

Computer vision techniques for boat navigation

Vantec's Computer vision team

August 17, 2017

Abstract

Objetivo: Implementar el diseño experimental dentro del laboratorio y familiarizarse a trabajar con luz térmica y tarjetas DE2-115.

0.1 Luz policromática

-teoría de luz blanca (luz policromática). diferente a la luz monocromática debido a que en vez de hablar de una sola frecuencia f se define un ancho de banda delta ν . Más complicado de trabajar que con luz monocromática (lasers). -la fase y amplitud de la luz blanca sufre fluctuaciones en cualquier punto P de su perfil. estas fluctuaciones dependen del ancho de banda delta ν -Existe una fracción de tiempo denominada “tiempo de coherencia” donde la amplitud de nuestro haz de luz se mantiene aproximadamente constante y el haz puede ser considerado como monocromático considerando que la frecuencia ν es igual al promedio de nuestro actual ancho de banda “delta ν ” y que el desfase que existe es mucho menor a 2π -De la misma forma, existe una fracción de longitud denominada “longitud de coherencia”. las fluctuaciones que ocurren en un punto P_1 son prácticamente las mismas que en un punto P_2 con la condición que la resta entre los caminos ópticos S_1 y S_2 (distancia de la fuente al punto P) no exceda dicha longitud de coherencia. $\lambda^2 / \Delta\nu$

0.1.1 Correlación y autocorrelación entre dos puntos en el espacio

Uno de los métodos para caracterizar una fuente de luz policromática es conocer la correlación que existe entre dos puntos de su perfil.

para definir matemáticamente la correlación se utiliza el siguiente modelo: una fuente de luz σ con extensión finita que radia luz policromática. El haz de luz tiene un ancho de banda $\Delta\nu$. La luz de esta fuente se propaga hasta llegar a una pantalla negra con dos orificios P_1 y P_2 . Estos orificios dejan pasar parte del frente de onda, que ahora se propaga como una fuente semi-puntual por efectos de difracción hasta llegar otra pantalla, donde ocurrirán las mediciones. La distancia entre la primer y segunda pantalla es suficiente para dejar que ocurra superposición entre los frentes de onda originados en los orificios. El campo V medido en un punto Q en la segunda pantalla se define como

$$V(Q, T) = K_1 V(P_1, t - t_1) - K_2 V(P_2, t - t_2) \quad (1)$$

Donde K son constantes asociadas a los efectos de difracción que ocurren en los orificios y V son los campos en P_1 y P_2 .

Para fines prácticos, se asume que el campo de nuestra fuente es estacionario. La intensidad de nuestros campos se vuelve independiente del tiempo y toma la forma

$$I(Q) = |K_1|^2 I_1 + |K_2|^2 I_2 + 2 |K_1 K_2|^2 \Gamma_{12}^{(r)} (\Delta S/c) \quad (2)$$

donde

$$\Gamma_{12} = \langle V_1(t + \tau) V_2 * (t) \rangle$$

es conocida como el factor de coherencia mutua. Finalmente, normalizando dicho factor y cambiando un poco la notación, la ecuación toma la forma de la ley de interferencia para campos estacionarios.

$$I(Q) = I_{(Q)}^{(1)} + I_{(Q)}^{(2)} + 2(I^{(1)} I^{(2)})^{1/2} \gamma_{12}^r (\Delta S/c) \quad (3)$$

Esta ecuación asocia la intensidad medida en un punto Q de un campo estacionario que se hace interferir consigo mismo (en este caso, mediante el modelo mencionado anteriormente) con las intensidades medidas en los puntos P1, P2 y la parte real del factor γ_{12} (conocido como el grado complejo de coherencia).

