Lógica de Predicados

Rogério Eduardo da Silva

Proposições não são suficientes

- A lógica proposicional é uma forma sistemática de se representar conhecimento (proposições) que nos permite inferir novos conhecimentos através de regras de inferência.
 - A capital de Minas Gerais é Belo Horizonte ?
- Existem diversas proposições que não conseguem ser representadas pela lógica proposicional:
 - Qual a capital do Brasil ?

Representação de Predicados

- Exemplos:
 - 2 é um número par
 - As flores são perfumadas
 - Rosa é uma flor
 - O homem é um mamífero
- Representação Algébrica
 - par(2)
 - perfumado(flor)
 - flor(rosa)
 - mamifero(homem)

Representação de Predicados

Exemplos:

- Todo número inteiro par é divisível por 2
- Todo coala come folhas de eucalipto
- Existem pessoas fumantes
- Representação Algébrica
 - \Box x, par(x) → divisivel(x, 2)
 - □x, coala(x) \rightarrow comer(x, folha_eucalipto)
 - $\Box x$, pessoa(x) → fumante(x)

Representação de Predicados

Dados:

- $A(x) = x \in um \ animal$
- $-B(x) = x \in um mamífero$
- $-C(x) = x \in um homem$
- Traduz para linguagem corrente:
 - $[([]x)(C(x)\rightarrow B(x))[([]x)(B(x)\rightarrow A(x))]\rightarrow [([]x)(C(x)\rightarrow A(x))]$ $(C(x)\rightarrow A(x))]$
- "Se todos os homens são mamíferos e todos mamíferos são animais então todo homem é um animal"

- Traduzir para representação de predicados
 - Todos são felizes
 - Algumas pessoas são felizes
 - João não é feliz
 - Alguns animais são carnívoros
 - Nem todos os animais são carnívoros
 - Simba é um animal carnívoro
 - Todas as moscas voam
 - Não existem moscas que não voam
 - Romeu ama Julieta
 - Romeu ama Maria e não ama Julieta
 - Todos amam Romeu mas ele não ama ninguém
 - Ana é irmã de José
 - Pedro é pai de Maria e de José
 - Ana é irmã de Maria e José é irmão de Ana então José e Maria são irmãos
 - Todo animal é mortal

Definições - termo

- Qualquer variável é um termo
- Se t1, t2,...tn são termos e f uma função nária então f(t1, t2,...tn) é um termo
- Exemplos:
 - X (variável)
 - starwars
 - mortal(homem)
 - pai(darthvader,luke)
 - mestre(quigon_jinn,mestre(obiwan_kenobi,anaki n_skywalker))
- O resultado de qualquer termo é sempre um objeto

Definições - átomo

- A constante lógica false é um átomo
- Se t1, t2,...tn são termos e P uma proposição n-ária então P(t1, t2,...tn) é um átomo
- Exemplos:
 - P (proposição)
 - false
 - ~(false)
 - ->(8,5)
 - = (8, +(4,2))
- O resultado de qualquer átomo é sempre um valor lógico

Fórmulas

- Todo átomo é uma fórmula
- Se H é uma fórmula então ~(H) também é
- Se H e G são fórmulas então H□G também é
- Se H é uma fórmula e x uma variável então ((□x)H) e ((□x)H)

Ordem de Precedência

- Maior precedência: ~
- Prec. Intermediária Superior: [], []
- Prec. Intermediária Inferior: →, ↔
- Menor precedência: [], []

Introdução à Lógica de Predicados

- Considere os seguintes fatos
 - Marcos era um homem
 - homem(Marcos)
 - Marcos nasceu em Pompéia
 - Pompeano(Marcos)
 - Todos os que nasceram em Pompéia eram romanos
 - $\Box x$: Pompeano(x) \rightarrow Romano(x)
 - César era um soberano
 - soberano(César)
 - Todos os romanos eram leais a César ou o odiavam
 - □x: Romano(x)→leal-a(x,César) □ odeia(x,César)
 - Todo mundo é leal a alguém
 - □x: □y: leal-a(x,y)
 - As pessoas só tentam assassinar soberanos aos quais não são leais
 - □x: □y: pessoa(x) □ soberano(y) □ tenta-assassinar(x,y) → ~ leal-a(x,y)
 - Marcos tentou assassinar César
 - tenta-assassinar(Marcos, César)

