Matemática
UNINOVE

Números reais

intervalos

Objetivo: Estudar o que são intervalos reais e suas principais características.

Módulo I

Situação-problema 1

Em uma corrida de Fórmula 1, um piloto fez a primeira volta em 2 minutos e 1 segundo. Sabendo que esse piloto saiu exatamente ao meio-dia, qual o horário que ele terminou a volta?

Resposta: Ele terminou a primeira volta ao meio-dia, 2 minutos e 1 segundo.

Situação-problema 2

Uma pessoa tem um de horário de almoço. Ela quer ir ao banco e pagar uma conta. Sabe-se que ela perderá 20 minutos na fila do banco emais 10 minutos para caminhar entre o banco e o restaurante. Quanto tempo essa pessoa terá para se servir e comer?

Resposta: Como 1 hora são 60 minutos, a pessoa tem 60 - 20 = 40 minutos para sair do banco e ir ao restaurante. Assim, dos 40 minutos que ainda sobram do horário de almoço, a pessoa perderá 10 minutos para chegar ao restaurante, ao sair do banco, restando apenas 40 - 10 = 30 minutos.

Em todas essas situações, utilizamos o conceito de intervalo real. Geometricamente, um **intervalo** é um segmento de reta na reta real, que vai de um ponto a outro. Do ponto de vista de números, o intervalo é um conjunto de pontos; são todos os pontos entre os pontos das extremidades (pontas). Há três tipos de intervalos:

1) Intervalos abertos: são os segmentos que vão de um ponto a outro, sem haver as extremidades, por exemplo, o intervalo que vai de 0 a 1 não tem as extremidades. É um intervalo aberto em 0 e aberto em 1, a sua representação é]0;1[.

2) Intervalos semiabertos ou semifechados: são segmentos que vão de um ponto a outro, tendo apenas uma das extremidades, por exemplo, o intervalo que vaide 2 a 5, e é aberto em 2 e fechado em 5 (isto é, não tem o número 2, mas tem o número 5), tem sua representação]2;5].

Existem os intervalos que têm o ponto de partida e não têm o ponto de chegada, por exemplo, um intervalo semiaberto (ou semifechado) que vai de -1 a 2, aberto em 2, tem sua representação [-1,2[.

3) Intervalos fechados: são os intervalos que vão de um ponto a outro e que contêm os dois pontos, por exemplo, o intervalo fechado de -2 a 1 é representado por [-2,1].

Assim, o número 5 não pertence ao intervalo]5, 9], mas o 9 pertence. O número $\sqrt{7}$ pertence ao intervalo $[\sqrt{7}, \sqrt{11}]$, assim como o $\sqrt{11}$.

Observamos que existem outros números que pertencem ao intervalo $[\sqrt{3}, \sqrt{7}]$; existem os números $\sqrt{3} + 0{,}1, \sqrt{3} + 0{,}01, \sqrt{3} + 0{,}001, \sqrt{3} + 0{,}0001$, assim por diante. Dessa maneira, para sabermos se um número que não seja extremo pertence a um intervalo, considere o seguinte exemplo:

Para saber se $\sqrt{7}$ pertence ao intervalo $[\sqrt{5}, \sqrt{5}+1]$, temos de verificar se $\sqrt{7} \geq \sqrt{5}$ e se $\sqrt{7} \leq \sqrt{5}+1$. Uma forma de fazer isso é observando as aproximações de $\sqrt{7}$ e $\sqrt{5}$. Usando a calculadora, obtemos as aproximações $\sqrt{7} = 2{,}64575\ldots$ e $\sqrt{5} = 2{,}2360\ldots$ e vemos claramente que $\sqrt{7} > \sqrt{5}$, pois $\sqrt{7} > 2{,}3$ e $\sqrt{5} < 2{,}3$. Para saber se $\sqrt{7} \leq \sqrt{5}+1$, vamos utilizar a calculadora novamente para fazer a comparação: $\sqrt{7} = 2{,}64575\ldots$ e $\sqrt{5}+1 = 3{,}2360\ldots$, como $\sqrt{7} < \sqrt{5}$ e $\sqrt{5}+1 > 3$, então $\sqrt{7} < \sqrt{5}+1$. Logo $\sqrt{7}$ pertence ao intervalo $[\sqrt{5}, \sqrt{5}+1$.

O comprimento de um intervalo é a diferença entre a extremidade superior e a inferior, por exemplo, o comprimento do intervalo [-1, 5] é 5-(-1)=5+1=6. Apesar de parecer estranho à primeira vista, os intervalos [-1, 5[(fechado no -1 e aberto no 5), ou]-1, 5] (aberto no -1 e fechado no 5), ou]-1,5[(aberto no -1 e aberto no 5) têm o mesmo comprimento que o intervalo fechado [-1,5], que é 6.