En la práctica, la forma más sencilla de conocer la correlación de una fuente de luz encontrando qué tan coherente es esta. El problema se reduce entonces en encontrar formas de calcular γ_{12}

Para luz quasi-monocromática ($\bar{\nu} > \Delta\nu$), el fenómeno de interferencia esta directamente ligado al grado de coherencia compleja mediante la siguiente ecuación

$$V(Q) = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2\sqrt{I_{(Q)}^{(1)} I_{(Q)}^{(2)}}}{I_{(Q)}^{(1)} + I_{(Q)}^{(2)}} |\gamma_{12}(\tau)| \quad (4)$$

Las intensidades I_{max} e I_{min} son las intensidades en las crestas y los valles de las franjas creadas en el en el patrón.

En el caso que las intensidades $I^{(1)}$ y $I^{(2)}$ sean iguales, se llega a que

$$V(Q) = |\gamma_{12}(\tau)|$$

0.1.2 Matriz de coherencia

Además de asociarle un grado de coherencia espacial y temporal, a una fuente de luz blanca se le asocia un grado de polarización. Las propiedades de una onda parcialmente polarizada están asociadas con las intensidades de las dos componentes (ortogonales) \hat{e}_1, \hat{e}_2 del campo eléctrico perpendicular al vector de propagación y la correlación que existe entre ellas. Estas propiedades quedan definidas al encontrar la "matriz de coherencia" correspondiente.

Para describir el concepto de matriz de coherencia, se define el campo estacionario

$$\vec{E}(t) = a_1(t)e^{i[\phi_1(t)-2\pi\bar{v}t]}\hat{e}_1 + a_2(t)e^{i[\phi_2(t)-2\pi\bar{v}t]}\hat{e}_2 \quad (5)$$

Las amplitud a y fase ϕ correspondiente a cada una de las componentes tienen una dependencia del tiempo porque la fuente es policromática. Estos varían lentamente siempre y cuando el tiempo t no sobrepase C_t conocido como el tiempo de coherencia. El campo eléctrico en este caso es complejo y cada una de sus componentes es una función analítica asociada por el campo real a través de $Re\vec{E}$

A este campo se le induce un retraso ϵ y después se registra la intensidad del campo vibrando a un ángulo θ del vector \hat{e} . El campo ahora es:

$$\vec{E}(t; \theta, \epsilon) = E_x \cos \theta + E_y e^{i\epsilon} \sin \theta \quad (6)$$

El valor de su intensidad se define de la siguiente forma

$$I(\theta, \epsilon) = \langle E(t; \theta, \epsilon) E^*(t; \theta, \epsilon) \rangle = J_{xx} \cos^2 \theta + J_{yy} \sin^2 \theta + (J_{xy} e^{-i\epsilon} + J_{yx} e^{i\epsilon}) \cos \theta \sin \theta \quad (7)$$

donde los componentes J_{ij} forman una matriz cuadrada

$$J = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle a_1^2 \rangle & \langle a_1 a_2 e^{i(\phi_1 - \phi_2)} \rangle \\ \langle a_1 a_2 e^{-i(\phi_1 - \phi_2)} \rangle & \langle a_2^2 \rangle \end{bmatrix} \quad (8)$$

Esta matriz se le denomina matriz de coherencia. Los componentes diagonales de la matriz corresponden a los valores de la intensidad en las direcciones definidas por \hat{e}_1 y \hat{e}_2 mientras que los otros dos componentes son asociados a valores de correlación. J_{xy} es un número complejo, y al mismo tiempo conjugado de J_{yx} . Regularmente se toma la cantidad J_{xy} y se normaliza de la siguiente manera

$$v_{i,k}(t+1) = wv_{i,k}(t) + c_1 r_{1,k}(t)(y_{i,k}(t) - x_{i,k(t)}) + c_2 r_{2,k}(t)(y_k(t) - x_{i,k}(t)) \quad (9)$$

$$v_{i,k}(t+1) = wv_{i,k}(t) + c_1 r_{1,k}(t)(y_{i,k}(t) - x_{i,k(t)}) + c_2 r_{2,k}(t)(y_k(t) - x_{i,k}(t)) \quad (10)$$

Esta cantidad normalizada se le llama "factor complejo de correlación" entre las dos componentes ortogonales del campo eléctrico y juega un papel similar al del grado complejo de coherencia.

