

# Fisica Nucleare e Subnucleare

Prof.ssa S. Leoni, a.a. 2024-25

Leonardo Cerasi<sup>1</sup>, Lucrezia Bioni

GitHub repository: [LeonardoCerasi/notes](#)

<sup>1</sup>[leo.cerasi@pm.me](mailto:leo.cerasi@pm.me)

---

# Indice

Indice	ii
Introduzione	1
<b>I    Fisica Nucleare</b>	<b>3</b>
<b>1    Nuclidi</b>	<b>4</b>
1.1    Definizioni e nomenclatura . . . . .	4
1.1.1    Unità di misura . . . . .	4
1.1.2    La tavola di Segré . . . . .	5
1.2    Evidenze sperimentali . . . . .	5
1.2.1    Scattering di Rutherford . . . . .	5
1.2.2    Scattering elettronico . . . . .	8

---

# Introduzione

**Scale di grandezza** Nello studio della fisica dei nuclei e delle particelle subatomiche, le scale di grandezza tipiche sono estremamente piccole: la scala tipica delle dimensioni di un atomo è  $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ , mentre quella del nucleo è di 4 ordini di grandezza minore ( $10^{-14} \text{ m} = 10 \text{ fm}$ ); per un singolo nucleone, invece, le dimensioni sono dell'ordine di  $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ , e il range tipico delle interazioni deboli è  $10^{-18} \text{ m}$ .

Per quanto riguarda la scala di energie, i processi atomici hanno energie solitamente attorno a  $1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , mentre quelli nucleari arrivano anche a  $10 \text{ MeV}$ ; per le interazioni ad alte energie studiate dalla fisica particellare, i moderni acceleratori arrivano a scale di  $1 \text{ TeV}$ .

Per studiare la struttura dei costituenti della materia a vari livelli, è necessario utilizzare fasci di particelle (fotoni, elettroni, etc.) con determinate lunghezze d'onda (relazioni di de Broglie  $\lambda = \frac{h}{p}$ ), corrispondenti a determinate energie: per sondare i nuclei atomici sono necessari  $\lambda \sim 10 \text{ fm}$  ed  $E \sim 1 \text{ MeV}$ ; per evidenziare la struttura a molti corpi del nucleo atomico servono  $\lambda \sim 1 \text{ fm}$  ed  $E \sim 10 \text{ MeV}$ ; se si vogliono studiare gli stati eccitati dei singoli nucleoni occorrono  $\lambda \sim 10^{-3} \text{ fm}$  ed  $E \sim 1 \text{ GeV}$ ; infine, se si vuole mettere in luce la struttura composta da quark dei nucleoni, bisogna raggiungere  $\lambda < 10^{-4} \text{ fm}$  ed  $E > 200 \text{ GeV}$ .

**Interazioni fondamentali** I vari costituenti della materia interagiscono tramite 4 interazioni fondamentali:

1. interazione elettromagnetica: mediata dal fotone ( $m_\gamma = 0$ ), con coupling constant  $\alpha \approx 1/137$  e raggio d'azione infinito (essendo il fotone massless);
2. interazione debole: mediata dai bosoni  $W^\pm$  e  $Z^0$  ( $m_W = 80.4 \text{ GeV}$ ,  $m_Z = 90.1 \text{ GeV}$ ), con coupling constant  $G_F \approx 1 \cdot 10^{-5}$ ) e raggio d'azione  $< 10^{-3} \text{ fm}$ , dovuto al fatto che i bosoni  $W^\pm$  e  $Z^0$  sono molto pesanti e dunque, per il principio d'indeterminazione ( $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ ), possono essere prodotti solo come particelle virtuali in processi di scattering per periodi di tempo estremamente brevi;
3. interazione forte: mediata dai gluoni ( $m_g = 0$ ), con coupling constant  $\alpha_s \approx 1$  e raggio d'azione  $\approx 1 \text{ fm}$ , dovuto al fatto che i gluoni, sebbene massless, possono interagire tra loro;
4. interazione gravitazionale: mediata dall'ipotetico gravitone ( $m_G = 0$ ), con coupling constant  $G_N \approx 6 \cdot 10^{-39}$  e raggio d'azione infinito.

Come si può notare, la gravità ha un'intensità di decine di ordini di grandezza inferiore alle altre interazioni fondamentali, per questo in ambito atomico, nucleare e particellare può essere trascurata.

**Esperimenti** A differenza della fisica atomica, che è descritta completamente dalla QED (Quantum Electrodynamics), la fisica nucleare non ha un'unica teoria coerente: la teoria fondamentale dell'interazione forte, la QCD (Quantum Chromodynamics), descrive le interazioni tra quark (mediate da gluoni), non quelle tra nucleoni (mediate da mesoni virtuali); inoltre, in ambito atomico le energie che entrano in gioco nei decadimenti ( $\sim 10$  MeV) sono meno dello 0.1% della massa del nucleo (espressa in unità naturali), dunque gli effetti relativistici possono essere ignorati, mentre per quanto riguarda i processi tra nucleoni le energie possono essere anche 100 volte la massa equivalente del protone, rendendo necessario l'utilizzo della meccanica quantistica relativistica; infine, bisogna considerare che sia il nucleo atomico che i nucleoni sono sistemi complessi a molti corpi, dunque, anche avendo una teoria dell'interazione tra singole coppie di costituenti, è estremamente difficile sviluppare modelli teorici per descrivere questi sistemi, e la trattazione è principalmente di natura fenomenologica, con tante teorie dei singoli processi che vengono sviluppate a partire dai dati sperimentali.

