

Misura delle lunghezze d'onda con lo spettrometro a reticolo

Laboratorio di Ottica, Elettronica e Fisica Moderna

C.d.L. in Fisica, a.a. 2023-2024

Università degli Studi di Milano

Lucrezia Bioni, Leonardo Cerasi, Giulia Federica Bianca Coppi

Matricole: 13655A, 11410A, 11823A

16 novembre 2023

1 Introduzione

1.1 Scopo

Lo scopo dell'esperienza è la misura delle lunghezze d'onda di alcune righe dello spettro di una sorgente di mercurio attraverso un reticolo in precedenza tarato con il doppietto del sodio.

1.2 Metodo

Un reticolo è un dispositivo che si presta per la misura delle lunghezze d'onda della luce ad esso incidente. Infatti, per via dei fenomeni di interferenza e diffrazione, produce un pattern caratterizzato da un'immagine centrale non dispersa e una sequenza, simmetrica rispetto al centro, di spettri. Questi sono composti da righe colorate, ciascuna corrispondente a un massimo delle varie lunghezze d'onda costituenti la luce incidente.

La posizione dei vari massimi della figura di interferenza dipende dal valore della lunghezza d'onda da cui sono generati. Dunque, dopo aver determinato il passo d del reticolo in uso e dopo aver misurato, ponendo il reticolo sulla piattaforma di uno spettrometro, la posizione angolare di un massimo di ordine $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ rispetto al massimo centrale ($\Delta\theta$), è possibile determinare la lunghezza d'onda λ della componente del fascio incidente responsabile di quella specifica riga di spettro:

$$\lambda = \frac{d \sin \Delta\theta}{k} \quad (1.2.1)$$

Il passo d del reticolo si ottiene invertendo la relazione 1.2.1, attraverso le misure delle posizioni angolari dei massimi di interferenza del doppietto del sodio, le cui lunghezze d'onda si assumono note:

$$\lambda_1 = 5.890 \cdot 10^{-7} \text{m} \quad \lambda_2 = 5.896 \cdot 10^{-7} \text{m} \quad (1.2.2)$$

2 Misure

3 Analisi dati

3.1 Elaborazione dati

3.1.1 Passo del reticolo

Attraverso la relazione seguente, si è determinato il passo d del reticolo:

$$d = \frac{k \lambda_1}{\sin \Delta\theta} \quad (3.1.3)$$

Dove $\Delta\theta$ è la posizione angolare del massimo di ordine $k = 4$ della lunghezza d'onda λ_1 del Na. I valori ottenuti per ciascuna misura presa sono riportati nella seguente tabella:

N° misura	$d \pm \sigma_d [\cdot 10^{-6} \text{ m}]$
1	3.3770 ± 0.0014
2	3.3798 ± 0.0014
3	3.3729 ± 0.0014

Tab. 1: Valori di d e relativi errori.

Dove σ_d è stato attribuito come da Par. 3.2.1. Il valore finale di d si ottiene mediante media pesata dei valori riportati in tabella:

$$d = (3.3766 \pm 0.0008) \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (3.1.4)$$

3.1.2 Lunghezze d'onda di Hg

Di ogni componente dello spettro del mercurio osservata, noto l'ordine e la posizione angolare del massimo considerato, si è calcolata la lunghezza d'onda λ , come da 1.2.1. Si è poi effettuata una media ponderata tra tutti i valori di λ ottenuti per ciascuna componente. I valori ottenuti sono riportati nella seguente tabella:

Colore	$\lambda \pm \sigma_\lambda [\text{nm}]$
Viola	404.32 ± 0.08
Indaco	435.57 ± 0.08
Ciano	491.21 ± 0.08
Verde	545.44 ± 0.08
Giallo 1	576.46 ± 0.08
Giallo 2	578.41 ± 0.08
Rosso	623.09 ± 0.10

Tab. 2: Valori di λ di ogni componente di Hg e relativi errori.

Dove σ_λ è stato attribuito come da Par. 3.2.2.

3.1.3 Potere dispersivo

Attraverso le misure delle posizioni angolari di righe spettrali, si è potuto determinare il potere dispersivo D_m del reticolo, definito come:

$$D_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \quad \sigma_{D_m} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta\theta}}{\Delta\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\theta \sigma_{\Delta\lambda}}{\Delta\lambda^2}\right)^2} \quad (3.1.5)$$

In particolare, per sondare varie distanze angolari, sono state considerate le coppie di righe spettrali Viola 1 - Indaco, Giallo 1 - Giallo 2 e Viola 1 - Giallo 2: i relativi dati sono riportati in Tab. *referimento - a - tabella - D*.

