

Instituto Superior Técnico

Mestrado Integrado em Engenharia Aeroespacial

Electrónica Geral

1º Semestre 2020/2021

2º Trabalho de Laboratório

Conversor Digital Analógico

Grupo 7:

89652, Carolina Pinheiro
89683, José Neves
89691, Leonardo Pedroso

Docente:

Prof. José António Beltran Gerald

Outubro de 2020

Índice

1	Introdução	1
2	Estudo funcional do conversor D/A	1
2.1	Análise teórica	2
2.2	Trabalho experimental	5
2.3	Comparação de resultados	6
3	Influência das resistências de entrada	10
3.1	Análise teórica	10
3.2	Trabalho experimental	13
3.3	Comparação de resultados	14
4	Tempo de estabelecimento	17
4.1	Análise teórica	17
4.2	Trabalho experimental	18
4.3	Comparação de resultados	18
5	Picos de tensão nas transições entre estados	19
5.1	Trabalho experimental	19
5.2	Comparação de resultados	20
6	Conclusões	21

1 Introdução

No âmbito da unidade curricular de Electrónica Geral, desenvolveu-se o presente relatório acerca do segundo trabalho de laboratório. Nesta atividade, estuda-se um conversor digital-analógico. São abordados o seu estudo funcional, a influência das resistências da escada R-2R, o seu tempo de estabelecimento, e os picos de tensão à sua saída.

Em primeiro lugar, é feito um estudo funcional do conversor digital-analógico, implementado fazendo uso de uma escada R-2R. O seu funcionamento é seguidamente verificado experimentalmente e são identificadas as origens dos desfasamentos verificados face às previsões teóricas.

Em segundo lugar, é estudada a forma como a variação dos valores das resistências da escada R-2R influencia a tensão à saída do conversor. São obtidos resultados experimentais para a variação de duas resistências, que são comparados com os resultados teóricos. É possível, ainda, complementar o estudo da origem das fontes de erro verificadas laboratorialmente face ao previsto teoricamente.

Em terceiro lugar, o tempo de estabelecimento do conversor é estudado partindo do princípio que é essencialmente devido à *slew rate* do AmpOp. Para efeitos de comparação experimental, escolhe-se analisar as transições de $S_1S_2S_3S_4 = 1111$ para $S_1S_2S_3S_4 = 0000$ e vice-versa, visto serem as mais expressivas.

Em quarto lugar, são também analisados os picos de tensão à saída do conversor nas transições entre estados, utilizando-se a transição $S_1S_2S_3S_4 = 0001$ para $S_1S_2S_3S_4 = 1110$, com a entrada S_4 negada, e vice-versa para observar a existência dos mesmos. A sua origem é identificada.

2 Estudo funcional do conversor D/A

Ao longo da sessão laboratorial foi utilizada o módulo experimental representado na Fig.1.

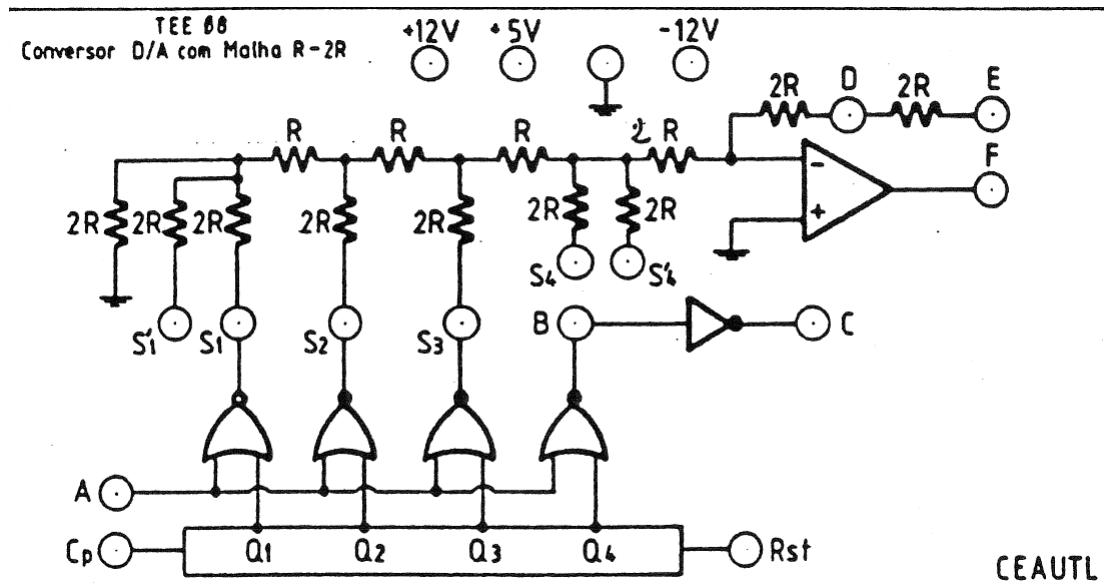


Figura 1: Esquema do módulo experimental.

As ligações aos diferentes pontos são feitos com cabos o que permite realizar várias combinações e configurações do conversor D/A. Ao longo do trabalho experimental fomos trabalhando com estas diferentes configurações de modo a melhor compreender o funcionamento do conversor D/A. Estas diferentes configurações, para além de serem utilizadas para estudar a montagem base, também permitem estudar a influência das resistências de entrada, o tempo de estabelecimento e a observação de picos de tensão na transição entre estados.

