

## Esempio

$$\min 3x_1 + 4x_2 + 5x_3$$

s.t.

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$\min 3x_1 + 4x_2 + 5x_3$$

s.t.

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_5 = 5$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

da cui il tableau:

3	4	5	0	0	0
2	2	1	-1	0	6
2	1	3	0	-1	5

applicando il simplesso primale si eseguirebbe la FASE I

## Esempio

Invece, cambiando segno alle righe si ottiene un tableau iniziale per il simplesso duale

3	4	5	0	0	0
- 2	- 2	- 1	1	0	- 6
- 2	- 1	- 3	0	1	- 5

scegliamo  $x_4$  (riga  $t = 1$ )  
come var. uscente

come scegliere la variabile entrante?

dovendo mantenere l'ammissibilità duale (cioè  $\bar{c} \geq \mathbf{0}$ ),  
consideriamo esclusivamente i valori  $\bar{a}_{tj} < 0$  e scegliamo la colonna  
 $h$  per cui:

$$h = \arg \min \left\{ \frac{\bar{c}_j}{|\bar{a}_{tj}|} : j \in \{1, \dots, n\}, \bar{a}_{tj} < 0 \right\}$$

## Esempio (cont.)

$$\min\left\{\frac{\bar{c}_1}{\bar{a}_{11}} = \frac{3}{2}, \quad \frac{\bar{c}_2}{\bar{a}_{12}} = 2, \quad \frac{\bar{c}_3}{\bar{a}_{13}} = 5\right\}$$

*PIVOT*(1, 1)

0	1	7/2	3/2	0	-9
1	1	1/2	-1/2	0	3
0	-1	-5/2	-1/2	1	-2

l'unica riga con  $\bar{b}_t < 0$  è  $t = 2$ , cioè,  $x_5$  è la variabile entrante.  
Ripetendo il ragionamento precedente si individua l'elemento di pivot (2, 2):

*PIVOT*(2, 2)

0	0	1	1	1	-11
1	0	-2	-1	1	1
0	1	5/2	1/2	-1	2

soluzione (1, 2, 0, 0, 0) ammissibile primale  $\implies$  ottima

## Se aggiungessimo un vincolo?

supponiamo adesso di aggiungere il vincolo

$$3x_1 + x_2 + x_3 \leq 4$$

che NON è soddisfatto dalla soluzione ottima.

Aggiungendo la slack è possibile includerlo nel tableau:

0	0	1	1	1	0	-11
1	0	-2	-1	1	0	1
0	1	5/2	1/2	-1	0	2
3	1	1	0	0	1	4

## Di nuovo simplesso duale...

mettendo in forma canonica (con la slack in base), si ottiene:

0	0	1	1	1	0	-11
1	0	-2	-1	1	0	1
0	1	5/2	1/2	-1	0	2
0	0	9/2	5/2	-2	1	-1

essendo  $\bar{b}_3 < 0$  non abbiamo ammissibilità primale. Applicando nuovamente il simplesso duale si individua l'elemento di pivot (3, 5) e il nuovo tableau (ottimo):

0	0	13/4	9/4	0	1/2	-23/2
1	0	1/4	1/4	0	1/2	1/2
0	1	1/4	-3/4	0	-1/2	5/2
0	0	-9/4	-5/4	1	-1/2	1/2

nuova sol. ottima

(1/2, 5/2, 0, 0, 1/2, 0)