

Relazione terza esperienza di laboratorio Fisica 2

Gruppo A15: Armani Stefano, Cappellaro Nicola, Pasquato Leonardo

07-11-2022

1 Scopo dell'esperienza

Lo scopo dell'esperienza è quello di studiare e sperimentare con dei circuiti RLC (quindi un circuito che ha al suo interno resistenze conduttori e capacitori) e vedere come reagiscono a diverse frequenze e forma d'onda. Metteremo poi a confronto i dati reali con quelli teorici per vedere e discutere le possibili incongruenze che potrebbero apparire.

Nella prima parte dell'esperienza si sono raccolti dati su due diversi circuiti RLC per permettere di formare due diagrammi di Bode.

Mentre nella seconda parte si esaminerà come la forma funzionale della risposta del circuito varia in funzione di L e C (in particolare in relazione alle frequenze naturali del circuito).

2 Cenni teorici

Un diagramma di Bode consiste nella rappresentazione di due grafici mostranti la risposta in frequenza di un sistema LTI, uno per l'ampiezza e l'altro per la fase. Si ricorda la funzione di trasferimento come $H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$, dove:

$$|H(j\omega)| = \sqrt{H(j\omega) \cdot \overline{H(j\omega)}}$$

$$\phi_{H(j\omega)}(j\omega) = \arctan\left(\frac{\text{Im}(H(j\omega))}{\text{Re}(H(j\omega))}\right)$$

3 Strumentazione

- Breadboard con annessi morsetti serrafile;
- Cavi con connettori a banana e connettori da banco (Jumper);
- Resistori di varie misure ($1k\Omega$, $10k\Omega$), capacitori da $1nF$ $10nF$, $100nF$;
- Decade di induttanze
- Generatore di forme d'onda Rigol DG1032;
- Oscilloscopio Rigol MSO2102A.

4 Esperimento

Nella terza esperienza di laboratorio è stato costruito manualmente un semplice circuito LTI di secondo ordine, ossia un circuito composto da generatore di forme d'onda, capacitore, induttore e resistore. Per poter inserire un induttore, è stato utilizzato un dispositivo detto *decade di induttanze*, il quale mette a disposizione 10 induttori variabili in serie.

Il circuito in questione è il seguente: *Figura 1*

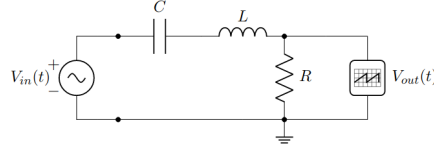


Figure 1: Circuito RC

Nel primo esperimento è stato dato in ingresso a questa rete un segnale sinusoidale con offset nullo e tensione picco-picco $V_{in}^{pp} = 5V$, di cui però è stata variata la frequenza più volte per ottenere diverse misurazioni di ampiezza e sfasamento della tensione d'uscita sul resistore, quindi V_R . Una volta ottenute le misurazioni è possibile approssimare la funzione di trasferimento sperimentale $H_{sp}(j\omega)$ e confrontarla con la funzione di trasferimento teorica $H(j\omega)$.

È stata ripetuta questa procedura dopo aver sostituito il resistore corrente con uno avente una resistenza pari a $1k\Omega$.

Durante il secondo esperimento è stato utilizzato lo stesso circuito, di cui sono state utilizzate 3 terne di valori di resistenze, induttanze e capacità. Dopo aver fornito in ingresso un'onda quadra di tensione picco-picco $V_{in}^{pp} = 2.5V$ e offset $V_{in}^{of} = 1.250V$, è stato valutato l'andamento della tensione ai capi del resistore, al fine di comprendere se il caso risultante fosse sovrasmorzato, sottosmorzato oppure criticamente smorzato.