2.1 Análise teórica

Um conversor Digital-Analógico (D/A) permite-nos converter uma grandeza digital (código binário) para uma grandeza analógica (tensão). O esquema do conversor D/A usado nesta atividade laboratorial está representado na Fig.2.

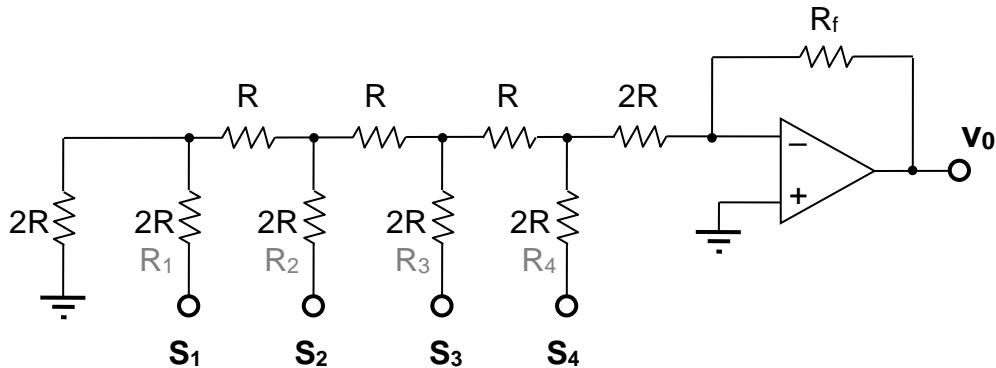


Figura 2: Esquema do circuito conversor D/A.

Nesta montagem existem 4 pontos de ligação S_1, S_2, S_3 e S_4 , doravante mencionados como $S_n, n = 1, \dots, 4$. Cada ponto de ligação vai representar um bit, que vai estar ligado (1) ou desligado (0), sendo que quando está ligado introduz corrente no circuito. Porém, nem todos os pontos têm o mesmo peso na tensão de saída, uma vez que, dependendo da sua localização, vão ter a sua corrente dividida por mais ou menos nós até à entrada do Amplificador Operacional (AmpOp). Tomando S_4 como exemplo, a corrente que é introduzida pelo bit neste ponto vai ser aquela que vai sofrer menos divisões comparativamente com os bits dos outros pontos, sendo a sua contribuição final maior. Este é, portanto, o bit mais significativo. A mesma analogia pode ser feita em relação aos restantes pontos S_n . Organizando os pontos de ligação, tendo em conta os respetivos bits, de mais significativo para menos significativo temos então S_4, S_3, S_2, S_1 . Podemos ainda concluir que cada combinação de bits vai produzir um valor de tensão final diferente, permitindo assim representar $2^4 = 16$ números diferentes que correspondem a 16 valores de tensão diferentes. De forma a demonstrar o funcionamento do conversor D/A, iremos calcular a corrente correspondente a cada S_n que chega ao AmpOp.

Em primeiro lugar, analisamos a corrente gerada por S_1 . Pelo teorema da sobreposição, anulando todas as fontes de tensão exceto a ligada a S_1 , i.e., $V_{S_1} = b_1 V_{ref}$, podemos calcular o contributo de S_1 para o circuito. Como há realimentação negativa do AmpOp, este não se encontra saturado. Considerando um AmpOp ideal a tensão diferencial $u^+ - u^- \rightarrow 0$ e, portanto, pode-se colocar uma massa virtual no ponto E. O circuito equivalente está representado na Fig.3.

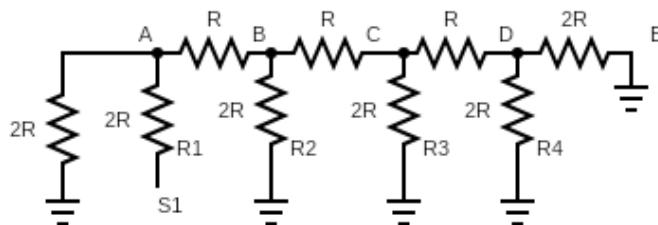


Figura 3: Circuito equivalente usando o teorema da sobreposição para calcular a corrente de S_1 .

O nosso objetivo é, agora, calcular a resistência equivalente entre o ponto A e a massa. As resistências de valor $2R$ ligadas ao ponto D estão ligadas em paralelo, portanto a sua resistência equivalente pode ser escrita como

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} \Leftrightarrow R_{eq} = \frac{2R \times 2R}{2R + 2R} = R. \quad (1)$$

Assim, o circuito equivalente pode ser representado pela Fig.4.

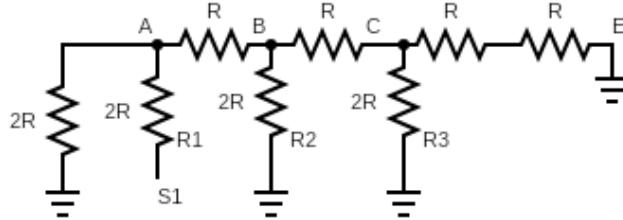


Figura 4: Circuito equivalente com as resistências do ponto E e R_4 em paralelo.

A resistência calculada está em série com a resistência imediatamente à sua esquerda. Podemos então escrever

$$R_{eq} = R + R = 2R,$$

obtendo o circuito da Fig.5.

