MATEMÁTICA

UNINOVE

Módulo - III

Polígonos

Definição e propriedades

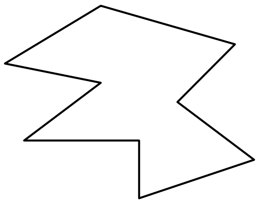
Objetivo: Identificar e compreender os polígonos,

suas definições, seus elementos e suas propriedades.

Os polígonos são muito utilizados no cotidiano. Eles estão presentes em várias áreas, como Engenharia, Arquitetura, Geografia, Arte etc. Veja as figuras anteriores, que mostram polígonos nas calçadas, azulejos e pisos.

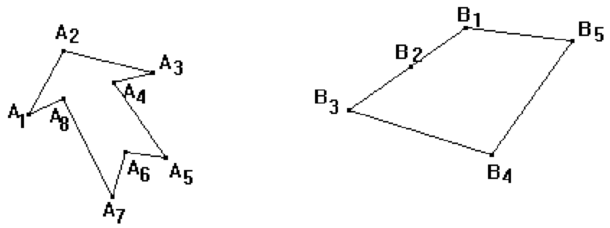
Polígonos – Definições:

Um **polígono** é uma figura plana, formada por vários ângulos. Em grego, *poli*-(vários) e -*gono* (ângulo).



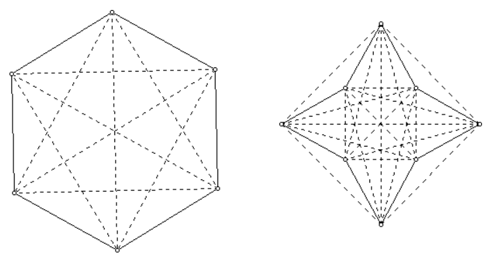
Uma definição mais formal é a seguinte: dada uma sequência de pontos no plano (A1, A2, ..., An), com $n \geq 3$, todos distintos, em que três pontos consecutivos não são colineares, considerando-se consecutivos A_{n-1}, A_n e A_1, assim como A_n, A_1 e A_2, chama-se **polígono** à reunião dos segmentos $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}$, ... , $\overline{A_{n-1}A_n}$, $\overline{A_nA_1}$.

Assim, a figura à esquerda é um polígono enquanto a figura à direita não é um polígono.



Os pontos A_1, A_2, A_3,..., são os **vértices** do polígono. Os ângulos $A_1\hat{A}_2A_3$, $A_2\hat{A}_3A_4$,..., são os **ângulos internos** do polígono. Os segmentos A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4,..., são os **lados** do polígono. A soma dos lados é o **perímetro** do polígono.

Chama-se uma **diagonal** do polígono a todo segmento que une dois vérticesnão consecutivos.



As diagonais dos polígonos anteriores aparecem pontilhadas. Observe que no polígono à direita, 4 das diagonais ficaram fora da região delimitada por ele.

O polígono em que todas as diagonais estão no seu interior é chamado de **convexo**. Se pelo menos uma das diagonais for exterior, então ele é dito **côncavo**.

Assim, o polígono à esquerda é convexo e o polígono à direita, côncavo.

Propriedade: O número de diagonais **d** de um polígono de **n** lados ($n \geq 3$) é dado por:

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

Exemplo: O número de diagonais de um polígono de 6 lados é:

$$d = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{6(6-3)}{2} = \frac{6.3}{2} = 9$$

Nomes dos polígonos

Os polígonos recebem nomes especiais de acordo com o número de lados (que é o mesmo que o número de ângulos):

- n = 3: triângulo
- n = 4: quadrângulo ou quadrilátero
- n = 5: pentágono
- n = 6: hexágono
- n = 7: heptágono

- n = 8: octógono
- n = 9: eneágono
- n = 10: decágono
- n = 11: undecágono
- n = 12: dodecágono
- n = 15: pentadecágono
- n = 20: icoságono

Em geral, dizemos que o polígono é um **n-ágono** para um número qualquer de lados.

Polígonos regulares

São polígonos convexos que têm todos os lados de mesmo comprimento e todos os ângulos internos de mesma medida.

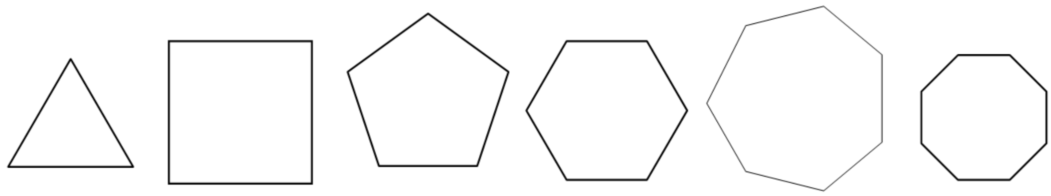
Assim, o quadrado é um quadrilátero regular.

Um triângulo regular é chamado triângulo equilátero.

No caso do pentágono, hexágono ou qualquer outro polígono com mais de quatro lados, o fato dele ser regular é registrado acrescentando-se a palavra "regular" ao seu nome.

É possível construir polígonos regulares com qualquer número de lados a partir de 3.

Quanto maior o número de lados, mais arredondado será o polígono, ou seja, maior será o seu ângulo interno e, existem tantos tipos de polígonos regulares quantos são os números naturais a partir de 3.



Propriedade: A soma dos ângulos internos de um polígono de *n* lados $(n \geq 3)$ édada por:

$$S = (n - 2) . 180°$$

Exemplos: A soma dos ângulos internos de um hexágono é:

$$S = (6 - 2) . 180° = 4 . 180° = 720°$$

Eis um teorema importante da Geometria Plana: "A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180 °".

Partindo desta fórmula da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono qualquer, podemos calcular a medida de cada ângulo interno de um polígono regular; para isso, basta dividir a soma dos ângulos pelo número de lados (ou de ângulos). Por exemplo:

Polígono regular	**Soma dos ângulos internos**	**Medida de cada ângulo interno**
Triângulo	180 º	180 º/3 = 60 º
Quadrado	360 º	360 º/4 = 90 º
Pentágono	540 º	540 º/5 = 108 º
Hexágono	720 º	720 º/6 = 120 º
Heptágono	900 º	900 º/7 = 128,57 º
Octógono	1080 º	1080 º/8 =135 º
Eneágono	1260 º	1260 º/9 = 140 º
Decágono	1440 º	1440 º/10 = 144 º
Icoságono	3240 º	3240 º/20 = 162 º
...		
n-ágono	(n – 2) . 180 º	$\frac{(n-2).180°}{n}$

Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

REFERÊNCIAS

DINIZ, M. I. S. V.; SMOLE, K. C. S. *O conceito de ângulo e o ensino da geometria*.São Paulo: CAEM-IME/USP, 2010.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos da Matemática Elementar* – v. 9: Geometria Plana. São Paulo: Atual, 2000.

MELLO, J. L. P. *Matemática, volume único*: *construção e significado*. São Paulo: Moderna, 2005.

SMOOTHEY, M. *Atividades e jogos com formas*. São Paulo: Scipione, 1998.