

Relazione seconda esperienza di laboratorio Fisica 2

Gruppo A15: Armani Stefano, Cappellaro Nicola, Pasquato Leonardo

07-11-2022

1 Scopo dell'esperienza

Lo scopo della seconda esperienza di laboratorio è stato quello di prendere confidenza con due dei principali strumenti utilizzabili nello studio di una rete circuitale: il generatore di forme d'onda e l'oscilloscopio.

Per comprendere al meglio il loro funzionamento e l'utilizzo, sono stati applicati ad un semplice circuito RC, a cui sono state date in ingresso diverse forme d'onda e sono state studiate le risposte della rete a tali ingressi grazie all'oscilloscopio.

2 Cenni teorici

Per questa esperienza sono richieste la formula della scarica di un condensatore e la teoria e formule della regressione lineare. La formula della scarica di un condensatore è: $V_c(t) = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

La regressione lineare è necessaria vista la quantità di dati prelevati. In questa esperienza sono stati prelevati diversi valori della differenza di potenziale in istanti temporali diversi.

Considerando quindi la differenza di potenziale e il tempo come un set di dati sperimentali y e x costituito da n campioni ciascuno, quindi si ha $y = a \cdot e^{-\frac{x}{\tau}}$

Ora applicando il logaritmo naturale ad entrambi i membri si linearizza l'andamento e si ottiene $\ln(y) = \ln(a) - \frac{x}{\tau}$.

Utilizzando le seguenti sostituzioni: $y' = \ln(y)$; $a' = \ln(a)$; $b = \frac{1}{\tau}$; si ottiene una funzione lineare del tipo: $y' = a' + bx$. A questo punto è possibile usare la regressione lineare per trovare le componenti a' e b : $b = \frac{n \sum_{i=1}^n \ln(y_i) x_i - (\sum_{i=1}^n \ln(y_i)) (\sum_{i=1}^n x_i)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i) (\sum_{i=1}^n x_i)}$; $a' = y'_{medio} - b x_{medio}$.

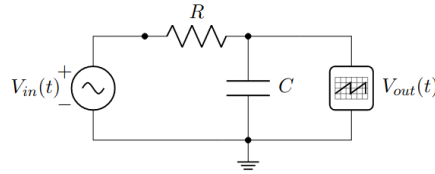
3 Strumentazione

- Breadboard con annessi morsetti serrafile;
- Cavi con connettori a banana e connettori da banco (Jumper);
- Resistori di varie misure ($1k\Omega$, $10k\Omega$, $100k\Omega$) e capacitori da $10nF$, $100nF$;
- Generatore di forme d'onda Rigol DG1032;
- Oscilloscopio Rigol MSO2102A.

4 Esperimento

Durante la prima parte di questa esperienza di laboratorio sono stati illustrati due importanti strumenti da banco, ossia il generatore di forme d'onda (onda quadra, senoide, impulso) e l'oscilloscopio: in particolare sono stati presentati i parametri di un'onda (ampiezza, frequenza, fase, offset) e il metodo per modularli dal generatore.

Successivamente sono stati applicati questi due strumenti in un semplice circuito RC, composto da un resistore e un capacitore in serie, generatore di forme d'onda e oscilloscopio collegato in parallelo al capacitore, come in figura.



Il primo esperimento è consistito nel dare in ingresso al circuito, per mezzo del generatore, un'onda quadra di frequenza $f = 10\text{Hz}$, tensione di picco $V_{In}^{pp} = 5\text{V}$ e offset nullo. Questo circuito è stato replicato 3 volte, con 3 diverse coppie di resistori e capacitori. Grazie all'oscilloscopio è stato possibile ottenere il valore della tensione di lato ai capi del capacitore in funzione del tempo, dunque sono stati ricavati dei valori di tensione istantanea, in momenti arbitrari, sia nella fase di carica che di scarica del capacitore.

