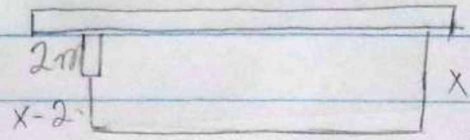
Nome: Leonardo de Jesus Paulino.

1) a)



$20 - x \cdot (x-2) = 20 - x - x + 2 =$

$= (22 - 2x) \cdot x = 22x - 2x^2$

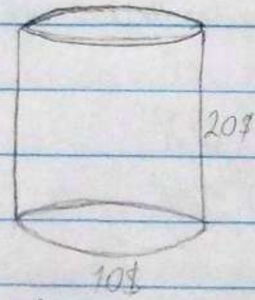
$A'(x) = 22x - 2x^2 = 22 - 4x$

$22 - 4x = 0$

$22 - 2(5,5) = 11$ $\qquad 22 = 4x \quad = \quad x = 5,5$

• as dimensões do cercado $\quad 11 \times 5,5$ metros $= 60,5\,m^2$

b)



$V = 1\,m^3$

área Superficial

• área do fundo $= \pi r^2$

• área da Tampa $= \pi r^2$

• área da lateral $= 2\pi r \cdot h$

Volume $= \pi r^2 \cdot h \quad = \quad 1\,m^3 = \pi r^2 h$

Isolando o h

$h = \dfrac{1}{\pi r^2}$

Área total $= \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$

$= 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h$ ⊛

substituindo em ⊛

Área $= 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \dfrac{1}{\pi r^2}$

Área $= 2\pi r^2 + \dfrac{2}{r}$ $\qquad \boxed{A(r) = 2\pi r^2 + \dfrac{2}{r}}$ função da matriz Total.

$DA = \mathbb{R}\ x > 0$

Pontos críticos

$A(r) = 2\pi r^2 + 2r^{-1} =$

$= A'(r)\ 4\pi r - 2r^{-2} =$

$= 4\pi r - \dfrac{2}{r^2}$

Igualando a zero

$4\pi r - \dfrac{2}{r^2} = 0 \quad = \quad 4\pi r = \dfrac{2}{r^2} \quad =$

$= r^3 = \dfrac{2}{4\pi} \quad = \quad r = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$ ← Ponto Crítico

Derivando $r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$

$$A'\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}\right) = 4\pi + \frac{4}{\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}} > 0$$

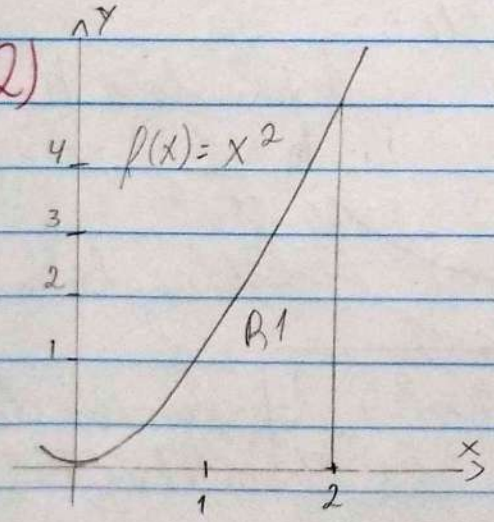
$$A''(r) = 4\pi + 4r^{-3} = 4\pi + \frac{4}{r^3}$$

Portanto, $r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} \approx 0,54$ é o ponto mínimo de A

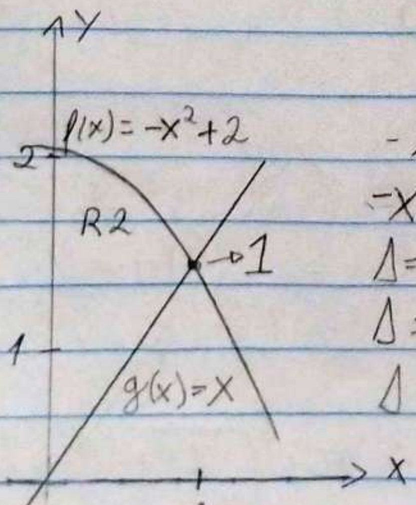
a altura é = $h = \dfrac{1}{\pi \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}^{\,2}}$ $\quad h = 1,08$

$r = 0,54$

2)



$$\int_0^2 (x^2)\,dx = \frac{x^3}{3} + C$$



$f(x) = g(x)$

$-x^2 + 2 = x$

$-x^2 - x + 2 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot -1 \cdot 2$

$\Delta = 1 + 8$

$\Delta = 9$

$A = -1$

$B = -1$

$C = 2$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$

$x = \frac{-(-1) - 3}{2.(-1)} = \frac{1-3}{-2} = \frac{-2}{-2}$

$\boxed{x = 1}$

Ponto

$x = \frac{-(-1) + 3}{2.-1} = x = \frac{1+3}{-2} = x = \frac{4}{-2} = -2$

$$\int_0^1 (-x^2+2-x)\,dx = \left[\frac{-x^3}{3} + 2x - \frac{x^2}{2}\right]_0^1 =$$

2) $$\frac{-1^3}{3} + 2.1 - \frac{1^2}{2} - \left(\frac{-0^3}{3} + 2.0 - \frac{0^2}{2}\right) = \frac{-1}{3} + 2 - \frac{1}{2} = \frac{7}{6} =$$

$$= 1\frac{1}{6}$$

3) Para as curvas de Lorenz $L1(x) = x^{1,7}$ e $L2(x) = 0,8x^2 + 0,2x$,

Calculando os índices separadamente.

