MATEMÁTICA

UNINOVE

Módulo - V

Análise combinatória

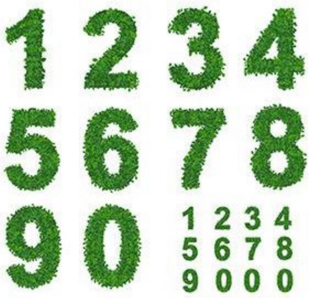
Arranjos

Objetivo: Apresentar o conceito de arranjo na análise combinatória e estudar alguns exemplos típicos.

Definição

Arranjos são agrupamentos que diferem um do outro pela ordem. Portanto, no estudo dos arranjos, a ordem é importante. Indica-se e lê-se arranjo de n elementos tomados p a p e sendo que p n. Tem-se a seguinte fórmula:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$



Situação-problema 1

Quantos números inteiros positivos de 3 algarismos distintos podemos escrever com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6?

Primeiramente, notamos que há um total de seis algarismos distintos à disposição, ou seja, n = 6. O tamanho do número a se formar é de três algarismos, logo, p = 3. Veja que a ordem dos algarismos é importante, pois o número 123 tem os mesmos algarismos que 213, porém, eles são distintos! Aplicando então a fórmula para $A_{6,3}$, isto é, o número de arranjos de 6 elementos tomados 3 a 3 é:

$$A_{6,3} = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120.$$

Ou seja, podemos formar 120 números de 3 algarismos com 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

Situação-problema 2

Quantos números naturais múltiplos de 5 e com 3 algarismos distintos escolhidos entre 2, 3, 4 e 5 existem?

Como o número deve ser múltiplo de 5, com algarismos escolhidos entre aqueles dados, o algarismo da unidade é, necessariamente, o próprio número 5, isto é:

$$\_\_\_\_\_\_ \; \_\_\_\_\_\_ \; \mathbf{5}$$

Sobram somente os números 2, 3 e 4 para serem arranjados nos algarismos das dezenas e das centenas do nosso número. Ou seja, $n = 3$ e $p = 2$; logo, aplicando a fórmula:

$$\mathrm{A}_{3,2} = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = 6$$

Portanto, há um total de 6 números naturais múltiplos de 5 com algarismos formados a partir de 2, 3, 4 e 5. Dá até para escrevê-los: 235, 245, 325, 345, 425 e 435.

IMPORTANTE:

A ordem **sempre** é importante quando resolvemos problemas de **arranjo**.

Exercício resolvido 1: entre os 18 membros de um clube, devem ser escolhidos 3 para preencherem os cargos de presidente, vice-presidente e tesoureiro. De quantos modos pode ser feita a escolha?

Solução: neste problema, a ordem importa? Sim! Já que os cargos no grupo de três pessoas são todos distintos. Veja que há diferença entre Pedro ser presidente, Paulo vice e João tesoureiro e Paulo ser presidente, Pedro ser vice e João ser tesoureiro. Qual o total de elementos (n) e qual o tamanho dos agrupamentos (p) que queremos? Certo! Temos n = 18 e p = 3. Qual fórmula usaremos? Trata-se de encontrarmos os arranjos de 18 pessoas tomadas 3 a 3. Claro! Usamos com $A_{n.p}$ com n = 18 e p = 3. Resulta que:

$$\mathrm{A}_{18,3} = \frac{18!}{(18-3)!} = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15!}{15!} = 18 \cdot 17 \cdot 16 = 4896.$$

Exercício resolvido 2: dispomos de 8 cores e queremos pintar uma bandeira de 5 listras, cada listra com uma cor. De quantas formas isso pode ser feito?

Solução: a ordem importa neste problema? Sim! Já que pintar as listras de cores diferentes produzirá bandeiras diferentes. Precisamos determinar quantos agrupamentos das oito cores, tomadas cinco a cinco, existem. Ora, trata-se de um arranjo:

$$A_{8,5} = \frac{8!}{(8-5)!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6720$$

Logo, há 6720 maneiras diferentes de colorirmos a bandeira de cinco listras com as oito cores disponíveis.

Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

REFERÊNCIAS

HAZZAN, Samuel. *Fundamentos de Matemática Elementar*. 6 ed. São Paulo: Atual Editora, 1993. V. 5

KIYUKAWA, Rokusaburo. *Os Elos da Matemática*. 3 ed. São Paulo: Editora Saraiva, 1993