

Interferometro di Michelson

Laboratorio di Ottica, Elettronica e Fisica Moderna
C.d.L. in Fisica, a.a. 2023-2024
Università degli Studi di Milano

Lucrezia Bioni, Leonardo Cerasi, Giulia Federica Bianca Coppi
Matricole: 13655A, 11410A, 11823A

9 novembre 2023

1 Introduzione

1.1 Scopo

In questa esperienza ci si propone di misurare - mediante l'utilizzo dell'interferometro di Michelson - le seguenti quattro quantità: la lunghezza d'onda di un fascio di luce monocromatica, l'indice di rifrazione dell'aria a pressione atmosferica, la lunghezza dei pacchetti d'onda di una sorgente non monocromatica e la separazione tra le due lunghezze d'onda del doppietto del sodio.

1.2 Metodo

Per la misurazione delle quattro grandezze interessate, si utilizza l'apparato sviluppato da Michelson riportato in figura *riferimento*. L'interferometro è costituito da quattro lastre di vetro (S_1 , S_2 , S_3 , L_c): S_1 è una lastra semiriflettente - rivolta verso S_2 - a facce piane e parallele, S_2 e S_3 sono completamente riflettenti sulla faccia rivolta verso S_1 , L_c è una lastra trasparente il cui scopo è quello di rendere uguali i cammini ottici compiuti dai raggi lungo i due bracci dello strumento.

Essendosi assicurati che S_2 e S_3 siano perpendicolari e che formino un angolo di 45° con S_1 , il raggio luminoso inciderà su S_1 sdoppiandosi: il primo verrà riflesso da S_2 e dalla faccia riflettente di S_1 , per poi proseguire verso lo schermo, il secondo - riflesso da S_1 - verrà riflesso da S_3 ed inciderà sullo schermo dove formerà delle figure di interferenza con il primo raggio - dovuta alla coerenza dei due fasci luminosi - .

1.2.1 Lunghezza d'onda di un fascio di luce monocromatica

Si vuole misurare la lunghezza d'onda di un fascio di luce laser: agendo sulla variazione di cammino ottico dei due fasci - spostando lo specchio S_3 - si conta il numero di frange chiare (o scure) passanti per un punto prefissato dello schermo. La misura della lunghezza d'onda è pertanto data dalla formula

$$\lambda = \frac{2n_a \Delta x}{N_1} \quad (1.2.1)$$

dove λ è la lunghezza d'onda incognita, n_a è l'indice di rifrazione dell'aria, Δx è lo spostamento dello specchio S_3 e N_1 è il numero di frange chiare (o scure) contate.

1.2.2 Indice di rifrazione dell'aria

Tra gli specchi S_1 e S_2 viene inserita una cameretta contenente una pompa per la creazione del vuoto. Il cammino ottico percorso dal fascio luminoso nel vuoto cambia - poiché questo è legato all'indice di rifrazione del mezzo che attraversa come mostrato dall'equazione 1.2.1 - e quindi, facendo rientrare lentamente l'aria nella cameretta e contando le frange di interferenza passanti per un dato punto sullo schermo, si riuscirà a fornire una stima del valore dell'indice di rifrazione dell'aria n_a secondo la seguente equazione:

$$2(n_a - 1) = N_2 \lambda \quad (1.2.2)$$

dove n_a è l'indice di rifrazione dell'aria, N_2 è il numero di frange contate su un punto dello schermo e λ è la lunghezza d'onda del fascio emesso dalla sorgente monocromatica.

1.2.3 Lunghezza dei pacchetti d'onda di una sorgente non monocromatica

Il fascio di luce prodotto da una sorgente non monocromatica è costituita da impulsi di lunghezza limitata. L'interferenza dei fasci luminosi riflessi dagli specchi S_2 e S_3 si manifesta quando la distanza tra le due sorgenti immagine è inferiore alla lunghezza del pacchetto: quando viene superata tale lunghezza, si osserva sullo schermo una figura uniformemente illuminata e quindi si misura la distanza tra due zone di uniforme illuminazione - mediante la misura dello spostamento di S_3 - per quantificare tale grandezza.

