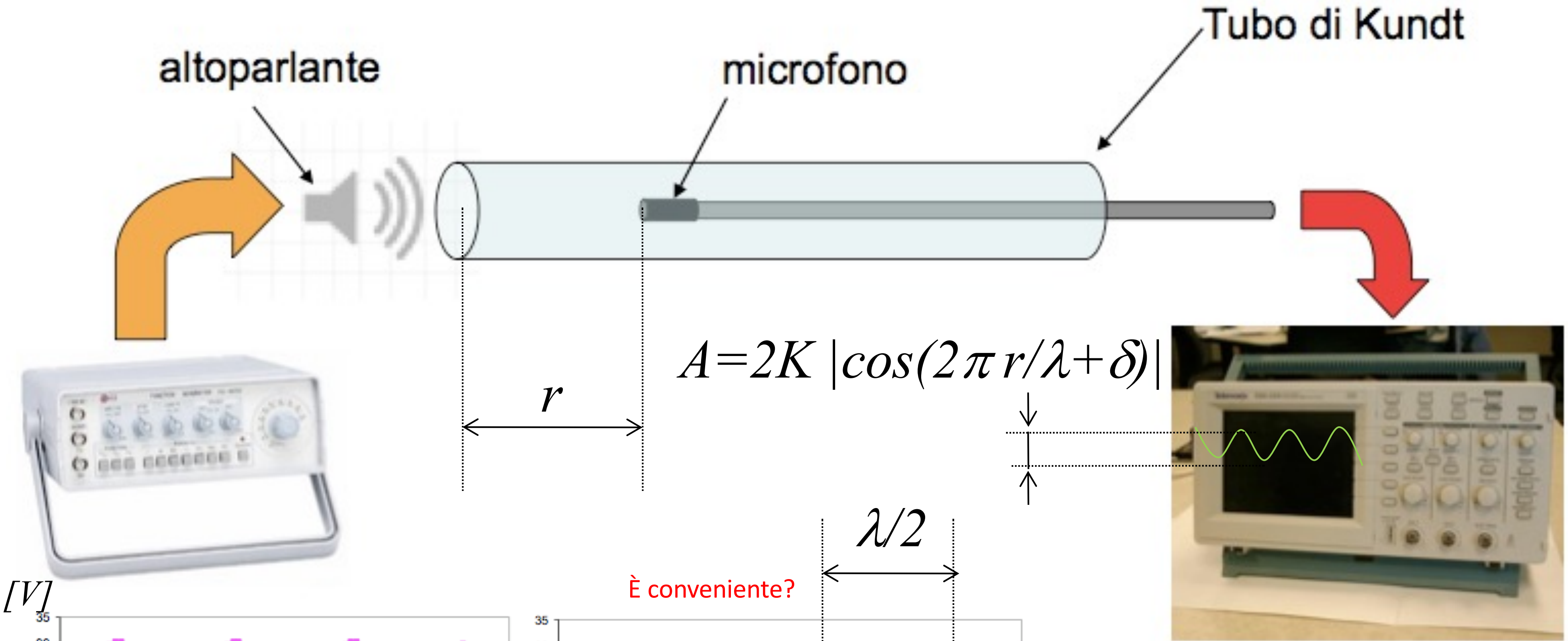
•Campionare l'ampiezza dell'onda sonora all'interno del tubo, muovendo il microfono in posizioni diverse. Ricostruire il profilo dell'onda stazionaria.

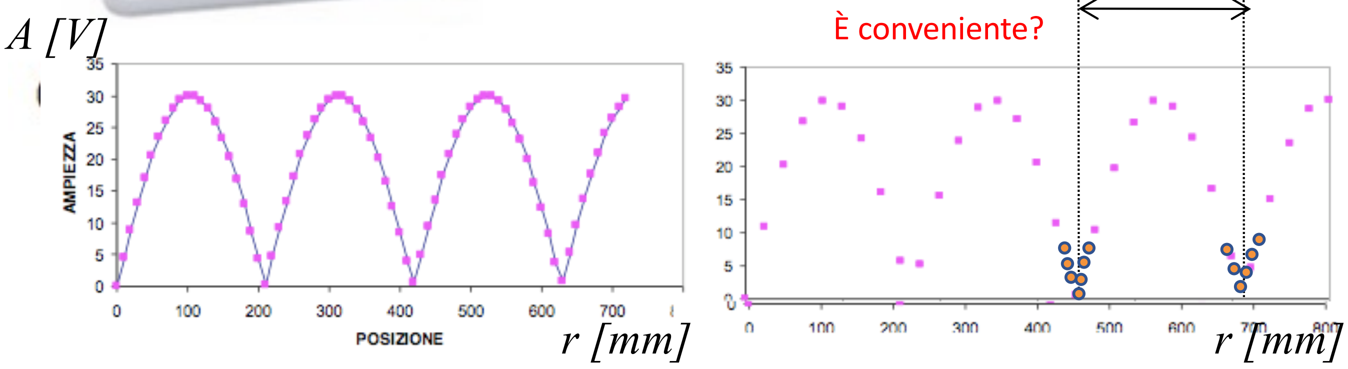
QUANTITATIVO!