Introdução à Lógica de Predicados

- Responda: Marcos era leal a César ?
 - ~ leal-a(Marcos, César)
- Adicionamos o novo predicado "Todos os homens são pessoas"
 - \Box x: homem(x)→pessoa(x)

Introdução à Lógica de Predicados

- ~ leal-a(Marcos, César)
- ► ~ leal-a(x, y)
- ▶ pessoa(x) | soberano(y) | tentaassassinar(x,y)
- homem(x) □ soberano(y) □ tentaassassinar(x,y)
- homem(Marcos) □ soberano(y) □ tentaassassinar(x,y)
- homem(Marcos) ☐ soberano(César) ☐ tentaassassinar(x,y)
- ▶ homem(Marcos) soberano(César) tentaassassinar(Marcos, César) LMA - Rogério E. da Silva

Predicados Computáveis

- Servem para representar domínios incontáveis
 - maior_que(X,Y)
 - menor_que(A+B, C)

Unificação

- Substituição de variáveis em predicados estruturalmente equivalentes.
- Método: construção de uma árvore de alternativas com percurso em profundidade com retrocesso
- Critérios:
 - Mesmo nome de predicado
 - Mesmo número de argumentos
 - Mesmo valor literal (se forem conhecidos) para os argumentos (na ordem)
- Exemplos
 - homem(Joao) e homem(X) = MATCH
 - predicado(Joao, Marcos) e predicado(X) = NOT MATCH
- $P(x, x) \in P(y, z)$
 - substitui-se y por x (y/x)
 - obtem-se então P(y,y) e P(y,z)
 - substitui-se z/y
 - Representação: (z/y)(y/x)

Unificação

- odeia(Marcos, z)
- odeia(Marcos, Pedro)
- odeia(Marcos, Joao)
- Unificando odeia(x, y) com odeia(Marcos, z):
 - (Marcos/x, Pedro/z)(Marcos/x, z/y)
 - (Marcos/x, Joao/z)(Marcos/x, z/y)
- Unificando odeia(x, y) com odeia(Marcos, Pedro):
 - (Marcos/x, Pedro/y)
- Unificando odeia(x, y) com odeia(Marcos, Joao):
 - (Marcos/x, Joao/y)

- Considere os seguintes fatos
 - homem(Marcos)
 - Pompeano(Marcos)
 - \Box x: Pompeano(x)→Romano(x)
 - soberano(César)
 - □x: Romano(x)→leal-a(x,César) □ odeia(x,César)
 - □x: □y: leal-a(x,y)
 - □x: □y: pessoa(x) □ soberano(y) □ tentaassassinar(x,y) → ~ leal-a(x,y)
 - tenta-assassinar(Marcos, César)
 - □x: homem(x)→pessoa(x)

~ leal-a(x,y)

- Considere os seguintes fatos
 - homem(Marcos)
 - homem(Pedro)
 - Pompeano(Marcos)
 - \Box x: Pompeano(x)→Romano(x)
 - soberano(César)
 - □x: Romano(x)→leal-a(x,César) □ odeia(x,César)
 - □x: □y: leal-a(x,y)
 - □x: □y: pessoa(x) □ soberano(y) □ tentaassassinar(x,y) → ~ leal-a(x,y)
 - tenta-assassinar(Marcos, César)
 - □x: homem(x)→pessoa(x)