1.2.4 Differenza tra le lunghezze d'onda del doppietto del sodio

Si utilizza ora una sorgente luminosa al sodio per misurare le due lunghezze d'onda che emette e la loro conseguente separazione: quando le frange di interferenza delle due lunghezze d'onda si vanno a sovrapporre, sullo schermo si vede una figura di interferenza con frange molto nette - in particolare quando la differenza di cammino ottico tra i fasci provenienti da S_2 ed S_3 è nulla -. Si misura quindi lo spostamento dello specchio S_3 e si ricava:

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{m \bar{\lambda}^2}{2 \Delta x} \quad (1.2.3)$$

dove λ_1 e λ_2 sono le due lunghezze d'onda del doppietto del sodio, m è il numero di alternanze tra le condizioni di interferenza netta, $\bar{\lambda}$ è la media delle due lunghezze d'onda e Δx è lo spostamento dello specchio S_3 .

2 Misure

2.1 Lunghezza d'onda di un fascio di luce monocromatica

La misura della lunghezza d'onda del fascio laser viene effettuata prendendo 5 misure dello spostamento dello specchio mobile e contando le frange passanti per un punto fissato dello schermo, le misure sono riportate nella seguente Tabella.

N_1	x_1 [mm]	x_2 [mm]
195	10.00	10.30
194	10.00	10.30
150	10.00	10.23
150	10.00	10.23
180	10.00	10.28

Tab. 1: Misure di N_1 , x_1 e x_2 effettuate per valutare la lunghezza d'onda della sorgente laser

Al conteggio N_1 viene fornito un errore di ± 5 , a seguito di una valutazione dell'errore commesso dagli sperimentatori, mentre alle misure di x_1 e x_2 viene fornita come incertezza la risoluzione dello strumento, pari a 0.01 mm.

Gli spostamenti x_1 e x_2 sono effettuati attraverso una vite micrometrica che permette spostamenti fini dello specchio S_3 pari ad $\frac{1}{5}$ di quelli impressi dallo sperimentatore.

2.2 Indice di rifrazione dell'aria

La camera usata per creare il vuoto ha lunghezza $D = 0.05$ m - valore considerato senza incertezza. Fissato un punto dello schermo, durante la reimmissione dell'aria nella camera, si conta il numero di frange d'interferenza che vi passano: in 5 misurazioni di fila, si è sempre ottenuto il valore $N_2 = 42 \pm 5$.

2.3 Lunghezza dei pacchetti d'onda di una sorgente non monocromatica

Vengono fatte 6 misure dello spostamento dello specchio per valutare la lunghezza del treno di impulsi come descritto nel paragrafo 1.2.3. I risultati sono riportati in tabella.

x_1 [mm]	x_2 [mm]
15.58	15.54
15.58	15.54
15.57	15.54
15.57	15.54
15.57	15.54
15.57	15.54

Tab. 2: Misure della posizione iniziale e finale dello specchio S_3

A queste misure viene sempre fornita l'incertezza strumentale pari a 0.01mm.

2.4 Differenza tra le lunghezze d'onda del doppietto del sodio

Per valutare la differenza $\Delta\lambda$ tra le due lunghezze d'onda emesse dal sodio, si misura, attraverso la vite micrometrica, lo spostamento che intercorre tra due posizioni di S_3 tali per cui si osservi un pattern di interferenza completamente diffusa. vengono prese 8 misure dello spostamento dello specchio S_3 , fornendo anche il valore m di numero di alternanze di interferenze nette viste sullo schermo durante lo spostamento dello specchio mobile. Le misure vengono riportate in tabella.

m	x_1 [mm]	x_2 [mm]
1	16.24	17.73
1	17.73	19.11
1	19.11	20.66
1	20.66	22.07
1	22.07	23.58
1	23.58	24.98
1	17.72	19.15
2	19.15	22.17

Tab. 3: Misure di m , x_1 e x_2 effettuate per valutare $\Delta\lambda$ del doppietto di Na

Dove l'indice m rappresenta il numero di interferenze nitide osservate tra le posizioni iniziale e finale dello specchio rilevate. L'incertezza attribuita alle misure di x_1 e x_2 è quella strumentale: 0.01mm.

3 Analisi Dati

Ogni volta che si è misurato lo spostamento fine Δx , si è dovuto considerare quanto osservato in precedenza: lo spostamento effettivo dello specchio S_3 risulta essere $\frac{1}{5}$ di quello effettuato mediante vite micrometrica. Da una propagazione dell'errore sulla singola misura di posizione, e tenuto conto del meccanismo di funzionamento dello strumento, l'incertezza risulta essere:

$$\sigma_{\Delta x} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x_1}}{5}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_2}}{5}\right)^2} = 3 \mu\text{m} \quad (3.4)$$

3.1 Lunghezza d'onda di un fascio di luce monocromatica

A partire dai dati in Tab. 1 e approssimando l'indice di rifrazione dell'aria a $n_0 = 1$, tramite la relazione 1.2.1, si sono ricavati i valori di λ_0 :

$\lambda_0 \pm \sigma_{\lambda_0}$ [nm]
615 ± 33
617 ± 33
613 ± 43
613 ± 43
622 ± 36

Tab. 4: Valori della lunghezza d'onda ricavati dal set di misure.