Programma per l’esperienza in laboratorio

Attenzione: considerate che per la misura della velocità del suono serve determinare la lunghezza d’onda. Scegliete opportunamente le armoniche da campionare e la distanza dei campionamenti (anche non uniforme!)

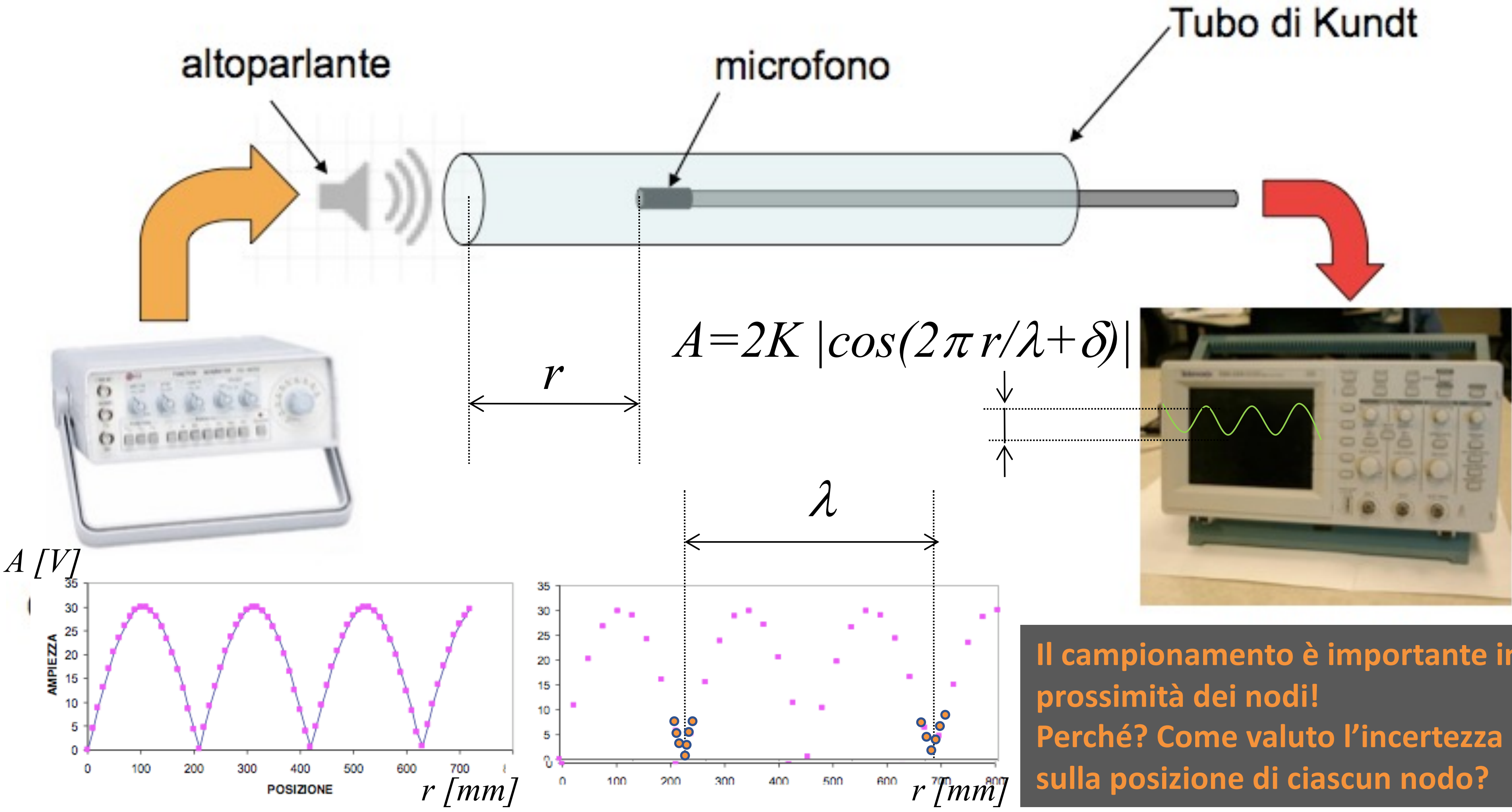




Il campionamento è importante in prossimità dei nodi!
Perché? Come valuto l’incertezza sulla posizione di ciascun nodo?