Algunas propiedades valiosas de la matriz de coherencia son las siguientes:

- Es hermitiana (su determinante es igual o mayor a 0).
- Invariante a rotaciones.
- La matriz de coherencia de una superposición de ondas es igual a la suma de las matrices de coherencia individuales.

Para determinar la matriz de coherencia de una onda electromagnética se pueden realizar mediciones variando el retraso ϵ y el ángulo de polarización θ

$$\frac{I_{max(\theta,\epsilon)} - I_{min(\theta,\epsilon)}}{I_{max(\theta,\epsilon)} + I_{min(\theta,\epsilon)}} = \sqrt{1 - \frac{4|\mathbf{J}|}{(J_{xx} + J_{yy})^2}} \quad (11)$$

0.2 Entrelazamiento

Es necesario mencionar algunos fundamentos previo a la definición de entrelazamiento cuántico tanto como evidencia de avance en el proyecto como herramienta de entendimiento.

0.2.1 Definición: Espacio de hilbert

El espacio de Hilbert es un espacio vectorial con un producto escalar definido. Sus vectores están representados de la siguiente manera. $|\phi\rangle$

Y llevan el nombre de Kets. Al espacio de Kets se les asocia un espacio vectorial dual llamado el espacio bra que se representa de la siguiente manera. $\langle\phi|$

El producto escalar ocurre entre Ket y un Bra y a este se le asocia un número complejo. Estos vectores satisfacen las siguientes identidades.

$$\begin{aligned}\langle\varphi||\chi\rangle &= \langle\chi||\varphi\rangle * \\ \langle\chi||c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2\rangle &= c_1\langle\chi||\varphi_1\rangle + c_2\langle\chi||\varphi_2\rangle \\ \langle\varphi||\varphi\rangle &\geq 0 \forall |\varphi\rangle \in \mathbb{H}\end{aligned}$$

El espacio de Hilbert puede ser discreto (finito o infinito) o continuo. Para un espacio discreto finito, se denota la dimensión del espacio con un subíndice d en la letra \mathbb{H}_d

Cualquier vector $|\varphi\rangle$ puede ser descompuesto de la siguiente forma

$$|\varphi\rangle = \sum_{i=1}^d |i\rangle \langle i| |\varphi\rangle$$

Para un estado cuántico, es tradicional presentarlo como un vector normalizado $|\psi\rangle$. Sin embargo, una forma más práctica y conveniente para expresarlo es a través de su matriz de densidad

$$\rho = |\psi_i\rangle * \langle\psi_i|$$

Esta representación sirve tanto para un estado puro o como para una mezcla de estados.

$$\rho = \sum_{i=1}^n (p_i |\psi_i\rangle * \langle\psi_i|)$$

p_i indica la probabilidad de que nuestra mezcla de estados se encuentre en el i -ésimo estado. La matriz de identidad también se puede identificar como un operador hermitiano y mantiene las mismas propiedades que en su forma vectorial. Matemáticamente las operaciones de dinámica unitaria y de medición suelen ser más sencillas. Una operación que ayuda a caracterizar una matriz de densidad es

$$\Xi = 1 - \text{tr}[\rho^2]$$

Esta ecuación es conocida como el grado de mezcla de un operador. Este puede variar desde 0 ,que indicaría que nuestra matriz esta compuesta por solo un estado, hasta $1 - \frac{1}{d}$, donde d es la dimensión del espacio de hilbert. propiedades convenientes de el operador de densidad son las siguientes:

- La mezcla de estados es equivalente a la suma de las matrices de cada una ponderada por su respectiva probabilidad
- No es posible recuperar información acerca de los estados que crearon una matriz de densidad por si sola. Esto ocurre debido a que es existen un número infinito de combinaciones que pueden generar esta. Se necesita información adicional
- Un estado puro no puede ser representado como una suma convexa de estados.

