

Misura delle lunghezze d'onda con lo spettrometro a reticolo

Laboratorio di Ottica, Elettronica e Fisica Moderna

C.d.L. in Fisica, a.a. 2023-2024

Università degli Studi di Milano

Lucrezia Bioni, Leonardo Cerasi, Giulia Federica Bianca Coppi

Matricole: 13655A, 11410A, 11823A

16 novembre 2023

1 Introduzione

1.1 Scopo

Lo scopo dell'esperienza è la misura delle lunghezze d'onda di alcune righe dello spettro di una sorgente di mercurio attraverso un reticolo in precedenza tarato con il doppietto del sodio.

1.2 Metodo

Un reticolo è un dispositivo che si presta per la misura delle lunghezze d'onda della luce ad esso incidente. Infatti, per via dei fenomeni di interferenza e diffrazione, produce un pattern caratterizzato da un'immagine centrale non dispersa e una sequenza, simmetrica rispetto al centro, di spettri. Questi sono composti da righe colorate, ciascuna corrispondente a un massimo delle varie lunghezze d'onda costituenti la luce incidente.

La posizione dei vari massimi della figura di interferenza dipende dal valore della lunghezza d'onda da cui sono generati. Dunque, dopo aver determinato il passo d del reticolo in uso e dopo aver misurato, ponendo il reticolo sulla piattaforma di uno spettrometro, la posizione angolare di un massimo di ordine $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ rispetto al massimo centrale ($\Delta\theta$), è possibile determinare la lunghezza d'onda λ della componente del fascio incidente responsabile di quella specifica riga di spettro:

$$\lambda = \frac{d \sin \Delta\theta}{k} \quad (1.2.1)$$

Il passo d del reticolo si ottiene invertendo la relazione 1.2.1, attraverso le misure delle posizioni angolari dei massimi di interferenza del doppietto del sodio, le cui lunghezze d'onda si assumono note:

$$\lambda_1 = 5.890 \cdot 10^{-7} \text{m} \quad \lambda_2 = 5.896 \cdot 10^{-7} \text{m} \quad (1.2.2)$$

2 Misure

2.1 Ortogonalità

Per procedere alle misure del passo del reticolo e delle lunghezze d'onda delle righe spettrali, è necessario preliminarmente porre il reticolo in condizione di ortogonalità rispetto al fascio di luce incidente.

Per fare ciò, si misura la posizione angolare di due massimi dello stesso ordine dello spettro di una lampada a Na rispetto al massimo di diffrazione centrale, attraverso un nonio sessagesimale di risoluzione

1', e, se si evidenzia una differenza angolare superiore alla decina di primi di grado, si procede ad una rotazione del reticolo di un fattore correttivo β definito da:

$$\tan \beta = \sin \frac{\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1}{2} \frac{\cos \frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2}}{1 - \cos \frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2} \cos \frac{\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1}{2}} \implies \beta = \frac{\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1}{2} \frac{\cos \frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2}}{1 - \cos \frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2}} \quad (2.1.3)$$

dove $\Delta\theta_{1,2} = \theta_0 - \theta_{1,2}$ sono le posizioni angolari dei due massimi e $\theta_0 = 0.979013 \pm 0.000281$ rad è la misura del massimo centrale, ottenuta come media ponderata delle misure in Tab. 3. Poiché $\Delta\theta_1 \approx \Delta\theta_2$, è stato possibile approssimare al prim'ordine l'espressione per β .

È stato necessario correggere la posizione del reticolo solo tre volte per contenere β entro qualche primo di grado: i dati sono riportati in Tab. 4.

Per non appesantire le tabelle, si è occasionalmente ommesso l'errore sulla misura delle posizioni angolari assolute θ : essi sono sempre pari ad 1'.

2.2 Passo del reticolo

Per misurare il passo del reticolo, si procede all'analisi delle righe spettrali della lampada a Na, ed in particolare si è utilizzata la riga spettrale $\lambda_1 = 589.0$ nm all'ordine $k = 4$. Le misure sono riportate in Tab. 6: si è di nuovo considerato $\theta_0 = 0.979013 \pm 0.000281$ rad, dato dalla media ponderata dei valori in Tab. 5.