Dove l'incertezza è stata attribuita mediante propagazione degli errori sulle grandezze Δx e N_1 nella 1.2.1:

$$\sigma_{\lambda_0} = \sqrt{\left(\frac{2n}{N_1}\right)^2 \sigma_{\Delta x}^2 + \left(\frac{2n\Delta x}{N_1}\right)^2 \sigma_{\Delta x}^2} \quad (3.1.5)$$

Attraverso la media ponderata dei valori di λ_0 ottenuti, si ottiene una stima della misura della lunghezza d'onda della luce laser:

$$\lambda_0 = 617 \pm 16 \text{ nm} \quad (3.1.6)$$

dove l'incertezza è quella di una media ponderata.

3.2 Indice di rifrazione dell'aria

A partire dalle equazioni 1.2.1 e 1.2.2, si possono ricavare le seguenti espressioni per n e λ_a :

$$n = \frac{N_1 D}{N_1 D - N_2 \Delta x} \quad \lambda_a = \frac{2\Delta x D}{N_1 D - N_2 \Delta x} \quad (3.2.7)$$

A questo punto, incrociando i dati in Tab. 1 con quelli riportati nel Par. 2.2, si ottengono i valori riportati in Tab. 7, nella quale i valori delle incertezze sono stati ricavati tramite le relative propagazioni degli errori:

$$\sigma_n = \frac{N_1 N_2 D \Delta x}{(N_1 D - N_2 \Delta x)^2} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{N_1}}{N_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta x}}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_2}}{N_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2} \quad (3.2.8)$$

$$\sigma_{\lambda} = \frac{\Delta x^2 D^2}{2(N_1 D - N_2 \Delta x)^2} \sqrt{\left(\frac{N_1}{\Delta x}\right)^2 \left(\left(\frac{\sigma_{N_1}}{N_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta x}}{\Delta x}\right)^2\right) + \left(\frac{N_2}{D}\right)^2 \left(\left(\frac{\sigma_{N_2}}{N_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2\right)} \quad (3.2.9)$$

Il valore finale e la rispettiva incertezza di n e λ_a sono stati determinati tramite media ponderata:

$$n = 1.000259 \pm 0.000007 \quad \lambda_a = 617 \pm 8 \text{ nm} \quad (3.2.10)$$

3.3 Lunghezza dei pacchetti d'onda di una sorgente non monocromatica

Si calcola la lunghezza di coerenza del pacchetto d'onda della sorgente attraverso la seguente relazione: $L = \Delta x$. A tale grandezza, si attribuisce incertezza mediante propagazione degli errori su x_1 e x_2 . Si può inoltre ricavare l'ampiezza del pacchetto d'onda nello spazio delle frequenze: $\Delta\nu = \frac{c}{L}$, cui è stata attribuita un'incertezza sempre mediante propagazione degli errori:

$$\sigma_{\Delta\nu} = \frac{c}{L^2} \sigma_L \quad (3.3.11)$$

I valori di L e di $\Delta\nu$ così ottenuti sono riportati nella seguente tabella:

$L \pm \sigma_L$ [μm]	$\Delta\nu \pm \sigma_{\Delta\nu}$ [$\cdot 10^{13}\text{Hz}$]
8 ± 3	4 ± 1
8 ± 3	4 ± 1
6 ± 3	5 ± 2
6 ± 3	5 ± 2
6 ± 3	5 ± 2
6 ± 3	5 ± 2

Tab. 5: Valori della lunghezza di coerenza L e dell'ampiezza del pacchetto d'onda nello spazio delle frequenze $\Delta\nu$ ricavati dal set di misure.

Attraverso una media ponderata, si ottengono i valori finali per L e $\Delta\nu$ e le rispettive incertezze:

$$L = 7 \pm 1 \mu\text{m} \quad \Delta\nu = 4 \pm 1 \cdot 10^{13} \text{Hz} \quad (3.3.12)$$

3.4 Differenza tra le lunghezze d'onda del doppietto del sodio

Attraverso la relazione 1.2.3, si determina la differenza tra le due lunghezze d'onda del Na, cui è attribuita un'incertezza mediante propagazione degli errori sulla grandezza Δx :

$$\sigma_{\Delta\lambda} = \frac{m\bar{\lambda}}{2\Delta x^2} \sigma_{\Delta x} \quad (3.4.13)$$

I valori così ottenuti sono riportati nella seguente tabella:

$\Delta\lambda[\text{nm}]$
0.583 ± 0.006
0.629 ± 0.006
0.560 ± 0.005
0.616 ± 0.006
0.575 ± 0.005
0.620 ± 0.006
0.607 ± 0.006
0.575 ± 0.003

Tab. 6: Valori di $\Delta\lambda$.