0.2.2 Sistemas y estados compuestos

El producto tensorial entre dos espacios de hilbert esta definido de la siguiente manera

$$\mathbb{H}_a \otimes \mathbb{H}_b$$

Esta operación define un espacio espacio de Hilbert de dimension $(a)(b)$. Esta operación puede ser utilizada entre cada uno de los vectores (o sus matrices de densidad) $|\phi^A\rangle$ y $|\phi^B\rangle$.

$$\rho_{ab} = \rho_a \otimes \rho_b$$

El producto tensorial entre las bases ortonormales de los sub-espacios genera una base ortonormal para el espacio compuesto. Estos estados $\rho_a \otimes \rho_b$ se los denomina estados compuesto base o simplemente estado base.

Los operadores también se generan de la misma forma.

$$C^A D^B = C^A \otimes D^B$$

Los estados de un sistema compuesto $S^{AB\dots}$ creado a partir de los subsistemas $S^A S^B \dots$ esta descrito por matrices de densidad ρ^{AB} que viven en un espacio de Hilbert generado a partir del producto tensorial entre cada uno de los sub-espacios. Todas las propiedades de un solo sistema son heredadas por este sistema compuesto a excepción del proceso de medición. Los observables pueden ahora actuar de manera local y manera global. Una operación local actúa solamente en uno de los subsistemas que componen el sistema completo. Operadores de este tipo son identificados con una \hat{C}_a (ej. \hat{C}_a)

El estado $\rho^{12\dots n}$ de un sistema cuántico compuesto esta descrito por una matriz de densidad que existe en un espacio de hilbert $\mathbb{H}_{12\dots n}$ creado matemáticamente a partir del producto tensorial entre los sub-espacios n que lo componen.

0.2.3 correlación y entrelazamiento

Se puede determinar si los sub-estados de un estado compuesto presentan un grado de correlación si matemáticamente el estado compuesto cumple con la siguiente desigualdad

$$\rho^{ab} \neq \rho^a \otimes \rho^b$$

Una definición más general es que el producto de los valores esperados para cada uno de los operadores $E[A^a, B^b, \dots]$ sea diferente al valor esperado del operador generado por el producto tensorial $E[A^a, B^b]$ entre ellos.

Después de identificar que existe correlación entre las matrices de densidad de los sub-estados. Es relevante distinguir su tipo de correlación

Un sistema presenta una correlación clásica si puede ser expresada como una suma convexa de estados compuestos.

$$\rho^{ab} = \sum_n^{r=i} p_r \rho_r^a \otimes \rho_r^b$$

donde $p_r > 0$ y $\sum p_r = 1$

Estados compuestos que presentan correlaciones clásicas también se le denominan separables.

Cualquier estado compuesto que no puede ser expresado por un solo producto tensorial entre sub-estados ni una suma convexa de productos tensoriales de sub-estados presentan correlaciones no-clásicas. Estos estados se le denominan entrelazados.

0.3 medición del grado de entrelazamiento

Conocer el nivel de correlación para un sistema compuesto H^{ab} que se ha clasificado como correlacionado de forma no clásica es un dato importante por qué nos permite saber qué tanta información "extra" podemos obtener de un sistema al analizarlo como un todo, a comparación de descomponerlo en cada uno de sus sub-sistemas. A continuación se presentan un par de métodos para determinar el grado de correlación que existe entre dos sub-estados.

