Matemática

*UNINOVE*

# Expressões Algébricas

## multiplicação e divisão de polinômios

**Objetivo:** Discutir as operações de multiplicação e divisão de polinômios.

**Módulo I**

## Situação-problema

Dados os polinômios $P(x) = -2x^4 + 2x^3 - 8x^2$ e $Q(x) = 8x^2 + 20x$, calcule o produto $P(x) \cdot Q(x)$.

**Resolução**

$(-2\mathrm{x}^4 + 2\mathrm{x}^3 - 8\mathrm{x}^2) \cdot (8\mathrm{x}^2 + 20\mathrm{x}) =$

$(-16\mathrm{x}^6 - 40\mathrm{x}^5) + (16\mathrm{x}^5 + 40\mathrm{x}^4) + (-64\mathrm{x}^4 - 160\mathrm{x}^3) =$

$(-16\mathrm{x}^6 + 24\mathrm{x}^5 - 24\mathrm{x}^4 - 160\mathrm{x}^3)$

**Resposta**

$S(\mathrm{x}) = -16\mathrm{x}^6 + 24\mathrm{x}^5 - 24\mathrm{x}^4 - 160\mathrm{x}^3$

Para entender a resolução anterior, precisamos compreender as operações de multiplicação e divisão de polinômios. Vamos fazer uma abordagem das operações, iniciando com:

**IMPORTANTE:**

Lembrar a regra de potencia: $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$

## Multiplicação de dois monômios

O produto de dois monômios resulta em um monômio cujo coeficiente é igual ao produto dos coeficientes e a parte literal é igual ao produto das partes literais dos dois monômios.

EXEMPLO

Multiplique os monômios a seguir:

**1.** $(6.a.b^2)\ .\ (2.a^2.b^2)$

**Resolução**

$(6.a.b^2).(2.a^2.b^2) = 12.a^3.b^4$

Pois, produto de mesma base soma-se os expoentes.

**DICA:**

Na multiplicação entre os elementos dos monômios podemos omitir o sinal de multiplicação, mas fique entendido que os elementos serão multiplicados.

**2.** $(2x^2y^2)(3x^3)$

**Resolução**

$(2x^2y^2)(3x^3) = 6x^5y^2$

## Multiplicação de monômio por polinômio

Para multiplicar um monômio por um polinômio, precisamos aplicar a propriedade distributiva da multiplicação pela soma de duas ou mais parcelas, de acordo com a dica a seguir.

**DICA:**

Propriedade distributiva
Dados os números a, b, c e d e a expressão $(a+b)\cdot(c+d)$, isto é, uma multiplicação de duas somas (ou diferenças), então, resolvemos a expressão da seguinte maneira:

$(a+b)\cdot(c+d)=(a\cdot c)+(a\cdot d)+(b\cdot c)+(b\cdot d)$

ou seja, multiplico cada parcela da primeira soma, por todas as parcelas da segunda soma e adiciono os produtos obtidos.

EXEMPLO

Efetue as seguintes multiplicações:

**1.** $(5x)(3x+4)$

**Resolução**

$(5x)(3x+4) =$

$(15x^2) + (20x) =$

$15x^2 + 20x$

**2.** $(-3x^2)(x^2-3x+5)$

**Resolução**

$(-3x^2)(x^2 - 3x + 5) =$

$(-3x^4) + (9x^3) + (-15x^2) =$

$-3x^4 + 9x^3 - 15x^2$

## Multiplicação de polinômio por polinômio

Para multiplicar dois polinômios, aplicamos a propriedade distributiva da multiplicação pela soma de duas ou mais parcelas.

EXEMPLO

Efetue as multiplicações a seguir:

**1.** $(4x + 5)(5x + 7)$

**Resolução**

$(4x + 5)(5x + 7) =$

$(20x^2) + (28x) + (25x) + (35) =$

$20x^2 + 53x + 35$

**2.** $(2x^2 - 3)(x^2 - 3x + 1)$

**Resolução**

$(2x^2 - 3)(x^2 - 3x + 1) =$

$(2x^4) + (-6x^3) + (2x^2) + (-3x^2) + (9x) + (-3) =$

$2x^4 - 6x^3 - x^2 + 9x - 3$

## Multiplicação de três ou mais polinômios

Para multiplicar três ou mais polinômios, multiplicamos primeiro os dois primeiros polinômios, como fizemos anteriormente, e depois multiplicamos o resultado da primeira multiplicação pelo terceiro polinômio, e assim por diante com o próximo, se houver.

EXEMPLO

Multiplique os polinômios $(2x + 5)(x + 1)(-x + 3)$

**Resolução**

$(2x + 5)(x + 1)(-x + 3) = (2x^2 + 2x + 5x + 5)(-x + 3) =$

$(2x^2 + 7x + 5)(-x + 3) =$

$(-2x^3 + 6x^2 - 7x^2 + 21x - 5x + 15) =$

$(-2x^3 - x^2 + 16x + 15)$

## Divisão de dois monômios

Para dividir dois monômios, dividimos o coeficiente de um deles pelo coeficiente do outros e, depois, dividimos a parte literal de um deles pela do outro.