Per questioni di semplicità, sono stati utilizzati i valori ottenuti dalla scarica del condensatore, in modo tale da poter stimare grazie al metodo della regressione lineare l'andamento della tensione. Ottenuti i valori delle costanti di tempo caratteristiche per ogni coppia di resistenze e capacità (τ), è stato cambiato l'ingresso al circuito: il generatore di forme d'onda è stato impostato in modo tale da generare un'onda impulsiva. La stessa procedura per ottenere i valori di tensioni istantanee è stata applicata anche in questo caso, al fine di studiare l'andamento della tensione avendo in ingresso un'onda impulsiva. Poichè nella realtà un impulso non è replicabile, l'ingresso impulsivo è stato concretizzato in un'onda quadra, di cui è stata modulata 3 volte la durata.

5 Dati sperimentali

Primo esperimento:

$$a: R = 10\text{k}\Omega, C = 100\text{nF}$$

| Tempo $[\mu\text{s}]$ | Tensione $[\text{V}]$ |
|-----------------------|-----------------------|
| 120 | 4.5 |
| 360 | 3.54 |
| 960 | 2.56 |
| 1160 | 1.54 |
| 2160 | 0.54 |

$$b: R = 10\text{k}\Omega, C = 10\text{nF}$$

| Tempo $[\mu\text{s}]$ | Tensione $[\text{V}]$ |
|-----------------------|-----------------------|
| 32 | 3.54 |
| 96 | 1.96 |
| 202 | 0.7 |
| 302 | 0.28 |

$$c: R = 200\text{k}\Omega, C = 5\text{nF}$$

| Tempo $[\mu\text{s}]$ | Tensione $[\text{V}]$ |
|-----------------------|-----------------------|
| 100 | 3.69 |
| 300 | 2.919 |
| 540 | 2.099 |
| 980 | 1.263 |
| 1860 | 0.459 |

Secondo esperimento:

$$2_a: R = 10\text{k}\Omega, C = 100\text{nF}, d = 100\mu\text{s}$$

| Tempo $[\mu\text{s}]$ | Tensione $[\text{mV}]$ |
|-----------------------|------------------------|
| 20 | 979.4 |
| 520 | 581 |
| 980 | 381.8 |
| 1980 | 149.4 |

$$2_b: R = 10\text{k}\Omega, C = 100\text{nF}, d = 50\mu\text{s}$$

| Tempo $[\mu\text{s}]$ | Tensione $[\text{mV}]$ |
|-----------------------|------------------------|
| 20 | 514.6 |
| 520 | 298.8 |
| 1000 | 199.2 |
| 1490 | 99.60 |

6 Elaborazione dati

| <i>Misura (caso a)</i> | $t[s]$ | $\ln(V_a)$ | t^2 | $t[s] \cdot \ln(V_a)$ |
|------------------------|----------------------|------------|------------------------|---------------------------|
| 1 | $120 \cdot 10^{-6}$ | 1.5041 | $1.44 \cdot 10^{-8}$ | $180.489 \cdot 10^{-6}$ |
| 2 | $360 \cdot 10^{-6}$ | 1.2641 | $12.96 \cdot 10^{-8}$ | $455.086 \cdot 10^{-6}$ |
| 3 | $960 \cdot 10^{-6}$ | 0.9400 | $92.16 \cdot 10^{-8}$ | $902.407 \cdot 10^{-6}$ |
| 4 | $1160 \cdot 10^{-6}$ | 0.4318 | $134.56 \cdot 10^{-8}$ | $500.868 \cdot 10^{-6}$ |
| 5 | $2160 \cdot 10^{-6}$ | -0.6162 | $466.56 \cdot 10^{-8}$ | $-1330.962 \cdot 10^{-6}$ |
| Σ | $4760 \cdot 10^{-6}$ | 3.5238 | $707.68 \cdot 10^{-8}$ | $707.887 \cdot 10^{-6}$ |
| Media | $952 \cdot 10^{-6}$ | 0.7048 | | |

