

Função Exponencial

Definição e exemplos

Objetivo: Discutir a formalização do conceito de função exponencial, apresentando alguns exemplos de aplicações na matemática e no cotidiano.

Módulo II



Este material faz parte da UNINOVE. Acesse atividades, conteúdos, encontros virtuais e fóruns diretamente na plataforma.

Pense no meio ambiente: imprima apenas se necessário.



Situação-problema:

Uma moeda tem duas faces: cara (k) e coroa (c). Ao arremessá-la, em um jogo, podemos ter dois resultados de face para cima, isto é, k ou c. Se jogarmos duas, teremos 4 resultados: kk, kc, ck, cc. Quantos resultados teremos se jogarmos 20 moedas?

Resposta

Vamos organizar os dados:

Quantidade de moedas		Resultados
1	→	2
2	→	$4 = 2^2$
3	→	$8 = 2^3$
20	→	$2^{20} = 1048576$

Em Situações em que o problema da taxa de crescimento (ou decrescimento) da grandeza em questão, no nosso caso o resultado da face para cima, é proporcional à quantidade existente em cada momento, utilizamos o conceito de função exponencial.



DICA:

A função exponencial é uma generalização das progressões geométricas para o caso em que o domínio é o conjunto dos números reais.

Definição

Dado um número real a , com $a > 0$ e $a \neq 1$, então uma função $f(x) = a^x$, com domínio em \mathbb{R} e contra domínio em \mathbb{R}_+^* (números reais positivos e sem o zero) é denominada função exponencial de base a e expoente x .

Exemplos de funções exponenciais:

a) $f(x) = 5^x$

b) $f(x) = 0,7^x$

c) $f(x) = e^x$

d) $f(x) = 10^x$

e) $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

**IMPORTANTE:**

1. É importante observar que $a > 0$ e $a \neq 1$, pois quando $a = 0$ e x é negativo, isto é, 0^{-1} , a função não existe, uma vez que temos $\frac{1}{0^1}$ e não podemos dividir um número por zero.
2. Na função $f(x) = e^x$, o e é o número irracional $e = 2,71828182845905...$

Calculando o valor de uma função exponencial

Para calcular o valor da função exponencial para certo valor x do domínio, basta substituir esse valor x na função, isto é, na lei que a define. Veja os exemplos abaixo:

Exemplo: Dada a função $f(x) = 5^x$, calcule o valor de:

a) $f(3)$.

b) $f(-2)$.

c) $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

Resolução:

a) $f(3) = 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

b) $f(-2) = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = 0,04$

c) $f\left(\frac{1}{2}\right) = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{5^1} = 2,236 \dots$

Exercícios resolvidos

1) Dada a função $f(x) = 2 - 2^{1-x}$, calcule seu valor para $x = -1$ e para $x = 2$.

Resolução:

$$f(-1) = 2 - 2^{1-(-1)} = 2 - 2^2 = 2 - 4 = -2$$

$$f(2) = 2 - 2^{1-2} = 2 - 2^{-3} = 2 - \frac{1}{2^3} = 2 - \frac{1}{8} = \frac{15}{8}$$

2) Alguns medicamentos, após entrarem no corpo humano, vão sendo eliminados naturalmente de tal modo que a quantidade ativa M , do fármaco no organismo, segue uma lei exponencial de declínio expressa por: $M = M_0 e^{-kt}$, em que M_0 é a quantidade ativa M inicial, k é uma constante positiva e t a variável tempo. Quanto se reduzem 500 mg ao fim de 8 horas, para $k = 0,25$?

Resolução:

$$M = M_0 \cdot e^{-0,25t} = 500 \cdot e^{-0,25 \cdot 8} = 67,6676...$$

Agora é a sua vez! Resolva os exercícios, verifique seu conhecimento e acesse o espaço online da UNINOVE para assistir à videoaula referente ao conteúdo assimilado.

REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto. Matemática – Contexto e Aplicações. Ensino Médio, 1º ano. São Paulo: 3. ed. São Paulo: Editora Ática, 2010.

IEZZI, Gelson et al. Matemática – Ciência e Aplicações. Ensino Médio, 1º ano. São Paulo: 3. ed. São Paulo: Editora Ática, 2010.

KIYUKAWA, Rokusaburo et al. Os Elos da Matemática. Ensino Médio, 1º ano. São Paulo: Editora Saraiva, 2010.