

Misura della carica dell'elettrone

Laboratorio di Ottica, Elettronica e Fisica Moderna

C.d.L. in Fisica, a.a. 2023-2024

Università degli Studi di Milano

Lucrezia Bioni, Leonardo Cerasi, Giulia Federica Bianca Coppi

Matricole: 13655A, 11410A, 11823A

26 ottobre 2023

1 Introduzione

2 Misure

2.1 Misure preliminari

Innanzitutto si prendono 6 misure - mediante l'utilizzo di un calibro di sensibilità 0.01 mm - dello spessore d del distanziale della camera di Millikan

$d\text{ [mm]}$
7,65
7,64
7,63
7,64
7,64
7,63

Tab. 1: Misure dello spessore del distanziale

Viene quindi attribuito come valore finale a d la sua media con la relativa incertezza strumentale:

$$d = (7.64 \pm 0.01)\text{ mm} \quad (2.1.1)$$

Per ciascun set di misure, si è misurata la temperatura della cameretta in cui avviene il moto delle gocce di olio. In particolare, mediante multitmetro, si è misurata la resistenza elettrica di un termistore. Attraverso una apposita tabella di conversione, poi, si è determinato il valore della temperatura sulla base di quello della resistenza. L'incertezza attribuita alla temperatura è la semiampiezza del minimo intervallo risolubile dalla tabella utilizzata, ovvero 5°C . La temperatura relativa a ciascuna goccia è riportata nelle relative Tabb 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31.

2.2 Costanti

le seguenti quantità, che saranno necessarie per la determinazione della grandezza in esame, vengono assunte costanti:

- accelerazione di gravità $g = 9.806 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- densità dell'olio $\rho_o = 860 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

- densità dell'aria $\rho_a = 1.293 \frac{kg}{m^3}$
- pressione atmosferica $p = 101325 Pa$
- costante legata alla viscosità dell'aria $b = 0.0082 Pa \cdot m$
- distanza delle righe del reticolo $\Delta z = 5 \cdot 10^{-4} m$

2.3 Misure effettive

Si scelgono 10 gocce di cui registrare il moto nelle due condizioni: in assenza e in presenza di campo elettrico E . In presenza del campo, a seconda del segno della forza elettrica agente sulla goccia $F_e = qE$, si osserva, attraverso microscopio, un moto ascendente o discendente. Si misura quindi la differenza di potenziale applicata e il tempo che ogni goccia impiega a percorrere $\Delta z = 0.5 mm$. La porzione di spazio percorsa viene considerata priva di errore. A tali grandezze si corredano ulteriori informazioni: il verso del moto - se sale o se scende - e dati qualitativi come eventuale presenza di rumore e comportamenti anomali. Tutti i dati vengono riportati nelle Tabelle riportate al paragrafo 2.1.

La misura del tempo di volo è stata effettuata mediante un cronometro digitale di risoluzione 0.01 s: l'incertezza attribuita alle misure, però, è 0.5 s, per tenere conto del tempo di reazione dello sperimentatore. La misurazione della differenza di potenziale ΔV è stata effettuata mediante un multimetro digitale a cui viene attribuita come incertezza 1 V.

3 Analisi Dati

3.1 Misura del raggio delle gocce

Nella configurazione di assenza di campo, si determina il raggio delle gocce di olio osservate. Una volta raggiunta la velocità limite nel mezzo v_0 , il moto della goccia risulta essere rettilineo uniforme. Dunque, dallo studio del moto della goccia, si determina la sua velocità di caduta, cui si attribuisce incertezza mediante propagazione degli errori sull'intervallo di tempo t . I valori di velocità così ottenuti sono riportati in Tab. *riferimento - a - tabella*.

Ai fini della determinazione del raggio della goccia, è inoltre necessario stimare il coefficiente di viscosità del mezzo:

$$\eta(T) = [1.800 + 4.765 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} (T - 15^\circ\text{C})] 10^{-5} \text{ N s m}^{-2} \quad (3.1.2)$$