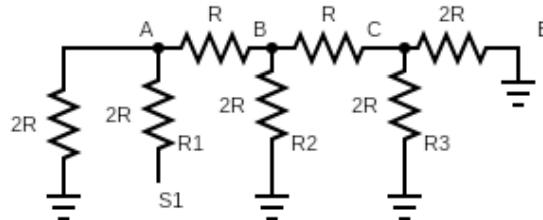


Figura 5: Circuito equivalente com o primeiro ramo de resistências reduzida a uma resistência equivalente.

Comparando o circuito da Fig.5 com o circuito da Fig.3 podemos ver que são similares, tendo o circuito da Fig.5 apenas menos um ramo que o circuito da Fig.3. Assim, da mesma maneira que reduzimos o primeiro ramo de resistências a $2R$, podemos fazer o mesmo com os restantes ramos, ou seja, as resistências à direita do ponto A têm o valor de $2R$, obtendo-se o circuito equivalente final da Fig.6.

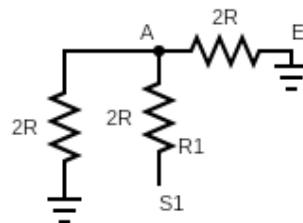


Figura 6: Redução das resistências à direita do ponto A a uma única resistência equivalente.

A resistência de valor $2R$ ligada ao ponto E e a resistência de valor $2R$ à esquerda do ponto A estão ambas ligadas à massa, estando por isso em paralelo e podendo assim ser reduzidas a uma resistência equivalente de valor R como referido em (1). Temos, por fim, R_1 ligada em série a esta última resistência de valor $2R$ e, portanto, a resistência equivalente final tem o valor de $3R$ e pode ser descrita pela Fig.7.

Podemos então calcular a corrente que atravessa R_1 pela Lei de Ohm, assim

$$I_{S1} = \frac{V_{S1}}{3R}.$$

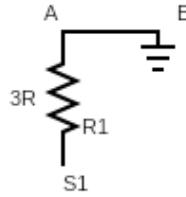


Figura 7: Circuito equivalente final da influência de S_1 .

No entanto a totalidade desta corrente não chega ao ponto E, analisando a Fig.6, no ponto A, a corrente divide-se para a esquerda e para a direita, e como ambas as resistências estão ligadas ao mesmo ponto o circuito trata-se de um divisor de corrente. Denominando a resistência à direita de A como R_{dir} e a resistência à esquerda de A como R_{esq} , podemos então escrever

$$I_{esq} = \frac{R_{dir}}{R_{esq} + R_{dir}} I_{S_1} = \frac{1}{2} I_{S_1}, \text{ e}$$

$$I_{dir} = \frac{R_{esq}}{R_{esq} + R_{dir}} I_{S_1} = \frac{1}{2} I_{S_1}.$$

Assim, concluímos que a corrente se dividiu em metade no ponto A. Pode fazer-se a mesma analogia para os pontos B,C, e D uma vez que os valores das resistências que ligam a cada ponto S_n são iguais assim como as resistências equivalentes à direita de cada ponto. A Fig.8 mostra a divisão da corrente que acontece em cada ponto até chegarmos ao ponto E.

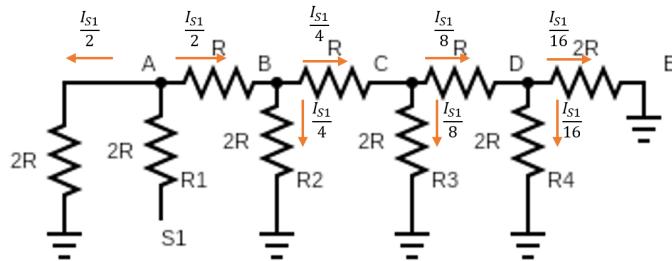


Figura 8: Divisão da corrente nos diversos pontos do circuito.

Concluímos, assim, que a corrente que chega ao ponto E é $I_E = I_{S_1}/16 = I_{S_1}/2^4$. Analisando a figura acima, fazendo a análise detalhada anteriormente para os restantes pontos S_n e tendo em conta que a configuração das resistências é sempre similar concluímos que, pelo teorema da sobreposição, a corrente que chega ao ponto E é

$$I_E = \frac{I_{S_1}}{2^4} + \frac{I_{S_2}}{2^3} + \frac{I_{S_3}}{2^2} + \frac{I_{S_4}}{2^1},$$

ou, reescrevendo cada valor de I_{S_n} em função da respetiva tensão V_{S_n}

$$I_E = \frac{V_{S_1}}{3R} \frac{1}{2^4} + \frac{V_{S_2}}{3R} \frac{1}{2^3} + \frac{V_{S_3}}{3R} \frac{1}{2^2} + \frac{V_{S_4}}{3R} \frac{1}{2^1}. \quad (2)$$

Porém, temos que definir uma fórmula que relate I_E com os bits do sinal digital a ser convertido. Definindo b_n como o valor lógico (1 ou 0) do S_n respetivo, podemos dizer que quando $b_n = 1$ temos $V_{S_n} = V_{ref} = 5V$, caso contrário $V_{S_n} = 0$, i.e. $V_{S_n} = b_n V_{ref}$. Assim

$$I_E = \frac{V_{ref}}{3R} \left(\frac{b_1}{2^4} + \frac{b_2}{2^3} + \frac{b_3}{2^2} + \frac{b_4}{2^1} \right). \quad (3)$$