0.3.1 Descomposición de schmidt

Un estado compuesto puro puede expresarse de la siguiente manera

$$|\psi^{AB}\rangle = \sum_{n=1}^k \sqrt{p_n} |v_n^A\rangle \otimes |w_n^B\rangle \quad (12)$$

La descomposición de schmidt es una herramienta matemática que caracteriza de forma completa un sistema comformado por dos sub-sistemas (no existe análogo para tres o más subsistemas.) $|v_n^A\rangle$ y $|w_n^B\rangle$ corresponden a eigenvectores asociados a las matrices de densidad de ρ^a y ρ^b respectivamente. Las fases de cada una de los vectores se escoge arbitrariamente de forma más práctica. Como consecuencia, los eigenvalores con sub-índice n son positivos y de igual magnitud. Otra consecuencia directa es que ahora existe una restricción para los sub-estados. Si un sub-estados se encuentra en un estado puro, es imposible que el otro esté conformado por una mezcla. El parámetro k queda determinado por la dimensión más pequeña entre los dos sub-espacios $k = \min(\dim(H^a), \dim(H^b))$ y es denominado "rango de schmidt". Este es un parámetro que determina de forma indirecta el grado de entrelazamiento. $k=1$ indica que el estado Ψ esta compuesto solo por solo un producto tensorial entre sub-estados (o sea, que es separable). $K \geq 1$ significa que Ψ esta entrelazado, y entre mayor sea K, mayor el grado de entrelazamiento.

0.3.2 Entropía de von neumann como medición de la correlación

La entropía de un sistema compuesto queda definida operacionalmente de la siguiente manera.

$$S(AB) := -\text{tr}_{ab}[\rho_{AB} \log \rho_{AB}] \quad (13)$$

La entropía para un subsistema se obtiene aplicando la traza parcial sobre el sub-espacio de interés.

Conceptualmente, la entropía de un sistema es una forma de medir cuanta información no conocemos (su nivel de incertidumbre) o cuanta información (normalmente en bits o preguntas de "si" o "no") necesitaríamos para poder determinar el estado de nuestro sistema. Para un estado normalizado, el valor de la entropía varía de 0 a 1. Un valor de entropía equivalente a 1 significa que para todos los posibles eigenestados en los que podría encontrarse el sistema, no hay forma de distinguir alguna preferencia. Una entropía de cero indica que con certeza se puede determinar el estado en el que se encuentra el sistema.

Estas cantidades están asociadas mediante la desigualdad de Klein

$$S(AB) \leq S(A) + S(B)$$

La desigualdad de Klein exhibe una propiedad importante de los sistemas compuestos: La entropía de un sistema compuesto puede ser menor que la suma de la entropía para los sub-sistemas. Conceptualmente esto equivale a decir que si analizaramos cada uno de los sub-sistemas individualmente, no podríamos extraer tanta información como si observáramos el sistema de forma completa.

De ahí la importancia de definir la "información mutua"

$$0 \leq S(A) + S(B) - S(AB) = S(A : B)$$

La información mutua es una medida de cuanta información extra podemos obtener al analizar un sistema compuesto completo en vez de cada uno de los subsistemas.

0.4 Desigualdades de Bell

0.5 Experimento: presencia de correlaciones no clásicas para estados de polarización en luz térmica

0.5.1 Motivación

La presencia de entrelazamiento (correlaciones entre sub-sistemas que violan la desigualdad de bell) en esquemas no considerados cuánticos puede ser alcanzada por una reformulación del marco teórico para fenoméno que cumplen con las condiciones de Shimony. Formalmente, este fenómeno puede presentarse cuando el sistema a describir puede ser presentado como un producto tensorial entre dos espacios vectoriales que cumplen con algunos criterios.

En los últimos 10 años se ha planteado, demostrado e incluso generado aplicaciones para entrelazamiento de ondas que no se consideran en la región de la mecánica cuántica. Específicamente en óptica, la motivación de re-analizar el grado de polarización o coherencia para campos clásicos usando la teoría de entrelazamiento es que, a través de correlaciones no clásicas entre dos o más "grados de libertad", se da una respuesta o resolución a controversias ya conocidas durante varias décadas en el área. Por ejemplo, es relevante encontrar el sub-conjunto de matrices que definen las matrices de Mueller realizables físicamente o una descripción completa para el grado de polarización.

