

Função Exponencial

Propriedades, gráficos, crescimento e decrescimento

Objetivo: Discutir algumas características da função exponencial, como sua representação gráfica, suas propriedades e seu crescimento e decrescimento.

Módulo II



Este material faz parte da UNINOVE. Acesse atividades, conteúdos, encontros virtuais e fóruns diretamente na plataforma.

Pense no meio ambiente: imprima apenas se necessário.

Situação-problema 1:

Dada a função exponencial do tipo $f(x) = 3^x$, **como saber se ela é crescente ou decrescente?**

Vamos construir sua representação gráfica para visualizar o comportamento dos dados ao longo da reta real. Para isso, vamos construir uma tabela com valores para x e seus respectivos valores da função:

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{3^3}$	$\frac{1}{3^2}$	$\frac{1}{3^1}$	1	3^1	3^2

Veja o gráfico a seguir:

De acordo com o gráfico, a função $f(x) = 3^x$ é crescente, pois quanto maiores os valores de x , maiores os valores de $f(x)$, ou seja, da função.

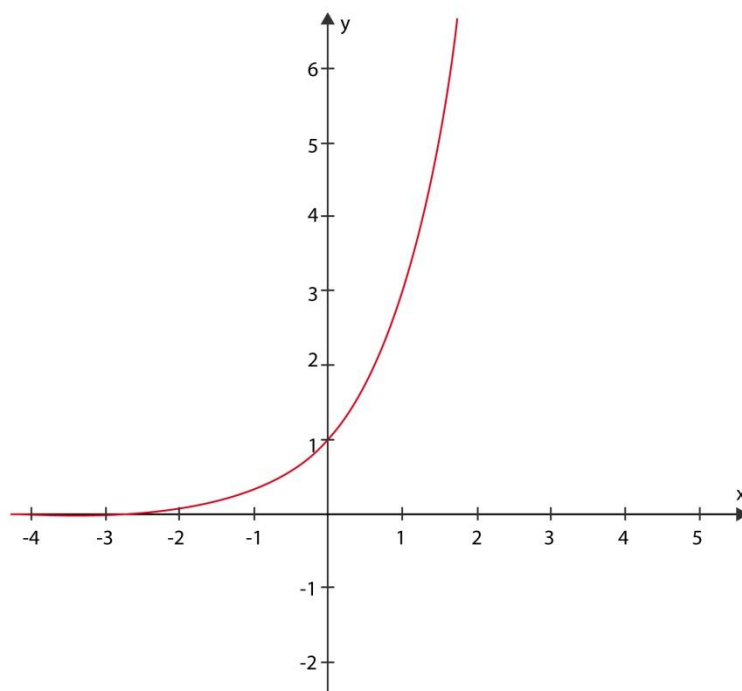


Gráfico elaborado pelo autor, utilizando Winplot

Situação-problema 2

Dada a função exponencial do tipo $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, como saber se é crescente ou decrescente?

Vamos construir a sua representação gráfica para visualizar o comportamento dos dados ao longo da reta real. Para isso, vamos construir uma tabela com valores para x e seus respectivos valores da função:

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = 8$	$\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 4$	$\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^1} = 2$	1	$\frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2^2}$

Veja o gráfico a seguir:

De acordo com o gráfico, a função $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ é decrescente, pois quanto maiores os valores de x, menores os valores de $f(x)$, ou seja, da função.



DICA:

Para construir o gráfico de uma função, faça sempre uma tabela com valores de x e seus respectivos valores da função. Para isso, escolha valores de x positivos e negativos quando possível, de acordo com o domínio.

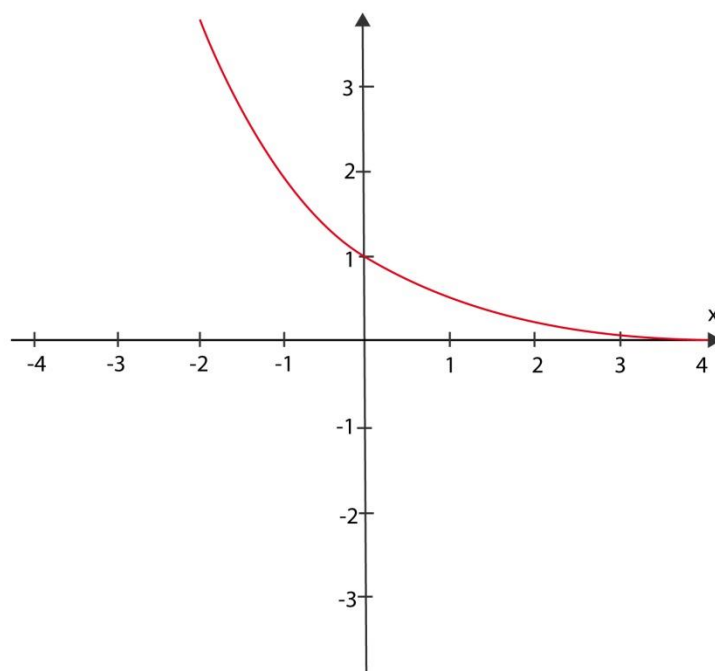


Gráfico elaborado pelo autor, utilizando Winplot

Propriedades da função exponencial

Para toda função do tipo $f(x) = a^x$, temos:

- I. Quando $x = 0$, $f(0) = a^0 = 1$. Assim, para funções deste tipo, sempre temos o ponto $(0, 1)$, no gráfico.
- II. Quando $a > 1$, (base maior que 1), a função $f(x) = a^x$ será **crescente**.
- III. Quando $0 < a < 1$ (a base é um número entre 0 e 1), a função $f(x) = a^x$ será **decrescente**.
- IV. Para todo $a > 0$ e $a \neq 1$, se $a^{x_1} = a^{x_2}$, então $x_1 = x_2$.