A área entre a curva de Lorenz e a linha reta pode ser calculada como:

$$A1 = \int_0^1 (L1(x))\,dx = \int_0^1 (x^{1,7})\,dx = \left[\frac{x^{2,7}}{2,7}\right]_0^1 = \frac{1^{2,7}}{2,7} - \frac{0^{2,7}}{2,7} = \frac{1}{2,7}$$

$$= \underline{0,3704}$$

formula de Gini = $G1 = 1 - 2 \cdot A1$

$$= 1 - 2 \cdot 0,3704 = 1 - 0,748 \simeq 0,2592$$

Portanto o indice de Gini para a curva de Lorenz $L1(x)$ é aproximadamente 0, 2592

Calculando o $L2(x) = 0,8x^2 + 0,2x$.

$$A2 = \int_0^1 L2(x)\,dx = \int_0^1 (0,8x^2 + 0,2x)\,dx$$

Integrando a função

$$A2 = \left[\frac{0,8x^3}{3} + \frac{0,2x^2}{2}\right]_0^1 = \frac{0,8.1^3}{3} + \frac{0,2.1^2}{2} - \frac{0,8.0^3}{3} + \frac{0,2.0^2}{2} =$$

$$= \frac{0,8}{3} + \frac{0,2}{2} - \frac{0}{3} + \frac{0}{2} \simeq 0,4667$$

Calculando o índice de Gini para $L2(x)$

$$G2 = 1 - 2 . A2 = 1 - 2 . 0,4667 = 1 - 0,9334 \simeq 0,066$$

Portanto os índices de Gini para a distribuições de renda dos dentistas ($L1(x)$) e medicos ($L2(x)$), são 0,25 e 0,06 sendo que valores mais proximos de 0, consequentemente, menor desigualdade

Os medicos apresentão um indice menor.

4) Função valor medio = $V_m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$

$T(t) = -0,3t^2 + 2,4t - 1,8$ para $0 \leq t \leq 12$

Calculanda usando a função valor médio onde $a = 8$ e $b = 17$.

$$V_M = \frac{1}{17-8} . \int_{17}^{8} (-0,3t^2 + 2,4t - 1,8)\,dt = \frac{1}{9} . \int_{17}^{8} (-0,3t^2 + 2,4t - 1,8)\,dt$$

Integrando a função

$$V_M = \frac{1}{9} \int_{17}^{8} (-0{,}3t^2 + 2{,}4t - 1{,}8)\, dt =$$

$$= \frac{1}{9} \cdot \left[\frac{-0{,}3t^3}{3} + \frac{2{,}4t^2}{2} - 1{,}8t + c \right]_{17}^{8} = \left[-0{,}1t^3 + 1{,}2t^2 - 1{,}8t + C \right]_{17}^{8} =$$

$$= \frac{1}{9} \cdot (-0{,}1.8^3 + 1{,}2.8^2 - 1{,}8.8) - (-0{,}1.17^3 + 1{,}2.17^2 - 1{,}8.17) =$$

$$= \frac{1}{9} \cdot (-51{,}2 + 76{,}8 - 14{,}4) - (-491{,}3 + 346{,}8 - 30{,}6) =$$

$$= \frac{1}{9} \cdot (11{,}2) - (-175{,}1) = \frac{1}{9} \cdot 11{,}2 + 175{,}1 = \frac{1}{9} \cdot 186{,}3 = 20{,}7$$

Portanto, a temperatura média na cidade as 8h às 17h é aproximadamente 20,7 ºC

5) formula $= \Delta f = \int_A^B f'(x)\, dx$

O inicio da vazão é $A = 0$ e o as horas de vazamento é $B = 8$

Colocando a função $r(t) = -0{,}5t^2 - 0{,}77t + 10{,}68$ na formula.

$$\Delta f = \int_0^8 (-0{,}5t^2 - 0{,}77t + 10{,}68)\, dt = \quad 0{,}5 \cdot \frac{1t^3}{3}$$

$$\Delta f = \left[\frac{-0{,}5t^3}{3} - \frac{0{,}77t^2}{2} + 10{,}68t + c \right]_0^8 =$$

$$= \left(\frac{-0{,}5.8^3}{3} - \frac{0{,}77.8^2}{2} + 10{,}68.8 \right) - \left(\frac{-0{,}5.0^3}{3} - \frac{0{,}77.0^2}{2} + 10{,}68.0 \right) =$$

