$$\min\ 4x_1 - x_2$$
$$x_1 + x_2 \geq 2$$
$$2x_1 - x_2 \leq 6$$
$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

RISOLVERE CON IL METODO DEL SIMPLESSO IN DUE FASI

SCRIVIAMO LA FORMA STANDARD

$$\min\ 4x_1 - x_2$$

(1) $x_1 + x_2 - s_1 = 2$

(2) $2x_1 - x_2 + s_2 = 6$ $\quad (P_S)$

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$

IL PROBLEMA NON È IN FORMA CANONICA PER IL METODO DEL SIMPLESSO. INFATTI DALLA MATRICE DEI COEFFICIENTI NOTIAMO L'ASSENZA DELLA BASE CANONICA. DOBBIAMO INTRODURRE QUINDI UNA VARIABILE ARTIFICIALE NEL VINCOLO (1)

$$\min\ 4x_1 - x_2$$

$x_1 + x_2 - s_1 + a_1 = 2$

$2x_1 - x_2 + s_2 = 6$ $\quad (P_A)$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, s_1 \geq 0, a_1 \geq 0$

LA VARIABILE ARTIFICIALE AGGIUNTA RENDE P_S E P_A NON EQUIVALENTI. AFFINCHE'

UNA SOLUZIONE DI P_A SIA ANCHE SOLUZIONE DI P_S DEVE VALERE $a_1=0$.

QUINDI, POICHE' a_1 È IN BASE IN P_A DOBBIAMO FARE IN MODO DI PORTARLA FUORI DALLA BASE. PER FAR QUESTO SCRIVIAMO LA PRIMA FASE DEL METODO DEL SIMPLESSO IN DUE FASI, OVVERO

$$\min a_1$$
$$x_1+x_2-s_1+a_1=2$$
$$2x_1-x_2+s_2=6$$
$$x_1\geq 0,\ x_2\geq 0,\ s_1\geq 0,\ s_2\geq 0$$

QUESTO PROBLEMA È UN PROBLEMA DI PROGRAMMAZIONE LINEARE DOVE È PRESENTE LA BASE CANONICA E POSSIAMO RISOLVERLO CON IL METODO DEL SIMPLESSO. INFATTI, SCRIVENDO IL TABLEAU OTTENIAMO:

	x_1	x_2	s_1	s_2	a_1
	0	0	0	0	1
a_1: 2	1	1	-1	0	1
s_2: 6	2	-1	0	1	0

PRIMA DI VERIFICARE SE LA SOLUZIONE DI BASE $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ SIA OTTIMA O MENO DOBBIAMO ESEGUIRE UN'OPERAZIONE SULLA RIGA 1 PER PORTARE A $\emptyset$ IL COEFFICIENTE DELLA VARIABILE a_1 CHE ATTUALMENTE VALE 1.

PER FAR CIÒ SOTTRAIAMO ALLA 1ª RIGA LA 2ª RIGA OTTENENDO

	x_1	x_2	s_1	s_2	a_1
-2	-1	-1	1	0	0
$a_1 = 2$	1	1	-1	0	1
$s_2 = 6$	2	-1	0	1	0

ADESSO IL TABLEAU È IN FORMA CANONICA ANCHE RISPETTO ALLA RIGA 1 E POSSIAMO APPLICARE IL CRITERIO DI OTTIMALITÀ. NOTIAMO SUBITO CHE LA SOLUZIONE $x^{(0)}$ NON È OTTIMA POICHÉ ESISTONO DUE VARIABILI FUORI DALLA BASE (x_1 E x_2) CHE HANNO COEFFICIENTE NEGATIVO NELLA FUNZIONE OBIETTIVO.

SCEGLIAMO QUELLA PIÙ NEGATIVA. CE NE SONO DUE E PRENDIAMO LA PRIMA (x_1)

PIVOT

	x_1	x_2	s_1	s_2	a_1
-2	-1	-1	1	0	0
$a_1 = 2$	1	1	-1	0	1
$s_2 = 6$	2	-1	0	1	0

RATIO TEST $\rightarrow \min\left\{\frac{2}{1}; \frac{6}{2}\right\} = 2$

	x_1	x_2	s_1	s_2	a_1
0	0	0	0	0	1
$x_1 = 2$	1	1	-1	0	1
$s_2 = 2$	0	-3	2	1	-2

LA SOLUZIONE $x^{(1)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ È OTTIMA

IL VALORE DELLA FUNZIONE OBIETTIVO È $\emptyset$ CHE VUOL DIRE CHE a_1 È FUORI DALLA BASE E QUINDI ABBIAMO UNA SOLUZIONE CHE È AMMISSIBILE PER P_S E CHE HA UNA BASE CANONICA NELLE VARIABILI

DI r_3. CANCELLIAMO QUINDI LA COLONNA a_1 E LA FUNZIONE OBIETTIVO E SOSTITUIAMO QUEST'ULTIMA CON LA FUNZIONE DEL PROBLEMA ORIGINARIO, OVVERO

	x_1	x_2	s_1	s_2	a_1
	4	-1	0	0	
~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~
$x_1 = 2$	1	1	-1	0	~~1~~
$s_2 = 2$	0	-3	2	1	~~-2~~

PER VERIFICARE SE $x^{(1)}$ È OTTIMA DOBBIAMO PRIMA FAR DIVENTARE 4 CORRISPONDENTE A x_1 UGUALE A 0 IN MODO DA AVERE LA FORMA CANONICA PER IL METODO DEL SIMPLESSO. SOTTRAIAMO QUINDI ALLA RIGA 1 QUATTRO VOLTE LA RIGA 2 OTTENENDO

	x_1	x_2	s_1	s_2
-8	0	-5	4	0
$x_1 = 2$	1	1	-1	0

$s_2 = 2 \mid 0 \quad -3 \quad 2 \quad 1$

LA SOLUZIONE $x^{(1)}$ QUINDI NON E' OTTIMA PER LA PRESENZA DEL COEFFICIENTE -5 CORRISPONDENTE ALLA VARIABILE FUORI DALLA BASE x_2.
QUINDI x_2 ENTRA IN BASE ED ESCE DALLA BASE x_1

		x_1	x_2	s_1	s_2
	-8	0	-5	4	0
$x_1 =$	2	1	1	-1	0
$s_2 =$	2	0	-3	2	1

PIVOT

		x_1	x_2	s_1	s_2
	2	5	0	-1	0
$x_1 =$	2	1	1	-1	0
$s_2 =$	8	3	0	-1	1

LA SOLUZIONE DI BASE $x^{(2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$
NON E' OTTIMA POICHE'
LA VARIABILE s_1 FUORI DALLA BASE HA COEFFICIENTE NEGATIVO NELLA FUNZIONE OBIETTIVO ED ENTRA IN BASE

NELLA FUNZIONE OBIETTIVO [illegible]

NELLA SCELTA DELLA VARIABILE

USCENTE DALLA BASE ABBIAMO CHE

LA COLONNA DELLA MATRICE DEI

COEFFICIENTI CORRISPONDENTE A S_1

È NON POSITIVA E QUINDI IL VALORE

DELLA SOLUZIONE OTTIMA È ILLIMITATA

INFERIORMENTE.