- V. Para todo $a > 0$ e todo $x \in \mathbb{R}$, temos que $f(x) = a^x$ é sempre positiva. Desta maneira, a curva do gráfico está sempre acima do eixo X.
- VI. Devido às propriedades das potências, $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$. Esta propriedade transforma a função de uma soma em um produto de funções, pois: $f(x + y) = a^{x+y} = a^x \cdot a^y = f(x) \cdot f(y)$.



IMPORTANTE:

As operações devem ser sempre com o mesmo denominador.

Exercícios resolvidos

1. Dada a função $f(x) = 3^x$, calcule $f(2)$; $f(5)$; $f(7)$.

Resolução

$$f(2) = 3^2 = 9$$

$$f(5) = 3^5 = 243$$

Usando a propriedade: $f(x + y) = a^{x+y} = a^x \cdot a^y = f(x) \cdot f(y)$

Temos: $f(7) = 3^7 = 2187$, então $f(2 + 5) = 9 \times 243 = 2187$.

2. Dadas as funções $f(x) = \left(\frac{7}{5}\right)^x$ e $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$, verifique se elas são crescentes ou decrescentes.

Resolução

A função $f(x) = \left(\frac{7}{5}\right)^x$ é crescente pela propriedade II, pois a base

$$a = \frac{7}{5} = 1,4 \text{ é maior que } 1.$$

A função $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ é decrescente pela propriedade III, pois a base

$$a = \frac{2}{3} = 0,666 \dots \text{ está entre } 0 \text{ e } 1.$$

3. Construa o gráfico da função $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$.

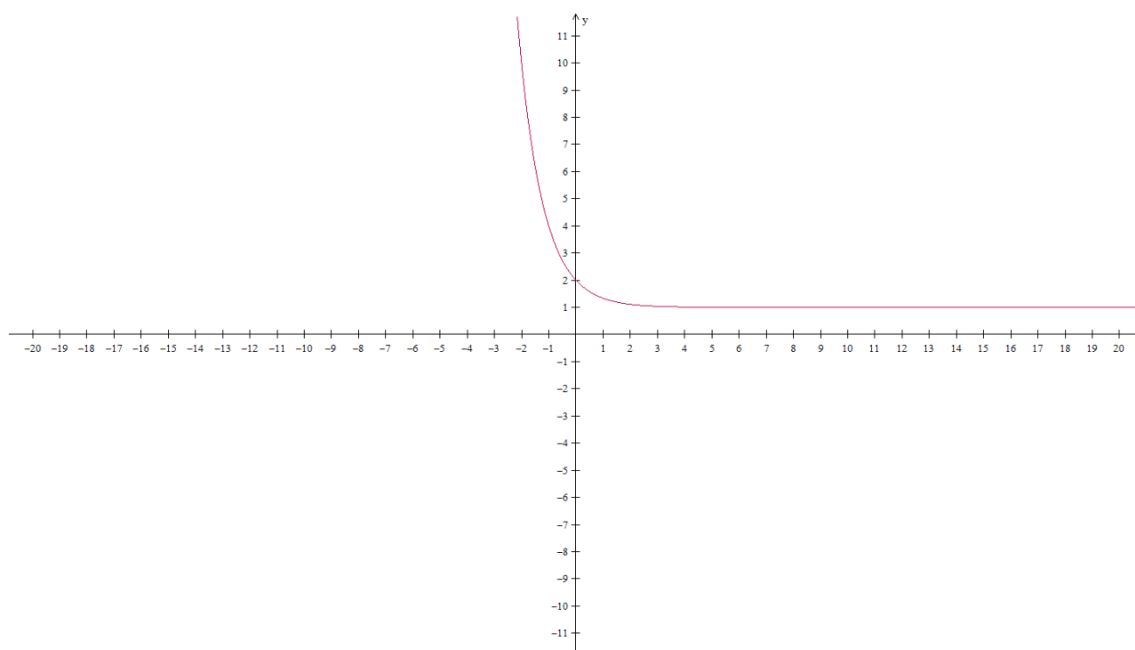
Resolução

Em primeiro lugar, analisamos o valor da base. É um número entre 0 e 1. Portanto, a função é decrescente.

Em segundo lugar, construímos uma tabela com alguns valores para x e seus respectivos da função:

x	-2	-1	0	1	2
(x)	$\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} + 1 = 10$	$\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^1} + 1 = 4$	$1+1=2$	$\frac{1}{3^1} + 1 = \frac{4}{3}$	$\frac{1}{3^2} + 1 = \frac{10}{9}$

Assim, o gráfico vai ser:



Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto. Matemática – Contexto e Aplicações. Ensino Médio, 1º ano. São Paulo: 3. ed. São Paulo: Editora Ática, 2010.

IEZZI, Gelson et al. Matemática – Ciência e Aplicações. Ensino Médio, 1º ano. São Paulo: 3. ed. São Paulo: Editora Ática, 2010.

KIYUKAWA, Rokusaburo et al. Os Elos da Matemática. Ensino Médio, 1º ano. São Paulo: Editora Saraiva, 2010.