MATEMÁTICA

UNINOVE

Módulo - I

Equação

Do 2° grau

Completa

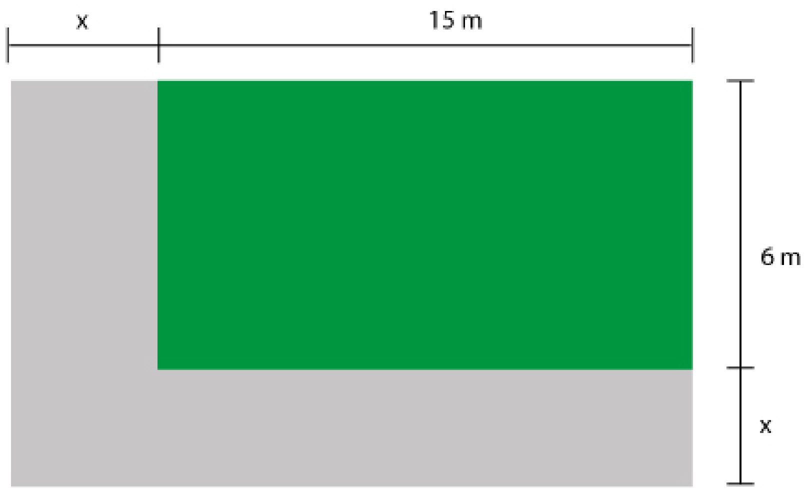
Objetivo: Será Resolver equações do 2° grau na forma completa, isto é: ax^2+bx+c=0.

Este material faz parte da UNINOVE. Acesse atividades, conteúdos, encontros virtuais e fóruns diretamente na plataforma.

Pense no meio ambiente: imprima apenas se necessário.

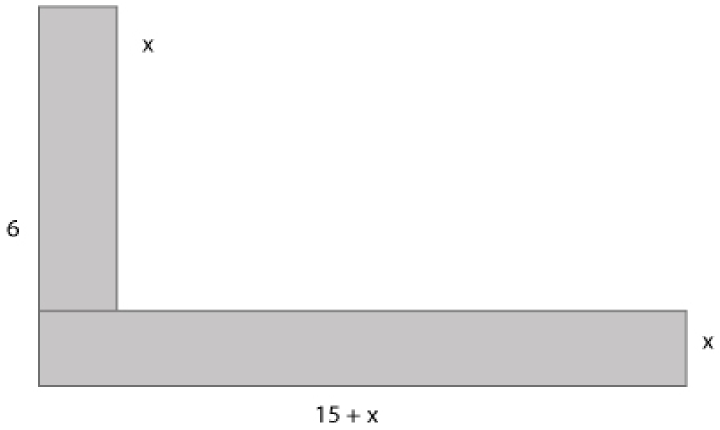
Anteriormente você aprendeu a revolver equações do 2º grau incompletas, por faltarem os termos b ou o c. Agora, você vai aprender a resolver as equações do 2º grau completas. Para tanto, vamos partir da seguinte situação problema:

O projeto de jardim retangular prevê que se coloquem pedras ornamentais, formando com o jardim uma área maior, também retangular. Na figura a seguir, a região cinza representa o lugar em que as pedras deverão ser colocadas.



Sabendo-se que a área ocupada pelas pedras é de 46 m2, calcule a medida x, em metros.

Podemos observar que a área (cinza), ocupada pelas pedras, forma dois retângulos conforme a figura abaixo:



Portanto, a área total que será ocupada pelas pedras será a soma da área dos dois retângulos: Assim, temos:

$\text{Área}_{\text{(ocupada pelas pedras)}} = (15 + x).\, x_{\text{(área do retângulo horizontal)}} + 6.x_{\text{(área do retângulo vertical)}}$

$\text{Área}_{\text{(ocupada pelas pedras)}} = 15x + x^2 + 6x$

Como a área ocupada pelas pedras é de 46 m2, temos a situação problema equacionada da seguinte forma:

$X^2 + 21x - 46 = 0$

Note que a equação resultante, é uma equação completa do 2º grau. Para a resolução desse tipo de equação utilizaremos a fórmula de Bháskara.

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

Importante: Como partimos da equação do 2º grau na forma geral, a fórmula que é chamada de fórmula de **Bháskara** vale para **qualquer** equação do 2º grau. Ela permite calcular o valor de x utilizando os coeficientes a, b e c.

Resolução de equação do 2º grau completa

EXEMPLO 1

$9x^2 - 30x + 25 = 0$

1º Passo: Identificamos os coeficientes e o termo independente.

a = 9

b = -30

c = 25

2º passo: aplicamos a fórmula de Bháskara.

$$\Delta = \mathrm{b}^2 - 4.\mathrm{a}.\mathrm{c}$$

$$\Delta = (-30)^2 - 4.9.25$$

$$\Delta = 900 - 900$$

$$\Delta = 0$$

$$\mathrm{x} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$\mathrm{x} = \frac{-(30) \pm \sqrt{0}}{2.9}$$

$$\mathrm{x} = \frac{30 \pm 0}{18}$$

$$\mathrm{x}' = \frac{30 + 0}{18} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$$

$$\mathrm{x}'' = \frac{30 - 0}{18} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$$

Observe que: $\mathrm{x}' = \frac{5}{3}$ e $\mathrm{x}'' = \frac{5}{3}$, são as raízes da equação do 2º grau. Quando o valor do Δ for igual a zero (Δ = 0) as raízes da equação são iguais ($\mathrm{x}' = \mathrm{x}''$).