2.3 Lunghezze d'onda del mercurio

Una volta determinato il passo del reticolo, si può utilizzare la relazione 1.2.1 per determinare le lunghezze d'onda delle righe spettrali della lampada ad Hg: per fare ciò, basta effettuare varie misure delle loro posizioni angolari rispetto al massimo di diffrazione centrale, la cui posizione $\theta_0 = 0.978548 \pm 0.000092$ è calcolata come media ponderata dei valori in Tab. 7.

I dati relativi a ciascuna riga spettrale sono riportati in Tabb. 8 - 14.

3 Analisi dati

3.1 Elaborazione dati

3.1.1 Passo del reticolo

Attraverso la relazione seguente, si è determinato il passo d del reticolo:

$$d = \frac{k \lambda_1}{\sin \Delta\theta} \quad (3.1.4)$$

dove $\Delta\theta = \theta - \theta_0$. I valori ottenuti per ciascuna misura presa sono riportati nella Tab. 6: σ_d è stato attribuito come da Par. 3.3.1. Il valore finale di d si ottiene tramite media ponderata dei valori riportati in tabella:

$$d = 3.3766 \pm 0.0008 \mu\text{m} \quad (3.1.5)$$

3.1.2 Lunghezze d'onda del mercurio

Di ogni componente dello spettro del mercurio osservata, noto l'ordine e la posizione angolare del massimo considerato, si è calcolata la lunghezza d'onda λ , come da 1.2.1. Si è poi effettuata una media ponderata tra tutti i valori di λ ottenuti per ciascuna componente. I valori ottenuti sono riportati nella seguente tabella:

Colore	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]	λ [nm]	σ
Viola 1	404.32 ± 0.09	404.7	4.2σ
Indaco	435.57 ± 0.09	435.8	2.6σ
Ciano	491.21 ± 0.09	491.6	4.3σ
Verde	545.44 ± 0.08	546.0	7.0σ
Giallo 1	576.46 ± 0.08	576.9	5.5σ
Giallo 2	578.41 ± 0.08	579.0	7.3σ
Rosso	623.09 ± 0.10	622.8	2.9σ

Tab. 1: Valori di λ di ogni componente di Hg, relativi errori, lunghezze d'onda teoriche e distanza in sigma tra valore misurato ed atteso.

dove σ_λ è stato attribuito come da Par. 3.3.2.

3.1.3 Potere dispersivo

Attraverso le misure delle posizioni angolari delle righe spettrali, si è potuto determinare il potere dispersivo D_m del reticolo, definito come:

$$D_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \quad \sigma_{D_m} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta\theta}}{\Delta\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\theta \sigma_{\Delta\lambda}}{\Delta\lambda^2}\right)^2} \quad (3.1.6)$$

dove l'incertezza è stata stimata dalla propagazione degli errori.

In particolare, per sondare varie distanze angolari, sono state considerate le coppie di righe spettrali Viola 1 - Indaco, Giallo 1 - Giallo 2 e Viola 1 - Giallo 2: i relativi dati sono riportati in Tabb. 15, 16, 17.

I valori così ottenuti vengono confrontati con quelli ricavati dalle caratteristiche del reticolo stesso tramite la relazione:

$$D_t(\theta) = \frac{k}{d \cos \theta} \quad \sigma_{D_t}(\theta) = \sqrt{\left(\frac{k \sigma_d}{d^2 \cos \theta}\right)^2 + \left(\frac{k \tan \theta \sigma_\theta}{d \cos \theta}\right)^2} \quad (3.1.7)$$

dove l'incertezza è stata stimata dalla propagazione degli errori.

3.1.4 Potere risolutivo

Dalle caratteristiche del reticolo è possibile anche giustificare a posteriori il fatto che le righe spettrali Giallo 1 e 2 possano essere chiaramente distinte tra loro agli ordini $k = 2, 3, 4$; infatti, confrontando il potere risolutivo del reticolo $R(k) = kN$, dove N è il numero totale di fenditure illuminate, con il rapporto $\frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda}$ delle righe considerate, si può stabilire se esse appariranno separate o meno: se $\frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda} < R(k)$, allora le righe spettrali appariranno separate.