Tendo agora a corrente que passa pelo ponto E, só nos resta calcular a tensão V_0 . Sabendo que $u^- = u^+ = 0$ uma vez que se trata de um AmpOp ideal de realimentação negativa, podemos escrever

$$V_0 = -R_f I_E . \quad (4)$$

Usando (2) e substituindo em (4) temos

$$V_0 = -R_f \left(\frac{V_{S_1}}{3R} \frac{1}{2^4} + \frac{V_{S_2}}{3R} \frac{1}{2^3} + \frac{V_{S_3}}{3R} \frac{1}{2^2} + \frac{V_{S_4}}{3R} \frac{1}{2^1} \right) ,$$

que pode ser ainda mais simplificada por (3), obtendo-se:

$$V_0 = -R_f \frac{V_{ref}}{3R} \left(\frac{b_1}{2^4} + \frac{b_2}{2^3} + \frac{b_3}{2^2} + \frac{b_4}{2^1} \right) . \quad (5)$$

Assim, podemos concluir que as correntes são múltiplas da corrente de menor valor e essa corrente só vai contribuir para V_0 quando o respetivo b_n está ligado. Podemos então representar 16 números no formato $(b_4 b_3 b_2 b_1)_2$ e a diferença entre a tensão correspondente a cada número vai também ser um valor fixo correspondente ao valor da tensão de $(b_4 b_3 b_2 b_1)_2 = 0001$. Quando é utilizado o contador $(Q_4 Q_3 Q_2 Q_1)_2$, que conta de 0 a 15, o valor de $(b_4 b_3 b_2 b_1)_2$ decresce de 15 para 0, porque cada ponto de ligação S_n está ligado a Q_n por uma porta NOR (isto só é válido quando A=0). Na Tabela 1 está representada a corrente e a tensão para cada valor de Q (para $R_f = 2R$ e para $R_f = 4R$). Foram usados os valores de $V_{ref} = 5V$ e $R = 12k\Omega$ como indicados no guia laboratorial.

Tabela 1: Tensão e corrente em função dos bits.

Número contador (Q)	b_4	b_3	b_2	b_1	$I_{total}[A]$	$V_0[V](R_f = 2R)$	$V_0[V](R_f = 4R)$
0	1	1	1	1	1.302e-04	-3.125	-6.250
1	1	1	1	0	1.215e-04	-2.917	-5.833
2	1	1	0	1	1.129e-04	-2.708	-5.417
3	1	1	0	0	1.042e-04	-2.500	-5.000
4	1	0	1	1	9.549e-05	-2.292	-4.583
5	1	0	1	0	8.681e-05	-2.083	-4.167
6	1	0	0	1	7.813e-05	-1.875	-3.750
7	1	0	0	0	6.944e-05	-1.667	-3.333
8	0	1	1	1	6.076e-05	-1.458	-2.917
9	0	1	1	0	5.208e-05	-1.250	-2.500
10	0	1	0	1	4.340e-05	-1.042	-2.083
11	0	1	0	0	3.472e-05	-0.8333	-1.667
12	0	0	1	1	2.604e-05	-0.6250	-1.250
13	0	0	1	0	1.736e-05	-0.4167	-0.8333
14	0	0	0	1	8.681e-06	-0.2083	-0.4167
15	0	0	0	0	0.000	-0.000	-0.000

Por fim, é possível fazer uma representação gráfica da tensão de saída (V_0) em função do número representado pelo contador. Este gráfico encontra-se na Fig.9.

Assim, a diferença entre cada patamar é -0.2083 V para $R_f = 2R$ e -0.4167 V para $R_f = 4R$. Para cada valor de Q, temos ainda que $V_{0_{4R}} = 2V_{0_{2R}}$.

2.2 Trabalho experimental

A montagem da Fig. 2 foi executada no módulo experimental TEE-08, apresentado na Fig. 1, em que as entradas S_1, \dots, S_4 do conversor D/A são fornecidas diretamente das quatro portas lógicas NOR. O valor da resistência R_f foi ajustado para $R_f = 2R$, numa primeira instância, e $R_f = 4R$ seguidamente. Na Fig.10 são apresentadas as formas de onda observadas em laboratório para os dois valores selecionados para R_f . Analisando estas formas de onda verifica-se que a sua forma é muito semelhante ao esperado teoricamente, apresentado