A tale valore è stata attribuita un'incertezza mediante propagazione degli errori:

$$\sigma_\eta = 4.765 \cdot 10^{-8} \text{ N s m}^{-2} \quad (3.1.3)$$

Grazie ai valori di η e di v_0 ottenuti è possibile determinare il raggio di ciascuna goccia attraverso la seguente relazione:

$$r = \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_0}{2g(\rho_o - \rho_a)}} - \frac{b}{2p} \quad (3.1.4)$$

dove p , g , ρ_o e ρ_a sono costanti riportate in Par. 2.2, b è un parametro empirico per correggere η , pari a $8.2 \cdot 10^{-3} \text{ Pa m}$. Tale correzione è necessaria poiché il libero cammino medio di una molecola di aria, dell'ordine di 10^{-6} m , è confrontabile con il raggio delle gocce di olio osservate al microscopio, dell'ordine di 10^{-7} m . A ciascun valore di raggio r è stata attribuita incertezza mediante propagazione degli errori sulle grandezze t ed T , la cui dipendenza è situata in v_0 ed η :

$$\sigma_r = \frac{9\eta}{4g\Delta t(\rho_o - \rho_a)\left(r + \frac{b}{2p}\right)} \sqrt{(v\sigma_t)^2 + \left(\frac{\Delta z}{\eta}\sigma_\eta\sigma_T\right)^2} \quad (3.1.5)$$

I valori ottenuti sono riportati in Tab. *riferimento - a - tabella*.

3.2 Misura della carica delle gocce

In presenza di campo elettrico $E = \frac{\Delta V}{d}$, si determina la velocità v_E limite delle medesime gocce di cui si è determinato il raggio r , attraverso la relazione per un moto rettilineo uniforme, cui si attribuisce un segno in base al verso del moto (positivo se verso il basso, negativo se verso l'alto). A tali valori di velocità è stata attribuita incertezza mediante propagazione degli errori sulla grandezza t . I risultati ottenuti sono riportati in Tab. *riferimento – a – tabella*.

Si determina poi la carica Q di ciascuna goccia di olio attraverso la seguente relazione:

$$Q = -\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_o - \rho_a) \frac{gd}{\Delta V} \left(1 - \frac{v_E}{v_r}\right) \quad (3.2.6)$$

dove r è il raggio della goccia osservata precedentemente determinato, v_E è la velocità limite della goccia in presenza di campo elettrico E e v_r è la media delle velocità limite della goccia registrate in assenza di campo elettrico. I valori così calcolati sono riportati in Tab. *riferimento – a – tabella*: i valori contrassegnati da asterisco * sono stati rigettati poiché non coerenti con il dataset. L'incertezza associata a ciascuna misura di Q è stata determinata mediante propagazione degli errori nella 3.2.6 sulle grandezze r , d , ΔV , t (tramite v_E) e v_r . L'incertezza su v_r è stata attribuita mediante deviazione standard.

$$\sigma_Q = |Q| \sqrt{\left(3\frac{\sigma_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta V}}{\Delta V}\right)^2 + \frac{1}{(v_r - v_E)^2} \left(\left(\frac{v_E}{t}\sigma_t\right)^2 + \left(\frac{v_E}{v_r}\sigma_{v_r}\right)^2\right)} \quad (3.2.7)$$

3.3 Misura della carica elementare

Una buona stima della carica elementare q_e si può trovare come punto di minimo della funzione:

$$S(q) = \sum_{n=1}^N \left(\frac{Q_i}{k_i(q)} - q\right)^2 \quad (3.3.8)$$

dove Q_i sono i valori di carica delle gocce di olio ricavati come da Par. 3.2, N è il numero dei dati di carica elettronica misurati e $k_i(q) = \lfloor \frac{Q_i}{q} + 0.5 \rfloor$. Il grafico della funzione $S(q)$ nell'intorno del valore atteso è:

L'espressione analitica di q_e risulta dunque essere:

$$q_e = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{Q_i}{k_i} \quad (3.3.9)$$

Al valore di q_e sono state attribuite due componenti di errore: una statistica σ_{stat} e una sistematica σ_{sist} . La componente statistica è stata determinata mediante deviazione standard della media dei valori ottenuti tramite la 3.3.9:

$$\sigma_{\text{stat}} = \sqrt{\frac{S(q_e)}{N(N-1)}} \quad (3.3.10)$$

La componente sistematica dell'errore è stata determinata mediante propagazione degli errori sulle Q_i nella 3.3.9:

$$q_e = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{n=1}^N \left(\frac{\sigma_{Q_i}}{k_i}\right)^2} \quad (3.3.11)$$

Dalla somma in quadratura delle due componenti di errore, si ottiene l'incertezza su q_e .

