Misura delle lunghezze d'onda con lo spettrometro a reticolo

Laboratorio di Ottica, Elettronica e Fisica Moderna
C.d.L. in Fisica, a.a. 2023-2024
Università degli Studi di Milano

Lucrezia Bioni, Leonardo Cerasi, Giulia Federica Bianca Coppi
Matricole: 13655A, 11410A, 11823A

16 novembre 2023

1 Introduzione

1.1 Scopo

Lo scopo dell'esperienza è la misura delle lunghezze d'onda di alcune righe dello spettro di una sorgente di mercurio attraverso un reticolo in precedenza tarato con il doppietto del sodio.

1.2 Metodo

Un reticolo è un dispositivo che si presta per la misura delle lunghezze d'onda della luce ad esso incidente. Infatti, per via dei fenomeni di interferenza e diffrazione, produce un pattern caratterizzato da un'immagine centrale non dispersa e una sequenza, simmetrica rispetto al centro, di spettri. Questi sono composti da righe colorate, ciascuna corrispondente a un massimo delle varie lunghezze d'onda costituenti la luce incidente.
La posizione dei vari massimi della figura di interferenza dipende dal valore della lunghezza d'onda da cui sono generati. Dunque, dopo aver determinato il passo d del reticolo in uso e dopo aver misurato, ponendo il reticolo sulla piattaforma di uno spettrometro, la posizione angolare di un massimo di ordine $k = \pm 1, \pm 2, \ldots$ rispetto al massimo centrale ($\Delta\theta$), è possibile determinare la lunghezza d'onda λ della componente del fascio incidente responsabile di quella specifica riga di spettro:

$$\lambda = \frac{d\ \sin \Delta\theta}{k} \tag{1.2.1}$$

Il passo d del reticolo si ottiene invertendo la relazione 1.2.1, attraverso le misure delle posizioni angolari dei massimi di interferenza del doppietto del sodio, le cui lunghezze d'onda si assumono note:

$$\lambda_1 = 5.890 \cdot 10^{-7}\text{m} \qquad \lambda_2 = 5.896 \cdot 10^{-7}\text{m} \tag{1.2.2}$$

2 Misure

3 Analisi dati

3.1 Elaborazione dati

3.1.1 Passo del reticolo

Attraverso la relazione seguente, si è determinato il passo d del reticolo:

$$d = \frac{k\ \lambda_1}{\sin \Delta\theta} \tag{3.1.3}$$

Dove $\Delta\theta$ è la posizione angolare del massimo di ordine $k = 4$ della lunghezza d'onda λ_1 del Na. I valori ottenuti per ciascuna misura presa sono riportati nella seguente tabella:

N° misura	$d[\cdot 10^{-6}$ m]	$\sigma_d[\cdot 10^{-6}$ m]
1	3.3770	0.0014
2	3.3798	0.0014
3	3.3729	0.0014

Tab. 1: Valori di d e relativi errori.

Dove σ_d è stato attribuito come da Par. 3.2.1. Il valore finale di d si ottiene mediante media pesata dei valori riportati in tabella:

$$d = (3.3766 \pm 0.0008) \cdot 10^{-6}\text{m} \tag{3.1.4}$$

3.1.2 Lunghezze d'onda di Hg

Di ogni componente dello spettro del mercurio osservata, noto l'ordine e la posizione angolare del massimo considerato, si è calcolata la lunghezza d'onda λ, come da 1.2.1. Si è poi effettuata una media ponderata tra tutti i valori di λ ottenuti per ciascuna componente. I valori ottenuti sono riportati nella seguente tabella:

Colore	$\lambda[\cdot 10^{-7}$ m]	$\sigma_\lambda[\cdot 10^{-7}$ m]
Viola	4.0432	0.0008
Indaco	4.3557	0.0008
Ciano	4.9121	0.0008
Verde	5.4544	0.0008
Giallo 1	5.7646	0.0008
Giallo 2	5.7841	0.0008
Rosso	6.2309	0.0010

Tab. 2: Valori di λ di ogni componente di Hg e relativi errori.

Dove σ_λ è stato attribuito come da Par. 3.2.2.

3.1.3 Potere dispersivo

Attraverso le misure delle posizioni angolari di righe spettrali, si è potuto determinare il potere dispersivo D_m del reticolo, definito come:

$$D_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \qquad \sigma_{D_m} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta\theta}}{\Delta\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\theta\,\sigma_{\Delta\lambda}}{\Delta\lambda^2}\right)^2} \tag{3.1.5}$$

In particolare, per sondare varie distanze angolari, sono state considerate le coppie di righe spettrali Viola 1 - Indaco, Giallo 1 - Giallo 2 e Viola 1 - Giallo 2: i relativi dati sono riportati in Tab. $riferimento - a - tabella - D$.
I valori così ottenuti vengono confrontati con quelli ricavati dalle caratteristiche del reticolo stesso tramite la relazione:

$$D_t(\theta) = \frac{k}{d\cos\theta} \qquad \sigma_{D_t}(\theta) = \sqrt{\left(\frac{k\,\sigma_d}{d^2\cos\theta}\right)^2 + \left(\frac{k\tan\theta\,\sigma_\theta}{d\cos\theta}\right)^2} \tag{3.1.6}$$

3.1.4 Potere risolutivo

Dalle caratteristiche del reticolo è possibile anche giustificare a posteriori il fatto che le righe spettrali Giallo 1 e 2 possano essere chiaramente distinte tra loro agli ordini $k = 2, 3, 4$; infatti, confrontando il potere risolutivo del reticolo $R(k) = kN$, dove N è il numero totale di fenditure illuminate, con il rapporto $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ delle righe considerate, si può stabilire se esse appariranno separate o meno.

k	$\bar{\lambda}$ [nm]	$\Delta\lambda$ [nm]	$\Delta\lambda/\bar{\lambda}$	$R(k)$
2	577.4	1.8	312.8	12000
3	577.3	2.0	293.4	18000
4	577.5	2.1	268.7	24000

Tab. 3: Confronto del potere risolutivo del reticolo a vari ordini.

Assumento che tutte le fenditure del reticolo siano investite dal fascio luminoso (lecito poiché, essendo la fenditura di fronte al collimatore dell'ordine dei decimi di mm, la sorgente può essere considerata puntiforme e sita nel fuoco del collimatore), e che quindi $N = \frac{L}{d}$, dove $L = 2\,\text{cm}$ è la lunghezza del reticolo, si ottengono i seguenti valori:

3.2 Stima degli errori

3.2.1 Passo del reticolo

Per ogni misurazione effettuata, si è attribuito al valore di d ottenuto un errore stimato mediante propagazione degli errori sulla grandezza $\Delta\theta$ nella formula 3.1.3:

$$\sigma_d = \frac{k\,\lambda\,\cos\Delta\theta\,\sigma_{\Delta\theta}}{\sin^2\Delta\theta} \tag{3.2.7}$$

Invece, l'incertezza sul valore finale di d è stata calcolata come errore di una media ponderata dei valori riportati in Tab. 1.

3.2.2 Lunghezze d'onda di Hg

Per ogni misurazione effettuata, si è attribuito al valore di λ ottenuto un errore stimato mediante propagazione degli errori sulle grandezze $\Delta\theta$ e d nella formula 1.2.1:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\sin\Delta\theta}{k}\cdot\sigma_d\right)^2 + \left(\frac{d}{k}\cdot\cos\Delta\theta\cdot\sigma_{\Delta\theta}\right)^2} \tag{3.2.8}$$

4 Conclusioni