MATEMÁTICA

UNINOVE

Módulo - III

Geometria espacial de posição

Estudo dos seus entes primitivos

Ponto, reta e plano; posição entre pontos, retas e planos.

Objetivo: Identificar e compreender a posição relativa entre retas, entre retas e planos e entre planos.

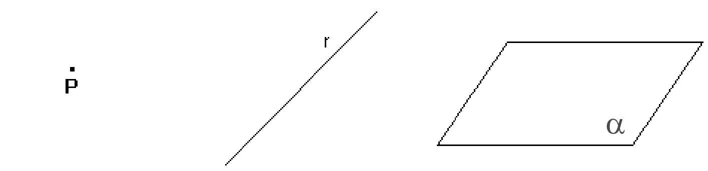
Vamos agora começar a estudar um pouco de Geometria Espacial. Iremos começar a compreender alguns elementos primordiais da Geometria Espacial de Posição. Observe as seguintes cadeiras. Uma tem 3 pernas e a outra tem 4.

Uma cadeira de quatro pernas pode balançar, enquanto uma de três pernas sempre está firme. Por que isso acontece? Quando terminar de ler o conteúdo, você será capaz de responder a essa pergunta.

Entes primitivos

As noções (conceitos, termos, entes) geométricas são estabelecidas por meio de **definições**. Em particular, as primeiras noções, os entes primitivos da Geometria, são adotadas sem definição.

Os **entes primitivos** são: o ponto, a reta e o plano.



ponto P reta r plano α

Os pontos são representados por letras maiúsculas do nosso alfabeto (A, B, C,...), as retas por letras minúsculas do nosso alfabeto (r, s, t,...) e os planos são representados por letras minúsculas do alfabeto grego (α, β, μ, π,...).

De cada um desses entes temos um conhecimento intuitivo decorrente da experiência e da observação.

Por exemplo:

- A representação de uma cidade em um mapa nos dá a ideia de **ponto**.
- As linhas de cal demarcatórias das laterais de um campo de futebol nos dão a ideia de **reta**.
- Uma folha de papel nos dá a ideia de **plano**.

Proposições primitivas:

As proposições (propriedades, afirmações) geométricas são aceitas mediante **demonstrações**.

As **proposições primitivas** ou **postulados** ou **axiomas** são aceitos sem demonstração.

Assim, iniciamos a Geometria: a partir dos entes primitivos construímos os **postulados** e, com eles, demonstramos os **teoremas** (ou **proposições**).

Postulado da existência:

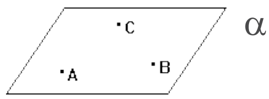
- Numa reta, bem como fora dela, há infinitos pontos.
- Num plano há infinitos pontos.

Postulado da determinação:

- Dois pontos distintos determinam uma única reta que passa por eles.

$\mathbf{r} = \overleftrightarrow{AB}$

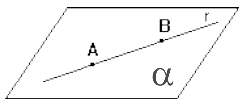
- Três pontos não colineares determinam um único plano que passa por eles.



$\alpha = (A, B, C)$

Postulado da inclusão:

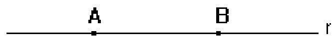
Se uma reta tem dois pontos distintos num plano, então a reta está contida nesse mesmo plano.



$A \neq B, r = \overleftrightarrow{AB}, A \in \alpha, B \in \alpha \Rightarrow r \subset \alpha$

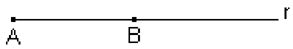
Observações:

A reta é um conjunto infinito de pontos alinhados que se estendem indefinidamente nos dois sentidos.



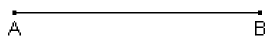
$r = \overleftrightarrow{AB}$

A **semirreta** tem origem num ponto e se afasta numa direção.



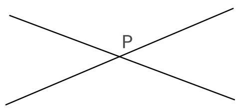
$r = \overleftrightarrow{AB}$

O **segmento de reta** está compreendido entre dois pontos.



segmento de reta $\overline{AB}$

Duas retas são **concorrentes** se têm um único ponto comum.

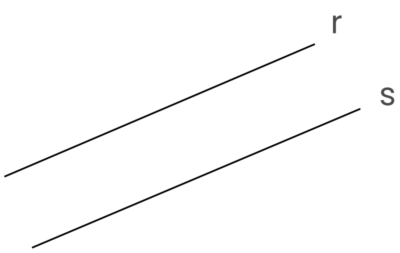


DICA:

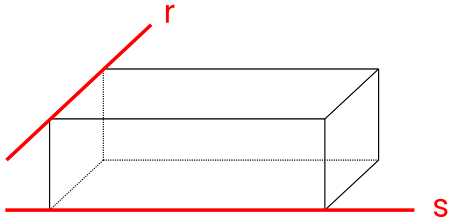
Duas retas são **perpendiculares** quando são concorrentes e determinam quatro ângulos retos.

Duas retas são **paralelas** se são coincidentes ou são coplanares (estão contidas em um mesmo plano) e não têm ponto comum.

r = s ____________



Duas retas são chamadas retas **reversas** se, e somente se, não existe planoque as contenha.