Assumendo che tutte le fenditure del reticolo siano investite dal fascio luminoso (lecito poiché, essendo la fenditura di fronte al collimatore dell'ordine dei decimi di mm, la sorgente può essere considerata puntiforme e sita nel fuoco del collimatore), e che quindi $N = \frac{L}{d}$, dove $L = 2$ cm è la lunghezza del reticolo, si ottengono i seguenti valori:

k	$\bar{\lambda}$ [nm]	$\Delta\lambda$ [nm]	$\bar{\lambda}/\Delta\lambda$	$R(k)$
2	577.4	1.8	312.8	12000
3	577.3	2.0	293.4	18000
4	577.5	2.1	268.7	24000

Tab. 2: Confronto del potere risolutivo del reticolo a vari ordini.

3.2 Stima degli errori

3.3 Posizioni angolari relative al massimo centrale

Le singole misure di posizione relativa al massimo centrale $\Delta\theta$ sono affette da due componenti di errore: una, σ_{ris} , dovuta alla risoluzione dello strumento e una, σ_{ort} , dovuta alla non perfetta ortogonalità del

reticolo rispetto alla direzione della luce incidente. L'errore complessivo, dunque, è dato dalla somma in quadratura di queste due componenti:

$$\sigma_{\Delta\theta} = \sqrt{(\sigma_{\text{ris}})^2 + (\sigma_{\text{ort}})^2} \quad (3.3.8)$$

Poiché $\Delta\theta$ è dato dalla differenza di due misure di posizione assoluta (quella del massimo centrale e quella del massimo di ordine k), la componente di errore dovuta alla risoluzione dello strumento è data dalla somma in quadratura degli errori sulle singole misure di posizione: $\sigma_{\text{ris}} \approx 2'$. Invece, la componente dovuta alla non perfetta ortogonalità del reticolo è stata determinata invertendo 2.1.3, dopo aver assunto che gli scostamenti angolari causati dal β residuo per misure effettuate a destra ($\Delta\theta_1$) e a sinistra ($\Delta\theta_2$) rispetto al massimo centrale siano uguali in modulo ma opposte in segno:

$$\sigma_{\text{ort}} = \left| \frac{(\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1)}{2} \right| = \left| \beta \frac{1 - \cos \Delta\theta}{\cos \Delta\theta} \right| \quad (3.3.9)$$

3.3.1 Passo del reticolo

Per ogni misurazione effettuata, si è attribuito al valore di d ottenuto un errore stimato mediante propagazione degli errori sulla grandezza $\Delta\theta$ nella formula 3.1.4:

$$\sigma_d = \frac{k \lambda \cos \Delta\theta \sigma_{\Delta\theta}}{\sin^2 \Delta\theta} \quad (3.3.10)$$

Invece, l'incertezza sul valore finale di d è stata calcolata come errore della media ponderata dei valori riportati in Tab. 6.

3.3.2 Lunghezze d'onda del mercurio

Per ogni misurazione effettuata, si è attribuito al valore di λ ottenuto un errore stimato mediante propagazione degli errori sulle grandezze $\Delta\theta$ e d nella formula 1.2.1:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\sin \Delta\theta}{k} \cdot \sigma_d \right)^2 + \left(\frac{d}{k} \cdot \cos \Delta\theta \cdot \sigma_{\Delta\theta} \right)^2} \quad (3.3.11)$$

4 Conclusioni

Il valore del passo del reticolo ottenuto $d = 3.3766 \pm 0.0008 \mu\text{m}$ è compatibile con la frequenza teorica delle fenditure di $\nu = 300 \text{ mm}^{-1}$: infatti $\frac{1}{d} = 296 \text{ mm}^{-1}$.

Come si evince dai dati riportati in Tab. 1, le misure delle lunghezze d'onda non risultano essere compatibili con i valori aspettati: ciò potrebbe essere giustificabile da una sottostima dell'errore sulla misura della posizione angolare. In particolare, quest'ultima può essere viziata dalla difficoltà nell'effettivo centramento delle righe spettrali, specialmente nelle misure di ordine $k = 4$, poiché esse risultavano di maggiore larghezza angolare e minore intensità luminosa.