Gli esperimenti in fisica nucleare (utilizzati anche per studiare gli adroni in generale) sono principalmente di due tipi:

1. scattering: un fascio di particelle, di cui si conoscono energia e momento lineare, è diretto verso l'oggetto bersaglio da studiare e, attraverso le variazioni di quantità cinematiche misurabili, è possibile studiare le proprietà dell'interazioni e la struttura del bersaglio (risoluzione data dalla relazione di de Broglie);
2. spettroscopia: nucleoni (o anche mesoni e barioni) vengono eccitati e si studiano i prodotti del decadimento di questi stati eccitati, inferendo le proprietà degli stati eccitati e le interazioni tra i prodotti di decadimento.

Sia esperimenti di scattering che esperimenti spettroscopici necessitano di energie di ordini di grandezza simili.

Nel caso dello scattering è importante studiare la sezione d'urto d'interazione (cross section), ovvero la probabilità che avvenga una determinata reazione: in base all'angolo solido  $\Delta\Omega$  del rivelatore, alla cross section  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ , all'intensità  $I_0$  del fascio incidente e alla densità numerica di particelle  $n_0$  che attraversano lo spessore  $dz$  del rivelatore, si può calcolare il numero di particelle rilevate in funzione dell'angolo d'emissione:

$$\frac{dn(\theta)}{dt} = I_0 n_0 dz \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega \quad (1)$$

La cross section è un'area geometrica (l'area effettiva di collisione) ed è solitamente misurata in barn:  $1 \text{ barn} = 100 \text{ fm}^2$ ; questa sezione d'urto è in realtà molto grande e misure più tipiche sono espresse in microbarn.

**Parte I**

**Fisica Nucleare**

# Nuclidi

## 1.1 Definizioni e nomenclatura

Un nuclide (o nucleo) è una specifica combinazione di protoni e neutroni: si definiscono il numero atomico  $Z$  come il numero di protoni, il numero di neutroni  $N$  ed il numero di massa  $A = Z + N$  come il numero di nucleoni. In un atomo neutro,  $Z$  è anche il numero totale di elettroni negli orbitali. Il simbolo completo di un nuclide è  ${}_Z^AX_N$ , dove  $X$  è il simbolo della specie chimica: tale scrittura è però ridondante, poiché la specie chimica definisce di per sé il numero di protoni nel nuclide, dunque è sufficiente scrivere  ${}^AX$ .

Nuclidi con lo stesso  $Z$  sono detti isotopi, con lo stesso  $A$  isobari e con lo stesso  $N$  isotoni.

### 1.1.1 Unità di misura

Nell'ambito della fisica nucleare e particellare è sconsigliato utilizzare le unità di misura del Sistema Internazionale: unità di misura tipiche sono il fermi  $1\text{ fm} = 10^{-15}\text{ m}$ , l'elettronvolt  $1\text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{ J}$  e l'unità di massa atomica  $1\text{ u} = 1.6606 \cdot 10^{-27}\text{ kg} = 931.502\text{ MeV}/c^2$  (definita come  $1/12$  della massa di un atomo di  ${}^{12}\text{C}$ ).

Per semplificare le equazioni, è utile porre le costanti fondamentali  $c = \hbar = 1$ : questo sistema di misura è detto Sistema Naturale e in esso massa, momento lineare, energia, lunghezza $^{-1}$  e tempo $^{-1}$  hanno la stessa unità di misura, poiché le equazioni di Einstein, Plank e de Broglie diventano rispettivamente  $E^2 = m_0^2 + p^2$ ,  $E = 2\pi\nu$  e  $\lambda = \frac{2\pi}{p}$ .

#### 1.1.1.1 Masse e costanti

Nel SI, è utile ricordare i seguenti valori approssimati delle costanti fondamentali:

$$c = 2.99792458 \cdot 10^8\text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8\text{ m/s}$$

$$\hbar = 6.58211928 \cdot 10^{-22}\text{ MeV s} \approx \frac{2}{3} \cdot 10^{-21}\text{ MeV s}$$

$$\hbar c = 197.3269718\text{ MeV fm} \approx 200\text{ MeV fm}$$

Si possono quindi esprimere le masse dei nucleoni e dell'elettrone in varie unità di misura:

$$m_p = 1.673 \cdot 10^{-27}\text{ kg} = 1.00728\text{ u} = 938.279\text{ MeV}/c^2$$

$$m_n = 1.675 \cdot 10^{-27}\text{ kg} = 1.00867\text{ u} = 939.573\text{ MeV}/c^2$$

$$m_e = 9.110 \cdot 10^{-31}\text{ kg} = 0.511\text{ MeV}/c^2$$

### 1.1.2 La tavola di Segré

Al pari delle specie chimiche nella tavola periodica, anche i nuclidi possono essere messi in una tabella, tipicamente in un piano  $Z - N$  (Fig. 1.1): questa viene detta tavola di Segré e permette di tracciare facilmente i vari decadimenti radioattivi dei nuclidi, visualizzando efficacemente le decay chains.

