

# Misura del rapporto carica/massa di un elettrone non relativistico

Laboratorio di Ottica, Elettronica e Fisica Moderna

C.d.L. in Fisica, a.a. 2023-2024

Università degli Studi di Milano

Lucrezia Bioni, Leonardo Cerasi, Giulia Federica Bianca Coppi

Matricole: 13655A, 11410A, 11823A

2 novembre 2023

## 1 Introduzione

L'elettrone è una particella carica e massiva: in questa esperienza ci si propone di misurare il suo rapporto carica-massa  $\frac{e}{m}$  in condizioni non relativistiche.

Le misurazioni vengono effettuate in tre casi distinti: perpendicolarmente, parallelamente e antiparallelamente al campo magnetico terrestre.

### 1.1 Metodo

In un'ampolla contenente gas idrogeno a bassa pressione (circa  $10^{-2} \text{ torr}$ ), è posta una resistenza che, essendo percorsa da corrente elettrica alternata, scalda un catodo che produce elettroni per effetto termoelettrico. Questi, accelerati dalla differenza di potenziale  $\Delta V$  presente tra il catodo e l'anodo, vengono fatti collimare in un unico fascio, la cui traiettoria viene deviata dalla forza di Lorentz - ortogonale al vettore velocità degli elettroni - generata dal campo magnetico  $B_z$  prodotto dalle bobine di Helmholtz poste ai lati dell'ampolla: il cammino percorso dal fascio assume una forma circolare grazie alla regolazione dell'intensità di  $B_z$ .

Lungo il loro cammino, gli elettroni collidono con le molecole di idrogeno, emettendo fotoni ad una lunghezza d'onda di circa  $4500 \text{ \AA}$ . Il raggio della circonferenza visibile risulta fondamentale per la determinazione della grandezza interessata come mostrato dalla seguente equazione:

$$\frac{e}{m} = \frac{2\Delta V}{(B_z R)^2} \quad (1.1.1)$$

dove  $e$  ed  $m$  rappresentano rispettivamente la carica elettrica e la massa dell'elettrone,  $\Delta V$  rappresenta la differenza di potenziale,  $B_z$  rappresenta il campo elettrico generato dalle bobine di Helmholtz e  $R$  rappresenta il raggio della circonferenza compiuta dagli elettroni.

In base alla differente influenza del campo magnetico terrestre, il campo magnetico effettivo a cui è sottoposto il fascio di elettroni varia: è dunque necessario andare a stimare il contributo di quest'ultimo in modo da poter fornire un risultato più accurato al valore finale della grandezza interessata.

## 2 Misure

### 2.1 Per la determinazione del campo magnetico generato dalle bobine di Helmholtz

La determinazione delle grandezze utili a fornire un valore di  $e/m$  richiede la determinazione preliminare del raggio medio delle bobine di Helmholtz: tale misurazione viene compiuta attraverso l'utilizzo di un calibro di risoluzione 0.02 mm. Le bobine di Helmholtz hanno la caratteristica di essere poste ad una distanza equivalente al loro raggio medio, dunque si procede misurando la loro distanza per eccesso e per difetto - 5 misurazioni per entrambe le distanze - e come valore finale si fornisce la media delle due medie ottenute dai due set di dati. Le misure effettuate sono riportate in Tab. 1 e 2. Come incertezza, invece, si attribuisce la somma in quadratura delle deviazioni standard dei due set di dati, poiché tale valore è superiore alla risoluzione dello strumento.

$R_b$ per difetto [cm]	$R_b$ per eccesso [cm]
13.45	17.77
13.51	17.80
13.48	17.69
13.76	17.74
13.43	17.70

Tab. 1: Misure del raggio medio delle bobine di Helmholtz per difetto e per eccesso.

$media$ per difetto [cm]	$\sigma_{dif}$ [cm]	$media$ per eccesso [cm]	$\sigma_{ecc}$ [cm]
13.52	0.14	17.74	0.05

Tab. 2: Medie per difetto e per eccesso delle misure del raggio medio delle bobine di Helmholtz con relative deviazioni standard