- Considere os seguintes fatos
 - homem(Marcos)
 - homem(Pedro)
 - Pompeano(Marcos)
 - □x: Pompeano(x)→Romano(x)
 - soberano(César)
 - soberano(Nero)
 - □x: Romano(x)→leal-a(x,César) □ odeia(x,César)
 - □x: □y: leal-a(x,y)
 - □x: □y: pessoa(x) □ soberano(y) □ tentaassassinar(x,y) → ~ leal-a(x,y)
 - tenta-assassinar(Marcos, César)
 - □x: homem(x)→pessoa(x)

- Considere os seguintes fatos
 - homem(Marcos)
 - homem(Pedro)
 - Pompeano(Marcos)
 - \Box x: Pompeano(x)→Romano(x)
 - soberano(César)
 - soberano(Nero)
 - □x: Romano(x)→leal-a(x,César) □ odeia(x,César)
 - □x: □y: leal-a(x,y)
 - □x: □y: pessoa(x) □ soberano(y) □ tenta-assassinar(x,y) →
 ~ leal-a(x,y)
 - tenta-assassinar(Marcos, César)
 - tenta-assassinar(Pedro, Nero)
 - □x: homem(x)→pessoa(x)

Conhecimento como Regras

- Conhecimento declarativo é todo conhecimento especificado mas cujo uso não foi definido
- Conhecimento procedimental são informações de controle sobre o uso do conhecimento declarativo
- Exemplo:
 - homem(Marcos)
 - homem(César)
 - pessoa(Cleópatra)
 - \Box x: homem(x)→pessoa(x)
- Pergunta: □y: pessoa(y)

Conhecimento como Regras

- Resposta: Y = Cleópatra
- Exemplo:
 - homem(Marcos)
 - homem(César)
 - □x: homem(x)→pessoa(x)
 - pessoa(Cleópatra)
- Resposta: Y = Marcos

- Montar uma base de conhecimento para descrever a árvore genealógica da sua família:
 - Enumeração de membros por gênero
 - "homem" e "mulher"
 - Relações de parentesco direto
 - "pai de" e "mãe de"
 - "irmãos"
 - Relações de parentesco indireto
 - "avô de" e "avó de"
 - "tio de" e "tia de"
 - "primo de" e "prima de"
- Demonstrar o rastreio de uma consulta para o predicado "primo de" em função de variáveis não instanciadas

Árvore Genealógica

homem(Carlos) $irmaos(X,Y) :- pai(Z,X) \square pai(Z,Y)$ $irmaos(X,Y) :- mae(Z,X) \square mae(Z,Y)$ homem(Joao) $avo(X,Y) := pai(X,Z) \square pai(Z,Y) \square homem(X)$ homem(Miguel) $avo(X,Y) :- pai(X,Z) \square mae(Z,Y) \square homem(X)$ homem(Pedro) $avó(X,Y) :- mae(X,Z) \square pai(Z,Y) \square mulher(X)$ mulher(Maria) $avó(X,Y) :- mae(X,Z) \sqcap mae(Z,Y) \sqcap mulher(X)$ mulher(Joana) $tio(X,Y) := pai(Z,Y) \square irmaos(X,Z) \square homem(X)$ mulher(Carla) $tio(X,Y) := mae(Z,Y) \sqcap irmaos(X,Z) \sqcap homem(X)$ mulher(Adriana) $tia(X,Y) := pai(Z,Y) \square irmaos(X,Z) \square mulher(X)$ pai(Carlos, Joao) $tia(X,Y) := mae(Z,Y) \sqcap irmaos(X,Z) \sqcap mulher(X)$ pai(Carlos, Miguel) > $primo(X,Y) := pai(Z,X) \square pai(W,Y) \square irmaos(Z,W) \square$ homem(X) pai(Miguel,Pedro) $primo(X,Y) := pai(Z,X) \square mae(W,Y) \square irmaos(Z,W) \square$ mae(Maria,Joao) homem(X) mae(Maria, Miguel) $prima(X,Y) := pai(Z,X) \sqcap pai(W,Y) \sqcap irmaos(Z,W) \sqcap$ mulher(X) mae(Joana, Pedro) $prima(X,Y) := pai(Z,X) \square mae(W,Y) \square irmaos(Z,W) \square$

mulher(XMA - Rogério E. da Silva

- Cláusulas de Horn
 - poodle(Fido)
 - \Box x: homem(x)→pessoa(x)
- Em PROLOG
 - poodle(fido).
 - pessoa(X) :- homem(X).