Come si vede in Fig. 1.2, è possibile distinguere la tavola dei nuclidi in due regioni separate da due linee: queste sono dette nuclear driplines e distinguono tra configurazioni di protoni e neutroni che possono effettivamente formare dei nuclidi (sia stabili che instabili, ovvero radioattivi) e configurazioni nelle quali invece l'interazione forte non riesce a mantenere insieme i nucleoni per formare un nucleo. Si stima che possano esistere oltre 7000 nuclidi nell'Universo, ma di questi solo circa 3000 sono stati effettivamente scoperti (di cui solo 251 nuclidi stabili): si parla in questo caso di "Terra incognita" per indicare il teoricamente alto numero di nuclidi ancora ignoti; in particolare, è stata teoricamente prevista un'"isola" di elementi super-pesanti attorno a  $Z = 114$  ed oltre, con nuclidi con vite medie dell'ordine di minuti o giorni: sebbene non ancora osservati, si pensa che la chimica degli elementi super-pesanti con  $Z > 118$  sia di natura relativistica, dunque incomparabile a quella degli elementi fin'ora scoperti.

## 1.2 Evidenze sperimentali

Le prime evidenze sperimentali dell'esistenza del nucleo atomico si devono al gruppo di ricerca di Rutherford, Geiger e Marsden: prima di loro, Thomson era riuscito ad estrarre delle cariche negative dall'atomo, identificando l'elettrone, ed aveva di conseguenza formulato la sua teoria della struttura atomica come sfera carica positivamente in cui sono immersi gli elettroni ("plum pudding" model). Con i loro esperimenti, Rutherford et al. dimostrarono invece che le cariche positive erano concentrate in una regione piccola al centro dell'atomo.

### 1.2.1 Scattering di Rutherford

L'esperimento condotto da Rutherford et al. consiste nell'irradiare una lamina sottile di oro con un fascio di particelle  $\alpha$  (nuclei di  $^4\text{He}$ ): a livello puramente cinematico (ignorando la natura dell'interazione tra beam e target), essendo la velocità delle particelle  $\alpha$   $v_0 \sim 0.1c$ , è possibile trattare il problema come un urto elastico non-relativistico:

$$\begin{cases} m_\alpha \mathbf{v}_0 = m_\alpha \mathbf{v}_f + m_t \mathbf{v}_t \\ m_\alpha v_0^2 = m_\alpha v_f^2 + m_t v_t^2 \end{cases} \quad (1.1)$$

Combinando le due equazioni e definendo  $\theta$  l'angolo tra  $\mathbf{v}_f$  e  $\mathbf{v}_t$ :

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \frac{v_t}{v_f} \left( 1 - \frac{m_t}{m_\alpha} \right) \quad (1.2)$$

Si possono distinguere due principali casi:

1.  $m_t \ll m_\alpha$ :  $\cos \theta > 0$ , dunque si parla di forward scattering, poiché non sono possibili grossi valori di  $\theta$ ;
2.  $m_t \gg m_\alpha$ :  $\cos \theta < 0$ , dunque diventano possibili anche angoli prossimi  $\pi$ .