Il potere dispersivo stimato dai dati sperimentali, nei casi di righe spettrali di lunghezze d'onda prossime tra loro (Giallo 1 - Giallo 2), risulta compatibile con il valore teorico: ciò è dovuto ad un errore percentuale molto alto. La ragione sta nella dipendenza dell'incertezza da $\frac{1}{\Delta\lambda}$.

Per quanto riguarda invece le coppie di righe spettrali Viola 1 - Indaco e Viola 1 - Giallo 2, valore sperimentale e teorico non risultano compatibili: ciò può essere sempre ricollegato alla difficoltà nel centramento delle righe spettrali.

Infine, i valori del potere risolutivo ottenuti giustificano la capacità di distinguere le righe spettrali Giallo 1 - Giallo 2 a tutti gli ordini considerati.

Appendice

$\theta_0 \pm \sigma_{\theta_0}$	$\theta_0 \pm \sigma_{\theta_0}$ [rad]
$56^\circ 3' \pm 1'$	0.978257 ± 0.000291
$56^\circ 5' \pm 1'$	0.978839 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291

Tab. 3: Posizione angolare del massimo di diffrazione centrale della lampada a Na prima dell'ortogonalizzazione.

$\theta_{sx} \pm \sigma_{\theta_{sx}}$	$\Delta\theta_{sx} \pm \sigma_{\Delta\theta_{sx}}$ [rad]	$\theta_{dx} \pm \sigma_{\theta_{dx}}$	$\Delta\theta_{dx} \pm \sigma_{\Delta\theta_{dx}}$ [rad]	β
$99^\circ 35' \pm 1'$	0.759044 ± 0.000404	$10^\circ 53' \pm 1'$	0.789063 ± 0.000411	$130'$
$99^\circ 32' \pm 1'$	0.758171 ± 0.000404	$10^\circ 50' \pm 1'$	0.789936 ± 0.000411	$137'$
$100^\circ 23' \pm 1'$	0.773006 ± 0.000404	$11^\circ 53' \pm 1'$	0.771610 ± 0.000411	$-6'$

Tab. 4: Fattore di correzione per l'ortogonalizzazione.

$\theta_0 \pm \sigma_{\theta_0}$	$\theta_0 \pm \sigma_{\theta_0}$ [rad]
$56^\circ 3' \pm 1'$	0.978257 ± 0.000291
$56^\circ 5' \pm 1'$	0.978839 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291
$56^\circ 6' \pm 1'$	0.979130 ± 0.000291

Tab. 5: Posizione angolare del massimo di diffrazione centrale della lampada a Na dopo l'ortogonalizzazione.

$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta_{sx} \pm \sigma_{\Delta\theta_{sx}}$ [rad]	$d \pm \sigma_d$ [μm]
$100^\circ 20' \pm 1'$	0.772134 ± 0.000404	3.377 ± 0.001
$11^\circ 54' \pm 1'$	0.771319 ± 0.000404	3.380 ± 0.001
$100^\circ 24' \pm 1'$	0.773297 ± 0.000404	3.373 ± 0.001

Tab. 6: Passo del reticolo.

$\theta_0 \pm \sigma_{\theta_0}$	$\theta_0 \pm \sigma_{\theta_0}$ [rad]
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291
$56^\circ 4' \pm 1'$	0.978548 ± 0.000291

Tab. 7: Posizione angolare del massimo di diffrazione centrale della lampada ad Hg.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$42^\circ 13' \pm 1'$	0.241728 ± 0.000305	404.1 ± 0.5
3	$35^\circ 0' \pm 1'$	0.367683 ± 0.000305	404.5 ± 0.3
4	$27^\circ 25' \pm 1'$	0.500037 ± 0.000305	404.7 ± 0.2
4	$27^\circ 28' \pm 1'$	0.499164 ± 0.000305	404.1 ± 0.2
4	$27^\circ 27' \pm 1'$	0.499455 ± 0.000305	404.3 ± 0.2
4	$27^\circ 28' \pm 1'$	0.499164 ± 0.000305	404.1 ± 0.2
4	$27^\circ 28' \pm 1'$	0.499164 ± 0.000305	404.1 ± 0.2
3	$35^\circ 0' \pm 1'$	0.367683 ± 0.000305	404.6 ± 0.3
3	$35^\circ 0' \pm 1'$	0.367683 ± 0.000305	404.6 ± 0.3
3	$35^\circ 1' \pm 1'$	0.367392 ± 0.000305	404.3 ± 0.3
3	$35^\circ 1' \pm 1'$	0.367392 ± 0.000305	404.3 ± 0.3