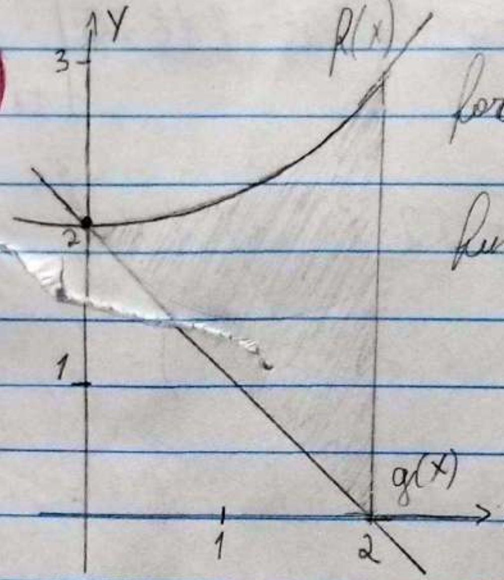
3.1/3
1.1/.

8

$$\Delta f = \left(\frac{-0,5.8^3}{3} - \frac{0,77.8^2}{2} + 10,68.8\right) - (0) = (85,33 - 25,6 + 85,44) - (0)$$

$\Delta f \cong 145,17$ litros, Portanto o volume total de óleo vazado durante 8 horas é $\cong 145,17$ litros

6)



formula $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$

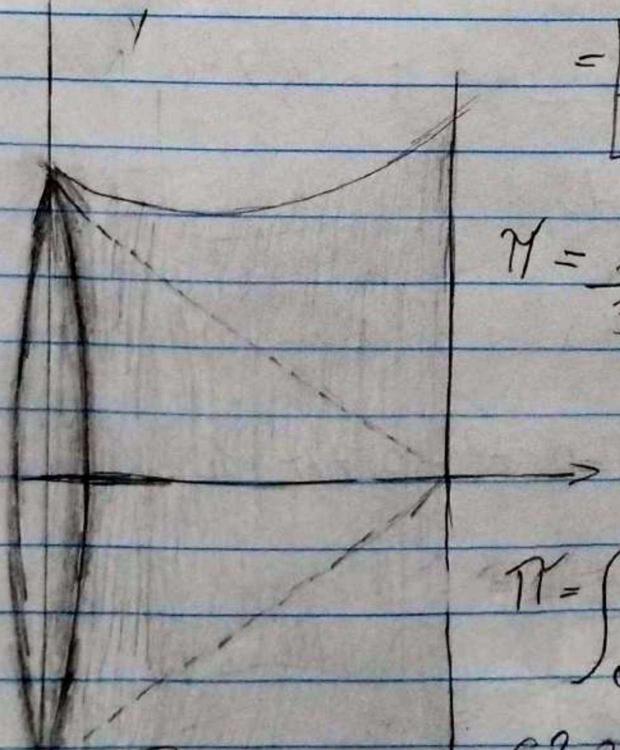
função = $f(x) = \sqrt{x^2+4}$ $\quad f(x) = g(x)$

$g(x) = -x+2$

$\sqrt{x^2+4} = -x+2$

* $f(x)$

$$\pi = \int_0^2 \left(\sqrt{x^2+4}\right)^2 dx = \int_0^2 x^2+4 \, dx =$$



$$= \left[\frac{x^3}{3} + 4x\right]_0^2 = \frac{2^3}{3} + 4.2 = \frac{8}{3} + 8 =$$

$$\pi = \frac{8}{3} + \frac{24}{3} = \boxed{\frac{32}{3}\pi \; //}$$

* $g(x)$

$$\pi = \int_0^2 (-x+2)^2 dx = (-x+2).(-x+2) =$$

$$\pi = \int_0^2 (-x^2 - 2x - 2x + 2) = \pi = \int_0^2 -x^2 + 4x + 2 \, dx$$

$\int_0^2 x^2 dx = \frac{8}{3}$ | $\int_0^2 4 dx = 8$

$\int_0^2 4x \, dx = 8$ | $\pi = \frac{8}{3} - 8 + 8 = \boxed{\frac{8}{3}\pi \; //}$

6) continuação:

$f(x) - g(x)$

$$\frac{32\pi}{3} - \frac{8\pi}{3} = \frac{24\pi}{3} = 25,13 \text{ cm}^3$$

Calculando a densidade $= 5,2 \text{ g/cm}^3$

$25,13 \cdot 5,2 = 130,67 \text{ g}$

A massa do peço é 130,67 g

7)

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx$$

$$y = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{10}\right)$$

$$f'(x) = \left(\frac{2\pi}{10}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{10}\right)$$

Calculando a integral: $[0,60]$

$$\int_0^{60} \sqrt{\left(1 + \left(\frac{2\pi}{10}\right)\cos\left(\frac{\pi x}{10}\right)\right)^2}\, dx = 60$$

→ Calculadora