4 Conclusioni

Il valore finale per la carica dell'elettrone ottenuto è:

$$q_e = (1.45 \pm 0.06) \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (4.12)$$

Tale valore è situato entro 2.4σ dal valore atteso $e = 1.602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Il forte discostamento del valore ottenuto dal valore atteso è principalmente determinato dalla poco oculata scelta delle gocce

osservate: in particolare, si sono scelte gocce con tempi di caduta eccessivamente ridotti, e/o interagenti con altre gocce. Il primo fattore ha influito sulle misurazioni degli intervalli di tempo t , poiché con tempi di caduta minori l'errore percentuale diventa maggiore. Il secondo fattore, invece, può aver provocato scambi di cariche tra gocce o confusione nello sperimentatore, il quale può aver effettuato misure su gocce differenti.

Nonostante alcuni valori evidentemente incoerenti con il dataset siano stati rigettati, non si è riusciti a migliorare la stima di q_e .

5 Appendice

t [s]	v_0 [10^{-6} m/s]	r [10^{-7} m]	η [10^{-5} N·s/m ²]	r_m [10^{-6} m]	T [°C]	ΔV [V]
61.38	8.146	2.447	1.831	2.334	21.5	0
64.28	7.778	2.384				
47.97	10.42	2.814				
53.29	9.383	2.652				
81.58	6.129	2.077				

Tab. 2: Goccia 1: assenza di campo elettrico

t [s]	v_+ [10^{-4} m/s]	Q [10^{-19} C]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
1.4	3.571	3.622	51581.93	21.5	394
1.0	4.808	4.906			
1.3	4.000	4.067			
1.3	3.788	3.847			
1.2	4.065	4.135			

Tab. 3: Goccia 1: preseza di campo elettrico, moto discendente

t [s]	v_- [10^{-4} m/s]	Q [10^{-19} C]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
3.3	1.524	1.670	-51581.93	21.5	-394
1.0	4.950	5.229			
0.9	5.376	5.671			
1.3	3.759	3.991			
1.1	4.386	4.642			

Tab. 4: Goccia 1: preseza di campo elettrico, moto ascendente

t [s]	v_0 [10^{-6} m/s]	r [10^{-7} m]	η [10^{-5} N·s/m ²]	r_m [10^{-6} m]	T [°C]	ΔV [V]
20.4	2.457	4.515	1.831	4.289	21.5	0
23.6	2.120	4.167				
22.2	2.250	4.305				
24.5	2.045	4.087				
19.5	2.567	4.623				

Tab. 5: Goccia 2: assenza di campo elettrico

t [s]	v_+ [$10^{-5}m/s$]	Q [$10^{-19}C$]	E [$\frac{V}{m}$]	T [$^{\circ}C$]	ΔV [V]
6.0	8,278	1.409	51712.85	21.5	395
5.5	9,025	1.585			
5.6	8,977	1.573			
5.5	9,058	1.593			
5.6	8,993	1.577			

Tab. 6: Goccia 2: preseza di campo elettrico, moto discendente

t [s]	v_- [$10^{-5}m/s$]	Q [$10^{-19}C$]	E [$\frac{V}{m}$]	T [$^{\circ}C$]	ΔV [V]
9.7	5.149	1.749	-51712.85	21.5	-395
9.8	5.112	1.741			
10.6	4.699	1.643			
12.3	4.075	1.497			
10.1	4.975	1.708			

Tab. 7: Goccia 2: preseza di campo elettrico, moto ascendente

t [s]	v_0 [$10^{-6} m/s$]	r [$10^{-7} m$]	η [$10^{-5} N \cdot s/m^2$]	r_m [$10^{-6} m$]	T [$^{\circ}C$]	ΔV [V]
37.4	1.337	3.234	1.831	3.099	21.5	0
44.3	1.128	2.942				
41.1	1.216	3.068				
38.8	1.289	3.169				
38.6	1.296	3.179				

Tab. 8: Goccia 3: assenza di campo elettrico

t [s]	v_+ [$10^{-4}m/s$]	Q [$10^{-19}C$]	E [$\frac{V}{m}$]	T [$^{\circ}C$]	ΔV [V]
1.3	4.000	6.276	51712.85	21.5	395
1.2	4.202	6.603			
1.9	2.577	3.972			
1.6	3.106	4.827			
1.5	3.378	5.269			

Tab. 9: Goccia 3: preseza di campo elettrico, moto discendente. Durante il suo moto ha interagito con un'altra goccia.

