**MATEMÁTICA**

***UNINOVE***

**Módulo - I**

# Mínimo múltiplo comum (mmc)

## E máximo divisor comum (m.d.c.)

**Objetivo:** Introduzir a ideia de menor múltiplo comum (m.m.c) e de maior divisor comum (m.d.c) entre dois ou mais números naturais.

## Vamos recordar:

Obtenha o conjunto dos **múltiplos** de 2: M (2) = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...}.

**Observe:**

- **0 x 2 = 0 ;**
- **1 x 2 = 2;**
- **2 x 2 = 4;**
- **3 x 2 = 6;**
- **4 x 2 = 8;**
- **5 x 2 = 10;**
- **6 x 2 = 12;**
- **7 x 2 = 14; (...)**

Obtenha o conjunto dos **divisores** de 4: D (4) = {1, 2, 4}

Podemos dizer que: 2 é **divisor** de 4 e que 4 é **divisível** por 2[1].

***Atenção:*** *Um número NUNCA É DIVISÍVEL POR ZERO, pois não existe divisão por zero.*

## Menor múltiplo comum (m.m.c.)

**Vamos pensar na seguinte situação-problema:**

*"Da rodoviária de São Paulo, um ônibus parte para a cidade A de 4 em 4 horas, e um outro parte para a cidade B de 6 em 6 horas. Hoje, os dois ônibus partiram juntos para as cidades A e B. Daqui há quanto tempo isso ocorrerá novamente?"*

**Definição:** dados dois ou mais números naturais não nulos, o mínimo múltiplo comum (m.m.c.) deles é o menor número não nulo que seja múltiplo de todos eles.

Assim, para resolver o problema proposto, procuramos um número que seja:

- **Múltiplo de 4** (partida para cidade A, de 4 em 4 horas)
  M (4) = 4, 8, 12, 16, 20, (...)
- **Múltiplo de 6** (partida para a cidade B, de 6 em 6 horas)
  M (6) = 6, 12, 18, 24, 30, (...)
- Escolhe-se o menor número comum entre os múltiplos de 4 e de 6, sem considerar o zero.
  Este número é chamado de menor múltiplo comum (ou mínimo múltiplo comum) de 4 e de 6, que indicamos por: m.m.c. (4,6) =12.

Logo, os ônibus voltarão a sair juntos para as cidades A e B daqui a 12 horas.

O mesmo problema poderia ter sido resolvido utilizando o **método prático** para o cálculo do m.m.c. **Acompanhe:**

$$\begin{array}{c|c} 4,6 & 2 \\ 2,3 & 2 \\ 1,3 & 3 \\ 1,1 & 1 \end{array}$$

$$\text{m.m.c.}(4,6) = 2.2.3.1$$
$$\text{m.m.c.}(4,6) = 12$$

**Neste caso:**

- Decompomos simultaneamente os números 4 e 6 em fatores primos.

- Em seguida, efetuamos o produto dos fatores primos encontrados.

Utilizando a regra prática, você, ainda, poderá proceder da seguinte maneira:

$$\begin{array}{c|c} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad 4 = 2^2$$

$$\begin{array}{c|c} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad 6 = 2.3$$

Assim procedendo para determinar o m.m.c. dos dois números, multiplicamos os fatores comuns de maior expoente e os fatores não comuns de maior expoente:

$$\boxed{\text{m.m.c.}(4,6) = 2^2.3 = 12}$$

## Outros exemplos:

**Exemplo 1:**

$$\begin{array}{ccc|c} 15, & 20, & 24 & 2 \\ 15, & 10, & 12 & 2 \\ 15, & 5, & 6 & 2 \\ 15, & 5, & 3 & 3 \\ 5, & 5 & 1 & 5 \\ 1, & 1, & 1 & \end{array}$$

