

MATEMÁTICA

UNINOVE

Módulo – III

# Áreas de polígonos

## E razão entre áreas de figuras semelhantes

**Objetivo:** Resolver problemas que envolvam o cálculo das áreas dos principais polígonos e calcular a razão entre as áreas das figuras semelhantes.



Este material faz parte da UNINOVE. Acesse atividades, conteúdos, encontros virtuais e fóruns diretamente na plataforma.

**Pense no meio ambiente:** imprima apenas se necessário.

Neste conteúdo de Geometria Plana vamos juntar todos os conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores e estudar um pouco as áreas dos polígonos vistos.



FONTE: MELLO, 2005, p. 183

Suponha que  $BC = 1\text{ m}$ ;  $AC = 80\text{ cm}$ ;  $PQ = 1,2\text{ m}$ ;  $QR = 0,5\text{ m}$ ;  $FG = 1,5\text{ m}$ ;  $EF = 2\text{ m}$  e  $GH = 3\text{ m}$ . Quais são as áreas dos quadriláteros  $ABDC$ ,  $PQRS$  e  $EFGH$ ?

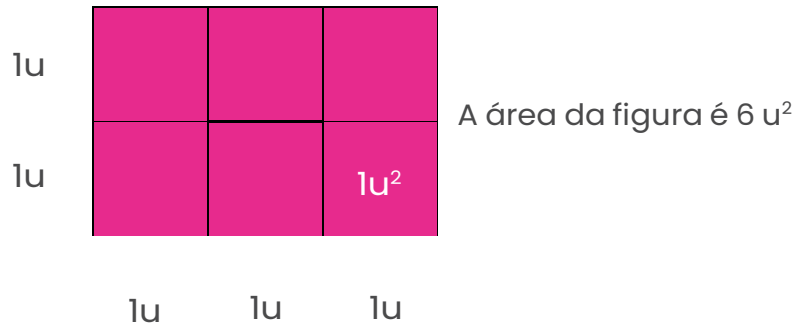
Em seguida, você será capaz de responder a essas perguntas.

## Áreas de polígonos

### Definição

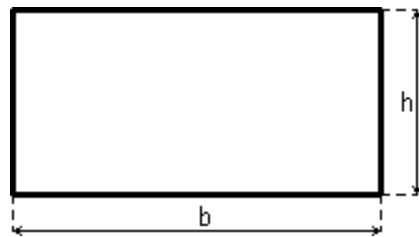
Qualquer figura determina uma região do espaço ao qual pertence. Para se medir essa região é preciso adotar uma unidade que nos dará

a **área** dessa figura. Estabeleceu-se que o quadrado de lado unitário é a medida padrão de área. Em resumo, área é a medida de uma superfície plana em unidades quadradas.



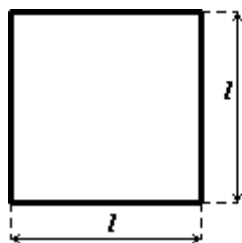
### Áreas das principais figuras planas:

- Área do retângulo de base b e altura h:



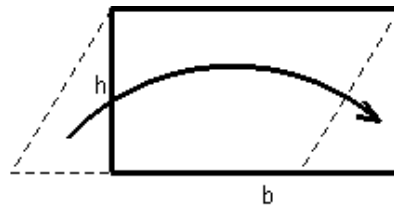
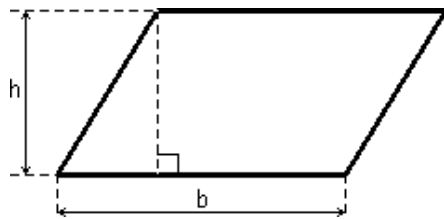
$$A_{\square} = b \cdot h$$

- Área do quadrado de lado l:



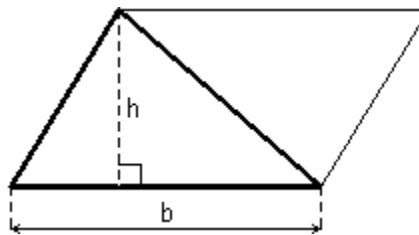
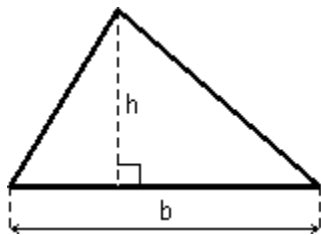
$$A_{\square} = l \cdot l = l^2$$

- Área do paralelogramo de base  $b$  e altura  $h$ : baseia-se na área do retângulo.