http://www2.joinville.udesc.br/~coca/cursos/ic/material_de_prolog/

Exercício: apresente todas as possibilidades (na ordem) para a consulta a(X).

```
a(X):-b(X,Y),c(Y).
a(X):-c(X).
b(1,2).
b(2,2).
b(3,3).
b(3,4).
c(2).
```

```
X = 1;
X = 2;
X = 2;
X = 5;
false
```

-c(5).

Exercício: apresente todas as possibilidades (na ordem) para a consulta a(1,X).

```
a(X,Y):-b(X,Y).
a(X,Y):-c(X,Z), a(Z,Y).
b(1,2).
b(2,3).
c(1,2).
c(1,4).
c(2,4).
```

-c(3,4).

- fala_sobre(A,B):- conhece(A,B).
- fala_sobre(P,R):- conhece(P,Q), fala_sobre(Q,R).
- conhece(bill,jane).
- conhece(jane,pat).
- conhece(jane,fred).
- conhece(fred,bill).

Cálculo do fatorial de um número inteiro n é definido recursivamente por

```
fat(n) = n * fat(n-1), onde fat(0) = 1
```

- Em PROLOG:
 - fatorial(0,1).
 - fatorial(X,Y) :- N is X 1, fatorial(N, F),Y is X *F.

- Calcular o N-ésimo termo de uma série de Fibonacci.
- Séries de Fibonacci são dadas por:
 - fibo(1) = fibo(2) = 1
 - fibo(N) = fibo(N 2) + fibo(N 1)
- Resolução:
 - fibo(0,1).
 - fibo(1,1).
 - fibo(N,X):- N1 is N-2, N2 is N-1, fibo(N1,X1), fibo(N2,X2), X is X1+X2.

- Calcule a soma da série abaixo:
 - -X = 1 + 1/2 + 1/3 + ... + 1/N
- Resolução:
 - soma(1,1).
 - soma(N,X):- N1 is N-1, soma(N1,X1), X is 1/N + X1.

- É a forma como PROLOG trata variáveis multivaloradas (vetores).
- Exemplos:
 - []
 - [gremio, saopaulo, corinthians, flamengo, vasco, bahia]
 - -[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]
 - [dog(fido), dog(snoopy), dog(scoobydoo)]
 - [abelha, aranha, [borboleta, mosca, barata]]

- Construção de listas em PROLOG
 - A lista [f,r,e,d] é representada por dois elementos:

[Head | Tail]

- onde Head = f
- e ainda Tail = [r,e,d]

- Unificações com listas
 - [b,a,d] e [d,a,b] resulta em falha pois ordem importa
 - [X] e [b,a,d] resulta em falha pois comprimento importa
 - [X|Y] e [a,b,c,d,e,f] resulta em sucesso por cabeça e cauda
 - [X,Y,Z|W] e [a,b,c,d,e,f] resulta em sucesso por cabeça e cauda
 - [X|Y] e [] falha pois lista vazia não pode ser desconstruída
 - [X|Y] e [[a,[b,c]],d] sucesso por cabeça e cauda
 - [X|Y] e [a] sucesso por cabeça e cauda, com

- Faça um programa PROLOG para imprimir os itens de uma lista
- Resolução
 - imprime([]):-write('.').
 - imprime([H|T]):-write(H), write(' '), imprime(T).
- Faça um programa PROLOG para contar o tamanho de uma lista
- Resolução
 - compr([],0).
 - compr([H|T],N) :- compr(T,N1), N is N1+1.