EXEMPLO 2

$4x^2 + 7x + 3 = 2x^2 + 2x$

Observe que a equação não está na forma geral. Assim, devemos organizar todos os termos para identificar os coeficientes a, b e c, ou seja, sempre devemos colocar a equação na forma geral, com coeficientes inteiros.

$4x^2 - 2x^2 + 7x - 2x + 3 = 0$

$2x^2 + 5x + 3 = 0$

a = 2

b = 5

c = 3

$\Delta = b^2 - 4.a.c$

$\Delta = (5)^2 - 4.2.3$

$\Delta = 25 - 24$

$\Delta = 1$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$x = \frac{-(5) \pm \sqrt{1}}{2.2}$$

$$x = \frac{-5 \pm 1}{184}$$

$$x' = \frac{-5+1}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$x'' = \frac{-5-1}{4} = \frac{-6}{4} = \frac{3}{2}$$

Raízes da equação $\rightarrow S = \left\{-1, -\frac{3}{2}\right\}$

EXEMPLO 3

$x^2 - 4x + 5 = 0$

$a = 1$

$b = -4$

$c = 5$

$\Delta = b^2 - 4.a.c$

$\Delta = (-4)^2 - 4.1.5$

$\Delta = 16 - 20$

$\Delta = -4$

Atenção! Nesse caso, $\sqrt{\Delta} \rightarrow \sqrt{-4}$ não é um número real. Assim a equação não possui raízes reais, isto é a equação não tem solução em R.

EXEMPLO 4

$2x^2 - 12x + 10 = 0 \; (\div 2)$

$x^2 - 6x + 5 = 0$

Se todos os coeficientes forem múltiplos de um mesmo número, você pode dividir os dois membros da equação por esse número. É conveniente trabalhar com coeficientes de menor valor absoluto.

EXEMPLO

$25x^2 - 60x + 80 = 0 \; (\div 5) \rightarrow 5x^2 - 12x + 16 = 0$

Resolvendo a equação:

a = 1

b = -6

c = 5

$\Delta = b^2 - 4.a.c$

$\Delta = (-6)^2 - 4.1.5$

$\Delta = 36 - 20$

$\Delta = 16$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2.1}$$

$$x = \frac{-6 \pm 4}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} x' = \dfrac{6+4}{2} = \dfrac{10}{2} = 5 \\ x'' = \dfrac{6-4}{2} = \dfrac{2}{2} = 1 \end{array}\right\}$$ Raízes da equação → $S = \{1,5\}$

EXEMPLO 5

Dica: *quando a equação é fracionária você deve encontrar frações equivalentes às dadas (m.m.c.) e que tenham o mesmo denominador.*

$$\frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2x^2}{6} - \frac{3x}{6} = \frac{2}{6}$$

$$2x - 3x - 2 = 0$$

Sendo assim:

a = 2

b = -3

c = -2

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$
$$\Delta = (-3)^2 - 4.2.(-2)$$
$$\Delta = 9 + 16$$
$$\Delta = 25$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$
$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{25}}{2.2}$$
$$x = \frac{3 \pm 5}{4}$$

$$\left.\begin{array}{l} x' = \dfrac{3+5}{4} = \dfrac{8}{4} = 2 \\ x'' = \dfrac{3-5}{4} = \dfrac{2}{4} = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \text{Raízes da equação} \rightarrow S = \left\{2, -\frac{1}{2}\right\}$$

Voltando à situação problema inicial

(o problema do jardim)

Depois de vários exemplos você será capaz de resolver o problema do jardim, a partir da equação:

$x^2 - 21x - 46 = 0$

a = 1 b = 21 e c = - 46

Resolução

$\Delta = b^2 - 4.a.c$

$\Delta = (21)^2 - 4.1.(-46)$

$\Delta = 441 + 184$

$\Delta = 625$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$x = \frac{-21 \pm \sqrt{625}}{2.1}$$

$$x = -21 \pm \frac{25}{2}$$

$x' = 2$

$x'' = 2$

Observação: O resultado -23 não satisfaz o problema. Sendo assim, o valor a ser considerado para x é o número 2.

Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

REFERÊNCIAS

CASTRUCCI, G. *A conquista da Matemática* – Ensino Fundamental – 8ª série. São Paulo: Editora FTD, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. *Tudo é Matemática* – Ensino Fundamental – 9º ano. 3. ed. São Paulo: Editora Ática, 2010.

GUELII, Oscar. *Uma Aventura do Pensamento* – Ensino Fundamental – 8ª série – São Paulo: Editora Ática, 2004.

MORI, Iracema; ONAGA, Satiko Dulce. *Matemática Ideias e Desafios* – Ensino Fundamental – 9º ano. São Paulo: Atual Saraiva, 2011.