Matemática
UNINOVE

Função polinomial do segundo grau

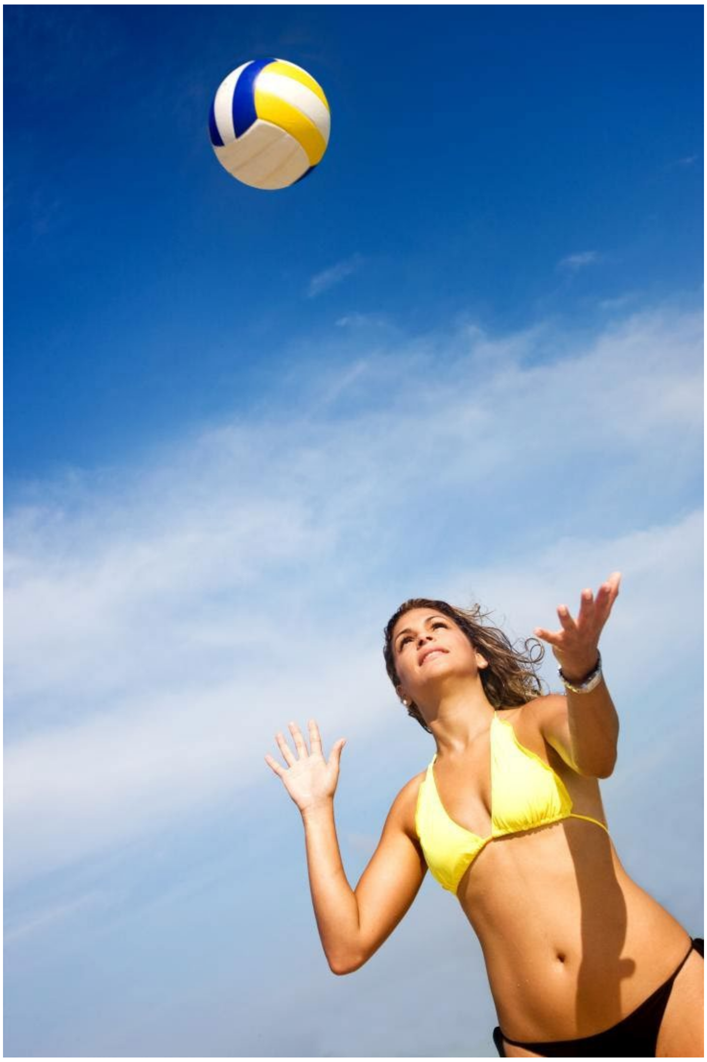
gráfico

Objetivo: Construir o gráfico da função polinomial do segundo grau e obter domínio e imagem dela.

Módulo II

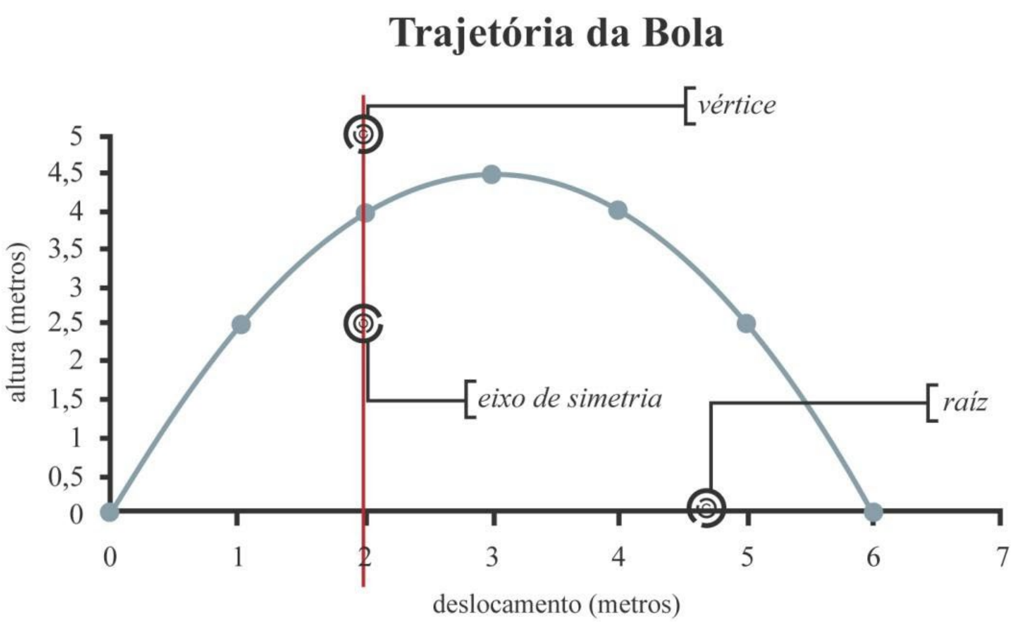
Gráfico da função polinomial do 2° grau

Situação-problema 1



Imagine uma partida de voleibol. A bola é posta em jogo com um saque (golpe) dado pelo sacador. Sua trajetória na quadra é dada pela função $y = -0{,}5 . x^2 + 3x$. Vamos representar graficamente a trajetória da bola.

O gráfico de $y = -0{,}5x^2 + 3x$ é uma **parábola.** Observe a figura:



Para fazer este gráfico, utilizamos os seguintes pontos indicados:

- Os pontos onde a curva corta o eixo x (**raízes** da função). Neste problema: (0, 0) e (6, 0).
- O ponto onde a curva corta o eixo y: P = (0, 0).