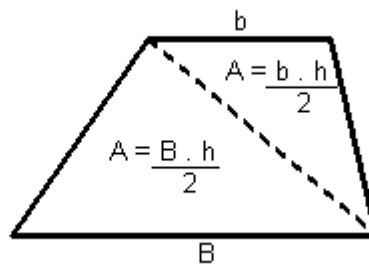
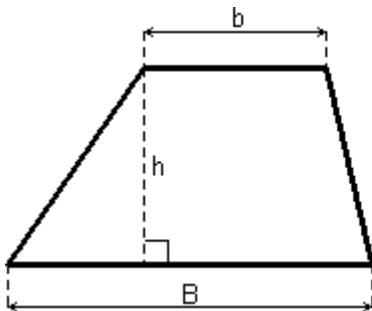
$$A_{\square} = b \cdot h$$

- Área do triângulo de base  $b$  e altura  $h$ : estendida a partir da área do paralelogramo.



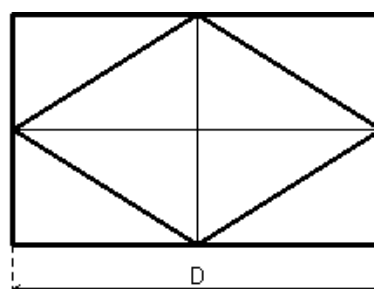
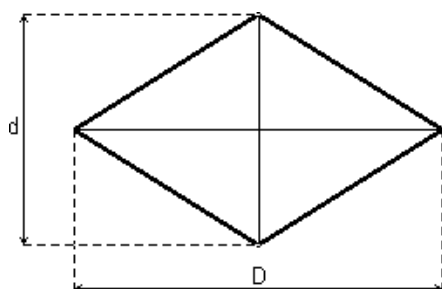
$$A_{\triangle} = \frac{b \cdot h}{2}$$

- Área do trapézio de base maior  $B$ , base menor  $b$  e altura  $h$ : estendida a partir da área de dois triângulos.



$$A_{\Delta} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

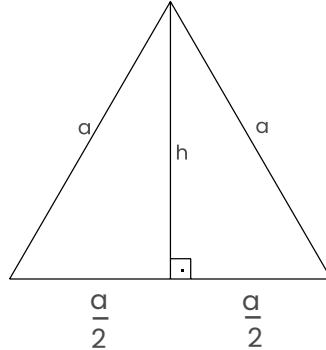
- Área do losango de diagonal maior  $D$  e diagonal menor  $d$ : baseia-se na área do retângulo.



$$A_{\diamond} = \frac{D \cdot d}{2}$$

## Exemplos:

1) Qual é a área de um triângulo equilátero de lado  $a$ ?



Primeiramente precisamos usar o Teorema de Pitágoras visto anteriormente.

Calcular a altura do triângulo:

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Portanto, a área do triângulo será:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

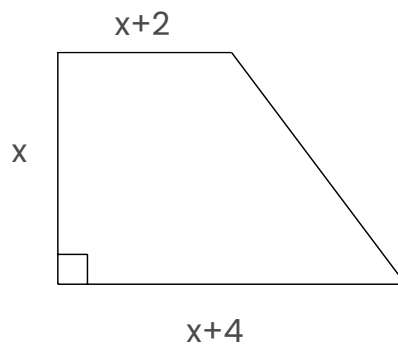
$$A = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

