Matemática

UNINOVE

Potenciação

Objetivo: Exibir uma forma de compreender as propriedades de potências.

Módulo I

Situação-problema

Como representar a área de um quadrado de lado 7?

Resposta: A área de um quadrado de lado 7 é 7.7 e uma forma de representar seu valor, além de 49, é 7^2. Quando escrevemos a área de um quadrado ou o volume de um cubo utilizamos x^2, x^3. Essa notação é utilizada para indicar que x será multiplicado 2 vezes ou 3 vezes, isto é, $x^2=x.x$ e $x^3 = x.x.x$.

Em 7^2 que vale 49, o 7 é chamado de base e o 2 é o expoente. O resultado 49 é a potência.

O número que fica "em cima" do número ou da letra é a quantidade de vezes que o número ou a letra aparece multiplicando. **Por exemplo:** $3^2 = 3.3$, $4^2 = 4.4$, $5^3 = 5.5.5$, $x^4 = x.x.x.x$.

Observe que se fizer x.x.x ($=x^3$) multiplicado por x.x ($=x^2$), terá 5 fatores x, isto é, $x.x.x.x.x = x^5$. Dessa forma, somamos a quantidade de x que apareceu na multiplicação, isto é, o resultado da multiplicação de duas potências com a mesma base, conserva-se a base e somam-se os expoentes.

EXEMPLO

$3^2 . 3^5 = (3.3) . (3.3.3.3.3) = 3.3.3.3.3.3.3 = 3^7$
ou, simplesmente, $3^2 . 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$.

Observe que há uma simplificação de operações, o que é multiplicação vira soma.

Há o correspondente também para a operação de divisão. Na divisão de potências de mesma base, conserva-se a base e subtraem-se os expoentes, como pode ser visto no seguinte exemplo:

Calculemos $\frac{5^6}{5^2}$ de duas formas diferentes. Então $\frac{5^6}{5^2} = \frac{5.5.5.5.5.5}{5.5} = 5^4$.
Agora, usando a "regra", obtemos o mesmo valor: $\frac{5^6}{5^2} = 5^{6-2} = 5^4$.

Outra regra de potenciação que é muito utilizada ocorre quando temos de elevar um produto (ou divisão) a um determinado expoente. Por exemplo:
$(2.4)^4 = 6^4 = 1296$, que é o mesmo que $2^4.3^4 = 16.81 = 1296$.

Observe que o 4 do expoente do produto "distribuiu-se" entre cada um dos fatores, 2 e 3. Isso não ocorre por acaso, é uma propriedade importante da potenciação que pode ser utilizada sempre que necessário, como será visto em equações exponenciais. Algo semelhante ocorre com a divisão, por exemplo:

$\left(\frac{6}{2}\right)^4 = 3^4 = 3.3.3.3 = 81$, enquanto $\left(\frac{6}{2}\right)^4 = \frac{6}{2}.\frac{6}{2}.\frac{6}{2}.\frac{6}{2} = \frac{6^4}{2^4} = \frac{1296}{16} = 81$.

Nessa situação, o que ocorreu foi simplesmente a distribuição do expoenteentre o numerador e o denominador da fração.

Observe que introduzimos as operações de soma e subtração nos expoentes e que isso corresponde à multiplicação e à divisão dos resultados das potências.

Vamos ver agora um caso bastante interessante, quando a base de umapotência é uma potência.

Por exemplo: $9^2 = 91$

Observe que $9 = 3^2$. Assim, temos $(3^2)^2 = 3^{2.2} = 3^4 = 81$.

Assim, podemos resumir o que sabemos a respeito das operações com potenciação:

1) Produtos de potência de mesma base: conserva-se a base e somam-se os expoentes.

2) Divisão de potências de mesma base: conserva-se a base e subtraem-se os expoentes.

3) A potência de um produto é igual ao produto das potências.

4) A potência de uma divisão é igual ao produto das potências.

5) Potência de potência: conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes.

Por exemplo, é possível mostrar que qualquer número não nulo elevado a 0 é igual a 1, pois um número não nulo x, dividido por x, é igual a

$\frac{x}{x} = x^{1-1} = x^0$, como $\frac{x}{x} = 1$, então $x^0 = 1$.

Essas propriedades são mais gerais que o que foi ilustrado aqui, isto é, essas propriedades valem para expoentes formados por números reais e não apenas números inteiros.

Agora, em relação à precedência, isto é, a ordem que deve ser resolvida primeiro é a seguinte:

1) Primeiro resolver todas as potenciações.

2) Depois resolver os produtos e divisões.

3) Por último, as somas e subtrações.

Claro que essa precedência deve ser usada caso não haja nenhum uso de parênteses, colchetes ou chaves, pois esses devem ser resolvidos antes de qualquer outra expressão, por exemplo, observe o exercício resolvido.

Simplifique a seguinte expressão:

$[(2+3).(3+4)]^2.4+5$

$[(2+3).(3+4)]^2.4+5=$

$=[5.7]^2.4+5=$

$=35^2.4+5=$

$=1225.4+5=$

$=4900+5=$

$=4905$

Observe que, na primeira passagem, foram feitas as somas dos parênteses,obtendo os valores 5 e 7 dentro dos colchetes. Depois foi feito o produto de 5 por 7.

A partir da terceira linha, foi utilizada a precedência natural das operações: potenciação (35^2), depois o produto (1225.4), para só então fazer a soma (4900 + 5).

Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

REFERÊNCIAS

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI Jr., J. R. Matemática – uma nova

abordagem. v. 1. Ensino Médio. 1ª série. 2. ed. São Paulo: FTP, 2011.

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI Jr., J. R. Matemática – uma nova

abordagem. v. 2. Ensino Médio. 2ª série. 2. ed. São Paulo: FTP, 2011.DOLCE, O. et al. *Tópicos de matemática*. v. 1. São Paulo: Atual, 1999.

IEZZI, G. *Fundamentos da matemática elementar*. v. 1. São Paulo: Atual, 2005. NERY, C.; TROTTA, F. Matemática – Curso Completo. São Paulo: Editora Moderna,2001.

IEZZI, G; DOLCE, O. *Matemática*: ciência e aplicações. São Paulo: Atual, 2004.