I valori così ottenuti vengono confrontati con quelli ricavati dalle caratteristiche del reticolo stesso tramite la relazione:

$$D_t(\theta) = \frac{k}{d \cos \theta} \quad \sigma_{D_t}(\theta) = \sqrt{\left(\frac{k \sigma_d}{d^2 \cos \theta}\right)^2 + \left(\frac{k \tan \theta \sigma_\theta}{d \cos \theta}\right)^2} \quad (3.1.6)$$

3.1.4 Potere risolutivo

Dalle caratteristiche del reticolo è possibile anche giustificare a posteriori il fatto che le righe spettrali Giallo 1 e 2 possano essere chiaramente distinte tra loro agli ordini $k = 2, 3, 4$; infatti, confrontando il potere risolutivo del reticolo $R(k) = kN$, dove N è il numero totale di fenditure illuminate, con il rapporto $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ delle righe considerate, si può stabilire se esse appariranno separate o meno.

k	$\bar{\lambda}$ [nm]	$\Delta\lambda$ [nm]	$\Delta\lambda/\bar{\lambda}$	$R(k)$
2	577.4	1.8	312.8	12000
3	577.3	2.0	293.4	18000
4	577.5	2.1	268.7	24000

Tab. 3: Confronto del potere risolutivo del reticolo a vari ordini.

Assunto che tutte le fenditure del reticolo siano investite dal fascio luminoso (lecito poiché, essendo la fenditura di fronte al collimatore dell'ordine dei decimi di mm, la sorgente può essere considerata puntiforme e sita nel fuoco del collimatore), e che quindi $N = \frac{L}{d}$, dove $L = 2\text{ cm}$ è la lunghezza del reticolo, si ottengono i seguenti valori:

3.2 Stima degli errori

3.2.1 Passo del reticolo

Per ogni misurazione effettuata, si è attribuito al valore di d ottenuto un errore stimato mediante propagazione degli errori sulla grandezza $\Delta\theta$ nella formula 3.1.3:

$$\sigma_d = \frac{k \lambda \cos \Delta\theta \sigma_{\Delta\theta}}{\sin^2 \Delta\theta} \quad (3.2.7)$$

Invece, l'incertezza sul valore finale di d è stata calcolata come errore di una media ponderata dei valori riportati in Tab. 1.

3.2.2 Lunghezze d'onda di Hg

Per ogni misurazione effettuata, si è attribuito al valore di λ ottenuto un errore stimato mediante propagazione degli errori sulle grandezze $\Delta\theta$ e d nella formula 1.2.1:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\sin \Delta\theta}{k} \cdot \sigma_d\right)^2 + \left(\frac{d}{k} \cdot \cos \Delta\theta \cdot \sigma_{\Delta\theta}\right)^2} \quad (3.2.8)$$

4 Conclusioni

Conclusioni.

$\theta_m \pm \sigma_{\theta_m}$	$\theta_m \pm \sigma_{\theta_m}$ [rad]
$56^\circ 3' \pm 1'$	0.978257 ± 0.000291
$56^\circ 5' \pm 1'$	0.978839 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291

Tab. 4: Posizione angolare del massimo di rifrazione centrale della lampada a Na.

$\theta_{sx} \pm \sigma_{\theta_{sx}}$	$\Delta\theta_{sx} \pm \sigma_{\Delta\theta_{sx}}$ [rad]	$\theta_{dx} \pm \sigma_{\theta_{dx}}$	$\Delta\theta_{dx} \pm \sigma_{\Delta\theta_{dx}}$ [rad]	β
$99^\circ 35' \pm 1'$	0.759044 ± 0.000404	$10^\circ 53' \pm 1'$	0.789063 ± 0.000404	$130'$
$99^\circ 32' \pm 1'$	0.758171 ± 0.000404	$10^\circ 50' \pm 1'$	0.789936 ± 0.000404	$137'$
$100^\circ 23' \pm 1'$	0.773006 ± 0.000404	$11^\circ 53' \pm 1'$	0.771610 ± 0.000404	$-6'$

Tab. 5: Fattore di correzione per l'ortogonalizzazione.