**2)** Qual é a área de um triângulo equilátero de lado 2 cm?

$$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}cm$$

**3)** O trapézio da figura a seguir tem área 18 m<sup>2</sup>; calcule o valor de x.



$$A = \frac{(B + b)h}{2}$$

$$18 = \frac{(x + 4 + x + 2)x}{2}$$

$$18 = \frac{(2x + 6)x}{2}$$

$$18 = \frac{2x^2 + 6x}{2}$$

$$2x^2 + 6x = 36$$

$$2x^2 + 6x - 36 = 0 (\div 2)$$

$$x^2 + 3x - 18 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2} \rightarrow \begin{cases} x' = -6 \text{ (não serve)}, \\ x'' = 3 \end{cases}$$

Portanto  $x = 3 \text{ m}$

## Razão entre áreas de figuras semelhantes

Já vimos as figuras semelhantes e a razão de semelhança  $k$  entre elas.

**Propriedade:** se a razão de semelhança entre dois polígonos quaisquer é  $k$ , então, a razão entre suas áreas é  $k^2$ .

Observe este exemplo. A razão de semelhança do triângulo maior para o triângulo menor é 2. E cabem 4 ( $= 2^2$ ) triângulos menores no triângulo maior.



Vamos agora voltar ao projeto da casa apresentado no início e responder às perguntas propostas.

ABDC é um paralelogramo. Portanto sua área é:  $A = b \cdot h = 0,80 \cdot 1 = 0,8 \text{ m}^2$

PQSR é um retângulo. Portanto sua área é:  $A = b \cdot h = 1,2 \cdot 0,5 = 0,6 \text{ m}^2$

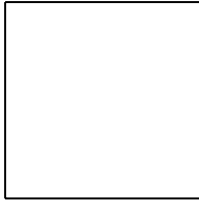
EFGH é um trapézio. Portanto sua área é:  $A = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(3+2) \cdot 1,5}{2} = 3,75 \text{ m}^2$

### Exercícios resolvidos:

Determine a área dos polígonos a seguir:

1) Determine a área dos polígonos a seguir:

a) quadrado



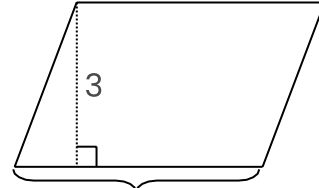
6

b) retângulo



8

c) paralelogramo



6

**Resolução:**

a)  $A = L_2 = 6^2 = 36$

b)  $A = b \cdot h = 8 \cdot 5 = 40$

c)  $A = b \cdot h = 6 \cdot 3 = 18$

2) Calcule a medida do lado de um quadrado de área  $9 \text{ cm}^2$ .

**Resolução:**

$$A = L^2 = 9$$

$$L = 3 \text{ cm}$$



- 3) Calcule a medida da altura de um triângulo isósceles de área  $10 \text{ cm}^2$  e base  $5 \text{ cm}$ .

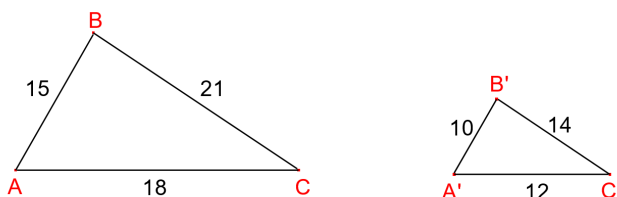
**Resolução:**

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$10 = \frac{5 \cdot h}{2}$$

$$h = 4 \text{ cm}$$

- 4) Os triângulos ABC e A'B'C' são semelhantes. Determine:
- A razão de semelhança do primeiro para o segundo triângulo.
  - A razão entre as suas áreas.



**Resolução:**

$$\text{a)} \quad \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow k = \frac{21}{14} = \frac{18}{12} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

$$\text{b)} \quad \frac{A_{\triangle ABC}}{A_{\triangle A'B'C'}} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

## REFERÊNCIAS

DOLCE, O.; POMPEO, J.N. *Fundamentos da matemática elementar: geometria plana*. São Paulo: Atual, 2000. v.9.

MELLO, J.L.P. *Matemática: construção e significado*. São Paulo: Moderna, 2005.