- Exercícios
 - Soma todos os elementos em uma lista
 - [1,2,3,4,5] = 15
 - Determine a quantidade de zeros em uma lista binária
 - [1,0,1,0,1] = 2
 - Imprima o vetor na ordem inversa
 - [1,2,3,4] = 4,3,2,1
 - Some dois vetores de mesmo tamanho
 - [1,2,3,4] e [5,6,7,8] = [6,8,10,12]

- Soma todos os elementos em uma lista
 - somalista([],0).
 - somalista([H|T], SOMA) :- somalista(T,SOMA1), SOMA is H+SOMA1.
- 2. Determine a quantidade de zeros em uma lista binária
 - contazeros([],0).
 - contazeros([0|T], QTDE) :- contazeros(T,QTDE1), QTDE is QTDE1+1.
 - contazeros([1|T], QTDE) :- contazeros(T,QTDE).
- 3. Imprima o vetor na ordem inversa
 - inverte([]).
 - inverte([H|T]) :- inverte(T), write(H), write(' ')
- 4. Some dois vetores de mesmo tamanho
 - somavet([], [], []).
 - somavet([H1|T1], [H2|T2], [HEAD|VET]) :- compr([H1|T1],TAM),compr([H2|T2],TAM),somavet(T1,T2,VET), HEAD is H1+H2.
 - somavet([H1|T1], [H2|T2], [HEAD|VET]) :- compr([H1|T1],TAM1),compr([H2|T2],TAM2),TAM1 \= TAM2, write('NO').

- Calcular a media dos elementos de uma lista
 - L = [10, 8, 3] M = 7
 - media(L, M):- compr(L, T1), somalista(L, T2), M is T2/T1.
- Determinar se um certo elemento X pertence a uma lista
 - X=4 e L=[1,2,3,4,5] Yes
 - member(H, [H | _]).
 - member(H, [_|T]) :- member(H,T).
- Unir dois vetores
 - [1,2,3,4] e [5,6] = [1, 2, 3, 4, 5, 6]
 - uniao([], X, X).
 - uniao([H|Tail1], List2, [H|Tail2]) :- uniao(Tail1, List2, Tail2).
- Determine o vetor na ordem inversa
 - [1,2,3,4] = [4,3,2,1]
 - inverse([], X, X).
 - inverse([H|Tail], Accum, Z) :- inverse(Tail, [H|Accum], Z).
 - inverse2(Vet,Z) :- inverse(Vet, [], Z).

- Remover um elemento X da lista (se ele pertencer)
 - L = [10, 8, 3] X = 8 L2 = [10, 3]
 - apaga(X, [X|R], R).
 - apaga(X, [Y|R1], [Y|R2]) :- apaga(X, R1, R2).
- Determinar se uma dada matriz é quadrada
 - M=[[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] Yes
 - testrow([],).
 - testrow([Head|Tail], Size) :- compr(Head, Size), testrow(Tail, Size).
 - squarematrix(Matrix) :- compr(Matrix, Size), testrow(Matrix, Size).
- Determinar a soma de todos os elementos de uma matriz
 - M=[[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] S = 45
 - summatrix([], 0).
 - summatrix([Head|Tail], Sum) :- somalista(Head,Sum1), summatrix(Tail,Sum2), Sum is Sum1+Sum2.

- Dadas duas matrizes quadradas, determinar sua soma
 - M1=[[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] M2=[[9,8,7],[6,5,4],[3,2,1]]
 - R = [[10,10,10],[10,10,10],[10,10,10]]
 - addmatrix([], [], []).
 - addmatrix([Head1|Tail1], [Head2|Tail2],[Head3|Tail3]) :- somavet(Head1, Head2, Head3), addmatrix(Tail1, Tail2, Tail3).
- Determinar a soma da diagonal principal de uma matriz quadrada
 - M=[[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] S=15
 - selectdiagonal(0, [H|_], H).
 - selectdiagonal(C, [|Tail], E) :- C1 is C-1, selectdiagonal(C1, Tail, E).
 - diagonal(_, [], 0).
 - diagonal(R, [H|T], S) :- selectdiagonal(R, H, S1),R1 is R+1, diagonal(R1, T, S2), S is S1+S2.
 - sumdiagonal(M,S):- diagonal(0, M, S).