**IMPORTANTE:**

Lembrar a regra de potencia: $a^m \div a^n = a^{(m-n)}$

EXEMPLO

Divida os seguintes monômios:

**1.** $(16x^2) \div (4x)$

**Resolução**

$$(16x^2) \div (4x) = \frac{16}{4} \cdot \frac{x^2}{x} = 4x$$

Pois, 16 dividido por 4 é igual a 4 e $x^2 \div x^1 = x^1$

**2.** $(12x^3) \div (3x)$

**Resolução**

$$(12x^3) \div (3x) = \frac{12}{3} \cdot \frac{x^3}{x} = 4x^2$$

Pois 12 dividido por 3 é igual a 4 e $x^3 \div x^1 = x^2$

## Divisão de polinômio por monômio

Para dividir um polinômio por um monômio, dividimos cada termo do polinômio pelo monômio, utilizando o processo anterior.

EXEMPLO

Divida os monômios a seguir:

$$(9x^3 - 6x^2) \div (3x)$$

**Resolução:**

$$(9x^3 - 6x^2) \div (3x) =$$

$$\frac{9}{3} \cdot \frac{x^3}{x} - \frac{6}{3} \cdot \frac{x^2}{x} =$$

$$3x^2 - 2x$$

## Divisão de polinômio por polinômio

Para dividir dois polinômios, utilizamos a mesma técnica que usamos para dividir números inteiros.

EXEMPLO

Divida 74 por 8. Organizamos da seguinte maneira:

| | |
|---|---|
| 74 | 8 |
| 2 | 9 |

Assim, 74 dividido por 8 é igual a 9 com resto igual a 2.

**IMPORTANTE:**

Você se lembra do algoritmo da divisão:

$$\begin{array}{c|c} D & d \\ \hline R & Q \end{array}$$

isto é, $D = Q \cdot d + R$ ; com $0 \leq R < d$, em que:

$D$ = dividendo; $d$ = divisor; $Q$ = quociente; $R$ = resto da divisão

Dessa forma, no lugar dos números inteiros, colocamos os polinômios que queremos dividir.

EXEMPLO 1

Divida $(12x^2 - 5x - 7)$ por $(3x - 2)$

**Resolução**

| | |
|---|---|
| $12x^2 - 5x - 7$ | $3x - 2$ |

1º passo: Dividimos o termo de maior grau do dividendo D $(12x^2)$ pelo termo de maior grau do divisor d $(3x)$ e colocamos o resultado no quociente Q:

| | |
|---|---|
| $12x^2 - 5x - 7$ | $3x - 2$ |
| | $4x$ |

2º passo: Multiplicamos o quociente Q obtido $(4x)$ pelo divisor e subtraímos esse resultado do dividendo D, para obter um resto parcial:

| | |
|---|---|
| $12x^2 - 5x - 7$ | $3x - 2$ |
| $-(12x^2 - 8x)$ | $4x$ |
| $3x - 7$ | |

3º passo: Dividimos o termo de maior grau do resto parcial $(3x)$ pelo termo de maior grau do divisor d $(3x)$ e acrescentamos o resultado ao quociente Q.

| | |
|---|---|
| $12x^2 - 5x - 7$ | $3x - 2$ |
| $-(12x^2 - 8x)$ | $4x + 1$ |
| $3x - 7$ | |

4º passo: Multiplicamos a nova parcela do quociente Q obtido pelo divisor e subtraímos este resultado do resto parcial, para obter um novo resto parcial.

| | |
|---|---|
| $12x^2 - 5x - 7$ | $3x - 2$ |
| $-(12x^2 - 8x)$ | $4x + 1$ |
| $3x - 7$ | |
| $-(3x - 2)$ | |
| $-5$ | |

5º passo: Se o novo resto parcial for igual a zero ou menor que o divisor d, então, terminamos a divisão. Senão, continuamos no 3º passo.

Neste exemplo, obtivemos o quociente $Q(x) = 4x + 1$ e o resto $R = -5$

EXEMPLO 2

Divida $(x^4 - 2x^3 - 14x^2 - 5x + 0)$ por $(x^2 + 3x + 1)$

| | |
|---|---|
| $(x^4 - 2x^3 - 14x^2 - 5x + 0)$ | $(x^2 + 3x + 1)$ |
| $-(x^4 + 3x^3 + x^2)$ | $x^2 - 5x$ |
| $(-5x^3 - 15x^2 - 5x + 0)$ | |
| $(5x^3 + 15x^2 + 5x + 0)$ | |
| $0$ | |

Neste exemplo, obtivemos o quociente $Q(x) = x^2 - 5x$ e o resto $R = 0$, isto é, uma divisão exata.

*Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.*

## REFERÊNCIAS

CASTRUCCI, GIOVANNI. *A conquista da Matemática.* Ensino Fundamental, 7ª série. São Paulo: FTD, 2010.

DANTE, LUIZ ROBERTO. *Tudo é Matemática*. 3ª ed. Ensino Fundamental, 7ª série. São Paulo: Ática, 2010.

IEZZI, G, DOLCE, O; MACHADO, A. *Matemática e realidade*. Ensino Fundamental, 7ª série. São Paulo: Atual, 2010.