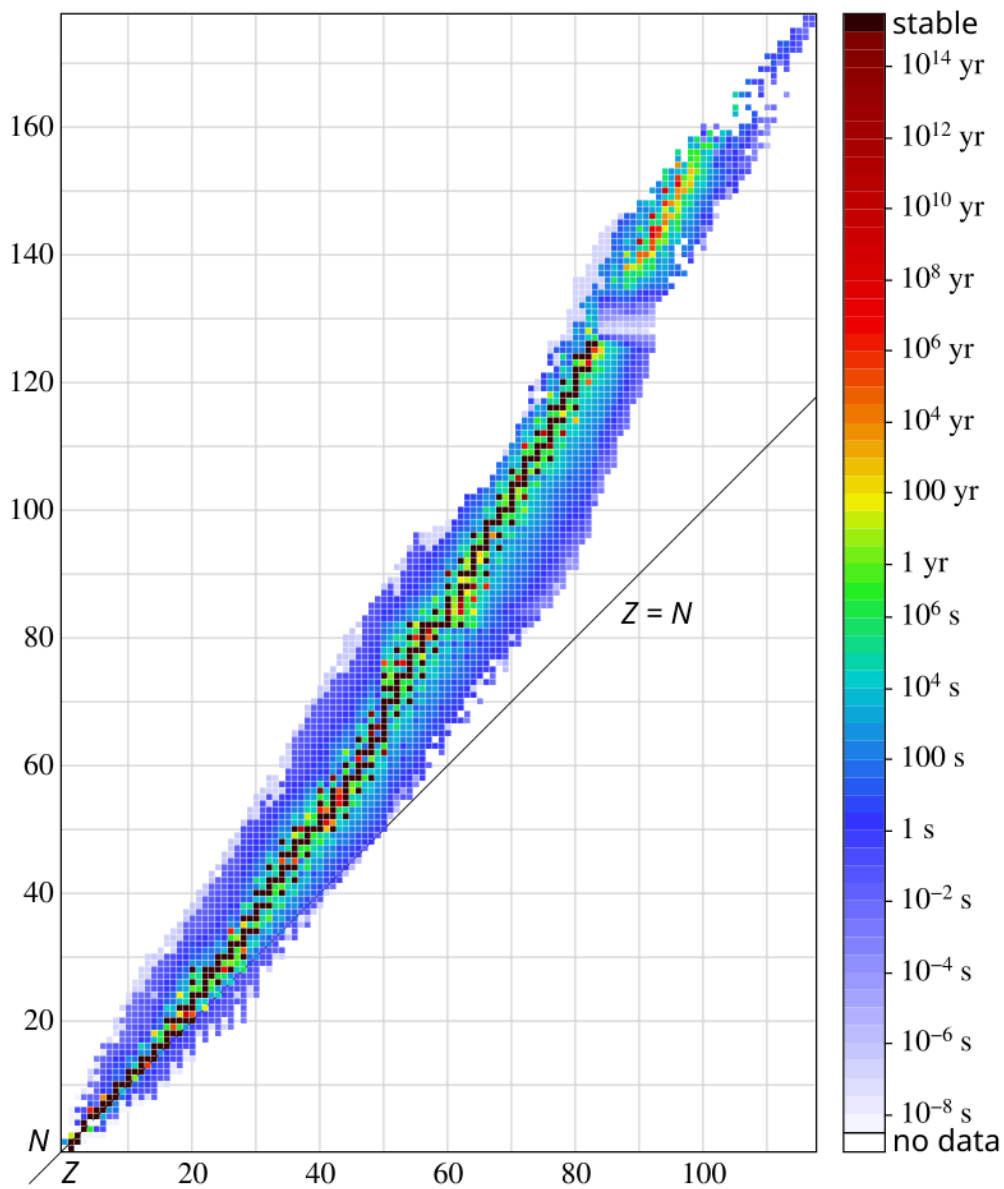


Figura 1.1: Tavola di Segré.

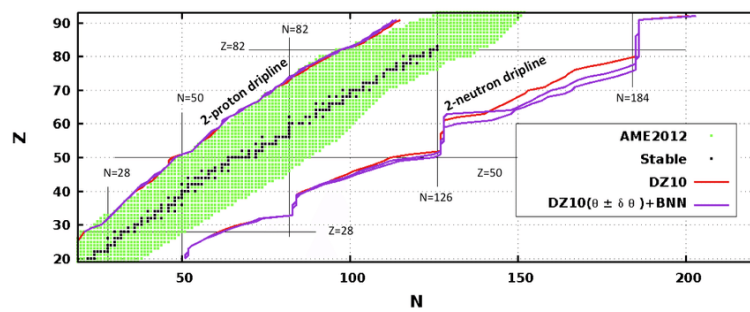


Figura 1.2: Nuclear driplines.



Il modello di Thomson rientra nella prima casistica, poiché in tal caso all'interno dell'atomo lo scattering può avvenire solo con gli elettroni, che hanno  $m_e \ll m_\alpha \approx 4m_p$ .

Ciò che Rutherford et al. osservarono, però, è che occasionalmente delle particelle  $\alpha$  vengono riflesse dalla lamina d'oro: questo risultato è incompatibile con lo scattering con elettroni o con una carica positiva diffusa, dunque fu confermato che la carica positiva nell'atomo è concentrata in un unico punto massivo, il nucleo atomico.

### 1.2.1.1 Rutherford cross-section

Nella trattazione cinematica è stata ignorata l'interazione tra particelle  $\alpha$  e nucleo atomico, che è ciò che effettivamente determina lo scattering: essa può essere modellata, in forma approssimativa (in particolare per parametro d'urto compreso tra il raggio nucleare e l'orbita elettronica più interna), dal potenziale coulombiano; dette  $Z$  il numero atomico dell'atomo target e  $Z'$  quello degli atomi del beam (nel caso specifico dello scattering di Rutherford  $Z = Z_{\text{Au}} = 79$  e  $Z' = Z_{\text{He}} = 4$ ), il potenziale d'interazione è:

$$V(\mathbf{r}) = \frac{ZZ'e^2}{r} \quad (1.3)$$

Dalla meccanica classica è possibile legare il parametro d'urto  $b$  all'angolo di scattering  $\theta$ :

$$b = \frac{ZZ'e^2}{2E_0} \cot \frac{\theta}{2} \quad (1.4)$$

dove  $E_0$  è l'energia della particella incidente.

È anche possibile ricavare una stima del raggio nucleare: esso può essere approssimato dalla distanza di closest-approach  $a$ , ovvero il valore per cui vale la condizione  $E_0 = V(a)$ .