| <i>Misura (caso b)</i> | $t[s]$ | $\ln(V_b)$ | t^2 | $t[s] \cdot \ln(V_b)$ |
|------------------------|---------------------|------------|-------------------------|---------------------------|
| 1 | $32 \cdot 10^{-6}$ | 1.2641 | $1.024 \cdot 10^{-9}$ | $40.255206 \cdot 10^{-6}$ |
| 2 | $96 \cdot 10^{-6}$ | 0.6729 | $9.216 \cdot 10^{-9}$ | $64.60267 \cdot 10^{-6}$ |
| 3 | $202 \cdot 10^{-6}$ | -0.3567 | $4.0804 \cdot 10^{-8}$ | $-72.0483 \cdot 10^{-6}$ |
| 4 | $302 \cdot 10^{-6}$ | -1.2730 | $9.1204 \cdot 10^{-8}$ | $-384.436 \cdot 10^{-6}$ |
| Σ | $632 \cdot 10^{-6}$ | 0.3074 | $14.2248 \cdot 10^{-8}$ | $-351.429 \cdot 10^{-6}$ |
| Media | $158 \cdot 10^{-6}$ | 0.0769 | | |

| <i>Misura (caso c)</i> | $t[s]$ | $\ln(V_c)$ | t^2 | $t[s] \cdot \ln(V_c)$ |
|------------------------|----------------------|------------|------------------------|---------------------------|
| 1 | $100 \cdot 10^{-6}$ | 1.3056 | $1 \cdot 10^{-8}$ | $130.563 \cdot 10^{-6}$ |
| 2 | $300 \cdot 10^{-6}$ | 1.0712 | $9 \cdot 10^{-8}$ | $321.372 \cdot 10^{-6}$ |
| 3 | $540 \cdot 10^{-6}$ | 0.7415 | $29.16 \cdot 10^{-8}$ | $400.389 \cdot 10^{-6}$ |
| 4 | $980 \cdot 10^{-6}$ | 0.2335 | $96.04 \cdot 10^{-8}$ | $228.82 \cdot 10^{-6}$ |
| 5 | $1860 \cdot 10^{-6}$ | -0.7787 | $345.96 \cdot 10^{-8}$ | $-1448.391 \cdot 10^{-6}$ |
| Σ | $3780 \cdot 10^{-6}$ | 2.5731 | $481.16 \cdot 10^{-8}$ | $-367.247 \cdot 10^{-6}$ |
| Media | $756 \cdot 10^{-6}$ | 0.5146 | | |

$$\begin{aligned}
 a: \quad \frac{1}{\tau} &= \frac{5 \cdot 707.887 \cdot 10^{-6} V - 3.5238 \cdot 4760 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 707.68 \cdot 10^{-8} - 4760 \cdot 10^{-6} \cdot 4760 \cdot 10^{-6}} = -1039.876741 s^{-1} \longrightarrow |\tau_a| = 0.00096 s \\
 \ln V_0 &= (\ln V_a)_{medio} - \frac{1}{\tau} \cdot t_{medio} = 0.7048 - (-1039.876741) \cdot 952 \cdot 10^{-6} = 1.69472419 \longrightarrow V_{0a} = 5.445 V
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 b: \quad \frac{1}{\tau} &= \frac{4 \cdot 14.2248 \cdot 10^{-8} V - 0.3074 \cdot 632 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 14.2248 \cdot 10^{-8} - 632 \cdot 10^{-6} \cdot 632 \cdot 10^{-6}} = -9435.820 s^{-1} \longrightarrow |\tau_b| = 0.000105979 s \\
 \ln V_0 &= (\ln V_b)_{medio} - \frac{1}{\tau} \cdot t_{medio} = 0.0769 - (-9435.820) \cdot 158 \cdot 10^{-6} = 1.567717 \longrightarrow V_{0b} = 4.7957 V
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 c: \quad \frac{1}{\tau} &= \frac{5 \cdot 481.16 \cdot 10^{-8} V - 2.5731 \cdot 3780 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 481.16 \cdot 10^{-8} - 3780 \cdot 10^{-6} \cdot 3780 \cdot 10^{-6}} = -1183.529085 s^{-1} \longrightarrow |\tau_c| = 0.000844931 s \\
 \ln V_0 &= (\ln V_c)_{medio} - \frac{1}{\tau} \cdot t_{medio} = 0.5146 - (-1183.529) \cdot 756 \cdot 10^{-6} = 1.40937 \longrightarrow V_{0c} = 4.09337 V
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