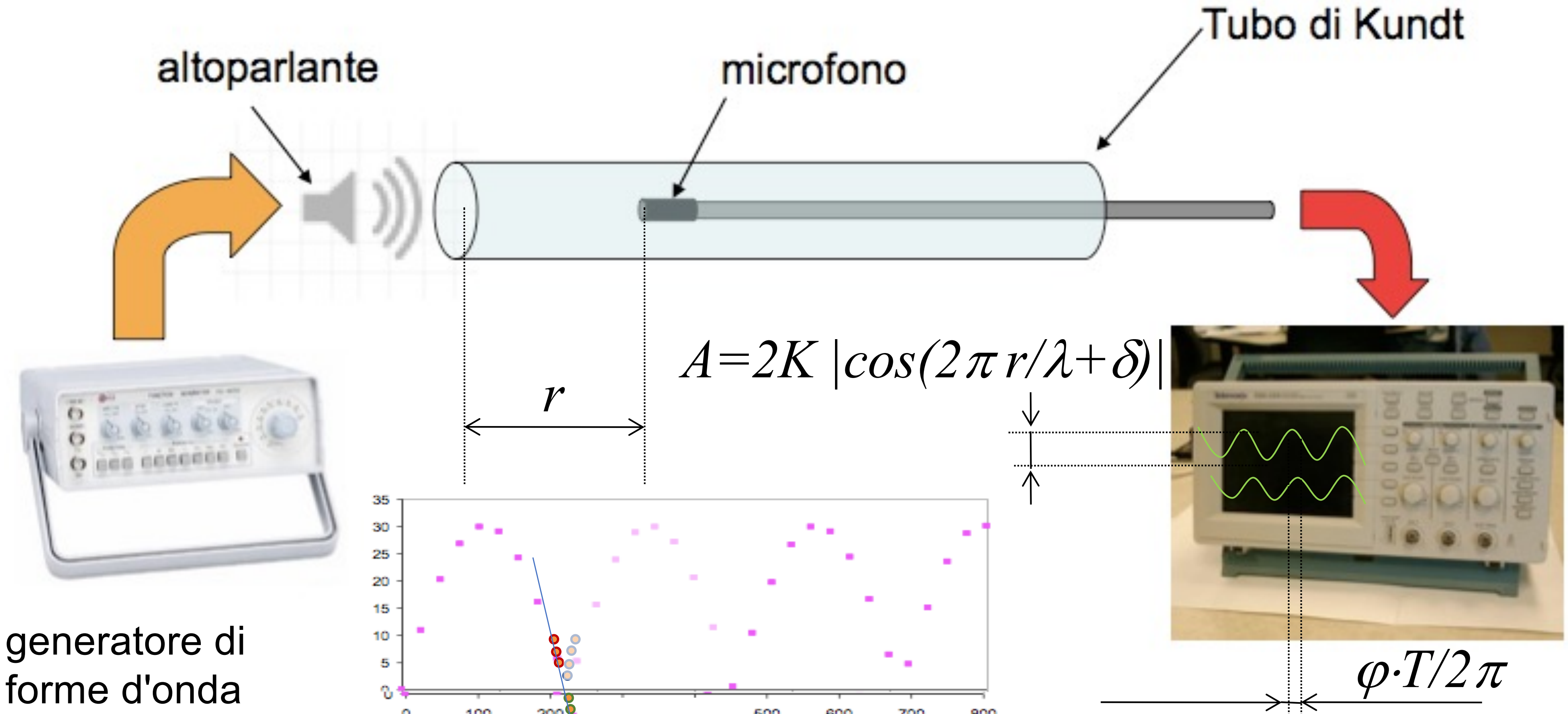
Programma per l’esperienza in laboratorio

Attenzione: considerate che per la misura della velocità del suono serve determinare la lunghezza d’onda. Scegliete opportunamente le armoniche da campionare e la distanza dei campionamenti (anche non uniforme!)



Il campionamento è importante in prossimità dei nodi!
Perché? Come valuto l’incertezza sulla posizione di ciascun nodo?