Tab. 8: Analisi della riga spettrale Viola 1 a vari ordini.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$41^\circ 8' \pm 1'$	0.260636 ± 0.000305	435.1 ± 0.5
3	$33^\circ 18' \pm 1'$	0.397353 ± 0.000305	435.6 ± 0.3
4	$25^\circ 0' \pm 1'$	0.542216 ± 0.000305	435.6 ± 0.2
4	$25^\circ 0' \pm 1'$	0.542216 ± 0.000305	435.6 ± 0.2
4	$25^\circ 0' \pm 1'$	0.542216 ± 0.000305	435.6 ± 0.2
4	$25^\circ 0' \pm 1'$	0.542216 ± 0.000305	435.6 ± 0.2
4	$25^\circ 1' \pm 1'$	0.541925 ± 0.000305	435.4 ± 0.2
3	$33^\circ 18' \pm 1'$	0.397353 ± 0.000305	435.6 ± 0.3
3	$33^\circ 17' \pm 1'$	0.397644 ± 0.000305	435.6 ± 0.3
3	$33^\circ 18' \pm 1'$	0.397353 ± 0.000305	435.6 ± 0.3
3	$33^\circ 18' \pm 1'$	0.397353 ± 0.000305	435.6 ± 0.3

Tab. 9: Analisi della riga spettrale Indaco a vari ordini.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$39^\circ 10' \pm 1'$	0.294961 ± 0.000305	491.0 ± 0.5
3	$30^\circ 11' \pm 1'$	0.451749 ± 0.000305	491.3 ± 0.3
4	$20^\circ 30' \pm 1'$	0.620755 ± 0.000305	491.0 ± 0.2
4	$20^\circ 28' \pm 1'$	0.621337 ± 0.000305	491.4 ± 0.2
4	$20^\circ 29' \pm 1'$	0.621046 ± 0.000305	491.2 ± 0.2
4	$20^\circ 30' \pm 1'$	0.620755 ± 0.000305	491.0 ± 0.2
4	$20^\circ 28' \pm 1'$	0.621337 ± 0.000305	491.4 ± 0.2
3	$30^\circ 12' \pm 1'$	0.451458 ± 0.000305	491.0 ± 0.3
3	$30^\circ 11' \pm 1'$	0.451749 ± 0.000305	491.3 ± 0.3
3	$30^\circ 11' \pm 1'$	0.451749 ± 0.000305	491.3 ± 0.3
3	$30^\circ 11' \pm 1'$	0.451749 ± 0.000305	491.3 ± 0.3

Tab. 10: Analisi della riga spettrale Ciano a vari ordini.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$37^\circ 13' \pm 1'$	0.328995 ± 0.000305	545.5 ± 0.5
3	$27^\circ 5' \pm 1'$	0.505855 ± 0.000305	545.4 ± 0.3
4	$15^\circ 49' \pm 1'$	0.702495 ± 0.000305	545.4 ± 0.2
4	$15^\circ 48' \pm 1'$	0.702786 ± 0.000305	445.6 ± 0.2
4	$15^\circ 49' \pm 1'$	0.702495 ± 0.000305	445.4 ± 0.2
4	$15^\circ 49' \pm 1'$	0.702495 ± 0.000305	445.4 ± 0.2
4	$15^\circ 48' \pm 1'$	0.702786 ± 0.000305	445.6 ± 0.2
3	$27^\circ 5' \pm 1'$	0.505855 ± 0.000305	491.0 ± 0.3
3	$27^\circ 5' \pm 1'$	0.505855 ± 0.000305	491.3 ± 0.3
3	$27^\circ 6' \pm 1'$	0.505564 ± 0.000305	491.3 ± 0.3
3	$27^\circ 5' \pm 1'$	0.505855 ± 0.000305	491.3 ± 0.3