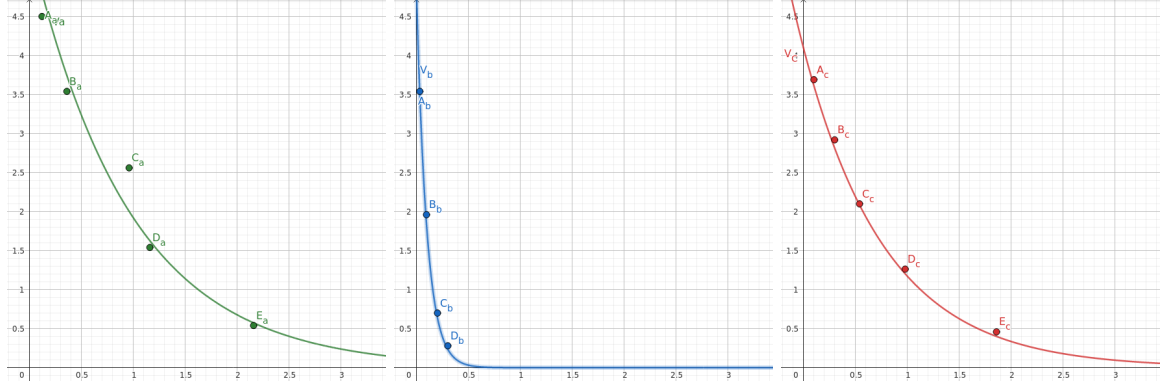


Figure 1: Grafici: $V_a(t)$, $V_b(t)$, $V_c(t)$

7 Conclusione

Nel primo esperimento sono state ottenute 3 costanti di tempo ragionevolmente vicine ai valori attesi dai calcoli teorici ($\tau = RC$). Solamente il terzo caso, in cui $R = 200k\Omega$ e $C = 5nF$, si discosta maggiormente dai valori attesi, soprattutto riguardo l'ampiezza (tensione) d'ingresso e uscita: la tensione picco-picco in ingresso risulta essere pari a circa $4V$, nonostante il generatore crei un'onda quadra di ampiezza pari a $5V$. Il motivo è racchiuso all'interno dell'oscilloscopio: utilizzando un'alta resistenza, parte della corrente fluisce all'interno della resistenza R_{osc} interna dell'oscilloscopio.

È possibile stimare R_{osc} , con $V_{in} = 5V$, $V_{out} \approx 4$:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{4V}{5V} = \frac{4}{5} = \frac{R_{osc}}{R_{eq}} = \frac{R_{osc}}{R + R_{osc}} \rightarrow R_{osc} = 4 \cdot R = 4 \cdot 200K\Omega = 800k\Omega \quad (4)$$

Nel secondo esperimento l'onda impulsiva è stata concretizzata da un'onda quadra, di cui è stata modulata la durata a $d_a = 100\mu s$, $d_b = 50\mu s$, $d_c = 10\mu s$. Il capacitore del circuito RC ha quindi un intervallo d di tempo per caricarsi, per poi iniziare a scaricarsi. La misurazione manuale diventa allora complicata, poichè minore è l'intervallo d e minore è la carica accumulata dal capacitore.

Per la misurazione della risposta all'impulso del circuito dunque il valore più indicato di d è quello di $d_a = 100\mu s$. Per calcolare la costante di tempo del circuito in risposta all'impulso di durata d_a si prosegue con lo stesso procedimento dell'esperimento precedente:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{-0.0199 - (-0.01197)}{2.06 \cdot 10^{-5} - 1.22 \cdot 10^{-5}} = -944.05s^{-1} \rightarrow |\tau| = 1.06s \quad (5)$$