MATEMÁTICA

UNINOVE

Módulo - V

Probabilidade simples

E conceitos fundamentais

Objetivo: Apresentar o conceito de probabilidade simples e estudar alguns exemplos típicos.

Chama-se experimento ou fenômeno aleatório aquele processo que, mesmo repetido várias vezes, apresenta resultado imprevisível.

O conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório recebe o nome de espaço amostral e é indicado pela letra Ω.

EXEMPLO

Para os experimentos aleatórios: "lançamento de uma moeda" e para o "lançamento de um dado", os espaços amostrais são, respectivamente, $\Omega_{\text{moeda}} = \{Ca, Co\}$ e $\Omega_{\text{dado}} = \{1,2,3,4,5,6\}$.

Chama-se evento qualquer subconjunto do espaço amostral Ω de um experimento aleatório. Dessa forma, qualquer que seja E o evento de Ω, temos que $E \subset \Omega$, isto é, E está contido em Ω.

DICA:

É necessário que você relembre os conceitos de subconjunto $\subset$, de união $\cup$, de intersecção $\cap$, de conjunto vazio $\emptyset$ e de complementar $\complement$ para acompanhar o conteúdo de probabilidades.

Dado Ω um espaço amostral de um experimento aleatório E, dizemos que:

- Se $E=\Omega$, então E é chamado de evento certo.
- Se $E=\emptyset$, então E é chamado de evento impossível.
- Se $E\subset\Omega$ é um conjunto unitário (isto é, com um único elemento), então E é chamado de evento elementar.

Dado um espaço amostral Ω, diremos que ele é equiprovável se todos os seus elementos tiverem a mesma chance de acontecer. Caso contrário, o espaço amostral Ω é dito não equiprovável.

Dados um espaço amostral não vazio Ω e um evento E deste espaço, chamamos de probabilidade de E o número:

$$P(E)=\frac{n\ (E)}{n\ (\Omega)}$$

Em que $n(E)$ e $n(\Omega)$ são, respectivamente, o número de elementos do evento e E o número de elementos do espaço amostral Ω.

Para qualquer evento E de um espaço amostral não vazio , temos que $0 \leq P(E) \leq 1$. Mais que isso, nós temos:

- Se $E=\Omega$ é o evento certo, então $P(E)=1$.
- Se $E=\emptyset$ é o evento impossível, então $P(E)=0$.
- Se $E\subset\Omega$ não é nem o evento certo nem o evento impossível, então $0<P(E)<1$.

Situação problema 1

Seja Ω={1,2,3,4,5,6} o espaço amostral do lançamento de um dado, considere os seguintes eventos de Ω:

- E_1: “saiu a face 6 do dado”.
- E_2: “saiu uma face de número ímpar”.
- E_3: “saiu uma face de número entre 1 e 7”.
- E_4: “não saiu nenhuma face”.

Calcular as probabilidades de cada um dos eventos que foram dados.

Em primeiro lugar, temos que n(Ω)=6. Além disso, cada evento pode ser escrito matematicamente por E_1={6}, E_2={1,3,5}, E_3={1,2,3,4,5,6} e E_4=$\emptyset$. Logo, nós temos n(E_1)=1, n(E_2)=3, n(E_3)=6 e n(E_4)=0. Portanto resulta que:

$P(E_1)=\frac{n\ (E_1)}{n\ (\Omega)} = \frac{1}{6}$ $\qquad$ $P(E_2)=\frac{n\ (E_2)}{n\ (\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P(E_3)=\frac{n\ (E_3)}{n\ (\Omega)} = \frac{6}{6} = 1$ $\qquad$ $P(E_4)=\frac{n\ (E_4)}{n\ (\Omega)} = \frac{0}{6} = 0$

Note que E_3 é o evento certo, pois sua probabilidade é 1 e E_4 é o evento impossível, já que sua probabilidade é 0.

Situação problema 2

Considere um baralho comum com 52 cartas. Qual a probabilidade de tirarmos um ás?

O baralho é o nosso espaço amostral Ω, logo n(Ω)=52. Já o evento "retirar um ás" do baralho é E={$A_\clubsuit$, $A_\spadesuit$, $A_\heartsuit$,$A_\diamondsuit$}, já que há quatro ases distintos no baralho, ou seja, n(E)=4.

Portanto segue que P(E)= $\frac{\mathrm{n}\ (\mathrm{E})}{\mathrm{n}\ (\Omega)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

Situação problema 3

No lançamento de dois dados, calcule a probabilidade de se obter soma igual a 7 para as faces que ficam voltadas para cima.

O espaço amostral para o lançamento de dois dados tem um total de 36 elementos, pois, de acordo com o princípio multiplicativo, para ambos os dados, podem ocorrer faces de 1 a 6. Logo, tem-se 6·6=36. De fato, temos Ω={(1,1),...,(1,6),...,(6,1),...,(6,6)}, já o evento que queremos é constituído de faces que somam 7, ou seja, E={(1,6);(6,1);(2,5);(5,2);(4,3);(3,4)}, logo n(E)=6, portanto a probabilidade procurada é P(E)= $\frac{\mathrm{n}\ (\mathrm{E})}{\mathrm{n}\ (\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Sabemos que um evento pode ocorrer ou não. Chamando de p a probabilidade de que ele ocorra (sucesso) e de q a probabilidade de que ele não ocorra (fracasso), então vale a relação:

p+q=1

Se $E \subset \Omega$ é um evento, com probabilidade $P(E)=p$, qualquer, então o seu evento complementar é indicado por E^{C} e suponha que sua probabilidade é $P(E^{C})=q$. Desse modo, o espaço amostral se escreve como $\Omega=E \cup E^{C}$ e esses eventos são mutuamente exclusivos (sucesso/insucesso), logo vale que $P(\Omega)=P(E)+P(E^{C})$ e, portanto, segue que $1=p+q$.

Situação problema 4

Qual a probabilidade de que, ao lançarmos um dado, não ocorra a face 4?

Chamando de p a probabilidade de sair 4 (sucesso) e de q a de não sair 4 (fracasso), nós temos que $p=\frac{1}{6}$ e, portanto, pelo complementar, segue que $q=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$.

Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

REFERÊNCIAS

HAZZAN, Samuel. Fundamentos de Matemática Elementar. 6 ed. São Paulo: Atual Editora, 1993.

KIYUKAWA, Rokasaburo. Os Elos da Matemática. 3 ed. São Paulo: Saraiva, 1993.