Appendice

$\theta_m \pm \sigma_{\theta_m}$	$\theta_m \pm \sigma_{\theta_m}$ [rad]
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291

Tab. 6: Posizione angolare del massimo di rifrazione centrale della lampada ad Hg.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$42^\circ 13' \pm 1'$	0.241728 ± 0.000291	404.1 ± 0.5
3	$35^\circ 0' \pm 1'$	0.367683 ± 0.000291	404.5 ± 0.3
4	$27^\circ 25' \pm 1'$	0.500037 ± 0.000291	404.7 ± 0.2
4	$27^\circ 28' \pm 1'$	0.499164 ± 0.000291	404.1 ± 0.2
4	$27^\circ 27' \pm 1'$	0.499455 ± 0.000291	404.3 ± 0.2
4	$27^\circ 28' \pm 1'$	0.499164 ± 0.000291	404.1 ± 0.2
4	$27^\circ 28' \pm 1'$	0.499164 ± 0.000291	404.1 ± 0.2
3	$35^\circ 0' \pm 1'$	0.367683 ± 0.000291	404.6 ± 0.3
3	$35^\circ 0' \pm 1'$	0.367683 ± 0.000291	404.6 ± 0.3
3	$35^\circ 1' \pm 1'$	0.367392 ± 0.000291	404.3 ± 0.3
3	$35^\circ 1' \pm 1'$	0.367392 ± 0.000291	404.3 ± 0.3

Tab. 7: Analisi della riga spettrale Viola 1 a vari ordini.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$41^\circ 8' \pm 1'$	0.260636 ± 0.000291	435.1 ± 0.5
3	$33^\circ 18' \pm 1'$	0.397353 ± 0.000291	435.6 ± 0.3
4	$25^\circ 0' \pm 1'$	0.542216 ± 0.000291	435.6 ± 0.2
4	$25^\circ 0' \pm 1'$	0.542216 ± 0.000291	435.6 ± 0.2
4	$25^\circ 0' \pm 1'$	0.542216 ± 0.000291	435.6 ± 0.2
4	$25^\circ 0' \pm 1'$	0.542216 ± 0.000291	435.6 ± 0.2
4	$25^\circ 1' \pm 1'$	0.541925 ± 0.000291	435.4 ± 0.2
3	$33^\circ 18' \pm 1'$	0.397353 ± 0.000291	435.6 ± 0.3
3	$33^\circ 17' \pm 1'$	0.397644 ± 0.000291	435.6 ± 0.3
3	$33^\circ 18' \pm 1'$	0.397353 ± 0.000291	435.6 ± 0.3
3	$33^\circ 18' \pm 1'$	0.397353 ± 0.000291	435.6 ± 0.3

Tab. 8: Analisi della riga spettrale Indaco a vari ordini.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$39^\circ 10' \pm 1'$	0.294961 ± 0.000291	491.0 ± 0.5
3	$30^\circ 11' \pm 1'$	0.451749 ± 0.000291	491.3 ± 0.3
4	$20^\circ 30' \pm 1'$	0.620755 ± 0.000291	491.0 ± 0.2
4	$20^\circ 28' \pm 1'$	0.621337 ± 0.000291	491.4 ± 0.2
4	$20^\circ 29' \pm 1'$	0.621046 ± 0.000291	491.2 ± 0.2
4	$20^\circ 30' \pm 1'$	0.620755 ± 0.000291	491.0 ± 0.2
4	$20^\circ 28' \pm 1'$	0.621337 ± 0.000291	491.4 ± 0.2
3	$30^\circ 12' \pm 1'$	0.451458 ± 0.000291	491.0 ± 0.3
3	$30^\circ 11' \pm 1'$	0.451749 ± 0.000291	491.3 ± 0.3
3	$30^\circ 11' \pm 1'$	0.451749 ± 0.000291	491.3 ± 0.3
3	$30^\circ 11' \pm 1'$	0.451749 ± 0.000291	491.3 ± 0.3