Attraverso la media ponderata, si è ottenuto il valore finale, con la sua incertezza, della differenza di lunghezza d'onda del doppietto del sodio:

$$\Delta\lambda = (0.587 \pm 0.002) \text{nm} \quad (3.4.14)$$

4 Conclusioni

L'indice di rifrazione dell'aria ottenuto, $n = 1.000259 \pm 0.000007$, è in accordo, entro 2σ , con il valore universalmente accettato $\bar{n} = 1.000273$ (assumendo condizioni STP).

Inoltre, i due valori della lunghezza d'onda del laser, ottenuti con e senza approssimazione dell'indice di rifrazione dell'aria, sono in perfetto accordo tra loro: $\lambda_0 = 617 \pm 16 \text{nm}$ e $\lambda_a = 616 \pm 7 \text{nm}$.

La lunghezza di coerenza del pacchetto di luce non monocromatica $L = 7 \pm 1 \mu\text{m}$ è consistente con quanto atteso: poiché la sorgente è policromatica, genera casualmente dei pacchetti non coerenti tra loro.

Infine, il valore della differenza tra le lunghezze d'onda del doppietto del sodio $\Delta\lambda = (0.587 \pm 0.002) \text{nm}$ è in buon accordo con il valore atteso, $\Delta\bar{\lambda} = (0.600) \text{nm}$.

Appendice

N_1	$\Delta x \pm \sigma_{\Delta x} [\text{mm}]$	N_2	$D [\text{mm}]$	$n \pm \sigma_n$	$\lambda \pm \sigma_\lambda [\text{nm}]$
195	0.060 ± 0.003	42	0.05	1.000259 ± 0.000034	616 ± 33
195	0.060 ± 0.003	42	0.05	1.000259 ± 0.000034	616 ± 33
195	0.060 ± 0.003	42	0.05	1.000259 ± 0.000034	616 ± 33
195	0.060 ± 0.003	42	0.05	1.000259 ± 0.000034	616 ± 33
195	0.060 ± 0.003	42	0.05	1.000259 ± 0.000034	616 ± 33
150	0.046 ± 0.003	42	0.05	1.000258 ± 0.000036	613 ± 43
150	0.046 ± 0.003	42	0.05	1.000258 ± 0.000036	613 ± 43
150	0.046 ± 0.003	42	0.05	1.000258 ± 0.000036	613 ± 43
150	0.046 ± 0.003	42	0.05	1.000258 ± 0.000036	613 ± 43
150	0.046 ± 0.003	42	0.05	1.000258 ± 0.000036	613 ± 43
180	0.056 ± 0.003	42	0.05	1.000261 ± 0.000035	622 ± 44
180	0.056 ± 0.003	42	0.05	1.000261 ± 0.000035	622 ± 44
180	0.056 ± 0.003	42	0.05	1.000261 ± 0.000035	622 ± 44
180	0.056 ± 0.003	42	0.05	1.000261 ± 0.000035	622 ± 44
180	0.056 ± 0.003	42	0.05	1.000261 ± 0.000035	622 ± 44
194	0.060 ± 0.003	42	0.05	1.000260 ± 0.000034	619 ± 33
194	0.060 ± 0.003	42	0.05	1.000260 ± 0.000034	619 ± 33
194	0.060 ± 0.003	42	0.05	1.000260 ± 0.000034	619 ± 33
194	0.060 ± 0.003	42	0.05	1.000260 ± 0.000034	619 ± 33
194	0.060 ± 0.003	42	0.05	1.000260 ± 0.000034	619 ± 33
150	0.046 ± 0.003	42	0.05	1.000258 ± 0.000036	613 ± 33
150	0.046 ± 0.003	42	0.05	1.000258 ± 0.000036	613 ± 33
150	0.046 ± 0.003	42	0.05	1.000258 ± 0.000036	613 ± 33
150	0.046 ± 0.003	42	0.05	1.000258 ± 0.000036	613 ± 33
150	0.046 ± 0.003	42	0.05	1.000258 ± 0.000036	613 ± 33

Tab. 7: non so che scriverci.