123. Sobre o "Pumping Lemma" para as linguagens regulares:

a) O que é?

b) Qual o seu enunciado?

c) Quais são as suas hipóteses?

d) No que se baseia a sua demonstração?

e) Qual é a sua principal aplicação?

f) Em quais passos pode ser decomposta essa sua principal aplicação?

124. Considere a linguagem L definida pela gramática:

$(\{S,B,C,a,b,c\},\{a,b,c\},P,S)$, com:

$P=\{S \to aS \mid aB, B \to bB \mid C, C \to cC \mid c\}$

a) Construa um autômato finito sem transições em vazio, sem não-determinismos e sem estados inúteis ou inacessíveis que aceite L.

b) Usando o autômato construído acima, selecione uma sentença de comprimento adequado e mostre que o "Pumping Lemma" das linguagens regulares é verificado para tal sentença.

125. Considere uma linguagem L qualquer. Com base no "Pumping Lemma", que estratégias você usaria para:

a) Tentar provar que L é regular?

b) Tentar provar que L não é regular?

126. Prove que as seguintes linguagens não são regulares. Nas expressões abaixo, $|w|_\sigma$ representa o número de ocorrências do símbolo σ na cadeia w.

a) $\{a^i b^{2i} \mid i \geqslant 1\}$;

b) $\{wcw^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$;

c) $\{ww^R \mid w \in \{a,b,c\}^*\}$;

d) $\{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$;

e) $\{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a \neq |w|_b\}$;

f) $\{w \in \{a,b,c\}^* \mid |w|_a = |w|_b = |w|_c\}$;

g) $\{w \in \{a,b,c\}^* \mid |w|_c = 2 * |w|_b = 4 * |w|_a\}$;

h) $\{w \in \{a,b,c\}^* \mid |w|_a = |w|_b$ e $|w|_b \neq |w|_c\}$.

127. Considere as linguagens abaixo, definidas sobre o alfabeto $\{a,b,c\}$. Elas são regulares? Prove sua resposta.
   a) $a^i b^{i+1} c^{i+2}, i > 0$;
   b) $a^{i+2} b^{i+1} c^i, i > 0$.

128. Por que o "Pumping Lemma" das linguagens regulares não é necessariamente válido para cadeias de comprimento menor que n, onde n é o número de estados do autômato finito mínimo que aceita essa linguagem?

129. Um autômato finito com três estados aceita a cadeia $w = abcabc$. Determine, conforme o "Pumping Lemma", todas as possibilidades distintas para as cadeias x, y e z, tais que $w = xyz$.

130. Responda às perguntas abaixo, considerando que os autômatos citados não possuem estados inacessíveis ou inúteis:
   a) Qual o maior comprimento possível para um ciclo em um autômato finito com n estados ($n \geqslant 1$) que aceita uma cadeia com comprimento $2n$?
   b) Quantas possibilidades distintas de ciclos existem em um autômato finito com n estados ($n \geqslant 1$) que não aceita nenhuma cadeia de comprimento maior ou igual a 2^n?
   c) Quantas possibilidades distintas de ciclos existem em um autômato finito com n estados ($n \geqslant 2$) que aceita uma cadeia de comprimento igual a $n+1$?

131. Considere as linguagens abaixo definidas.
   a) a^*b^*;
   b) $aa(aa)^*$;
   c) $(a \mid b)^*c)^*(a \mid b)^*$;
   d) $\{w \in \{a,b\}^* \mid |w| = k, k \in \mathbb{Z}_+\}$;
   e) $\{xcy \mid x,y \in \{a,b\}^*\}$;
   f) $\{a^i b^i c^i \mid i \geqslant k, k \in \mathbb{Z}_+\}$;
   g) $\{w \in \{a,b,c\}^* \mid k \leqslant |w| \leqslant 2^k, k \in \mathbb{Z}_+\}$.

   Determine, para cada uma dessas linguagens, subconjuntos próprios que não sejam regulares. Prove suas respostas.

132. Prove que as seguintes linguagens não são regulares:
   c) $\{a^i b^j \mid (i \neq j) \wedge (i \neq 2j)\}$;
   d) $\{a^i b^j c^k \mid (i \neq j) \vee (j \neq k)\}$;
   e) $\{a^m b^i c^n d^i \mid i \geqslant 1, m \geqslant 0, n \geqslant 0\}$;
   f) $\{a^i b^j c^k d^l \mid (i = k) \vee (j = l)\}$;
   g) $\{w \in \{a,b,c\}^* \mid (|w|_a \leqslant |w|_b) \vee (|w|_a \leqslant |w|_c\})$;
   h) $\{w \in \{a,b,c\}^* \mid \exists u,v \in \{a,b,c\}^*$, com $(w = uv) \wedge (|u| = |v|^2)\}$;
   i) $\{a^n ww \mid (n \geqslant 0) \wedge (w \in \{a,b\}^*)\}$;
   j) $\{xcy \mid (x,y \in \{a,b\}^*) \wedge (x^R$ é uma subcadeia de $y)\}$;
   k) $\{xcy \mid (x,y \in \{a,b\}^*) \wedge ((|x| < |y|) \vee (|x| = 2))\}$;
   l) $\{xcy \mid (x,y \in \{a,b\}^*) \wedge ((x = y) \vee (|x| \neq 5))\}$;
   m) $\{aba^2ba^3ba^4b...a^{n-1}ba^nb \mid n > 1\}$;
   n) $\{ab^{i_1}ab^{i_2}...ab^{i_{n-1}}ab^{i_n} \mid (n \geqslant 1) \wedge (i_1, i_2, ..., i_n \geqslant 1) \wedge (\exists j, 1 \leqslant j \leqslant n \mid i_j = j)\}$.

133. Considere a linguagem $\{a^m a^i bc^i \mid i \geqslant 1, m \geqslant 0\}$. Escolha uma sentença de comprimento adequado, e mostre que o "Pumping Lemma" é verificado para essa sentença.

134. Prove que o conjunto das expressões regulares que podem ser definidas sobre um certo alfabeto Σ qualquer é não-regular.

135. Considere a linguagem gerada pela gramática $(\{S,a,b\},\{a,b\},\{S \to aSbb \mid aaSb \mid \varepsilon\},S)$, e:
   a) Descreva de maneira informal, porém clara e precisa, a linguagem gerada por essa gramática;
   b) Prove que essa linguagem não é regular.

136. Prove que a linguagem $\{w \in \{a,b,c,d\}^*$, tais que $|w|_a + |w|_b = |w|_c + |w|_d\}$ não é regular.

137. Prove que a linguagem $\{w \in \{a,b,c\}^*$, tais que $|w|_a =$ se $(|w|_b > |w|_c)$ então $|w|_b$ senão $|w|_c\}$ não é regular.

138. Considere-se o autômato:

$$(\{q_0,q_1,q_2,q_3\}, \{a,b,c,d,e\}, \{(q_0,a) \to q_1, (q_1,b) \to q_2, (q_2,b) \to q_1, (q_2,c) \to q_3, (q_3,d) \to q_0, (q_3,e) \to q_0\}, q_0, \{q_3\}),$$

e responda, justificando suas respostas:
   a) A sentença $w = abc$ satisfaz os requisitos do "Pumping Lemma"? Em caso afirmativo, considere $w_1 = w$. Em caso negativo, proponha uma sentença w_1 que satisfaça tais requisitos.
   b) Proponha subcadeias x, y e z, de tal forma que $w_1 = xyz$ e x, y e z satisfaçam os critérios do "Pumping Lemma".
   c) Obtenha as sentenças xz e $xyyz$ correspondentes ... as mesmas satisfazem aos critérios