Il valore finale attribuito al raggio delle bobine di Helmholtz risulta dunque essere:

$$R_b = (15.63 \pm 0.07) \text{ cm} \quad (2.1.2)$$

Dopo aver determinato, mediante ago magnetico, la direzione della componente orizzontale del campo magnetico terrestre, si orienta l'asse delle bobine ortogonale a tale direzione, e, al variare della differenza di potenziale  $\Delta V$  tra catodo e anodo e dell'intensità di corrente  $I$  che alimenta le bobine di Helmholtz, si misura il raggio  $R$  della circonferenza percorsa dagli elettroni. Alle misure del raggio  $R$  è stata attribuita come incertezza la risoluzione del calibro adoperato, ovvero 0,01mm. I valori di differenza di potenziale e intensità di corrente, invece, sono stati misurati attraverso un multimetro digitale in modalità, rispettivamente, di Voltmetro (con risoluzione di 0,1V) e di Amperometro (con risoluzione di 0,001A). In entrambi i casi è stata attribuita come incertezza la risoluzione dello strumento, poiché risultava sempre superiore all'intervallo di stabilizzazione del generatore ( $\pm 0,1\%$ ). Tale set di misure è riportato in Tab. 3.

Si è ripetuto il medesimo set di misure orientando l'asse delle bobine in direzione parallela ( Tab. 4 ) e antiparallela ( Tab. 5 ) rispetto alla componente orizzontale del campo magnetico terrestre.

### 2.2 Per la determinzione del campo magnetico terrestre

Nelle condizioni in cui la strumentazione viene posta parallela e antiparallela al campo magnetico terrestre, questo influisce sull'effettivo campo magnetico a cui sono sottoposti gli elettroni lungo la loro orbita: risulta, dunque, necessario dare un valore a questa grandezza in modo da poter correggere le errate stime del rapporto  $e/m$ . In mezzo ad una coppia di bobine di geometria nota è posto un ago magnetico: questo viene fatto deflettere di angoli noti facendo variare l'intensità di corrente che alimenta le bobine (generatrici del campo magnetico). L'intensità di corrente viene misurata mediante multimetro in modalità di Amperometro, con risoluzione di 0,001A (attribuita come incertezza della misura, poiché maggiore all'intervallo di stabilizzazione del generatore  $\pm 0,1\%$ ). L'angolo di deflessione, invece, viene

misurato con un goniometro, solidale alle bobine, orientato in modo che, a corrente nulla, l'ago magnetico risulti diretto nella direzione  $0 - 180^\circ$  di esso. Come incertezza a tali misure viene attribuita la risoluzione dello strumento:  $1^\circ$ . Tali misure sono state prese facendo deflettere l'ago magnetico sia in senso orario sia in senso antiorario, e sono riportate in Tabb. 7, 8.

## 3 Analisi Dati

### 3.1 Elaborazione Dati

#### 3.1.1 Campo magnetico generato dalle bobine di Helmholtz

Attraverso la misura del raggio delle bobine di Helmholtz e dell'intensità di corrente con cui vengono alimentate, è possibile determinare l'intensità del campo di induzione magnetica  $B_z(0)$  da esse prodotto attraverso la seguente relazione:

$$B_z(0) = \mu_0 \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{NI}{R_b} \quad (3.1.3)$$

dove  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$  è la costante di permeabilità magnetica del vuoto,  $N$  è il numero di spire che compongono le bobine di Helmholtz - pari a 130 in questo caso -,  $I$  è il valore dell'intensità di corrente e  $R_b$  è il valore del raggio medio delle bobine assegnato (equazione 2.1.2).

La relazione 3.1.3 fornisce, per esattezza, l'intensità del campo magnetico al centro dell'ampolla. Tuttavia, ai fini dell'esperienza, è utile conoscere il campo magnetico cui sono effettivamente sottoposti gli elettroni, ovvero il valore di questo lungo la circonferenza percorsa. Il valore ricavato deve essere dunque corretto mediante la seguente relazione:

$$B_z(R) = \delta B_z(0) \quad (3.1.4)$$

dove  $B_z(R)$  è il valore del campo magnetico alla distanza  $R$  - raggio della circonferenza percorsa dagli elettroni - dal centro dell'ampolla,  $\delta$  è il termine correttivo fornito in Tab 6 e  $B_z(0)$  è il valore del campo magnetico al centro dell'ampolla calcolato all'equazione 3.1.3. Inoltre, nel caso in cui l'asse delle bobine, e dunque il campo magnetico da esse generato, sia parallelo (o antiparallelo) al campo magnetico terrestre, è necessario sommare (o sottrarre) al valore di  $B_z(0)$  la componente orizzontale del campo magnetico terrestre, ricavata come da Par. 3.1.2. I valori così ottenuti sono riportati in Tabb. 3, 4, 5.