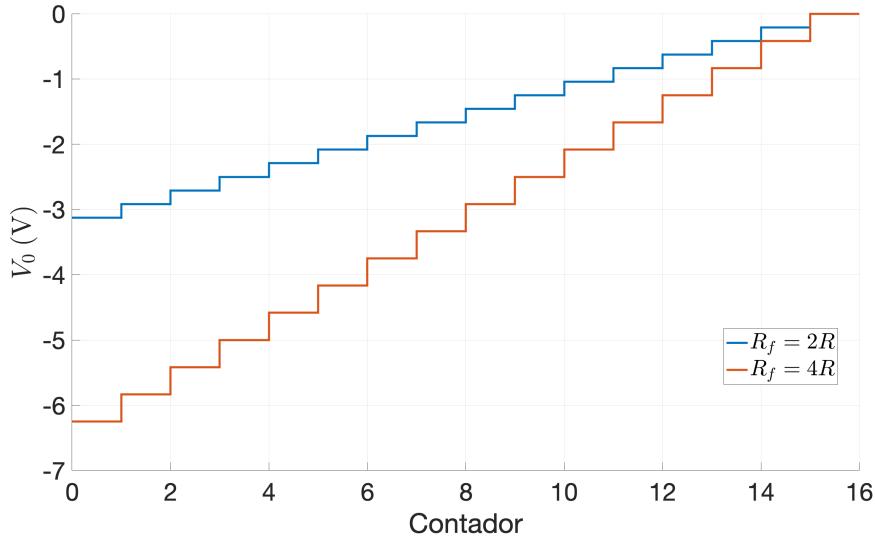


Figura 9: Tensão de saída em função do número representado pelo contador.

graficamente na Fig. 9. Na verdade, é de salientar que as escalas das Figs. 10a e 10b foram propositalmente ajustadas por forma a serem iguais, sendo visível que a diferença de tensão entre patamares é sensivelmente o dobro para $R_f = 4R$ em relação a $R_f = 2R$, como previsto na Secção 2.1. É também visível que, a transição do patamar de maior tensão para o patamar de menor tensão não é instantânea. Este fenómeno é devido ao *slew rate* do AmpOp e será estudado com mais detalhe na Secção 4.

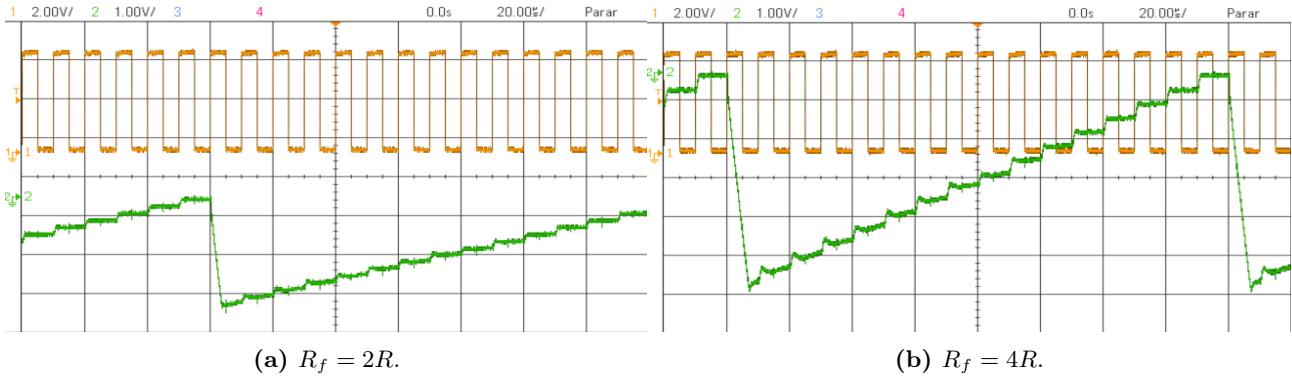


Figura 10: Sinais observados no osciloscópio da saída do conversor D/A (verde) e do sinal de *clock* (laranja).

2.3 Comparação de resultados

Nesta subsecção os resultados experimentais obtidos em laboratório, e apresentados na subsecção anterior, são analisados com detalhe e comparados com os previstos teoricamente na Secção 2.1. Na Fig. 11 são apresentados os sinais observados nos osciloscópio no laboratório com os previstos teoricamente, para 16 períodos de *clock*, tanto para $R_f = 2R$ como para $R_f = 4R$. Foi omitida a transição $15 \rightarrow 0$, visto que ela será estudada detalhadamente na Secção 4. Ao analisar estas figuras, comparando os valores experimentais com os teóricos é evidente a existência de um grande desfasamento entre eles. Na verdade, verificamos que a componente principal do desfazamento verificado é proporcional à tensão de saída do conversor D/A, não existindo uma componente de erro não proporcional que seja significativa. Este fenómeno verifica-se para ambos os valores de R_f usados. Assim, analisando a equação que expressa a saída do conversor D/A, (5), podemos concluir que a existência de um erro proporcional predominante é indicativo que a fonte de erro predominante é: i) a resistência R_f ; ii) a tensão lógica V_{ref} ; ou iii) a combinação de i) e ii).