DICA:

Ponto do eixo y: P = (0, y)

y = - 0,5.x2 + 3.x

y = - 0,5.02 + 3.0 = 0

P = (0, 0)

- As coordenadas do vértice.

A **concavidade** desta parábola é para baixo, pois a = - 0,5 (negativo).

Imagine-se caminhando sobre esta curva. Saindo do ponto (0, 0) você vai subindo até o ponto mais alto (**vértice** da parábola) a partir do qual você começa a descer até chegar ao ponto (6, 0).

Desta maneira, o ponto mais alto do gráfico representa um **ponto de máximo**.

Determinando o vértice da parábola:

$x_v = -\frac{b}{2a}$ e $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ logo, $V = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

$x_v = -\frac{3}{-1} = 3$ e $y_v = -\frac{9}{-2} = 4{,}5$

Os valores encontrados indicam que quando a bola se deslocou 3 metros na horizontal, a altura alcançada por ela foi de 4,5 metros.

Logo, V = (3; 4,5).

A **imagem** da função também está relacionada com o vértice da parábola.

IM = $\{ y \in \Re / \ 0 \leq y \leq y_v \}$ → IM = $\{ y \in \mathrm{R} \ / \ 0 \leq y \leq 4{,}5 \}$

DICA:

Para determinar a imagem, considere somente os valores de y onde existe a curva.

E, neste caso, o domínio será: D = $\{x \in R \ / \ 0 \leq x \leq 6\}$.

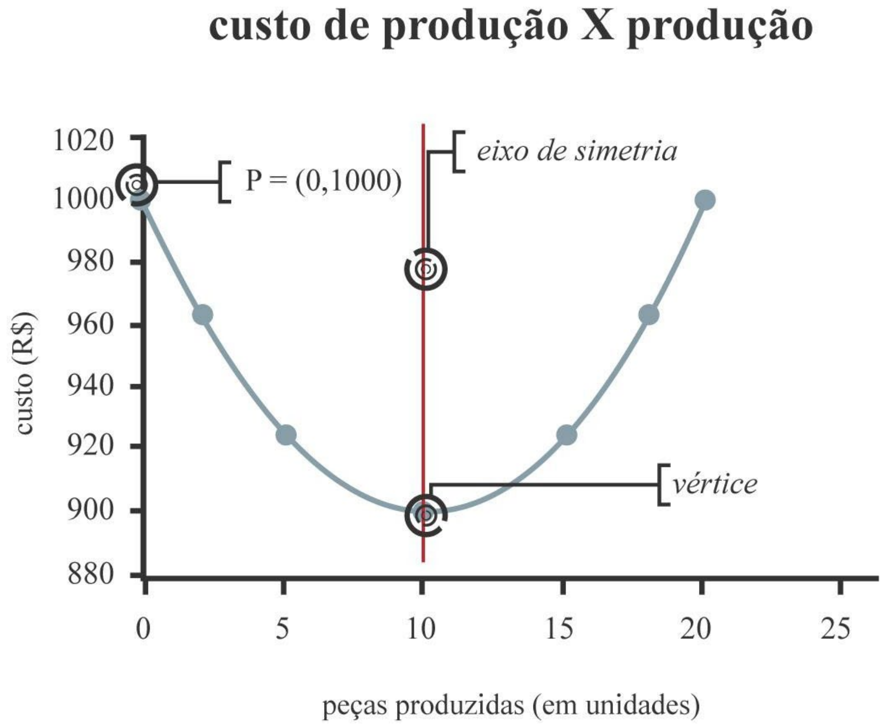
DICA:

Valores dados para a variável x.
Normalmente, o domínio da função polinomial do segundo grau é $\Re$ (conjunto dos números reais).

Situação-problema 2

Em certa empresa, o custo de fabricação de x unidades de um determinadoproduto é dado por $C(x) = x^2 - 20x + 1000$ reais. Qual o custo mínimo de fabricação?

Para melhor compreender o problema, antes de calcular a resposta solicitada,vamos fazer sua representação gráfica:



Esta parábola possui **concavidade** para cima, pois a = 1 (positivo), entretanto a curva não corta o eixo x, ou seja, não possui raízes reais.

IMPORTANTE:

$\Delta = (-20)^2 - 4.1.1000$
$\Delta = -3600$
$\Delta < 0$

Pelo gráfico é fácil verificar que $y_v = 900$. Este valor responde o nosso problema, ou seja, o custo mínimo de produção é de 900 reais.

IMPORTANTE:

$$x_v = -\frac{b}{2.a} = -\frac{-20}{2} = 10$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-3600}{4} = 900$$

V = (10; 900) *este é um ponto de MINIMO da função*

IM = { y ∈ $\Re$ / y ≥ 900}

Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

REFERÊNCIAS

DOLCE O.; IEZZI, *Matemática: ciência e aplicações*. São Paulo: Atual Editora, 2004. DOLCE, O. et al. *Tópicos de matemática*. v.1. São Paulo: Atual Editora, 1999.

IEZZI, G. *Fundamentos da matemática elementar*. v.1. São Paulo: Atual Editora, 2005.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. *Matemática*. São Paulo: Editora Moderna, 2009. JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. *Matemática na medida certa*. São Paulo: Editora Scipione, 1998.