- Implemente um programa em PROLOG para diagnóstico de doenças com base em uma lista de sintomas = sistema especialista. Exemplo:
 - O paciente apresenta:
 - febre alta?
 - dor de cabeça?
 - dor nos olhos?
 - perda de paladar e apetite?
 - manchas na pele?
 - náuseas e vômitos?
 - tonturas?
 - extremo cansaço?
 - dores no corpo, ossos e articulações?
 - Quadro clínico: DENGUE
- Possíveis questionamentos a um SE:
 - Qual doença apresenta os sintomas X?
 - doenca(X, [febre, dorcabeca, dorolhos, perdaapetite, manchas, vomito, tontura, cansaco, dorcorpo])
 - Quais os sintomas da doença X?
 - sintomas(dengue, X)
 - Quais doenças apresentam o sintoma X?

Sistema Especialista

- bancodados([
- [dengue,[febre, dorcabeca, dorolhos, perdaapetite, manchas, vomito, tontura, cansaco, dorcorpo]],
- [sarampo,[febre, dorcabeca, dorolhos, manchas, vomito, vozrouca, tosse, cansaco, dorcorpo]],
- [variola,[febre, pustulas, vomito, tontura, cansaco, dorcorpo]],
- [malaria,[febre, dorcabeca, dorolhos, calafrios, sudorese, tosse, vomito, tontura, cansaco, dorcorpo]],
- **)**]).
- sintomas(Doenca, Sintomas) :- bancodados(BD), buscasintomas(Doenca, BD, Sintomas).
- buscasintomas(_, [], []).
- buscasintomas(Doenca, [[Doenca, Sintomas]|_], Sintomas).
- buscasintomas(Doenca, [Head|Tail], Sintomas) :- buscasintomas(Doenca, Tail, Sintomas).

Resolução de Problemas

- Consiste na programação do conhecimento de um dado problema a fim de que se possa ser inferida a(s) solução(ões) do mesmo.
- Exemplo de um problema:
 - Fui há uma festa e apresentado há três casais. Os maridos tinham profissões e esposas distintas. Após alguns goles me confundi quem era casado com quem, e suas profissões. Apenas lembro de alguns fatos, então me ajude descobrir quem são estes casais, com base nos seguintes dados:
 - 1. O médico é casado com a Maria;
 - 2. O Paulo é advogado;
 - 3. Patrícia não é casada com Paulo;
 - 4. Carlos não é médico.
 - 5. Lucia era esposa de alguém
 - 6. Um dos homens era engenheiro
 - 7. Um dos homens se chamava Luis

(Retirado da revista Coquetel: Problemas de Lógica)

Resolução de Problemas

Resolução:

- Descobrir três tuplas-3 da forma (Homem, Esposa, Profissão), ou seja, a solução pode ser representada por
- solucao = ((H1, E1, P1), (H2, E2, P2), (H3, E3, P3))
- Escreva um programa PROLOG que represente as restrições descritas no enunciado do problema de forma a inferir possíveis soluções que satisfaçam a todas as restrições (CLP = constraints logic programming)

Resolução de Problemas

```
solucao([(carlos, E1, P1),(luis, E2, P2),(paulo, E3, advogado)]) :-
   esposa(E1), esposa(E2), esposa(E3),
   alldifferent([E1, E2, E3]),
   profissao(P1), profissao(P2),
   alldifferent([P1, P2]),
   - ((E1==maria, P1==medico);(E2==maria, P2==medico)),
   - E3\==patricia,

    P1\==medico.

esposa(maria).
esposa(patricia).
esposa(lucia).
profissao(medico).
profissao(engenheiro).
alldifferent([]).
alldifferent([H|T]) :- not(member(H, T)), alldifferent(T).
```