Tab. 9: Analisi della riga spettrale Ciano a vari ordini.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$37^\circ 13' \pm 1'$	0.328995 ± 0.000291	545.5 ± 0.5
3	$27^\circ 5' \pm 1'$	0.505855 ± 0.000291	545.4 ± 0.3
4	$15^\circ 49' \pm 1'$	0.702495 ± 0.000291	545.4 ± 0.2
4	$15^\circ 48' \pm 1'$	0.702786 ± 0.000291	445.6 ± 0.2
4	$15^\circ 49' \pm 1'$	0.702495 ± 0.000291	445.4 ± 0.2
4	$15^\circ 49' \pm 1'$	0.702495 ± 0.000291	445.4 ± 0.2
4	$15^\circ 48' \pm 1'$	0.702786 ± 0.000291	445.6 ± 0.2
3	$27^\circ 5' \pm 1'$	0.505855 ± 0.000291	491.0 ± 0.3
3	$27^\circ 5' \pm 1'$	0.505855 ± 0.000291	491.3 ± 0.3
3	$27^\circ 6' \pm 1'$	0.505564 ± 0.000291	491.3 ± 0.3
3	$27^\circ 5' \pm 1'$	0.505855 ± 0.000291	491.3 ± 0.3

Tab. 10: Analisi della riga spettrale Verde a vari ordini.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$36^\circ 6' \pm 1'$	0.348484 ± 0.000291	576.5 ± 0.5
3	$25^\circ 16' \pm 1'$	0.537561 ± 0.000291	576.3 ± 0.3
4	$13^\circ 0' \pm 1'$	0.751655 ± 0.000291	576.4 ± 0.2
4	$13^\circ 0' \pm 1'$	0.751655 ± 0.000291	576.2 ± 0.2
4	$13^\circ 0' \pm 1'$	0.751655 ± 0.000291	576.2 ± 0.2
4	$13^\circ 1' \pm 1'$	0.751364 ± 0.000291	576.4 ± 0.2
4	$13^\circ 0' \pm 1'$	0.751655 ± 0.000291	576.2 ± 0.2
3	$25^\circ 14' \pm 1'$	0.538143 ± 0.000291	576.9 ± 0.3
3	$25^\circ 16' \pm 1'$	0.537561 ± 0.000291	576.3 ± 0.3
3	$25^\circ 14' \pm 1'$	0.538143 ± 0.000291	576.9 ± 0.3
3	$25^\circ 15' \pm 1'$	0.537852 ± 0.000291	576.6 ± 0.3

Tab. 11: Analisi della riga spettrale Giallo 1 a vari ordini.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$36^\circ 2' \pm 1'$	0.349648 ± 0.000291	578.3 ± 0.5
3	$25^\circ 9' \pm 1'$	0.539598 ± 0.000291	578.3 ± 0.3
4	$12^\circ 48' \pm 1'$	0.755146 ± 0.000291	578.6 ± 0.2
4	$12^\circ 48' \pm 1'$	0.755146 ± 0.000291	578.6 ± 0.2
4	$12^\circ 48' \pm 1'$	0.755146 ± 0.000291	578.6 ± 0.2
4	$12^\circ 48' \pm 1'$	0.755146 ± 0.000291	578.6 ± 0.2
4	$12^\circ 49' \pm 1'$	0.754855 ± 0.000291	578.4 ± 0.2
3	$25^\circ 10' \pm 1'$	0.539307 ± 0.000291	578.0 ± 0.3
3	$25^\circ 9' \pm 1'$	0.539598 ± 0.000291	578.3 ± 0.3
3	$25^\circ 9' \pm 1'$	0.539598 ± 0.000291	578.3 ± 0.3
3	$25^\circ 10' \pm 1'$	0.539307 ± 0.000291	578.0 ± 0.3

Tab. 12: Analisi della riga spettrale Giallo 2 a vari ordini.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$34^\circ 25' \pm 1'$	0.377864 ± 0.000291	622.9 ± 0.5
3	$22^\circ 28' \pm 1'$	0.586431 ± 0.000291	622.9 ± 0.3
3	$22^\circ 28' \pm 1'$	0.586431 ± 0.000291	622.9 ± 0.2
2	$22^\circ 26' \pm 1'$	0.587012 ± 0.000291	622.3 ± 0.2
3	$22^\circ 28' \pm 1'$	0.586431 ± 0.000291	622.3 ± 0.2
3	$22^\circ 27' \pm 1'$	0.586722 ± 0.000291	622.3 ± 0.2
3	$22^\circ 27' \pm 1'$	0.586722 ± 0.000291	622.3 ± 0.2
3	$22^\circ 27' \pm 1'$	0.367683 ± 0.000291	623.1 ± 0.3
3	$22^\circ 27' \pm 1'$	0.367683 ± 0.000291	623.1 ± 0.3
3	$22^\circ 26' \pm 1'$	0.367392 ± 0.000291	623.4 ± 0.3
3	$22^\circ 27' \pm 1'$	0.367392 ± 0.000291	623.1 ± 0.3