el modelo que describe un campo eléctrico clásico

$$|\mathbf{E}\rangle = |h\rangle \otimes |E_h\rangle + |v\rangle \otimes |E_v\rangle \quad (14)$$

puede visualizarse como análogo a un estado cuántico compuesto. Tiene la forma de un estado "puro" conformado por el producto tensorial entre, en términos de E. J. Eberly, los grados de libertad de polarización y de amplitud travesa. Debido a que el modelo matemático que describe la amplitud transversa es de naturaleza estocástica, el campo solo toma un valor definido cuando es observado. Distintos experimentos para probar que este tipo de campos violan las desigualdades de bell han sido realizadas por otras personas anteriormente sin éxito. De acuerdo con Eberly esto se debe a que

los experimentos realizados utilizan campos pueden ser “factorizados” de tal forma pierden su naturaleza estadística. Un análogo en mecánica cuántica sería que el estado es separable.

Cualquier sistema candidato a presentar entrelazamiento debe de violar las desigualdades de Bell. Para demostrar que esta desigualdad no se cumple se implementa una desigualdad tipo CHSH.

De acuerdo con Shimony, para que un sistema tenga la posibilidad de violar las desigualdades de bell debe de cumplir las siguientes condiciones.

1. Para cualquier estado de un sistema S, existen cantidades que tienen un valor indefinido.
2. Si existe algún tipo de proceso (operación) que permita que esta cantidad obtenga un valor bien definido, el resultado es cuestión de aleatoriedad
3. Los sistemas compuestos tienen la posibilidad de estar “entrelazados”. Esto equivale a tener un estado compuesto tal que los subastados que lo constituyen no se encuentren ninguno en un estado puro.

De acuerdo con wolf, el modelo de la luz blanca satisface estas condiciones.

0.5.2 Método

La desigualdad de Bell tipo CHSH se compone de correlaciones que dependen de parámetros que pueden ser controlados por el científico. En la mayoría de los casos estos parámetros son ángulos determinados por mediciones en bases ortonormales rotadas individualmente en cada uno de los espacios vectoriales. Para un campo **E** clásico.

$$|u_1^a\rangle = |u_1\rangle \cos(a) - |u_2\rangle \sin(a)$$

$$|u_1^a\rangle = |u_1\rangle \sin(a) + |u_2\rangle \cos(a)$$

a es el ángulo de rotación. Para el espacio de funciones estadísticas los vectores $|f_1^b\rangle$ y $|f_2^b\rangle$ se definen de forma similar.

La correlación que existe entre los sub-espacios se describe de la siguiente manera.

$$C(a, b) = \langle \mathbf{e} | \overset{\leftrightarrow}{A}_a \otimes \overset{\leftrightarrow}{B}_b | \mathbf{e} \rangle \quad (15)$$

a su vez A y B son operadores especiales descritos individualmente por la diferencia entre los dos proyectores de las bases ortonormales que componen la descomposición de schmidt del campo eléctrico.

$$\begin{aligned}\overset{\leftrightarrow}{B}_b &= \overset{\leftrightarrow}{p}_1^b - \overset{\leftrightarrow}{p}_2^b \\ \overset{\leftrightarrow}{p}_k^a &= \langle u_k^a | \\ \overset{\leftrightarrow}{p}_k^a &= |u_k^a\rangle \langle u_k^a|\end{aligned}$$

A y B se crean para tener una definición más práctica para C(A,B). El valor de la correlación puede también visualizarse como la combinación de cuatro probabilidades conjuntas $P_{kl}(a, b)$ (la probabilidad de que al observar el campo en las direcciones k y l a traves de las proyecciones de los ángulos a y b en sus respectivos espacios vectoriales)

El objetivo del experimento es determinar el valor de S y violar la desigualdad

$$-2 \leq S \geq 2 \quad (16)$$

S esta compuesta por 4 correlaciones que dependen de los ángulos de rotación a y b de la siguiente manera.

$$S = C(a, b) - C(a, b') + C(a', b) + C(a', b') \quad (17)$$

0.5.3 Experimento

Para comprobar experimentalmente la violación de la desigualdad CHSH de bell. se propone un diseño óptico experimental. Este consiste en un interferómetro de mach-zender con luz térmica.