Tab. 11: Analisi della riga spettrale Verde a vari ordini.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$36^\circ 6' \pm 1'$	0.348484 ± 0.000305	576.5 ± 0.5
3	$25^\circ 16' \pm 1'$	0.537561 ± 0.000305	576.3 ± 0.3
4	$13^\circ 0' \pm 1'$	0.751655 ± 0.000305	576.4 ± 0.2
4	$13^\circ 0' \pm 1'$	0.751655 ± 0.000305	576.2 ± 0.2
4	$13^\circ 0' \pm 1'$	0.751655 ± 0.000305	576.2 ± 0.2
4	$13^\circ 1' \pm 1'$	0.751364 ± 0.000305	576.4 ± 0.2
4	$13^\circ 0' \pm 1'$	0.751655 ± 0.000305	576.2 ± 0.2
3	$25^\circ 14' \pm 1'$	0.538143 ± 0.000305	576.9 ± 0.3
3	$25^\circ 16' \pm 1'$	0.537561 ± 0.000305	576.3 ± 0.3
3	$25^\circ 14' \pm 1'$	0.538143 ± 0.000305	576.9 ± 0.3
3	$25^\circ 15' \pm 1'$	0.537852 ± 0.000305	576.6 ± 0.3

Tab. 12: Analisi della riga spettrale Giallo 1 a vari ordini.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$36^\circ 2' \pm 1'$	0.349648 ± 0.000305	578.3 ± 0.5
3	$25^\circ 9' \pm 1'$	0.539598 ± 0.000305	578.3 ± 0.3
4	$12^\circ 48' \pm 1'$	0.755146 ± 0.000305	578.6 ± 0.2
4	$12^\circ 48' \pm 1'$	0.755146 ± 0.000305	578.6 ± 0.2
4	$12^\circ 48' \pm 1'$	0.755146 ± 0.000305	578.6 ± 0.2
4	$12^\circ 48' \pm 1'$	0.755146 ± 0.000305	578.6 ± 0.2
4	$12^\circ 49' \pm 1'$	0.754855 ± 0.000305	578.4 ± 0.2
3	$25^\circ 10' \pm 1'$	0.539307 ± 0.000305	578.0 ± 0.3
3	$25^\circ 9' \pm 1'$	0.539598 ± 0.000305	578.3 ± 0.3
3	$25^\circ 9' \pm 1'$	0.539598 ± 0.000305	578.3 ± 0.3
3	$25^\circ 10' \pm 1'$	0.539307 ± 0.000305	578.0 ± 0.3

Tab. 13: Analisi della riga spettrale Giallo 2 a vari ordini.

k	$\theta \pm \sigma_\theta$	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\lambda \pm \sigma_\lambda$ [nm]
2	$34^\circ 25' \pm 1'$	0.377864 ± 0.000305	622.9 ± 0.5
3	$22^\circ 28' \pm 1'$	0.586431 ± 0.000305	622.9 ± 0.3
3	$22^\circ 28' \pm 1'$	0.586431 ± 0.000305	622.9 ± 0.2
2	$22^\circ 26' \pm 1'$	0.587012 ± 0.000305	622.3 ± 0.2
3	$22^\circ 28' \pm 1'$	0.586431 ± 0.000305	622.3 ± 0.2
3	$22^\circ 27' \pm 1'$	0.586722 ± 0.000305	622.3 ± 0.2
3	$22^\circ 27' \pm 1'$	0.586722 ± 0.000305	622.3 ± 0.2
3	$22^\circ 27' \pm 1'$	0.367683 ± 0.000305	623.1 ± 0.3
3	$22^\circ 27' \pm 1'$	0.367683 ± 0.000305	623.1 ± 0.3
3	$22^\circ 26' \pm 1'$	0.367392 ± 0.000305	623.4 ± 0.3
3	$22^\circ 27' \pm 1'$	0.367392 ± 0.000305	623.1 ± 0.3

Tab. 14: Analisi della riga spettrale Rosso a vari ordini.