Per calcolare la cross-section dello scattering di Rutherford, si consideri un fascio incidente monoe-nergetico con energia  $E_0$  e  $N_0$  particelle incidenti per unità di area e di tempo: facendo variare il parametro d'urto tra  $b$  e  $b + db$ , dunque variando l'angolo di scattering tra  $\theta$  e  $\theta + d\theta$ , si avranno  $2\pi N_0 b db$  particelle incidenti per unità di tempo (data la sezione d'urto  $\Delta\sigma = 2\pi b db$ , Fig. 1.3).

Va notato che è possibile ignorare il fatto che la lamina target ha un numero elevato di atomi target e che ogni partiella nel beam incidente ha un diverso parametro d'urto relativo a ciascuno di essi, poiché la lastra è considerata così sottile da rendere improbabili collisioni multiple della stessa particella incidente; inoltre, dal modello atomico di Rutherford ricaviamo che i nuclei atomici si trovano a distanze grandi rispetto alle loro dimensioni, rendendo significative solo le traiettorie con parametro d'urto vicino al nucleo atomico.

Nel caso di un potenziale d'interazione generico,  $\Delta\sigma$  può avere anche dipendenza azimuthale:

$$\Delta\sigma(\theta, \phi) = b db d\phi = -\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi) d\Omega = -\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (1.5)$$

dov'è stata utilizzata la differential cross-section  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  e dove si è tenuto conto che un aumento di  $b$  porta ad una diminuzione di  $\theta$  tramite il segno negativo.

Essendo il potenziale coulombiano un potenziale centrale a simmetria sferica, è possibile semplificare il calcolo grazie alla simmetria azimuthale, ottenendo:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = -\frac{b}{\sin \theta} \frac{db}{d\theta} \quad (1.6)$$

Lo scattering di Rutherford può essere quindi completamente caratterizzato utilizzando l'Eq. 1.4:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \left( \frac{ZZ'e^2}{4E_0} \right)^2 \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (1.7)$$

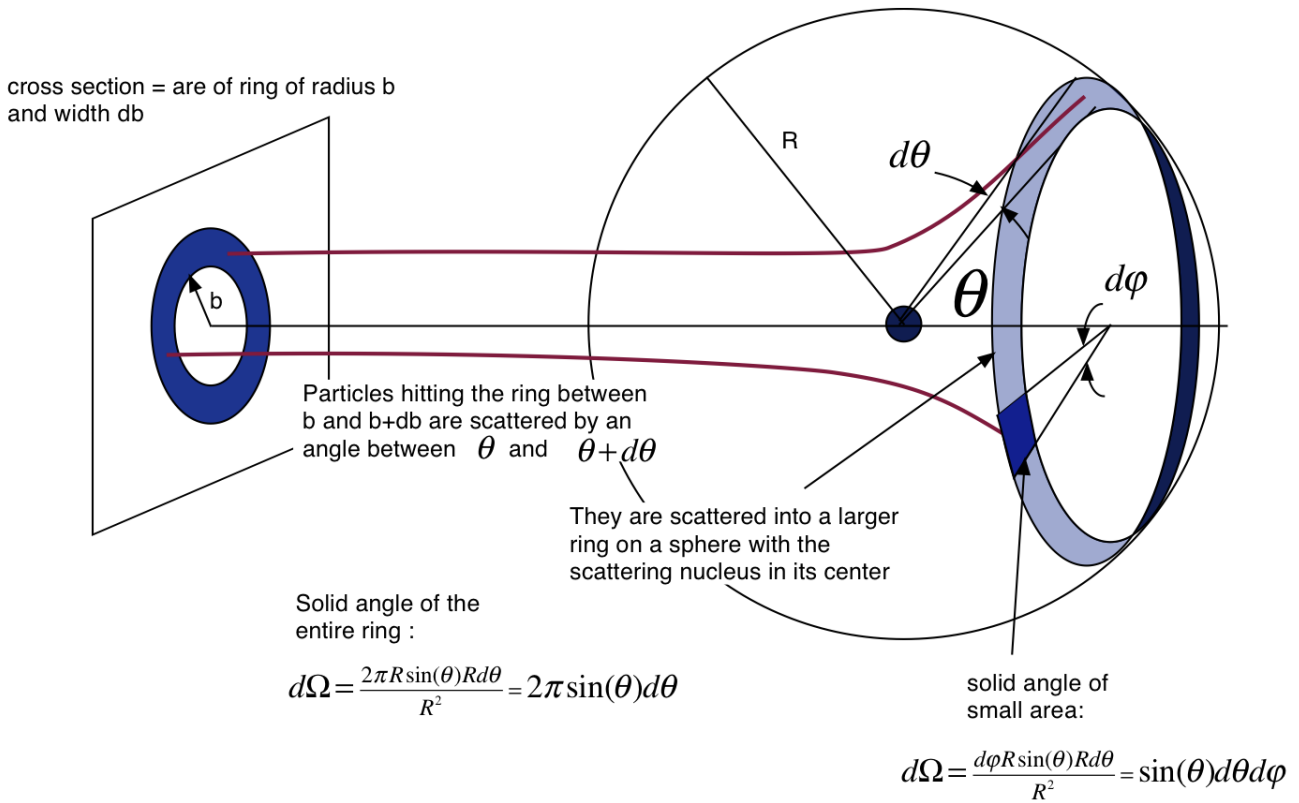


Figura 1.3: Sezione d'urto dello scattering di Rutherford.