El interferómetro de Mach-Zehnder es un diseño experimental utilizado para crear interferencia de un mismo haz de luz mediante la división de amplitud. quien lo creó Este diseño se le atribuye a los científicos Ludwig Mach y Ludwig Zehnder durante los primeros años de los noventa en el siglo XIX. de que consta Para su construcción es indispensable: 1 una fuente de luz colimada, 2 divisores de haz y 2 espejos. El arreglo de estos dispositivos se muestra a continuación

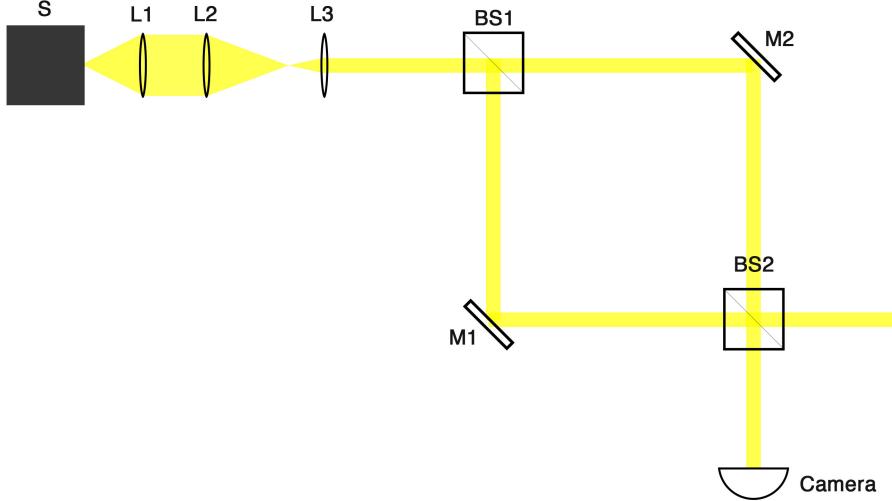


Figure 1

Idealmente, el haz de luz incide a un ángulo de 45 grados con la superficie divisoria del beam-splitter. Se genera un segundo haz en dirección perpendicular al camino que lleva el primero y arbitrariamente se les denomina a uno “haz de referencia” y otro “haz de prueba”. Estos nuevos haces recorren cierta longitud hasta incidir a 45 grados con respecto a la superficie de los espejos para asegurar una reflexión normal. Finalmente, después de recorrer otro tramo, los haces se recambian en el segundo beam splitter. Los dispositivos A y B podrían ser dispositivos de medición o simplemente superficies planas que permitan observar lo que ocurre al momento de la recombinación.

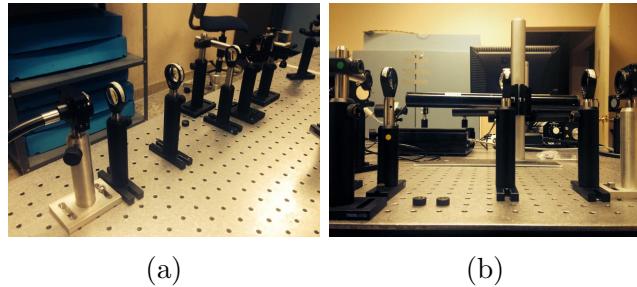
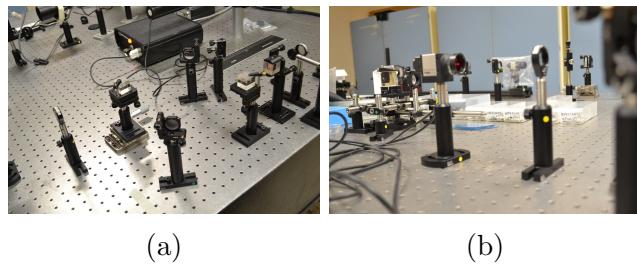
Para un punto ubicado en las pantallas de medición, el campo generado dependerá de la diferencia de fase δ entre los haces recombinados. La diferencia de fase es afectada por el camino total recorrido por cada uno de los haces y el ángulo que existe entre ellos después de recombinarse (este sería 0 en caso de una alineación ideal).