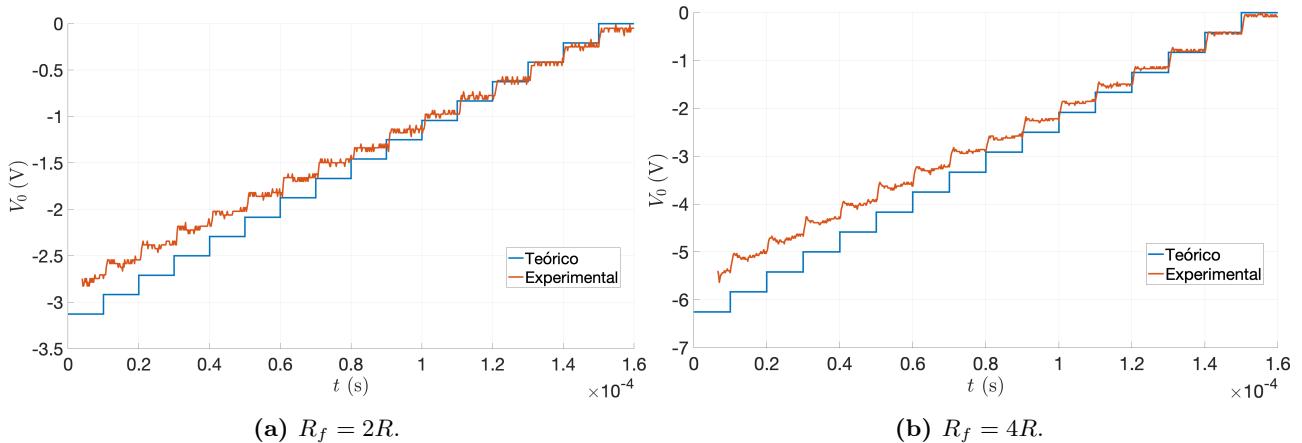


Figura 11: Comparação dos sinais observados no osciloscópio da saída do conversor D/A com os esperados teoricamente, ao longo de 16 períodos de *clock*.

Por forma avaliar com mais detalhe e objetivamente o desfasamento entre resultados teóricos e experimentais, determinou-se o valor dos patamares de tensão experimentais correspondendo a cada um dos números representados em binário à saída das portas lógicas NOR. Para tal, o sinal obtido do osciloscópio foi filtrado fazendo uso de um filtro *moving average* com uma janela de retrocesso de 10 amostras e de avanço de 9 amostras (com um total de $10 + 1 + 9 = 20$ amostras). A tensão do patamar foi estimada como sendo o valor de tensão do sinal filtrado aquando da queda do sinal de *clock*, i.e., a meio de cada patamar. Os valores de tensão de cada patamar obtidos experimentalmente, bem como a sua comparação com os respetivos valores previstos teoricamente, são apresentados nas Tabelas 2 e 3, respetivamente para $R_f = 2R$ e $R_f = 4R$. Como observado na análise das formas de onda obtidas no laboratório verificamos que para $Q = 0, \dots, 7$, para ambos os valores de R_f , o desfazamento relativo é aproximadamente constante, indicando a presença de erro proporcional com a tensão. Para valores de $Q > 7$ a tensão V_0 é mais reduzida em módulo, portanto a componente proporcional do erro deixa de ser preponderante, e outras componentes do erro associadas ao método experimental começam a fazer-se notar, como por exemplo, desfazamentos nos valores das resistências da escada R-2R e o erro de quantização do osciloscópio. É de salientar que o elevado erro relativo visível para $Q = 14$ e $R_f = 2R$ é causado pelo facto de se estar a trabalhar com tensões mais reduzidas, e a exatidão das medições, nesta situação, se degradar. A degradação da exatidão é devida ao baixo ráio sinal-ruído (SNR) num sinal próximo de 0. Ainda que o erro relativo seja significativo, o erro absoluto é inferior a um quinto da separação teórica entre patamares. Na Tabela 3 é ainda apresentado o ráio entre patamares com o mesmo Q para $R_f = 4R$ e $R_f = 2R$. Verificamos que os quocientes de todos os valores são muito próximos do valor esperado teoricamente de 2, como analisado na Secção 2.1. Note-se que não faz sentido calcular o ráio para $Q = 15$ visto que se prevê que a saída do conversor D/A seja nula em ambas as situações. De facto, ainda que experimentalmente não seja nula, são muito reduzidas em módulo, pelo que o valor resultante não faria sentido, dada o baixo SNR da amostragem.

Foi analisada ainda a diferença experimental entre a tensão de patamares consecutivos. Estes valores, bem como a sua comparação com o previsto teoricamente, são apresentados na Tabela 4. Como se verifica a partir da análise desta tabela, os erros relativos são significativos e a diferença entre patamares medida experimentalmente é consistentemente inferior à prevista teoricamente. Este efeito é compatível com a análise anterior da introdução de erro experimental significativo no valor de V_{ref} e R_f .

Por forma a avaliar se, de facto, é plausível que o desfasamento obtido entre resultados experimentais e resultados previstos teoricamente se deva a desvios dos valores de V_{ref} e R_f experimentais em relação aos seus valores nominais, como analisado anteriormente, iremos calcular os desvios destes parâmetros que explicam os resultados laboratoriais. Seguidamente, usando os valores de R_f e V_{ref} ajustados usando os dados experimentais da Secção 2 para calcular resultados teóricos ajustados para o ensaio independente apresentado na Secção 3, será avaliado se estes explicam o observado em laboratório. É de notar que, uma vez que os valores de V_{ref} e R_f são ajustados para explicar os resultados laboratoriais da Secção 2, é evidente que os resultados previstos

Tabela 2: Comparação entre a tensão dos patamares medida experimentalmente e esperada teoricamente para $R_f = 2R$.