k	$\theta_1 \pm \sigma_{\theta_1}$ [rad]	$\lambda_1 \pm \sigma_{\lambda_1}$ [nm]	$\theta_2 \pm \sigma_{\theta_2}$ [rad]	$\lambda_2 \pm \sigma_{\lambda_2}$ [nm]
2	0.736820 ± 0.000291	404.1 ± 0.5	0.717912 ± 0.000291	435.1 ± 0.5
3	0.610865 ± 0.000291	404.6 ± 0.3	0.581195 ± 0.000291	435.6 ± 0.3
4	0.478511 ± 0.000291	404.7 ± 0.2	0.436332 ± 0.000291	435.6 ± 0.2
k	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\Delta\lambda \pm \sigma_{\Delta\lambda}$ [nm]	$D_m \pm \sigma_{D_m}$ [$\cdot 10^5 \text{rad/m}$]	$D_t \pm \sigma_{D_t}$ [$\cdot 10^5 \text{rad/m}$]
2	0.018908 ± 0.000411	30.9 ± 0.7	6.1 ± 0.2	7.930 ± 0.003
3	0.029671 ± 0.000411	31.0 ± 0.5	9.6 ± 0.2	10.740 ± 0.003
4	0.042179 ± 0.000411	30.9 ± 0.3	14.0 ± 0.2	13.200 ± 0.004

Tab. 15: Potere dispersivo relativo alle righe spettrali Viola 1 e Indaco.

k	$\theta_1 \pm \sigma_{\theta_1}$ [rad]	$\lambda_1 \pm \sigma_{\lambda_1}$ [nm]	$\theta_2 \pm \sigma_{\theta_2}$ [rad]	$\lambda_2 \pm \sigma_{\lambda_2}$ [nm]
2	0.630064 ± 0.000291	576.5 ± 0.5	0.628900 ± 0.000291	578.3 ± 0.5
3	0.440987 ± 0.000291	576.3 ± 0.3	0.438950 ± 0.000291	578.3 ± 0.3
4	0.226893 ± 0.000291	576.4 ± 0.2	0.223402 ± 0.000291	578.6 ± 0.2
k	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\Delta\lambda \pm \sigma_{\Delta\lambda}$ [nm]	$D_m \pm \sigma_{D_m}$ [$\cdot 10^5 \text{rad/m}$]	$D_t \pm \sigma_{D_t}$ [$\cdot 10^5 \text{rad/m}$]
2	0.001164 ± 0.000411	1.8 ± 0.7	6 ± 3	7.328 ± 0.002
3	0.002036 ± 0.000411	2.0 ± 0.4	10 ± 3	9.820 ± 0.003
4	0.003491 ± 0.000411	2.1 ± 0.3	16 ± 3	12.150 ± 0.003

Tab. 16: Potere dispersivo relativo alle righe spettrali Giallo 1 e 2.

k	$\theta_1 \pm \sigma_{\theta_1}$ [rad]	$\lambda_1 \pm \sigma_{\lambda_1}$ [nm]	$\theta_2 \pm \sigma_{\theta_2}$ [rad]	$\lambda_2 \pm \sigma_{\lambda_2}$ [nm]
2	0.736820 ± 0.000291	404.1 ± 0.5	0.630064 ± 0.000291	576.5 ± 0.5
3	0.610865 ± 0.000291	404.6 ± 0.3	0.440987 ± 0.000291	576.3 ± 0.3
4	0.478511 ± 0.000291	404.7 ± 0.2	0.226893 ± 0.000291	576.4 ± 0.2
k	$\Delta\theta \pm \sigma_{\Delta\theta}$ [rad]	$\Delta\lambda \pm \sigma_{\Delta\lambda}$ [nm]	$D_m \pm \sigma_{D_m}$ [$\cdot 10^5 \text{rad/m}$]	$D_t \pm \sigma_{D_t}$ [$\cdot 10^5 \text{rad/m}$]
2	0.106756 ± 0.000411	172.4 ± 0.7	6.19 ± 0.03	7.639 ± 0.003
3	0.169879 ± 0.000411	171.7 ± 0.4	9.89 ± 0.04	10.270 ± 0.003
4	0.251618 ± 0.000411	171.7 ± 0.3	14.70 ± 0.04	12.620 ± 0.003

Tab. 17: Potere dispersivo relativo alle righe spettrali Viola 1 e Giallo 2.