Nome: Leonardo Vailatti Eichstaedt
Matrícula : 14100847

Trabalho 2 de Cálculo Numérico

Equação:

$$P(x) = x^7 - (2+7i)x^6 + (3+14i)x^5 - (4+53i)x^4 + (67+92i)x^3 - (130+21i)x^2 + (65-50i)x + 25i = 0)$$

1)

<u>Propriedade 9</u>: Em $a_1x^n + a_2x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} = 0$, seja $M = \text{máx}\{|a_2|, |a_3|, \ldots, |a_{n+1}|\}$. Então $\forall$ α raiz $\Rightarrow |\alpha| < 1 + \dfrac{M}{|a_1|}$

```
%Propriedade 9
r=1+max(abs(coef(2:n+1)))/abs(coef(1));
raio9(1:n)=complex(r,r);
```

Raio :

```
132.685230758806 + 132.685230758806i
```

xi :

```
26.5370461517612 + 26.5370461517612i
```

Cota de Cauchy:

Tendo o processo interativo com $x_0 >= 0$

$$x_{i+1} = \left[\frac{|a_{n-1}|}{|a_n|}x^{n-1} + \ldots + \frac{|a_1|}{|a_n|}x + \frac{|a_0|}{|a_1|}\right]^{\frac{1}{n}} a_0 \neq 0, a_n \neq 0.$$

```
%Cota de Cauchy
crit = 10e-15;
limite = 1000;
passo = 0;
xi = 0;
dif  = 1;
while dif > crit  && passo < limite
  formula = 0;
  expoente = 0;
  for indice = n+1: -1 : 2
    formula = formula + (abs(coef(indice)/coef(1)))*xi^expoente
    expoente++;
  end
  x = formula^(1/n);
  dif = abs(x - xi);
  xi = x;
  passo++;
end
raioCauchy(1:n) = complex(x,x)
```

Raio:

```
9.51967061057818 + 9.51967061057818i
```

xi:

```
1.90393412211564 + 1.90393412211564i
```

Cota de Kojima:

Tendo a sequencia de valores $q_1 = |a_{n-1}|/|a_n|, q_2 = (|a_{n-2}|/|a_n|)^{1/2}, \ldots, q_n = (|a_0|/|a_n|)^{1/n}$ com $a_0 \neq 0, a_n \neq 0$.
Assim todas as raízes de $P_n(x)$ encontram-se no círculo do plano complexo onde o raio é a soma dos dois maiores valores da sequencia.

```
%Cota de Kojima
for indice = 1 : n
    sequencia(indice)  = (abs(coef(indice + 1))/abs(coef(1)))^(1/indice);
end

if sequencia(1) < sequencia(2)
    m2 = sequencia(1); % segundo maior
    m1 = sequencia(2); % maior
else
    m2 = sequencia(2); % segundo maior
    m1 = sequencia(1); % maior
end

for i = 3 : n
    if sequencia(i) >= m2
      if sequencia(i) >= m1
        m2 = m1;
        m1 = sequencia(i);
      else
        m2 = sequencia(i);
      end
    end
end
raioKojima(1:n) = complex(t0+t1, t0+t1)
```

Raio :

```
11.0639995630523 + 11.0639995630523i
```

xi:

```
2.21279991261045 + 2.21279991261045i
```

2)

Utilizando a cota de Cauchy, obtemos os seguintes resultados:

x = 1.000000000000000 – 0.000000000000000i M = 2
x = 1.000000000000000 – 0.000000000000000i M = 2
x = 0.000000000000000 – 1.000000000000000i M = 3
x = 0.000000000000000 – 1.000000000000000i M = 3
x = 0.000000000000000 – 1.000000000000000i M = 3
x = 0.000000000000000 + 5.000000000000000i M = 2
x = 0.000000000000000 + 5.000000000000000i M = 2

3)

Considerando M = 1 e limite de 100 iterações obtemos:

x = 1.00000000607826e+00 – 2.44796197470883e-09i M = 1
x = 1.00000001551453e+00 – 1.00154623929919e-08i M = 1
x = -2.38097821976285e-06 – 9.99997667918516e-01i M = 1
x = -5.35865041932868e-06 – 9.99996916278619e-01i M = 1
x = -4.06813468009572e-08 + 4.99999998964774e+00i M = 1
x = -6.68918527684605e-06 – 9.99991531237819e-01i M = 1
x = 6.01799442692159e-09 + 4.99999999451428e+00i M = 1

4)

O resultado de roots(coef) do Octave usa M = 1 e obtemos

```
octave:11> roots(coef)
ans =

   3.26655209548221e-08 + 5.00000005997915e+00i
  -3.26655229890019e-08 + 4.99999994002086e+00i
   1.00000000686305e+00 + 9.12754547974889e-09i
   9.99999993136951e-01 - 9.12754347642316e-09i
  -4.64713029739972e-06 - 9.99987681932724e-01i
  -8.34421772378565e-06 - 1.00001018357625e+00i
   1.29913480180263e-05 - 1.00000213449102e+00i
```

O resultado obtido pelo Wolfram Alpha foi :

Real root:

$x = 1$

Complex roots:

$x = -i$

$x = 5\,i$

Roots in the complex plane: