MATEMÁTICA

UNINOVE

Módulo - I

Radiciação

Objetivo: Ilustrar as principais propriedades de radiciação e como trabalhar com elas.

Situação-problema:

Qual é o lado de um cubo que tem volume igual a 2 cm^3?

Resposta: Se x é o lado de um cubo, então o seu volume também é representado por x^3. Assim, $x^3=2 \rightarrow x=\sqrt[3]{2}$.

A notação $\sqrt[3]{2}$ indica que esse é um número real, o qual, elevado ao cubo, é igual a 2.

Podemos utilizar uma calculadora para obter um valor aproximado para $\sqrt[3]{2}$, mas não será esse número. Algo semelhante ocorre com $\sqrt{3}$ ou $\sqrt[4]{7}$. Podemos utilizar uma calculadora para aproximar, porém não será o próprio número. Vamos dar os nomes dos elementos importantes de $\sqrt[c]{a}$. O a é chamado de radicando, o c é chamado de índice e o resultado $\sqrt[c]{a}$ é chamado de raiz.

Outra forma de representar esses números é lembrar-se das propriedades de potência: se x é um número em que $x^3=2$, podemos representar x como $2^{\frac{1}{3}}$. Isso significa que a radiciação tem praticamente as mesmas propriedades que a potenciação.

As principais propriedades da radiciação são para a, b, c reais positivos:

DICA:

Observe que existe um paralelo dessas propriedades em relação à potenciação.

1) $\sqrt[c]{a} \,.\, \sqrt[c]{b} = \sqrt[c]{a}$ O produto das raízes é a raiz do produto.

2) $\frac{\sqrt[c]{a}}{\sqrt[c]{v}} = \sqrt[c]{\frac{a}{b}}$ O quociente de raízes é igual à raiz do quociente.

3) $\sqrt[c]{\sqrt[d]{a} =} \sqrt[c.d]{a}$ Raiz de raiz, multiplicam-se os índices.

4) $\sqrt[c]{a^b} = \left(\sqrt[c]{a}\right)^b$ A raiz de uma potência é a potência das raízes.

5) $\sqrt[c]{a^c} = a$

Além disso, é importante lembrar que a raiz de qualquer número real positivo é sempre um número real positivo também.

Observe que **não** vale a distribuição das raízes em relação à soma ou à subtração; basta verificar um caso bem fácil de calcular:

$\sqrt{1} + \sqrt{1} = 2$ e $\sqrt{1+1} = \sqrt{2}$.

A propriedade 5 é importante para fazer a racionalização dos denominadores de um número, por exemplo, fazer o cálculo de $\frac{2}{\sqrt{2}}$ é o mesmo que fazer uma conta de divisão de $\frac{2}{1{,}414213} \cong 1{,}414214$, ainda com a possibilidade de a aproximação de $\sqrt{2}$ ser ruim e isso influenciar no resultado da conta. No entanto, quando se faz $\frac{2\sqrt{2}}{2} \cong 1{,}414213$, fica mais fácil de perceber que o resultado terá pelo menos 5 casas decimais corretas.

Para isso utilizamos o processo de **racionalização do denominador**.

Para racionalizar o denominador de um número, ele deve ser escrito como uma divisão de dois números reais com o denominador (o número de baixo do traço) irracional.

Assim, podemos utilizar alguns produtos notáveis e fazer a racionalização dos números. Um dos produtos notáveis mais importantes que utilizamos para racionalizar denominadores é o **produto da soma pela diferença**.

IMPORTANTE:

$(a+b) \cdot (a-b) = a^2-b^2$.

As formas mais utilizadas de racionalização são:

1) $\frac{A}{\sqrt[n]{B}} = \frac{A}{\sqrt[n]{B}} \cdot \frac{\sqrt[n]{B^{n-1}}}{\sqrt[n]{B^{n-1}}} = \frac{A\sqrt[n]{B^{n-1}}}{B}$

2) $\frac{A}{\sqrt{B}-\sqrt{C}} = \frac{A}{(\sqrt{B}-\sqrt{C})} \cdot \frac{(\sqrt{B}+\sqrt{C})}{(\sqrt{B}+\sqrt{C})} = \frac{A\,(\sqrt{B}+\sqrt{C})}{B-C}$

3) $\frac{A}{\sqrt{B}+\sqrt{C}} = \frac{A}{(\sqrt{B}+\sqrt{C})} \cdot \frac{(\sqrt{B}-\sqrt{C})}{(\sqrt{B}-\sqrt{C})} = \frac{A\,(\sqrt{B}-\sqrt{C})}{B-C}$

Exemplos:

1) Racionalize o denominador de $\frac{5}{\sqrt{23}}$.

Resolução: $\frac{5}{\sqrt{23}} = \frac{5}{\sqrt{23}} \cdot \frac{5}{\sqrt{23}} = \frac{5\sqrt{23}}{23}$.

IMPORTANTE:

Apesar de as contas resultarem o mesmo valor, por causa da ordem, podem aparecer diferenças nas últimas casas apresentadas por uma calculadora.

2) Racionalize o denominador de $\frac{3}{\sqrt{2}-1}$.

Resolução: $\frac{3}{\sqrt{2}-1} = \frac{3}{(\sqrt{2}-1)} \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)} = \frac{3(\sqrt{2}+1)}{2-1} = 3(\sqrt{2}+1)$.

IMPORTANTE:

Observe que foi utilizado o produto notável (a+b) . (a-b) = a²-b².

Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

REFERÊNCIAS

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI Jr., J. R. *Matemática – uma nova abordagem. v. 1*. Ensino Médio. 1ª série. 2. ed. São Paulo: FTP, 2011.

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI Jr., J. R. *Matemática – uma nova abordagem. v. 2*. Ensino Médio. 2ª série. 2. ed. São Paulo: FTP, 2011.

DOLCE, O. et al. Tópicos de matemática. v. 1. São Paulo: Atual, 1999.

IEZZI, G*. Fundamentos da matemática elementar. v. 1.* São Paulo: Atual, 2005.

IEZZI, G; DOLCE, O. *Matemática: ciência e aplicações*. São Paulo: Atual, 2004.

NERY, C.; TROTTA, F. *Matemática – Curso Completo*. São Paulo: Editora Moderna, 2001.