Assim, podemos sempre fazer o cálculo do "maior número" menos o "menor número" utilizado para definir o intervalo, para saber o seu comprimento.

A intersecção de intervalos (∩) é sempre um intervalo, mas a união (U), diferença (-) e complementar (C) de intervalos não precisam ser intervalos, como podemos ver nos exemplos:

IMPORTANTE:

Os intervalos são segmentos de reta.

EXEMPLO 1

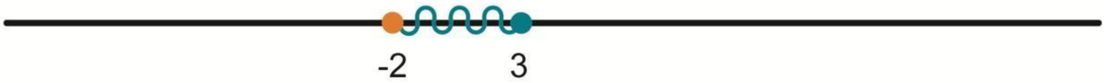
União de intervalos que não gera um intervalo.

[2,3] ∪ [5,8]

EXEMPLO 2

Complemento ou diferença de intervalos que não gera um intervalo.

[-10,8]

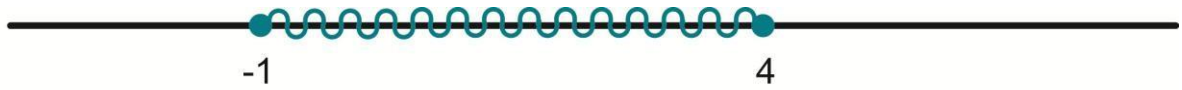


]-2,3]

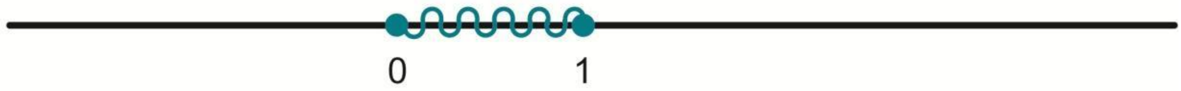
[-10,8] -] -2,3]

EXEMPLO 3

Intersecção de intervalos é um intervalo.



[-1,4]



[0,1]

$[-1,4] \cap [0,1]$

São comuns os exercícios que envolvem essas operações de intervalos, como os ilustrados a seguir.

Exercícios resolvidos:

1) Se $I_1 = [-2,4]$, $I_2=[5,7]$, $I_3=[7/2;11/2]$, então $(I_1 \cup I_2) \cap I_3$ é:

Representamos os intervalos individualmente

I_1

I_2

I_3

Fazemos a união de I_1 com I_2

$I_1 \cup I_2$

Agora fazemos a intersecção com I_3, que é pegar todos os elementos que“aparecem” em todos os conjuntos.

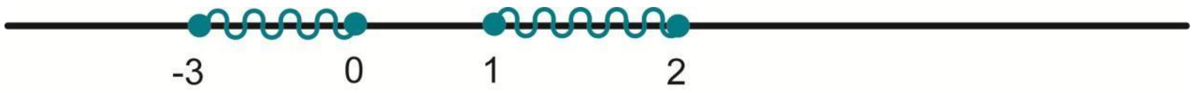
Observe que todos os números entre 4 e 5 (excluindo 4 e 5) não pertencem ao resultado da intersecção, porque esses números não fazem parte da união de I_1 com I_2.

2) Represente os segmentos a seguir em forma de união de intervalos o resultado de [−3,2] -]0,1[

[-3,2]

]0,1[

Observe que o intervalo]0,1[não tem os pontos 0 e 1, por isso são abertos



$[-3,0] \cup [1,2]$

Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

REFERÊNCIAS

BONJORNO, J. R., GIOVANNI, J. R. e GIOVANNI JÚNIOR, J. R. *Matemática*: uma nova abordagem. v. 1. Ensino Médio, 1ª série. 2. ed. São Paulo: FTP, 2011.

BONJORNO, J. R., GIOVANNI, J. R. e GIOVANNI JÚNIOR, J. R. *Matemática*: uma nova abordagem. v. 2. Ensino Médio, 2ª série. 2. ed. São Paulo: FTP, 2011.

DOLCE, O. et al. *Tópicos de Matemática*. v. 1 São Paulo: Atual Editora, 1999.

IEZZI, G. *Fundamentos da Matemática Elementar*. v. 1. São Paulo: Atual Editora, 2005.

IEZZI, G; DOLCE, O. *Matemática*: Ciência e Aplicações. São Paulo: Atual Editora, 2004.

NERY, C.; TROTTA, F. *Matemática* – Curso Completo. São Paulo: Editora Moderna, 2001.