5 Dati sperimentali

Primo esperimento :

a: $R = 10k\Omega$, $L = 500mH$, $C = 10nF$

b: $R = 1k\Omega$, $L = 500mH$, $C = 10nF$

Frequenza [Hz]	Ampiezza [V]	Sfasamento [ms]
1	→ 0	196
10	0.0324	27.8
100	0.312	2.68
1000	3	0.364
2000	4.68	0.017
2500	4.78	0.011
3000	4.5	0.02
5000	3.12	0.068
10000	1.62	0.0192
50000	0.093	0.0058

Frequenza [Hz]	Ampiezza [V]	Sfasamento [ms]
1	imp	imp
10	0.04	27.8
100	0.031	2.68
1000	0.38	0.364
2000	2.24	0.017
2500	2.3	0.011
3000	1.108	0.02
5000	0.396	0.068
10000	0.163	0.0192
50000	0.010	0.0058

Secondo esperimento (valori dei picchi visualizzati sull'oscilloscopio):

a: $R = 10k\Omega$
 $L = 500mH$
 $C = 1nF$

b: $R = 10k\Omega$
 $L = 500mH$
 $C = 10nF$

c: $R = 10k\Omega$
 $L = 100mH$
 $C = 10nF$

Tensione [V]	Tempo [μs]
0.8	32
0.36	98
0.2	172
0.06	238
0.06	312

Tensione [V]	Tempo [μs]
1.6	78

Ampiezza [V]	Tempo [μs]
2.160	24
1.88	48
1.24	86
0.8	132

6 Elaborazione dati

Primo esperimento:

$$H(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_{out}}{\mathbf{V}_{in}} \quad \text{dove} \quad \mathbf{V}_{out} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{Z}_R = \frac{\mathbf{V}_{in}}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_C + \mathbf{Z}_L} \cdot \mathbf{Z}_R$$

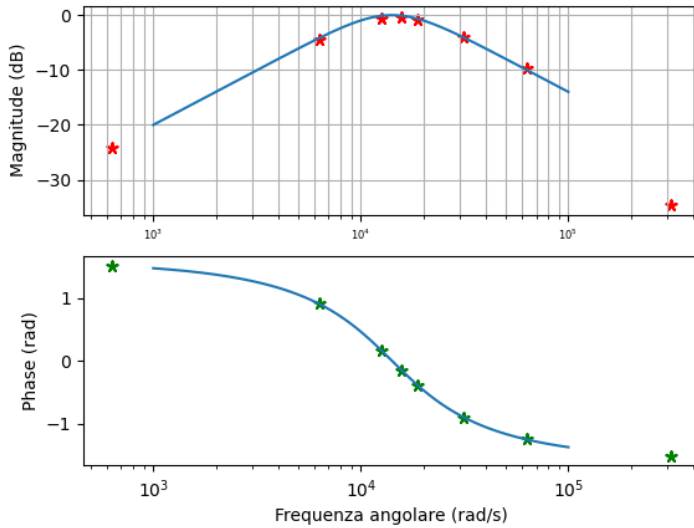
$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{\mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_R} + \frac{\mathbf{Z}_L}{\mathbf{Z}_R}} = \frac{1}{1 + \frac{j}{R} \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{1 - \frac{j}{R} \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{1 + \frac{1}{R^2} \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (1)$$

$$|H(j\omega)| = \sqrt{H(j\omega) \cdot \overline{H(j\omega)}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{R^2} \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{R^2} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\phi_{H(j\omega)}(j\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im}(H(j\omega))}{\text{Re}(H(j\omega))}\right) = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{R} \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right) = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$$

Pongo $Q^2 = \frac{1}{R} \cdot \frac{L}{C}$ e $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