t [s]	v_- [$10^{-4}m/s$]	Q [$10^{-19}C$]	E [$\frac{V}{m}$]	T [$^{\circ}C$]	ΔV [V]
1.1	4.545	7.565	-51712.85	21.5	-395
1.5	3.247	5.462			
1.7	2.907	4.911			
1.6	3.145	5.296			
1.6	3.145	5.296			

Tab. 10: Goccia 3: preseza di campo elettrico, moto ascendente

t [s]	v_0 [10^{-6} m/s]	r [10^{-7} m]	η [10^{-5} N·s/m ²]	r_m [10^{-6} m]	T [°C]	ΔV [V]
48.5	10.32	2.800	1.833	2.501	22.0	0
65.0	7.695	2.371				
69.5	7.196	2.281				
39.1	12.80	3.160				
46.4	1.079	2.871				

Tab. 11: Goccia 4: assenza di campo elettrico

t [s]	v_+ [10^{-4} m/s]	Q [10^{-19} C]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
1.3	3.731	3.963	51843.77	22.0	396
1.1	4.717	5.038			
1.4	3.676	3.903			
1.3	3.759	3.993			
1.3	3.731	3.963			

Tab. 12: Goccia 4: preseza di campo elettrico, moto discendente. Durante il suo moto ha interagito con un'altra goccia.

t [s]	v_- [10^{-4} m/s]	Q [10^{-19} C]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
1.2	4.310	4.819	-51712,85	22.0	-395
1.3	3.906	4.377			
1.0	5.208	5.801			
1.4	3.650	4.097			
1.2	4.237	4.739			

Tab. 13: Goccia 4: preseza di campo elettrico, moto ascendente. Durante il suo moto ha interagito con un'altra goccia.

t [s]	v_0 [10^{-6} m/s]	r [10^{-7} m]	η [10^{-5} N·s/m ²]	r_m [10^{-6} m]	T [°C]	ΔV [V]
59.2	8.443	2.500	1.833	2.557	22.0	0
40.9	12.23	3.080				
59.8	8.361	2.486				
59.9	8.346	2.483				
55.3	9.037	2.598				

Tab. 14: Goccia 5: assenza di campo elettrico

t [s]	v_+ [10^{-4} m/s]	Q [10^{-19} C]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
2.0	2.488	2,933	51843.77	22.0	396
1.9	2.591	3,059			
2.1	2.439	2,873			
1.7	3.012	3,575			
2.2	2.232	2,620			

Tab. 15: Goccia 5: preseza di campo elettrico, moto discendente. Durante il suo moto ha interagito con un'altra goccia.

t [s]	v_- [$10^{-4}m/s$]	Q [$10^{-19}C$]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
2.1	2.381	3.030	-51843.77	22.0	-396
2.0	2.451	3.115			
2.3	2.222	2.835			
1.8	2.747	3.478			
2.1	2.347	2.989			

Tab. 16: Goccia 5: preseza di campo elettrico, moto ascendente. Durante il suo moto ha interagito con un'altra goccia.

t [s]	v_0 [$10^{-6} m/s$]	r [$10^{-7} m$]	η [$10^{-5} N \cdot s/m^2$]	r_m [$10^{-6} m$]	T [°C]	ΔV [V]
53.6	9.328	2.645	1.8334	2.721	22.0	0
52.4	9.542	2.680				
48.0	10.42	2.816				
49.2	10.16	2.777				
50.8	9.843	2.727				

Tab. 17: Goccia 6: assenza di campo elettrico

t [s]	v_+ [$10^{-4}m/s$]	Q [$10^{-19}C$]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
2.3	2.146	2.848	51843.77	22.0	396
2.7	1.873	2.468			
2.5	1.969	2.601			
2.4	2.110	2.797			
2.4	2.049	2.713			

Tab. 18: Goccia 6: preseza di campo elettrico, moto discendente

t [s]	v_- [$10^{-4}m/s$]	Q [$10^{-19}C$]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
2.2	2.232	3.242	-51843.77	22.0	-396
2.4	2.092	3.047			
2.3	2.137	3.109			
2.5	2.024	2.953			
2.4	2.110	3.072			

Tab. 19: Goccia 6: preseza di campo elettrico, moto ascendente

t [s]	v_0 [$10^{-6} m/s$]	r [$10^{-7} m$]	η [$10^{-5} N \cdot s/m^2$]	r_m [$10^{-6} m$]	T [°C]	ΔV [V]
50.2	9,956	2,745	1.8334	2.378	22.0	0
61.0	8,202	2,459				
69.0	7,242	2,290				
71.8	6,963	2,238				
61.4	8,138	2,448				