$\text{m.m.c.}(15,20,24) =?$

$\text{m.m.c.}(15,20,24) = 2^3.3.5$

$\text{m.m.c.}(15,20,24) = 120$

**Exemplo 2:**

$$\begin{array}{ccc|c} 7, & 11, & 13 & 7 \\ 1, & 11, & 13 & 11 \\ 1, & 1, & 13 & 13 \\ 1, & 1, & 1 & \end{array}$$

$$\text{m.m.c.}(7,11,13) = ?$$

$$\text{m.m.c.}(7,11,13) = 7.11.13$$

$$\text{m.m.c.}(7,11,13) = 1001$$

## Maior divisor comum (m.d.c.)

**Agora, vamos pensar na seguinte situação:**

*"O diretor da escola X quer trocar o piso de uma sala de aula que possui 3,5 metros de comprimento por 4,5 metros de profundidade. Ele pretende escolher um piso cerâmico que não seja necessário fazer muitos recortes para não haver perda de material. Qual das dimensões do piso será a melhor opção de escolha para o diretor dessa escola?"*

**Definição:** dados dois ou mais números naturais não nulos, o máximo divisor comum (m.d.c.) deles é o maior número natural que seja divisor de todos eles.

Para encontrar o maior divisor entre dois números, como 16 e 28, por exemplo, devemos procurar um número que seja:

- **Divisor de 16:** D (16) = {1, 2, 4, 8, 16} e **Divisor de 28**: D (28) = {1, 2, 4, 7, 14, 28}.
- Escolher o maior divisor comum dos dois conjuntos.

Este número é chamado de maior divisor comum de 16 e 28, que indicamos por: m.d.c. (16, 28) = 4.

Utilizando a **regra prática**, teremos:

$$\begin{array}{r|l} 16 & \mathbf{2} \\ 8 & \mathbf{2} \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{m.d.c.}(16{,}28) = \mathbf{2}^2$$
$$\text{m.d.c.}(16{,}28) = 4$$

$$\begin{array}{r|l} 28 & \mathbf{2} \\ 14 & \mathbf{2} \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Nesse caso, é mais fácil decompor separadamente os números 16 e 28 em fatores primos e, em seguida, efetuar o produto dos fatores primos comuns e de menor expoente aos dois números; assim:

$$16 = 2^4$$
$$28 = \mathbf{2^2}.7$$
$$\text{m.d.c.}(16{,}28) = \mathbf{2^2} = 4$$

**Outro exemplo:**

$$\text{m.d.c}\ (30{,}40{,}50) = ?$$
$$\text{m.d.c}\ (30{,}40{,}50) = 2.5 = 10$$

$$\begin{array}{r|l} 30 & \mathbf{2} \\ 15 & 3 \\ 5 & \mathbf{5} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 40 & \mathbf{2} \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & \mathbf{5} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 50 & \mathbf{2} \\ 25 & \mathbf{5} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Retomemos o problema proposto. Para resolvê-lo, façamos assim:

**Dimensões da sala de aula:** 3,5m = 350 cm e 4,5m = 450 cm.

A ideia aqui é de divisão:

$$\begin{array}{r|l} 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad 350 = 2.5^{2}7$$

$$\begin{array}{r|l} 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad 450 = 2.3.5^{3}$$

$$\mathrm{m.d.c}\,(350, 450) = 2.5^{2} \ = 50$$

**Resposta:** as medidas ideais do piso cerâmico serão 50 x 50 cm.

Outro método prático, que denominamos método das divisões sucessivas, também pode ajudá-lo a encontrar o m.d.c. entre dois números.

**Observe:**

$$\mathrm{m.d.c}\ (16{,}28) = \mathbf{2^2} = 4$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Divisores** | | 1 | 1 | 3 |
| **Dividendo** | 28 | 16 | 8 | **4** |
| **Restos** | 20 | 4 | 0 | |

***Saiba mais:*** *Um número é divisível por outro quando o resto da divisão entre estes números é zero. Atente-se que um número nunca é divisível por zero, pois não existe divisão por zero.*

*Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.*

## REFERÊNCIAS

DOLCE, Osvaldo. et al. *Tópicos de matemática*. São Paulo: Atual Editora, 1999. 1 v.

IEZZI, Gelson. *Fundamentos da Matemática Elementar*. São Paulo: Atual Editora, 2005. 1 v.

IEZZI, Gelson; DOLCE Osvaldo. *Matemática: ciência e aplicações*. São Paulo: Atual Editora, 2004.

JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. *Matemática na Medida Certa*. São Paulo: Editora Scipione, 1998.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. *Matemática*. São Paulo: Editora Moderna, 2009.