

## Prova scritta di esonero del 21-1-2019

Prof. Giorgio Gambosi

a.a. 2018-2019

Ad ogni quesito proposto è associato il numero di punti ottenuti in caso di risposta corretta ed esaustiva. Risposte parziali possono portare all'attribuzione di una frazione di tale punteggio. Spiegare in modo chiaro ed esauriente i passaggi effettuati.

Il punteggio finale della prova risulta come somma dei punteggi acquisiti per i vari quesiti.

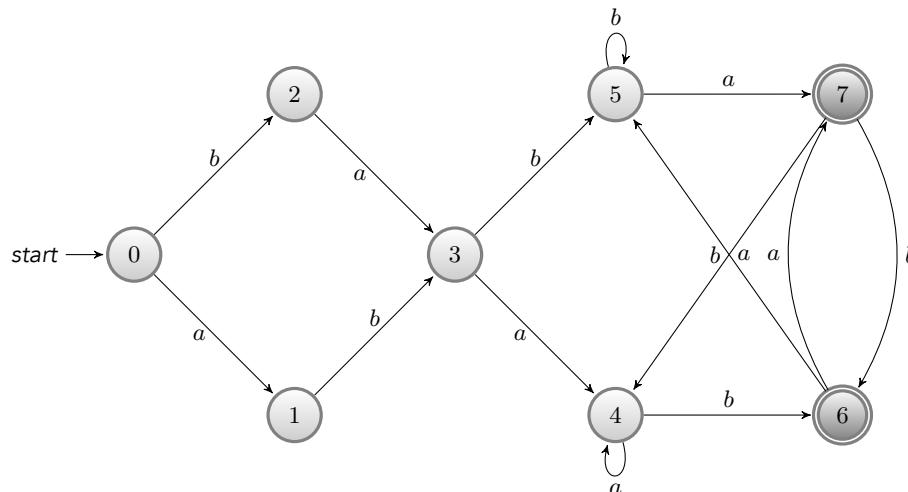
**Quesito 1** (7 punti): Si consideri il linguaggio  $L \subseteq \{a, b\}^*$  definito come l'insieme delle stringhe  $\sigma$  tali  $|\sigma| \geq 4$ , i primi due caratteri di  $\sigma$  sono diversi tra loro e anche gli ultimi due caratteri sono diversi tra loro. Ad esempio:  $abaabbab \in L$ ,  $ababa \in L$ ,  $babbabab \in L$ .

Si definiscano:

- una espressione regolare che descriva  $L$
- un DFA che lo riconosca

**Soluzione:**

$$(ab + ba)(a + b)^*(ab + ba)$$



**Quesito 2** (7 punti): Sia dato il linguaggio  $L = \{(ab)^k c^j (ab)^{2k} \mid j, k > 0\}$ .  $L$  è regolare? Dimostrare la risposta data.

**Soluzione:** Il linguaggio non è regolare. Si può dimostrare ciò utilizzando il pumping lemma.

**Bob:** sceglie  $n$

**Alice:** sceglie la stringa  $\sigma = (ab)^n c (ab)^{2n}$

**Bob:** sceglie  $uv$ , prefisso di  $\sigma$  di lunghezza al più  $n$ . Necessariamente, quindi,  $uv$  è sottostringa di  $(ab)^n$ . Due casi sono possibili:

1.  $|v|$  è dispari, per cui inizia e termina per lo stesso carattere, ad es.  $v = bzb$
2.  $|v|$  è pari, per cui inizia e termina con caratteri diversi, ad es.  $v = azb$

**Alice:** pone  $i = 2$  e:

1. se  $|v|$  è dispari, ottiene una stringa in cui compaiono, nella prima parte, due caratteri successivi uguali, ad es.  $uvuv = ubzbbzbw \notin L$ ,

2. se  $|v|$  è pari, ottiene una stringa  $(ab)^{n+|v|/2}c(ab)^{2n} \notin L$

**Quesito 3** (7 punti): Sia dato il linguaggio  $L = \{\sigma = a^k b^{2k} c^j \mid j, k > 0\}$ . Definire una grammatica in Forma Normale di Greibach che generi  $L$ .

**Soluzione:** Una possibile grammatica CF è

$$\begin{aligned} S &\rightarrow XY \\ X &\rightarrow aXbb|abb \\ Y &\rightarrow cY|c \end{aligned}$$

che risulta in forma ridotta.

La trasformazione solita fornisce allora, in CNF:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow XY \\ X &\rightarrow VW|AW \\ Y &\rightarrow CY|c \\ V &\rightarrow AX \\ W &\rightarrow BB \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow b \\ C &\rightarrow c \end{aligned}$$

In GNF:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aXWY|aWY \\ X &\rightarrow aXW|aW \\ Y &\rightarrow cY|c \\ V &\rightarrow aX \\ W &\rightarrow bB \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow b \\ C &\rightarrow c \end{aligned}$$

**Quesito 4** (3 punti): La seguente affermazione è vera o falsa? Motivare la risposta:

- Se  $L$  è un linguaggio regolare su  $\Sigma$ , allora  $\{xy : x \in L, y \in \Sigma^*\}$  è regolare

**Quesito 5** (3 punti): Chiarire cosa si intende con l'affermazione "l'insieme dei linguaggi context free è chiuso rispetto all'operazione  $*$  di chiusura di Kleene" e fornire una dimostrazione che l'affermazione è vera.

**Quesito 6** (3 punti): Definire la gerarchia di Chomsky dei linguaggi, caratterizzandone i vari livelli.

**Quesito 7** (3 punti): Definire cosa si intende per ambiguità di un linguaggio context-free, discutendo brevemente come affrontare il problema.