È anche possibile definire la sezione d'urto totale  $\sigma_{\text{tot}}$  come:

$$\sigma_{\text{tot}} = \int_{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi) d\Omega \quad (1.8)$$

Essa rappresenta una sorta di area di scattering effettiva che la sorgente del potenziale determina a tutti i possibili valori del parametro d'urto.

Nel caso dello scattering di Rutherford:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{tot}} &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = 2\pi \int_0^{\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \sin \theta d\theta \\ &= 8\pi \left( \frac{ZZ'e^2}{4E_0} \right)^2 \int_0^1 \frac{1}{\sin^3 \frac{\theta}{2}} d \left( \sin \frac{\theta}{2} \right) \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (1.9)$$

Questo risultato divergente è coerente con l'interpretazione data della sezione d'urto totale: il potenziale coulombiano è associato all'interazione elettromagnetica, la quale ha un range infinito, dunque anche l'area efficace di scattering sarà infinita.

In maniera realistica, però, si può considerare che dopo un determinato valore di cutoff  $b_0$  lo scattering non abbia più effetti osservabili sulla particella incidente, dunque la sezione d'urto totale osservabile si ottiene integrando la differential cross-section tra 0 e  $\theta_0 < \pi$ , ottenendo dunque un valore finito.

### 1.2.2 Scattering elettronico

Data la dualità onda-particella che risulta da una descrizione quanto-meccanica della materia, la sezione d'urto da scattering non sarà determinata soltanto dall'interazione coulombiana ma anche

da effetti diffrattivi, evidenziati dal pattern di diffrazione in Fig. 1.4: l'analogo ottico è la diffrazione da disco opaco, poiché il nucleo atomico assorbe nucleoni, con la dovuta differenza che la superficie del nucleo ha una determinata diffusività, la quale determina dei minimi non-nulli nello spettro di diffrazione. Per evitare che all'interazione coulombiana si sovrapponga anche quella tra nucleoni, per studiare la struttura del nucleo atomico le sonde migliori sono gli elettroni: poiché per sondare una scala di lunghezze  $\Delta x$  è necessaria una lunghezza d'onda  $\lambda \sim \Delta x$ , dalla relazione di de Broglie si ha che la quantità di moto degli elettroni incidenti deve essere  $p \sim h/\Delta x$ . La struttura del nucleo atomico risulta visibile su scale di 1 fm, dunque sono necessari elettroni con momento lineare  $p \approx 200 \text{ MeV}/c$ ; nel caso si voglia studiare la struttura interna dei nucleoni, la stima aumenta di almeno un ordine di grandezza.

Ricordando che  $E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$  ed  $E = K + m_0 c^2$ , considerando che  $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$ , si vede che gli elettroni utilizzati per sondare il nucleo atomico sono in regime ultra-relativistico, dunque nel calcolo della cross-section sono da tenere in conto effetti relativistici legati allo spin ed il nuclear recoil: trascurando quest'ultimo, si può applicare una correzione alla Rutherford cross-section, detta Mott cross-section:

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth}} \left( 1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (1.10)$$

Queste sezioni d'urto, però, considerano scattering tra oggetti puntiformi, ma mentre un elettrone può effettivamente essere considerato tale a queste scale di lunghezza, lo stesso non si può dire per il nucleo atomico, il quale avrà una certa distribuzione di carica  $\rho(\mathbf{r})$  estesa nello spazio; per considerare anche questo fatto, nel calcolo della cross-section si applica un'ulteriore correzione:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} |F(q)|^2 \quad (1.11)$$

dove  $|F(q)|^2$  è detto form factor e  $\mathbf{q} := \frac{1}{\hbar} |\mathbf{p}' - \mathbf{p}|$ , con  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{p}'$  momento iniziale e finale dell'elettrone. Dato che si sta considerando uno scattering elastico, si ha  $p = p'$  e dunque  $q = \frac{1}{\hbar} 2p \sin \frac{\theta}{2}$ , con  $\theta$  angolo di scattering.

Nel caso dell'approssimazione di Born (elettroni come onde piane  $\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar}$ ) e trascurando il nuclear recoil, il form factor è la trasformata di Fourier della distribuzione di carica  $\rho(\mathbf{r})$ :

$$F(q) = \int_{r \leq R} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar} \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} \quad (1.12)$$

con  $R$  raggio nucleare ed opportuna normalizzazione  $F(0) = 1$ .

In questa approssimazione, quindi, una misura della cross-section di scattering elettronico può dare informazioni sulla distribuzione di carica nel nucleo atomico; inoltre, è possibile dare una stima del raggio nucleare dallo studio dello spettro di diffrazione evidenziato dalla cross-section, poiché il primo minimo di diffrazione è dato da  $\frac{q}{\hbar} \approx \frac{4.5}{R}$ ; se invece si considerano due isotopi, dal fatto che la separazione angolare tra due minimi è data  $\Delta\theta = \frac{\hbar}{pR}$  si evince che all'aumentare del numero di massa aumenta anche il raggio atomico (vedere Fig. 1.4).