#### 3.1.2 Campo magnetico terrestre

La componente orizzontale del campo magnetico terrestre  $B_t$  si ricava attraverso la seguente relazione:

$$B_t = \left( \frac{I}{I_0} \right) (B_z \cot(\theta) + B_r) \quad (3.1.5)$$

dove  $I_0$  è l'intensità di corrente di alimentazione delle bobine,  $I$  è l'intensità di corrente necessaria per deflettere l'ago di un angolo  $\theta$ ,  $B_z$  e  $B_r$  sono le componenti di campo magnetico generato dalle bobine (tabulate in base alla lunghezza dell'ago magnetico e all'angolo di deflessione). Attraverso una media ponderata dei valori ottenuti, riportati nelle Tabb. 7 e 8, si ottiene il seguente valore per la componente orizzontale del campo magnetico terrestre:

$$B_t = (2.59 \pm ?) \cdot 10^{-7} \text{ T} \quad (3.1.6)$$

dove l'incertezza è stata attribuita come da paragrafo *reference - a - incertezza*.

### 3.2 Stima degli errori

## 4 Appendice

$\Delta V$ [V]	$d$ [m]	$R$ [m]	$I$ [A]	Term. corr.	$B(0)$ [A/m]	$B(R)$ [A/m]	$\sigma_R$ [m]	$\sigma_B$ [ $\mu$ A/m]
334.4	0.09542	0.047710	1.667	0.995670	0.001246620	0.001241223	0.00001	5.74547
275.0	0.09542	0.047710	1.545	0.995670	0.001155386	0.001150383	0.00001	5.33238
297.8	0.09814	0.049070	1.497	0.995265	0.001119491	0.001114190	0.00001	5.17002
321.5	0.09814	0.049070	1.597	0.995265	0.001194273	0.001188618	0.00001	5.50838
300.6	0.09542	0.047710	1.518	0.995670	0.001135195	0.001130279	0.00001	5.24104
258.3	0.09814	0.049070	1.393	0.995265	0.001041717	0.001036785	0.00001	4.81864
298.0	0.09814	0.049070	1.545	0.995265	0.001155386	0.001149915	0.00001	5.33238
330.5	0.09814	0.049070	1.628	0.995265	0.001217455	0.001211691	0.00001	5.61335
386.6	0.09814	0.049070	1.739	0.995265	0.001300464	0.001294306	0.00001	5.98950
353.6	0.09814	0.049070	1.689	0.995265	0.001263073	0.001257092	0.00001	5.82001
310.8	0.09300	0.046500	1.639	0.995265	0.001225681	0.001219878	0.00001	5.65061
340.4	0.11010	0.055050	1.503	0.995265	0.001123978	0.001118656	0.00001	5.19031
365.7	0.08635	0.043175	1.859	0.995265	0.001390202	0.001383620	0.00001	6.39657
334.5	0.09814	0.046500	1.692	0.995265	0.001265316	0.001259325	0.00001	5.83018
302.2	0.09814	0.049070	1.575	0.994860	0.001177821	0.001171767	0.00001	5.43391
326.5	0.09814	0.049070	1.637	0.995265	0.001224186	0.001218389	0.00001	5.64384
344.0	0.09814	0.049070	1.721	0.995265	0.001287003	0.001280909	0.00001	5.92848
358.4	0.09814	0.049070	1.779	0.995265	0.001330377	0.001324077	0.00001	6.12515
342.7	0.09814	0.049070	1.676	0.995265	0.001253351	0.001247416	0.00001	5.77596
314.0	0.09814	0.049070	1.617	0.995265	0.001209229	0.001203504	0.00001	5.57610

Tab. 3: Campo magnetico terrestre ortogonale al campo magnetico generato dalle bobine di Helmholtz. Si riportano i valori della differenza di potenziale  $\Delta V$ , del diametro  $d$  della circonferenza percorsa dagli elettroni e del conseguente raggio  $R$ , dell'intensità di corrente  $I$  e del termine correttivo utilizzato per correggere il campo magnetico  $B(0)$  - colonna 5 - all'effettivo valore  $B(R)$  - colonna 6 -.