Trabajar con luz térmica presenta una ventaja porque cumple con las condiciones para ser considerado como uno de los vectores descritos al inicio. Para utilizar el interferómetro de Mach-Zender con luz térmica, se deben tomar en cuenta aspectos como:

- La naturaleza divergente de la fuente.

- El rango de frecuencias que ocupa es tan grande que el fenómeno de interferencia (la presencia de franjas) es muy difícil de detectar.

Para solucionar el problema relacionado con la divergencia de los rayos, se implementó un arreglo óptico de tres lentes compuesto de un condensador y un telescopio. De esta forma se colima la luz y además se mantiene gran parte de la intensidad.



Los ángulos recomendados para realizar la medición son los siguientes

$$\begin{aligned}
 a &= 0 \\
 a' &= \pi/4 \\
 b &= \pi/8 \\
 b' &= 3\pi/8 \\
 \kappa_1 = \kappa_2 &= 1/\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

En la práctica, realizar una proyección en el espacio vectorial de polarización es sencillo (se utilizan polarizadores lineales). Sin embargo, las rotaciones en el espacio de funciones estocásticas presenta un reto experimental (hasta la fecha no existe un dispositivo óptico que opere localmente para

realizar dicha operación). Xiao-Feng busca resolver este problema utilizando los dos brazos del interferómetro de la siguiente manera:

Para calcular una de las 4 correlaciones, por ejemplo, $C(a,b)$. El campo original es dividido en dos campos $|e\rangle$ y $|e'\rangle$ al atravesar el primer beam-splitter. $|e\rangle$ atraviesa un polarizador puesto en un ángulo de a grados con respecto a $|u_1\rangle$ para convertirse en la componente $|u_1^a\rangle$. $|e'\rangle$ atraviesa dos polarizadores distintos: el primero, a un ángulo S que está dado por

$$\tan(s) = \frac{k_1}{k_2} \tan(b)$$

y después, por un polarizador con el ángulo a como para el otro brazo.

Con este conjunto de polarizadores, se realizan 3 mediciones de intensidad distintas: I^T que corresponde a medir los dos brazos después de combinarse en el segundo beamsplitter, I_{k1}^{ab} que corresponde al brazo de $|e'\rangle$ y finalmente I_k^a , que es la medición de intensidad para el otro brazo.

Con estas tres mediciones y una medición extra para la intensidad total (antes de atravesar los polarizadores) se deducen los valores de 2 de las cuatro probabilidades para generar $C(a,b)$.

$$P_{k1}(a, b) = (2I_k^T - I_{k1}^{ab} - I_k^a)^2 / 4II_{k1}^{ab} \quad (18)$$

$$P_{k2}(a, b) = I_k^a / I - (2I_k^T - I_{k1}^{ab} - I_k^a)^2 / 4II_{k1}^{ab} = I_k^a / I - P_{k1}(a, b) \quad (19)$$

Para obtener las otras probabilidades conjuntas ($k=2$), el proceso se repite, pero ahora utilizando como vector de referencia a $|u_2\rangle$

0.5.4 Resultados

0.6 Bibliografía

- Xiao-Feng Qian and J.H. Eberly *"Entanglement is sometimes enough"*.
- Audrestch, Jürgen. *Entangled Systems*
- Kumel H. Kagalwala Giovanni Di Giuseppe *Bell's measure in classical optical coherence*

- R. Simon, “Nonquantum *Entanglement Resolves a Basic Issue in Polarization Optics*”
- X.F. Qian and J.H. Eberly, “Entanglement and classical polarization states”
- Born and Wolf *”Principles of optics”*