Tab. 20: Goccia 7: assenza di campo elettrico

t [s]	v_+ [$10^{-4}m/s$]	Q [$10^{-19}C$]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
1.2	4.202	4,653	51843.77	22.0	396
1.0	4.854	5,390			
0.9	5.682	6,325			
1.1	4.717	5,235			
1.0	4.808	5,338			

Tab. 21: Goccia 7: preseza di campo elettrico, moto discendente

t [s]	v_- [$10^{-4}m/s$]	Q [$10^{-19}C$]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
1.3	3,731	4.305	-51843.77	22.0	-396
1.4	3,623	4.183			
1.2	4,065	4.682			
0.9	5,435	6.229			
1.0	5,051	5.795			

Tab. 22: Goccia 7: preseza di campo elettrico, moto ascendente

t [s]	v_0 [$10^{-6} m/s$]	r [$10^{-7} m$]	η [$10^{-5} N \cdot s/m^2$]	r_m [$10^{-6} m$]	T [°C]	ΔV [V]
15.9	3,149	5,164	1.8334	5.044	22.0	0
15.4	3,243	5,246				
17.3	2,895	4,937				
16.0	3,133	5,150				
17.8	2,803	4,851				

Tab. 23: Goccia 8: assenza di campo elettrico

t [s]	v_+ [$10^{-4}m/s$]	Q [$10^{-19}C$]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
1.9	2.591	6.558	51843.77	22.0	396
1.9	2.660	6.755			
1.7	2.941	7.563			
1.7	2.976	7.664			
1.5	3.401	8.883			

Tab. 24: Goccia 8: preseza di campo elettrico, moto discendente

t [s]	v_- [$10^{-4}m/s$]	Q [$10^{-19}C$]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
2.0	2,500	8,044	-51843.77	22.0	-396
2.3	2,193	7,164			
2.1	2,381	7,703			
2.5	2,000	6,610			
2.2	2,252	7,334			

Tab. 25: Goccia 8: preseza di campo elettrico, moto ascendente

t [s]	v_0 [10^{-6} m/s]	r [10^{-7} m]	η [10^{-5} N·s/m ²]	r_m [10^{-6} m]	T [°C]	ΔV [V]
32.7	1.529	3.487	1.8334	3.374	22.0	0
37.3	1.340	3.241				
31.1	1.606	3.582				
37.8	1.325	3.220				
32.1	1.556	3.521				

Tab. 26: Goccia 9: assenza di campo elettrico

t [s]	v_+ [10^{-5} m/s]	Q [10^{-19} C]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
5.0	10.06	1.525	51843.77	22.0	396
5.2	9.597	1.443			
5.1	9.804	1.480			
5.2	9.542	1.433			
5.1	9.785	1.476			

Tab. 27: Goccia 9: preseza di campo elettrico, moto discendente

t [s]	v_- [10^{-5} m/s]	Q [10^{-19} C]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
8.2	6,098	1.344	-51843.77	22.0	-396
7.8	6,443	1.405			
7.6	6,614	1.436			
7.5	6,676	1.447			
7.5	6,684	1.448			

Tab. 28: Goccia 9: preseza di campo elettrico, moto ascendente

t [s]	v_0 [10^{-6} m/s]	r [10^{-7} m]	η [10^{-5} N·s/m ²]	r_m [10^{-6} m]	T [°C]	ΔV [V]
22.5	2,226	4,283	1.8334	4.143	22.0	0
23.2	2,152	4,205				
23.5	2,127	4,178				
25.2	1,985	4,024				
24.6	2,037	4,081				

Tab. 29: Goccia 10: assenza di campo elettrico

t [s]	v_+ [10^{-4} m/s]	Q [10^{-19} C]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
1.4	3,676	7,964	51843.77	22.0	396
1.3	3,876	8,423			
1.4	3,497	7,551			
1.4	3,521	7,607			
1.4	3,472	7,495			

Tab. 30: Goccia 10: preseza di campo elettrico, moto discendente

t [s]	v_- [$10^{-4}m/s$]	Q [$10^{-19}C$]	E [$\frac{V}{m}$]	T [°C]	ΔV [V]
1.8	2,732	6,762	-51843.77	22.0	-396
1.6	3,145	7,710			
1.6	3,205	7,849			
1.5	3,401	8,300			
1.6	3,067	7,532			

Tab. 31: Goccia 10: preseza di campo elettrico, moto ascendente