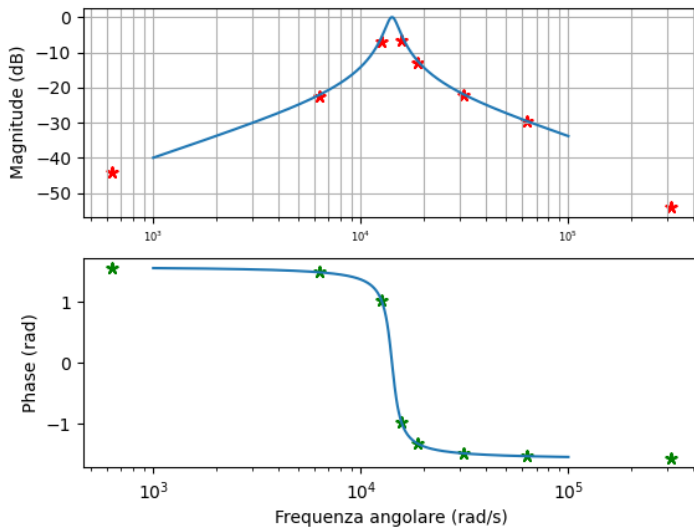
$$|H(j\omega)| = \frac{1}{1 + Q^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2} \quad \phi_{H(j\omega)}(j\omega) = \tan^{-1}\left(-Q \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right) \quad (2)$$



Primo caso:

$$Q^2 = \frac{1}{10k\Omega} \cdot \frac{500mH}{10nF} = 5 \cdot 10^{-13}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{500mH \cdot 10nF} = 2 \cdot 10^8 \frac{rad}{s}$$



Secondo caso:

$$Q^2 = \frac{1}{1k\Omega} \cdot \frac{500mH}{10nF} = 5 \cdot 10^{-12}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{500mH \cdot 10nF} = 2 \cdot 10^8 \frac{rad}{s}$$

Secondo esperimento:

$$KCL : I(t) = I_C(t) = I_L(t) = I_R(t)$$

$$KVL : V_C(t) + V_L(t) + V_R(t) = V_S(t)$$

$$V_C(t) + L \frac{dI_L(t)}{dt} + I_R(t)R = V_S(t) \quad I_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$$

$$V_C(t) + LC \frac{d^2 V_C(t)}{dt^2} + RC \frac{dV_C(t)}{dt} = V_S(t)$$

$$V_C''(t) + \frac{R}{L} V_C'(t) + \frac{1}{LC} V_C(t) = \frac{V_S(t)}{LC}$$

$$V_C''(t) + 2\alpha V_C'(t) + \omega_0^2 V_C = 0$$

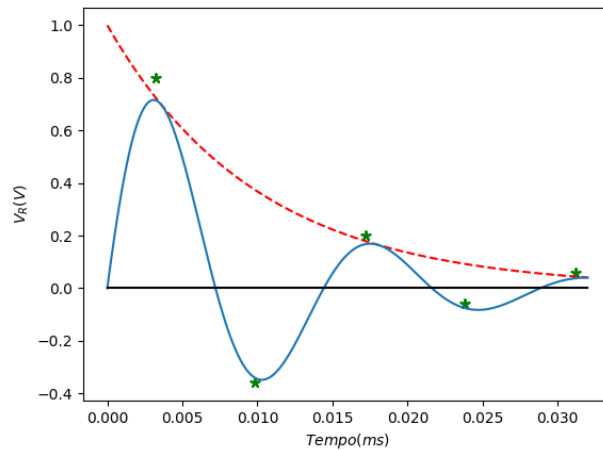
dove $\alpha = \frac{R}{2L} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Caso 1: $R = 10K\Omega \quad L = 500mH \quad C = 1nF$
 $\alpha < \omega_0$ Caso sottosmorzato

Caso 2: $R = 10K\Omega \quad L = 500mH \quad C = 10nF$
 $\alpha < \omega_0$ Caso sottosmorzato

Caso 3: $R = 10K\Omega \quad L = 100mH \quad C = 10nF$
 $\alpha > \omega_0$ Caso sovrasmorzato

Primo caso :



Dove $V_R(t) = Ae^{-\alpha t} \cos(\omega_d t + \phi)$

7 Conclusion

Possiamo notare nel primo esperimento che i punti si sovrappongono quasi perfettamente al diagramma di Bode teorico.

Mentre nel secondo esperimento (trovare la frequenza di oscillazione)