Programma per l'esperienza in laboratorio



Con l'aiuto dell'informazione sulla fase potete ricondurre il **problema della determinazione della posizione dei nodi** al trovare l'intercetta di una regressione lineare.
Sapete valutare l'incertezza!

Programma per l'esperienza in laboratorio

•Determinare la velocità del suono sulla base dei profili ottenuti e estrarne il valore per la costante adiabatica γ.

$$c = \sqrt{\frac{\gamma k T}{m}}$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V}$$

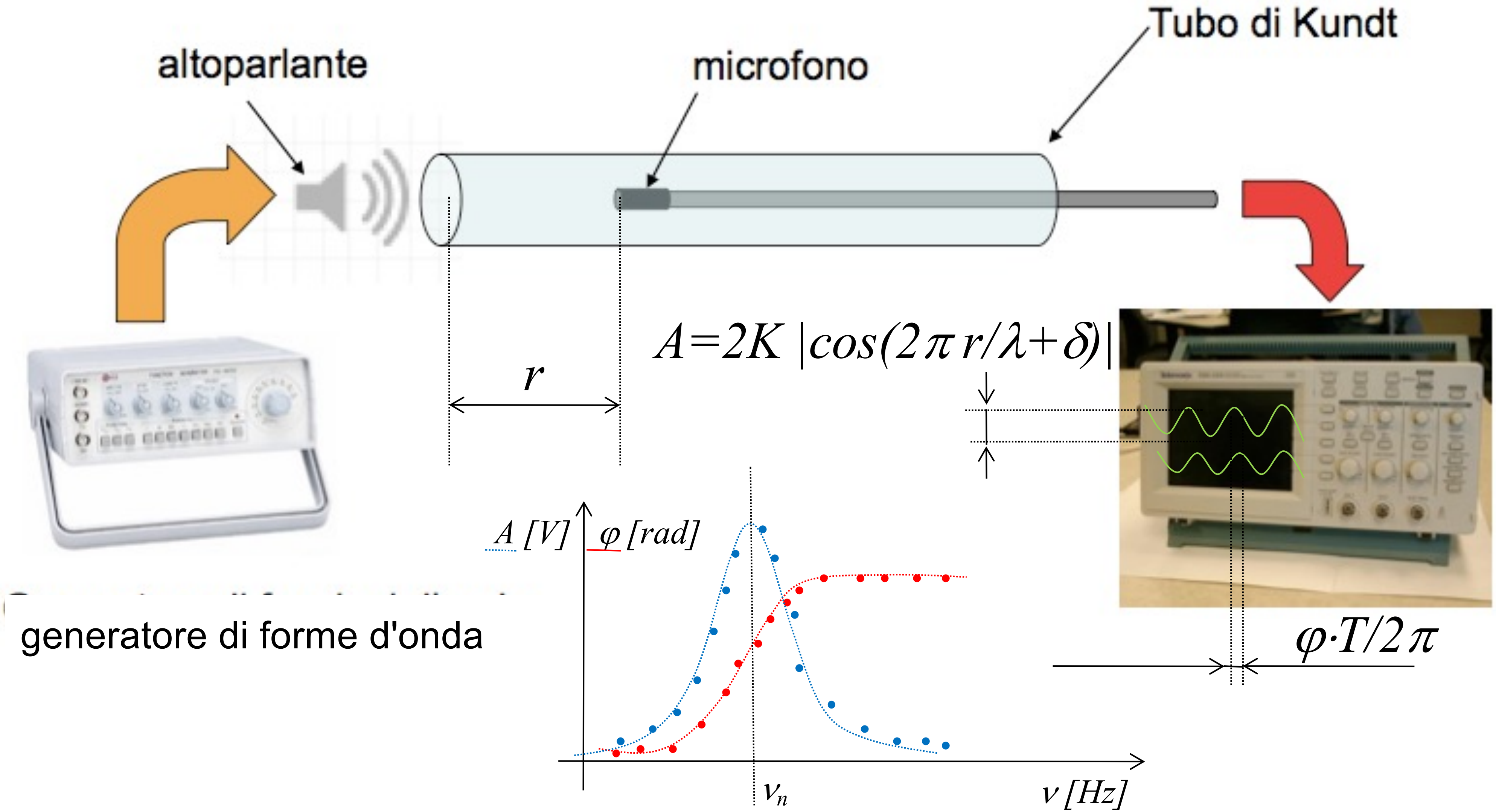
$$c = \lambda \nu$$

vostro risultato sperimentale

gas perfetto, in condizioni adiabatiche

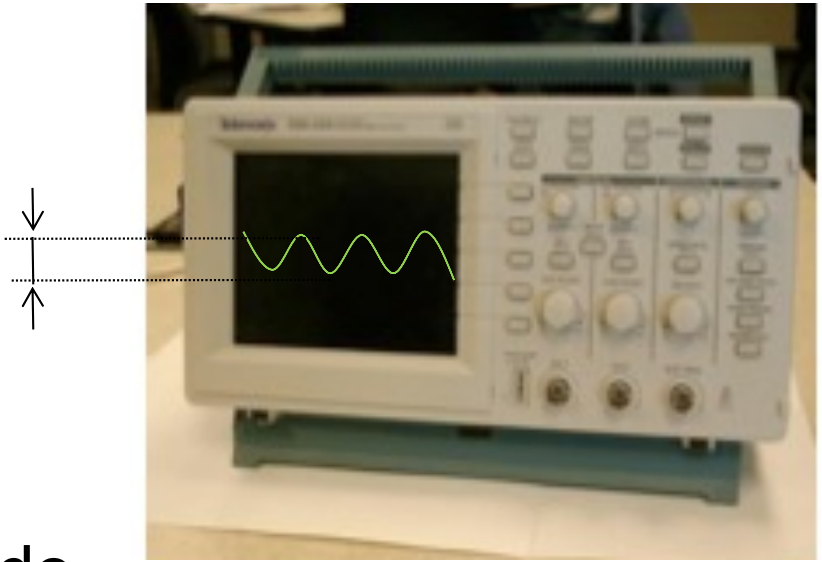
Programma per l'esperienza in laboratorio

- Costruire la curva di risonanza per un modo prescelto.



Usare gli strumenti consapevolmente...

Per ridurre l'errore sulla misura dell'ampiezza della risposta del microfono è utile impostare l'oscilloscopio in modalità *media* (*average*).

