$\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))$

$\Theta(g(n)) = \{ f(n) : c_1, c_2, n_0 \in \mathbb{R}^+ \mid 0 \le c_1 g(n) \le f(n) \le c_2 g(n) \ \forall\ n \ge n_0 \}$

h(n) ⇒ f(n)
p(n) ⇒ g(n)

g'(n) ⇒ h(n) + p(n)
f'(n) ⇒ max(f(n),g(n))

$\max(h(n), p(n)) = \Theta(h(n) + p(n)) \longrightarrow g'(n) = g(n) + f(n)$

$f(n)$

$c_1, c_2, n_0 \ge 0 \longrightarrow c_1 \ge 0,\ c_2 \ge 0,\ n_0 \ge 0$

$f(n) \Rightarrow f'(n) = \max(h(n), p(n)) \ge 0$

$g(n) \Rightarrow g'(n) = h(n) + p(n) \ge 0$

$0 \le g'(n) \cdot c_1 \le f'(n) \le g'(n) \cdot c_2$

$c_1 [h(n) + p(n)] \le \max(h(n), p(n)) \le c_2 [h(n) + p(n)]$

$f'(n) = 0 \ /\ g'(n) = 0$

$h(n) = 0$ ✓

$p(n) = 0$ ✓

✓ $c_1 h(n) \le \max(h(n), p(n))$ +

✓ $c_1 p(n) \le \max(h(n), p(n))$

$c_1 h(n) + c_1 p(n) \le \max(h(n), p(n)) + \max(h(n), p(n))$

$c_1 (h(n) + p(n)) \le 2 \max(h(n), p(n))$

$\frac{1}{2}(h(n) + p(n)) \le \max(h(n), p(n))$

$0 \le \frac{1}{2}(h(n) + p(n)) \le \max(h(n), p(n)) \le 1\, h(n) + p(n)$

$\forall\ n \ge n_0$

$\mathbb{R}^+$

$c_1 = 1/2$

$c_2 = 1$

$\boxed{\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n), g(n))}$

$f(n) = 5x + 2$

$g(n) = 3x^2 - 1$

por un lado:

$\max(5x + 2, 3x^2 - 1) = 3x^2 - 1$

para $\boxed{3x^2 - 1 = \Theta(x^2)}$ ... (I)

por otro lado

$5x + 2 + (3x^2 - 1) = 3x^2 + 5x + 1$

$3x^2 + 5x + 1 = \Theta(x^2)$ ... II

$\therefore\ I = II \longrightarrow \Theta(x^2) = \Theta(x^2)$

Q.U.E.D.

Por reducción a lo absd.

$\max(f(n), g(n)) \ne \Theta(f(n) + g(n))$

5 pasos

✓ $\boxed{\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))}$