### 1.2.2.1 Distribuzione di carica nucleare

Compiendo esperimenti di scattering elettronico e raccogliendo dati relativi a vari nuclei atomici, si è giunti alla conclusione che i nuclidi non sono sfere con un confine ben delineato, ma al loro interno la densità di carica si mantiene approssimativamente costante, mentre verso la superficie essa si riduce

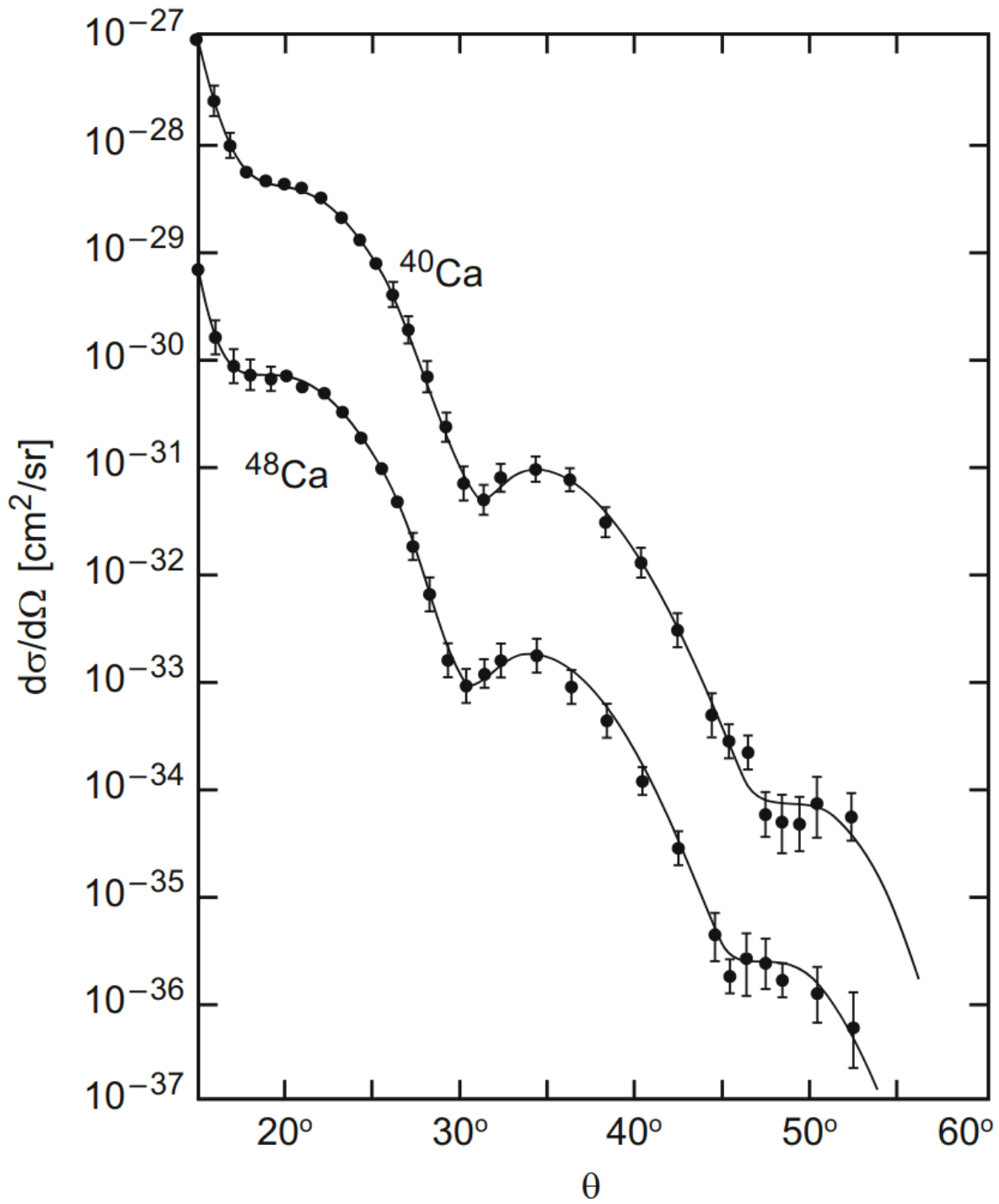


Figura 1.4: Sezione d'urto dello scattering elettronico.