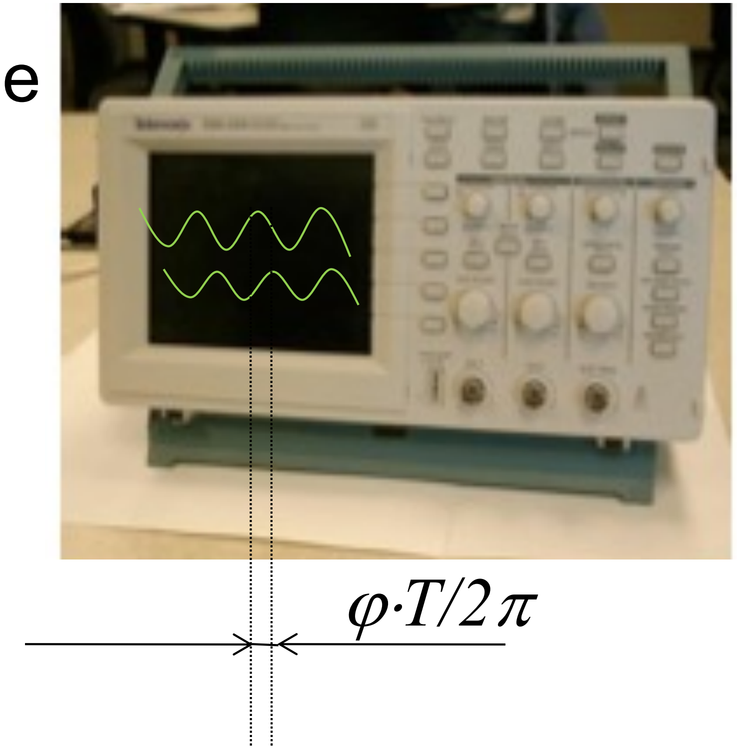


In questa modalità lo strumento mostra la traccia ottenuta mediando sulle ultime scansioni acquisite ed usa questi dati per effettuare le misure impostate (es: frequenza o ampiezza)

Importante: fate attenzione alle impostazioni del circuito di trigger!

Usare gli strumenti consapevolmente...

Per la misura della fase relativa tra forzante e risposta, considerate come i segnali che state misurando sono legati alle grandezze fisiche che vi interessano.



E' sempre vero che la forzante elettrica è in fase con la forzante meccanica?
La stessa questione si pone anche per il segnale raccolto?

Osservazione importante: senza una caratterizzazione della risposta di un apparato sperimentale per misure indirette è facile giungere a conclusioni sbagliate...

Grazie dell'attenzione!
Arrivederci e
Buon lavoro/divertimento…