Tab. 13: Analisi della riga spettrale Rosso a vari ordini.

k	$\theta_1 \pm \sigma_{\theta_1}$ [rad]	$\lambda_1 \pm \sigma_{\lambda_1}$ [nm]	$\theta_2 \pm \sigma_{\theta_2}$ [rad]	$\lambda_2 \pm \sigma_{\lambda_2}$ [nm]
2	0.736820 ± 0.000291	404.1 ± 0.5	0.717912 ± 0.000291	435.1 ± 0.5
3	0.610865 ± 0.000291	404.6 ± 0.3	0.581195 ± 0.000291	435.6 ± 0.3
4	0.478511 ± 0.000291	404.7 ± 0.2	0.436332 ± 0.000291	435.6 ± 0.2
k	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\Delta\lambda \pm \sigma_{\Delta\lambda}$ [nm]	$D_m \pm \sigma_{D_m}$ [$\cdot 10^5$ rad/m]	$D_t \pm \sigma_{D_t}$ [$\cdot 10^5$ rad/m]
2	0.018908 ± 0.000411	30.9 ± 0.7	6.1 ± 0.2	7.930 ± 0.003
3	0.029671 ± 0.000411	31.0 ± 0.5	9.6 ± 0.2	1.074 ± 0.003
4	0.042179 ± 0.000411	30.9 ± 0.3	14.0 ± 0.2	13.200 ± 0.004

Tab. 14: Potere dispersivo relativo alle righe spettrali Viola 1 e Indaco.

k	$\theta_1 \pm \sigma_{\theta_1}$ [rad]	$\lambda_1 \pm \sigma_{\lambda_1}$ [nm]	$\theta_2 \pm \sigma_{\theta_2}$ [rad]	$\lambda_2 \pm \sigma_{\lambda_2}$ [nm]
2	0.630064 ± 0.000291	576.5 ± 0.5	0.628900 ± 0.000291	578.3 ± 0.5
3	0.440987 ± 0.000291	576.3 ± 0.3	0.438950 ± 0.000291	578.3 ± 0.3
4	0.226893 ± 0.000291	576.4 ± 0.2	0.223402 ± 0.000291	578.6 ± 0.2
k	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\Delta\lambda \pm \sigma_{\Delta\lambda}$ [nm]	$D_m \pm \sigma_{D_m}$ [$\cdot 10^5$ rad/m]	$D_t \pm \sigma_{D_t}$ [$\cdot 10^5$ rad/m]
2	0.001164 ± 0.000411	1.8 ± 0.7	6 ± 3	7.328 ± 0.002
3	0.002036 ± 0.000411	2.0 ± 0.4	1 ± 3	9.820 ± 0.003
4	0.003491 ± 0.000411	2.1 ± 0.3	16 ± 3	12.150 ± 0.003

Tab. 15: Potere dispersivo relativo alle righe spettrali Giallo 1 e 2.

k	$\theta_1 \pm \sigma_{\theta_1}$ [rad]	$\lambda_1 \pm \sigma_{\lambda_1}$ [nm]	$\theta_2 \pm \sigma_{\theta_2}$ [rad]	$\lambda_2 \pm \sigma_{\lambda_2}$ [nm]
2	0.736820 ± 0.000291	404.1 ± 0.5	0.630064 ± 0.000291	576.5 ± 0.5
3	0.610865 ± 0.000291	404.6 ± 0.3	0.440987 ± 0.000291	576.3 ± 0.3
4	0.478511 ± 0.000291	404.7 ± 0.2	0.226893 ± 0.000291	576.4 ± 0.2
k	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\Delta\lambda \pm \sigma_{\Delta\lambda}$ [nm]	$D_m \pm \sigma_{D_m}$ [$\cdot 10^5$ rad/m]	$D_t \pm \sigma_{D_t}$ [$\cdot 10^5$ rad/m]
2	0.106756 ± 0.000411	172.4 ± 0.7	6.19 ± 0.03	7.639 ± 0.003
3	0.169879 ± 0.000411	171.7 ± 0.4	9.89 ± 0.04	10.270 ± 0.003
4	0.251618 ± 0.000411	171.7 ± 0.3	14.70 ± 0.04	12.620 ± 0.003

Tab. 16: Potere dispersivo relativo alle righe spettrali Viola 1 e Giallo 2.