$\Delta V$ [V]	$d$ [m]	$R$ [m]	$I$ [A]	Term. corr.	$B(0)$ [A/m]	$B(R)$ [A/m]	$\sigma_R$ [m]	$\sigma_B$ [ $\mu$ A/m]
3270.2	0.09814	0.04907	1.624	0.995265	0.00121470	0.00120895	0.00001	5.59987
2990.0	0.09814	0.04907	1.504	0.995265	0.00112496	0.00111964	0.00001	5.19376
2760.1	0.09814	0.04907	1.478	0.995265	0.00110552	0.00110028	0.00001	5.10586
3270.0	0.09814	0.04907	1.566	0.995265	0.00117133	0.00116578	0.00001	5.40351
3040.1	0.09814	0.04907	1.494	0.995265	0.00111748	0.00111219	0.00001	5.15995
3370.1	0.09814	0.04907	1.639	0.995265	0.00122592	0.00122011	0.00001	5.65067
3090.4	0.09814	0.04907	1.589	0.995265	0.00118853	0.00118290	0.00001	5.48136
3410.2	0.09814	0.04907	1.600	0.995265	0.00119675	0.00119109	0.00001	5.51860
3070.6	0.09814	0.04907	1.574	0.995265	0.00117731	0.00117174	0.00001	5.43058
3380.9	0.09814	0.04907	1.628	0.995265	0.00121769	0.00121193	0.00001	5.61341
3200.3	0.09814	0.04907	1.629	0.995265	0.00121844	0.00121267	0.00001	5.61680
3220.4	0.09814	0.04907	1.619	0.995265	0.00121096	0.00120523	0.00001	5.58294
3470.9	0.09814	0.04907	1.638	0.995265	0.00122517	0.00121937	0.00001	5.64728
3190.8	0.09814	0.04907	1.595	0.995265	0.00119301	0.00118737	0.00001	5.50167
2990.3	0.09814	0.04907	1.544	0.995265	0.00115488	0.00114941	0.00001	5.32906
3440.0	0.09814	0.04907	1.660	0.995265	0.00124162	0.00123574	0.00001	5.72181
2990.7	0.09814	0.04907	1.536	0.995265	0.00114889	0.00114345	0.00001	5.30200
3260.5	0.09814	0.04907	1.626	0.995265	0.00121620	0.00121044	0.00001	5.60664
3010.8	0.09814	0.04907	1.574	0.995265	0.00117731	0.00117174	0.00001	5.43058
3470.0	0.09814	0.04907	1.704	0.995265	0.00127453	0.00126849	0.00001	5.87091

Tab. 4: Campo magnetico terrestre parallelo al campo magnetico generato dalle bobine di Helmholtz. Si riportano i valori della differenza di potenziale  $\Delta V$ , del diametro  $d$  della circonferenza percorsa dagli elettroni e del conseguente raggio  $R$ , dell'intensità di corrente  $I$  e del termine correttivo utilizzato per correggere il campo magnetico  $B(0)$  - colonna 5 - all'effettivo valore  $B(R)$  - colonna 6 -.

$\Delta V$ [V]	$d$ [m]	$R$ [m]	$I$ [A]	Term. corr.	$B(0)$ [A/m]	$B(R)$ [A/m]	$\sigma_R$ [m]	$\sigma_B$ [ $\mu$ A/m]
347.3	0.09814	0.04907	1.605	0.995265	0.00120026	0.00119457	0.00001	5.53547
303.4	0.09814	0.04907	1.439	0.995265	0.00107612	0.00107102	0.00001	4.97399
347.2	0.09814	0.04907	1.569	0.995265	0.00117333	0.00116778	0.00001	5.41360
302.9	0.09814	0.04907	1.416	0.995265	0.00105892	0.00105390	0.00001	4.89630
348.3	0.09814	0.04907	1.579	0.995265	0.00118081	0.00117522	0.00001	5.44744
302.0	0.09814	0.04907	1.486	0.995265	0.00111126	0.00110600	0.00001	5.13283
344.4	0.09814	0.04907	1.566	0.995265	0.00117109	0.00116555	0.00001	5.40344
299.1	0.09814	0.04907	1.447	0.995265	0.00108210	0.00107698	0.00001	5.00102
340.8	0.09814	0.04907	1.546	0.995265	0.00115613	0.00115066	0.00001	5.33576
337.2	0.09814	0.04907	1.582	0.995265	0.00118306	0.00117745	0.00001	5.45760
301.9	0.09814	0.04907	1.497	0.995265	0.00111949	0.00111419	0.00001	5.17002
358.7	0.09814	0.04907	1.635	0.995265	0.00122269	0.00121690	0.00001	5.63706
307.8	0.09814	0.04907	1.464	0.995265	0.00109481	0.00108963	0.00001	5.05847
336.0	0.09814	0.04907	1.565	0.995265	0.00117034	0.00116480	0.00001	5.40006
304.8	0.09814	0.04907	1.498	0.995265	0.00112024	0.00111493	0.00001	5.17341
336.4	0.09814	0.04907	1.553	0.995265	0.00116137	0.00115587	0.00001	5.35945
293.3	0.09814	0.04907	1.425	0.995265	0.00106565	0.00106060	0.00001	4.92670
327.7	0.09814	0.04907	1.552	0.995265	0.00116062	0.00115513	0.00001	5.35607
301.1	0.09814	0.04907	1.476	0.995265	0.00110379	0.00109856	0.00001	5.09903
333.7	0.09814	0.04907	1.544	0.995265	0.00115464	0.00114917	0.00001	5.32900