Q	Teórico (V)	Experimental (V)	Erro absoluto (V)	Erro relativo
0	-3.125	-2.784	0.3410	10.91%
1	-2.917	-2.591	0.3256	11.17%
2	-2.708	-2.402	0.3063	11.31%
3	-2.500	-2.219	0.2808	11.23%
4	-2.292	-2.052	0.2393	10.44%
5	-2.083	-1.851	0.2320	11.14%
6	-1.875	-1.674	0.2006	10.70%
7	-1.667	-1.5	0.1671	10.03%
8	-1.458	-1.347	0.1115	7.648%
9	-1.250	-1.156	0.09416	7.533%
10	-1.042	-0.9729	0.06874	6.599%
11	-0.8333	-0.784	0.04935	5.922%
12	-0.6250	-0.6131	0.01187	1.899%
13	-0.4167	-0.4242	-0.007517	-1.804%
14	-0.2083	-0.2493	-0.04098	-19.67%
15	0.0000	-0.05433	-0.05433	—

Tabela 3: Comparação entre a tensão dos patamares medida experimentalmente e esperada teoricamente para $R_f = 4R$.

Q	Teórico (V)	Experimental (V)	V_{04R}/V_{02R}	Erro absoluto (V)	Erro relativo
0	-6.250	-5.470	1.965	0.7802	12.48%
1	-5.833	-5.120	1.976	0.7132	12.23%
2	-5.417	-4.762	1.983	0.6544	12.08%
3	-5.000	-4.382	1.975	0.6176	12.35%
4	-4.583	-4.025	1.961	0.5587	12.19%
5	-4.167	-3.649	1.971	0.5179	12.43%
6	-3.750	-3.293	1.967	0.4570	12.19%
7	-3.333	-2.919	1.947	0.4142	12.43%
8	-2.917	-2.632	1.954	0.2850	9.772%
9	-2.500	-2.256	1.952	0.2442	9.769%
10	-2.083	-1.890	1.943	0.1934	9.282%
11	-1.667	-1.524	1.944	0.1425	8.553%
12	-1.250	-1.162	1.896	0.08769	7.015%
13	-0.8333	-0.7985	1.882	0.03484	4.181%
14	-0.4167	-0.4286	1.719	-0.01198	-2.874%
15	0.0000	-0.05477	—	-0.05477	—

ajustados para esse ensaio sejam, de forma artificial, muito próximos do observado experimentalmente. No entanto, ao comparar os resultados previsto ajustados com os resultados experimentais para um ensaio distinto e independente (como apresentado na Secção 3) do usado para o ajuste dos parâmetros, é possível avaliar com mais confiança a hipótese feita sobre a origem do erro. Comecemos por assumir, como aproximação, que o erro devido aos desvios de V_{ref} e R_f , para tensões à saída do conversor D/A suficientemente elevadas em módulo ($Q < 8$), é predominante e que as restantes fontes de erro são desprezáveis. Dada a forma como a montagem é efetuada no módulo experimental TEE-08, apresentado na Fig. 1, a resistência R_f experimental é dada por $(R_f)_{exp} = (R_a)_{exp}$ para $R_f = 2R$ e $(R_f)_{exp} = (R_a)_{exp} + (R_b)_{exp}$ para $R_f = 4R$. Em que R_a e R_b são resistências presentes no módulo experimental de valor nominal $R_a = R_b = 2R$. Destas a única que foi possível medir experimentalmente foi $(R_b)_{exp} = 24.08k\Omega$. Dividindo a equação da saída do conversor D/A (5) usando os parâmetros experimentais pela mesma equação usando parâmetros nominais, obtemos a seguinte relação

$$\frac{(V_0)_{exp}^{R_f=2R}(Q=i)}{V_0^{R_f=2R}(Q=i)} = \frac{(V_{ref})_{exp}}{V_{ref}} \frac{(R_a)_{exp}}{R_a} = \frac{(V_{ref})_{exp}}{V_{ref}} \frac{(R_a)_{exp}}{2R}, \quad (6)$$

Tabela 4: Comparação entre diferença entre a tensão em patamares consecutivos medida experimentalmente e esperada teoricamente.

Transição	$\Delta \text{pat.}(\text{V}) (R_f = 2R)$	Erro relativo ($R_f = 2R$)	$\Delta \text{pat.}(\text{V}) (R_f = 4R)$	Erro relativo ($R_f = 4R$)
$0 \rightarrow 1$	0.1930	-7.377%	0.3497	16.06 %
$1 \rightarrow 2$	0.1889	-9.307%	0.3578	14.13%
$2 \rightarrow 3$	0.1829	-12.20%	0.3799	8.824%
$3 \rightarrow 4$	0.1668	-19.92%	0.3578	14.13%
$4 \rightarrow 5$	0.2010	-3.518%	0.3759	9.789%
$5 \rightarrow 6$	0.1769	-15.10%	0.3558	14.61%
$6 \rightarrow 7$	0.1749	-16.06%	0.3739	10.27%
$7 \rightarrow 8$	0.1528	-26.67%	0.2874	31.02%
$8 \rightarrow 9$	0.1910	-8.342%	0.3759	9.789%
$9 \rightarrow 10$	0.1829	-12.20%	0.3658	12.20%
$10 \rightarrow 11$	0.1889	-9.307%	0.3658	12.20%
$11 \rightarrow 12$	0.1709	-17.99%	0.3618	13.17%
$12 \rightarrow 13$	0.1889	-9.307%	0.3638	12.68%
$13 \rightarrow 14$	0.1749	-16.06%	0.3698	11.24%
$14 \rightarrow 15$	0.1950	-6.412%	0.3739	10.27%