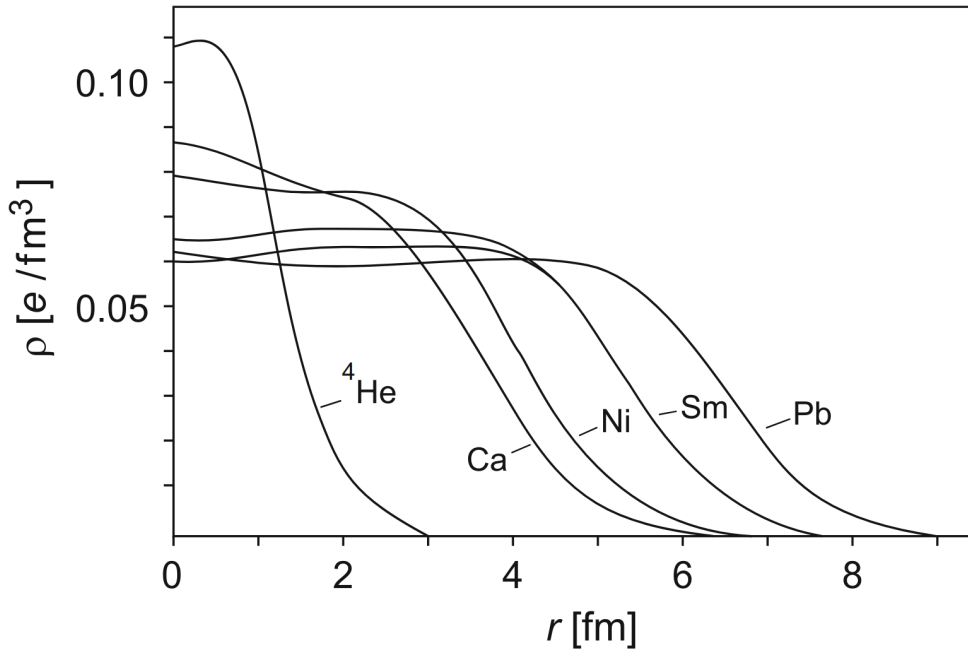


Figura 1.5: Distribuzione di carica in vari nuclidi.

su un intervallo radiale relativamente ampio; la distribuzione di carica nucleare può dunque essere approssimata da una distribuzione di Fermi:

$$\rho(\mathbf{r}) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-c)/a}} \quad (1.13)$$

dove i parametri empirici valgono (per nuclei pesanti)  $c = 1.07 \text{ fm} \cdot A^{1/3}$  e  $a = 0.54 \text{ fm}$ .

Una volta nota la distribuzione di carica, è possibile calcolare il raggio quadratico medio: per nuclei medi e pesanti, si ha  $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = r_0 A^{1/3}$ , con  $r_0 = 0.94 \text{ fm}$ . Se si approssima il nucleo come una sfera uniformemente carica, il suo raggio, definito come raggio nucleare, è dato da  $R^2 = \frac{5}{3} \langle r^2 \rangle$ , ovvero  $R = R_0 A^{1/3}$ , con  $R_0 = 1.21 \text{ fm}$  (questa è la definizione più diffusa di raggio nucleare).

È anche possibile definire una skin depth (o surface thickness)  $t$  come lo spessore del guscio sferico in cui la densità di carica diminuisce dal 90% al 10% del suo valore massimo: per nuclei pesanti, si trova  $t = 2a \ln 9 \approx 4.4a$ .

Come si può vedere in Fig. 1.5, la densità di carica centrale  $\rho_0$  diminuisce leggermente all'aumentare del numero di massa; se però viene considerata la presenza di neutroni e si moltiplica per un fattore  $A/Z$ , si trova un valore quasi identico per tutti i nuclidi (questo è coerente con  $R \sim A^{1/3}$ , poiché così  $\rho_0 \sim A/V$  rimane costante): questo corrisponde alla densità che teoricamente avrebbe della materia nucleare infinitamente estesa, pari a  $\rho_n \approx 0.17 \text{ nucleoni/fm}^3$ , che corrisponde a  $c = 1.12 \text{ fm} \cdot A^{1/3}$ .

Sperimentalmente si trova che alcuni nuclidi (ad esempio i lantanidi) non hanno una forma sferica ma assumono deformazioni ellissoidali: queste forme non possono essere studiate con scattering elettronico, poiché esso evidenzia soltanto una superficie molto diffusa.

Va infine notato che nuclidi leggeri come  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$  e soprattutto  ${}^4\text{He}$  costituiscono dei casi speciali: essi non presentano una densità di carica centrale costante, ma il suo andamento è approssimativamente gaussiano.

### 1.2.2.2 Luminosità

Nello studio dei rivelatori di scattering un importante parametro è la luminosità:

$$\mathcal{L} = N_b N_t \quad (1.14)$$

dove  $N_b$  è il numero di particelle incidenti per unità di tempo e  $N_t$  il numero di nuclidi target per unità d'area.

Questo parametro è legato all'efficienza del rivelatore, misurata dal numero di eventi rilevati nell'unità di tempo  $\dot{N}$ :

$$\dot{N}(E, \theta) = \mathcal{L} \frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \theta) \Delta\Omega \quad (1.15)$$

Nel caso dello scattering elettronico, la cross-section è molto piccola, dunque sono necessari collisori dall'elevata luminosità (tecnicamente difficile): si va da  $\mathcal{L} \sim 10^{26} \text{ cm}^2/\text{s}$  per sondare nuclidi con  $Z \sim 80$  a  $\mathcal{L} \sim 10^{31} \text{ cm}^2/\text{s}$  per  $Z \sim 10$ .