Tab. 5: Campo magnetico terrestre antiparallelo al campo magnetico generato dalle bobine di Helmholtz. Si riportano i valori della differenza di potenziale  $\Delta V$ , del diametro  $d$  della circonferenza percorsa dagli elettroni e del conseguente raggio  $R$ , dell'intensità di corrente  $I$  e del termine correttivo utilizzato per correggere il campo magnetico  $B(0)$  - colonna 5 - all'effettivo valore  $B(R)$  - colonna 6 -.

$R$ [cm]	$\delta$
0.0	1
0.2	0,99999
0.4	0,99999
0.6	0,99999
0.8	0,99999
1.0	0,99999
1.2	0,99998
1.4	0,99997
1.6	0,99995
1.8	0,99992
2.0	0,99987
2.2	0,99982
2.4	0,99974
2.6	0,99964
2.8	0,99952
3.0	0,99937
3.2	0,99918
3.4	0,99895
3.6	0,99868
3.8	0,99835
4.0	0,99796
4.2	0,99751
4.4	0,99698
4.6	0,99637
4.8	0,99567
5.0	0,99486
5.2	0,99395
5.4	0,99291
5.6	0,99173
5.8	0,99041
6.0	0,98893
6.2	0,98727
6.4	0,98542
6.6	0,98337
6.8	0,98109
7.0	0,97857
7.2	0,97578
7.4	0,97272
7.6	0,96936
7.8	0,96567
8.0	0,96164

Tab. 6: Termini correttivi

$Angolo[^\circ]$	$I$ [A]	$B_r$ [mG]	$B_z$ [mG]	$B_t$ [mG]	$I_0$ [A]
65	0,03700	2,50	0,0015450	0,925266565	0,1
60	0,03145	6,20	0,0015472	1,950180935	0,1
55	0,02565	11,0	0,0015480	2,821778026	0,1
50	0,02179	16,7	0,0015471	3,639212871	0,1
45	0,01698	22,8	0,0015438	3,871702137	0,1
40	0,01369	28,6	0,0015379	3,915590910	0,1
35	0,01312	33,3	0,0015295	4,369246587	0,1
30	0,00973	36,2	0,0015190	3,522515995	0,1
25	0,00725	36,7	0,0015072	2,660984335	0,1
20	0,00539	34,2	0,0014951	1,843601408	0,1
15	0,00409	28,9	0,0014839	1,182236504	0,1
10	0,00196	20,9	0,0014750	0,409803957	0,1
5	0,00060	11,0	0,0014691	0,066100751	0,1

Tab. 7: Componenti del campo magnetico terrestre  $B_t$ ,  $B_r$  e  $B_z$  ottenute mediante la misura della deflessione angolare dell'ago magnetico in senso orario. Si riportano inoltre i valori dell'intensità della corrente indotta nelle bobine  $I$  e del valore iniziale  $I_0$

$Angolo[^\circ]$	$I$ [A]	$B_r$ [mG]	$B_z$ [mG]	$B_t$ [mG]	$I_0$ [A]
65	0,03685	2,50	0,0015450	0,921515484	0,1
60	0,03136	6,20	0,0015472	1,944600131	0,1
55	0,02310	11,0	0,0015480	2,541250386	0,1
50	0,02082	16,7	0,0015471	3,477210279	0,1
45	0,01686	22,8	0,0015438	3,844340285	0,1
40	0,01383	28,6	0,0015379	3,955633476	0,1
35	0,01210	33,3	0,0015295	4,029564307	0,1
30	0,00980	36,2	0,0015190	3,547857837	0,1
25	0,00765	36,7	0,0015072	2,807797263	0,1
20	0,00570	34,2	0,0014951	1,949634142	0,1
15	0,00360	28,9	0,0014839	1,040599368	0,1
10	0,00152	20,9	0,0014750	0,317807150	0,1
5	0,00066	11,0	0,0014691	0,072710826	0,1

Tab. 8: Componenti del campo magnetico terrestre  $B_t$ ,  $B_r$  e  $B_z$  ottenute mediante la misura della deflessione angolare dell'ago magnetico in senso antiorario. Si riportano inoltre i valori dell'intensità della corrente indotta nelle bobine  $I$  e del valore iniziale  $I_0$