MATEMÁTICA

UNINOVE

Módulo - VI

Lei de formação de uma sequência

Objetivo: Determinar uma sequência a partir da sua lei de formação.

Introdução

Um conjunto de informações capazes de determinar todos os termos de uma sequência e a ordem em que se apresentam é chamado de lei de formação de sequência.

Observe alguns exemplos resolvidos:

Exemplo 1: Considere a sequência:

$$(a_n)\ _n \in N * onde \begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = 2 + a_n \end{cases}$$

As informações dadas determinam todos os termos da sequência e a ordem em que se apresentam. Vejamos:

- O primeiro termo da sequência é cinco, isto é, $a_1 = 5$.
- Na igualdade $a_{n+1} = 2 + a_n$, como $n \in N^*$, atribuindo-se a n valores 1, 2, 3, 4,..., obtemos os demais termos da sequência, isto é:

Para n = 1	**Para n = 2**	**Para n = 3**	**Para n = 4**
$a_{n+1} = 2 + a_n$	$a_{n+1} = 2 + a_n$	$a_{n+1} = 2 + a_n$	$a_{n+1} = 2 + a_n$
$a_{1+1} = 2 + a_1$	$a_{2+1} = 2 + a_2$	$a_{3+1} = 2 + a_3$	$a_{4+1} = 2 + a_4$
$a_2 = 2 + 5$	$a_3 = 2 + 7$	$a_4 = 2 + 9$	$a_5 = 2 + 11$
$a_2 = 7$	$a_3 = 9$	$a_4 = 11$	$a_5 = 13$

E assim sucessivamente. Logo, a sequência é (5, 7, 9, 11, 13, ...).

Exemplo 2: Considere a sequência (a_n) com n $\in$ N*, tal que $a_n = n^2 + 3$.

Para determinarmos os termos desta sequência, basta atribuirmos a ***n*** osvalores 1, 2, 3,..., na igualdade $a_n = n^2 + 3$.

n = 1	**n = 2**	**n = 3**	**n = 4**
$a_n = n^2 + 3$	$a_n = n^2 + 3$	$a_n = n^2 + 3$	$a_n = n^2 + 3$
$a_1 = 1^2 + 3 = 1 + 3 = 4$	$a_2 = 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$	$a_3 = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$	$a_4 = 4^2 + 3 = 16 + 3 = 19$

Portanto a sequência é (4, 7, 12, 19, ...).

Exemplo 3: Determinar o quinto termo da sequência.

$$(a_n)\ _n \in N * onde \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_{n+1} = (a_n)^2 + 1 \end{cases}$$

O quinto termo da sequência é indicado por a_5. Para determiná-lo, basta atribuirmos a ***n*** os valores 1, 2, 3, e 4 na igualdade $a_{n+1} = (a_n)^2 + 1$

n = 1	**n = 2**	**n = 3**	**n = 4**
$a_{n+1} = (a_n)^2 + 1$	$a_{n+1} = (a_n)^2 + 1$	$a_{n+1} = (a_n)^2 + 1$	$a_{n+1} = (a_n)^2 + 1$
$a_{1+1} = (a_1)^2 + 1$	$a_{2+1} = (a_2)^2 + 1$	$a_{3+1} = (a_3)^2 + 1$	$a_{4+1} = (a_4)^2 + 1$
$a_2 = 0^2 + 1$	$a_3 = 1^2 + 1$	$a_4 = 2^2 + 1$	$a_5 = 5^2 + 1$
$a_2 = 1$	$a_3 = 2$	$a_4 = 5$	$a_5 = 26$

Logo, o quinto termo da sequência é 26.

Exemplo 4: A soma S_n primeiros termos da sequência (a_1, a_2, a_3,..., a_n) por:

$S_n = 2n + 5$.

a. Determinar a soma dos seis primeiros termos da sequência.

b. Determinar o primeiro termo da sequência.

c. Determinar o sétimo termo da sequência.

Resolução:

a) Para obter a soma dos seis primeiros termos da sequência, basta substituir avariável ***n*** por 6 na igualdade:

$$Sn = 2n + 5$$
$$S_6 = 2.6 + 5$$
$$S_6 = 12 + 5$$
$$S_6 = 17$$

b) Note que a sentença $S_n = 2n + 5$ expressa a soma dos n primeiros termos dasequência, por exemplo:

$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$

$S_2 = a_1 + a_2$

$S_1 = a_1$

Assim, S_1 é igual ao próprio a_1. Logo, temos para n = 1:

$S_n = 2n + 5$
$S_1 = 2.1 + 5$
$S_1 = 2 + 5$
$S_1 = 7$

c) Para determinar o termo a_7, basta efetuarmos $S_7 - S_6$; observe por quê:

$S_7 - S_6 = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7) - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6) = a_7$

$S_7 = 2.\,7 + 5 \quad S_6 = 2\,.\,6 + 5$

$S_7 = 14 + 5 \quad S_6 = 12 + 5$

$S_7 = 19 \quad S_6 = 17$

Logo:

$S_7 - S_6 = a_7$

$a_7 = 19 - 17 = 2$

Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

REFERÊNCIAS

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José. *Matemática Completa* - Ensino Médio - 1º ano. 2. ed. São Paulo: Ática, 2005.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo. *Matemática Ciência e Aplicação* – Ensino Médio.6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

SÃO PAULO. *Secretaria da Educação. Caderno do professor* - Ensino Médio, 2011.

XAVIER, Claudio da Silva; BARRETO, Benigno Filho. *Matemática Aula por Aula* – Ensino Médio – 1º ano. São Paulo: FTD, 2005.