# Projeto 3 – 2ª Etapa

a)

a)

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

$$y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$$

$$\underline{\underline{SEQ}} = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$= \underbrace{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2}$$

$$\frac{d\,SEQ}{d\hat{\beta}_0} = 0 \quad (*) \qquad \frac{d\,SEQ}{d\hat{\beta}_1} = 0 \quad (**)$$

$$(*): \frac{d\,SEQ}{d\hat{\beta}_0} = -2 \cdot \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)$$

$$\frac{d\,SEQ}{d\hat{\beta}_0} = -2 \left\{ \sum_{i=1}^{n} y_i - n\hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i \right\} \begin{matrix} \div n \\ \div n \end{matrix}$$

$$= -2n \left\{ \frac{\sum y_i}{n} - \frac{n\hat{\beta}_0}{n} - \hat{\beta}_1 \cdot \frac{\sum x_i}{n} \right\} =$$

$$= -2 \cdot n \cdot \left\{ \bar{y} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \bar{x} \right\} = 0$$

$$\hat{\beta}_0 = -\hat{\beta}_1 \bar{x} + \bar{y} \quad (1)$$

voltando para $(**)$: $\frac{d\,SEQ}{d\beta_1} = -2 \sum_{i=1}^{n} x_i (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) = 0$

$$= -2 \left\{ \sum x_i y_i - \hat{\beta}_0 \sum x_i - \hat{\beta}_1 \sum x_i^2 \right\} = 0 \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i + (\hat{\beta}_1 \bar{x} - \bar{y}) \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i - \hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 0$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\bar{y} \sum x_i - \sum x_i y_i}{\bar{x} \sum x_i - \sum x_i^2} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{y}\bar{x}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{cov(x,y)}{var(x)}$$

b) Os erros seguem distribuição Normal, com valor esperado igual a zero e com variância constante. Além disso, os erros são todos independentes entre si. Na prática, todas essas suposições podem ser verificadas através da visualização gráfica das duas variáveis.

c)

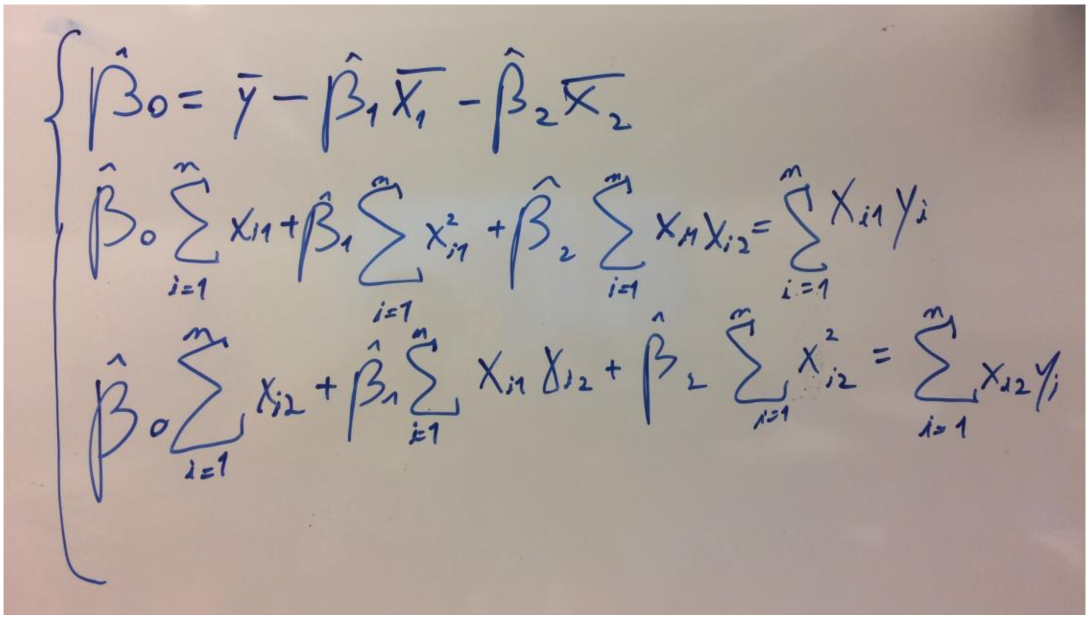
$$\hat{\beta}_1 \sim N$$

$$\begin{cases} H_0: \beta_1 = 0 \\ H_1: \beta_1 \neq 0 \end{cases}$$

$$y = \beta_0 + \varepsilon_i$$

A não rejeição de $H_0$ implica a ausência de relação entre as duas variáveis, enquanto sua rejeição implica a existência dessa relação.

d) É possível. O modelo para regressão múltipla fica como demonstrado na imagem abaixo e as suposições feitas para regressões simples são todas validas para ele. Entretanto, se a correlação entre as duas variáveis explicativas for muito forte, as estimativas dos parâmetros do modelo são prejudicadas. O número de testes de hipóteses que devem ser realizados corresponde ao número de variáveis explicativas do modelo, e a interpretação da rejeição ou não de $H_0$ continua a mesma.



$$
\begin{cases}
\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{x}_2 \\
\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} x_{i1} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_{i1}^2 + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} x_{i1} x_{i2} = \sum_{i=1}^{n} x_{i1} y_i \\
\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} x_{i2} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_{i1} x_{i2} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} x_{i2}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_{i2} y_i
\end{cases}
$$