Exercício resolvido: Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F):

a) Por um ponto passam infinitas retas. (   )

b) Uma reta pode ser definida por dois pontos distintos. (   )

c) Uma reta contém dois pontos distintos. (   )

d) Por três pontos dados passa uma só reta. (   )

e) Por três pontos distintos pode passar uma só reta. (   )

f) O segmento de reta está compreendido entre dois pontos. ( )

g) Semirreta é uma reta pela metade e, portanto, menor. ( )

h) Um ponto pode ser representado por duas retas concorrentes. ( )

i) Três pontos determinam um plano. ( )

j) Os entes primitivos são: o ponto, a reta e o plano. ( )

k) Os postulados são verdades aceitas sem demonstração. ( )

l) Um plano pode ser definido por duas retas concorrentes ou paralelas. ( )

m) Uma reta e um ponto fora dela determinam um plano. ( ).

Respostas:

a) V

b) V

c) V

d) F

e) V

f) V

g) F

h) V

i) F

j) V

k) V

l) V

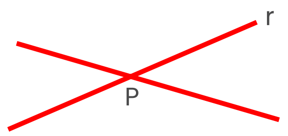
m) V

Geometria espacial de posição: posições relativas entre retas e planos

O espaço é o conjunto de todos os pontos. Nesse conjunto desenvolveremos a **Geometria Espacial.**

Posições relativas entre duas retas

Dadas duas retas distintas r e s, elas podem ser **concorrentes, paralelas** ou **reversas.**

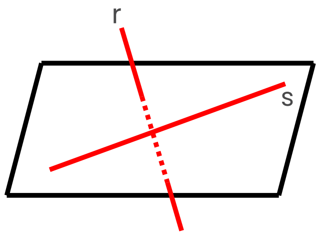


r e s são coplanares e
têm um ponto comum

r e s são concorrentes

r e s são coplanares e
não têm ponto comum

r e s são paralelas



r e s são reversas

Exercício resolvido: Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F):

a) Duas retas ou são coincidentes ou são distintas. (   )

b) Duas retas ou são coplanares ou são reversas. (   )

c) Duas retas concorrentes têm um ponto comum. (   )

d) Duas retas que têm um ponto comum são concorrentes. (   )

e) Duas retas concorrentes são coplanares. (   )

f) Duas retas coplanares são concorrentes. (   )

g) Duas retas distintas não paralelas são reversas. (   )

h) Duas retas que não têm ponto comum são paralelas. (   )

i) Duas retas que não têm ponto comum são reversas. (   )

j) Duas retas coplanares ou são paralelas ou são concorrentes. (   )

k) Duas retas não coplanares são reversas. (   )

Respostas:

a) V

b) V

c) V

d) F

e) V

f) F

g) F

h) F

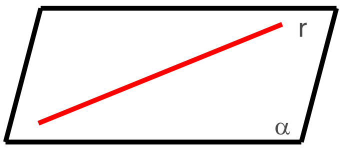
i) F

j) V

k) V

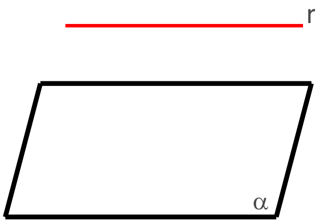
Posições relativas entre uma reta e um plano

Dados uma reta r e um plano α, a reta pode **estar contida no plano**, ser **paralela ao plano** ou ser **transversal ao plano** (ou seja, a reta e o plano são concorrentes ou são secantes).



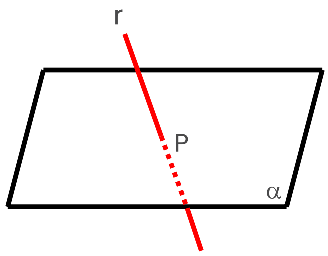
r e α não têm infinitos pontos comuns

r está contida no plano



r e α não têm nenhum ponto comum

r é paralela ao plano



r e α têm um único ponto comum

r é transversal ao plano

Exercício resolvido

Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F):

a) Uma reta e um plano que têm um ponto comum são concorrentes. (   )

b) Uma reta e um plano secantes têm um único ponto comum. (   )

c) Uma reta e um plano paralelos não têm ponto comum. (   )

d) Se uma reta está contida num plano, eles têm um ponto comum. (   )

e) Se uma reta é paralela a um plano, ela é paralela a qualquer reta do plano. (   )

f) Se uma reta é paralela a um plano, ela é paralela a infinitas retas do plano. (   )

Respostas:

a) F

b) V

c) V

d) V

e) F

f) V

Vamos agora voltar à pergunta apresentada no início. Vimos que três pontos não colineares determinam um único plano que passa por eles. Dessa forma, três pés da cadeira determinam um único plano (do chão), enquanto que 4 pontos podem determinar mais do que um plano.

Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

REFERÊNCIAS

DOLCE, O.; POMPEO, J.N. *Fundamentos da matemática elementar: geometria plana.* São Paulo: Atual, 2000. v.9.

MELLO, J.L.P. *Matemática: construção e significado.* São Paulo: Moderna, 2005.