para $R_f = 2R$ e $i = 0, \dots, 7$ e

$$\frac{(V_0)_{exp}^{R_f=4R}(Q=i)}{V_0^{R_f=4R}(Q=i)} = \frac{(V_{ref})_{exp}}{V_{ref}} \frac{(R_a)_{exp} + (R_b)_{exp}}{R_a + R_b} = \frac{(V_{ref})_{exp}}{V_{ref}} \left(\frac{1}{2} \frac{(R_a)_{exp}}{2R} + \frac{1}{2} \frac{(R_b)_{exp}}{2R} \right), \quad (7)$$

para $R_f = 4R$ e $i = 0, \dots, 7$. Temos, da medição de R_b , que

$$\frac{(R_b)_{exp}}{2R} = 1.003,$$

e da média do erro relativo apresentado nas Tabelas 2 e 3 para $Q = 0, \dots, 7$ que

$$\frac{(V_0)_{exp}^{R_f=2R}(Q=i)}{V_0^{R_f=2R}(Q=i)} = 0.8770 \quad \text{e} \quad \frac{(V_0)_{exp}^{R_f=2R}(Q=i)}{V_0^{R_f=2R}(Q=i)} = 0.8913. \quad (8)$$

Resolvendo (6) e (7) em ordem a $(R_a)_{exp}/R_a$ e $(V_{ref})_{exp}/V_{ref}$ obtém-se

$$(R_a)_{exp}/R_a = 1.020 \quad \text{e} \quad \frac{(V_{ref})_{exp}}{V_{ref}} = 0.8598, \quad (9)$$

pelo que $(R_a)_{exp} = 24.48\text{k}\Omega$ e $(V_{ref})_{exp} = 4.299$ V. Assim, para $R_f = 2R$ temos $(R_f)_{exp} = (R_a)_{exp} = 24.48\text{k}\Omega$ e para $R_f = 4R$ temos $(R_f)_{exp} = (R_a)_{exp} + (R_b)_{exp} = 48.56\text{k}\Omega$.

Na Fig. 12 são apresentados os sinais observados nos osciloscópio no laboratório com os previstos teoricamente com os parâmetros R_f e V_{ref} ajustados, para 16 períodos de *clock*, tanto para $R_f = 2R$ como para $R_f = 4R$. Verificamos que, de facto, os valores previstos teoricamente calculados com os parâmetros ajustados são muito próximos dos observados no laboratório. Este resultado é, no entanto, artificial visto que R_f e V_{ref} foram ajustados para modelar os resultados experimentais obtidos neste ensaio. Por forma a validar a hipótese de que é plausível que a principal fonte de erro seja R_f e V_{ref} , serão comparados os resultados experimentais da Secção 3 com os previstos teoricamente com os parâmetros ajustados. É visível, no entanto, que ainda existe uma componente de erro sistemático para $Q > 7$, obtendo-se resultados experimentais consistentemente inferiores aos da previsão teórica ajustada. Este desfasamento deve-se a desvios em relação aos valores nominais da escada R-2R, que foram desprezados no cálculo da previsão teórica ajustada. De facto, na Secção 3 será estudada a influência das resistências da escada R-2R e será possível identificar a origem deste desfasamento para $Q > 7$.

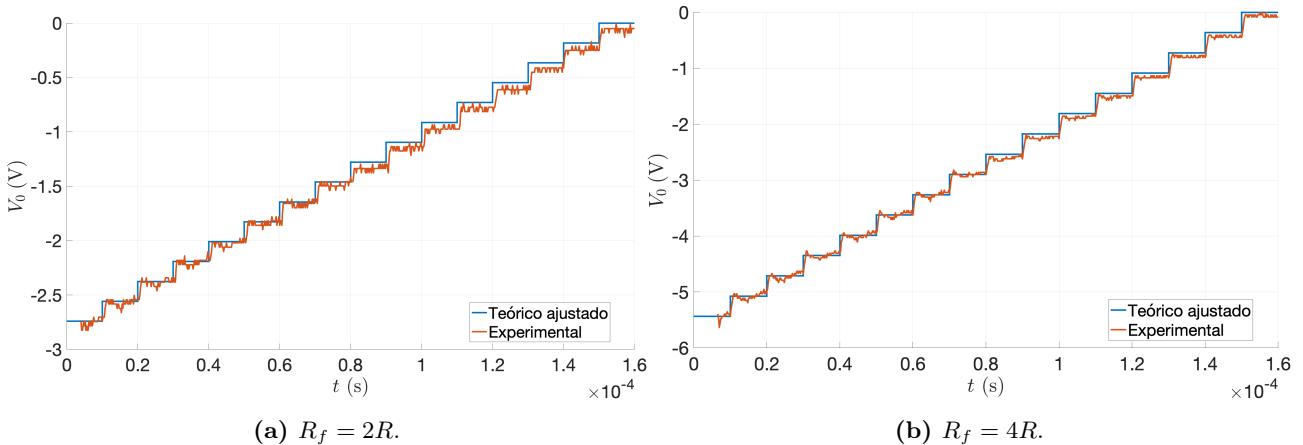


Figura 12: Comparação dos sinais observados no osciloscópio da saída do conversor D/A com os esperados teoricamente, após ajuste de V_{ref} e R_f .

3 Influência das resistências de entrada

3.1 Análise teórica

Nesta secção, estuda-se a influência das resistências de entrada sobre o comportamento do circuito, calculando qual é o efeito da alteração do valor de cada resistência de R para $2R$. Definem-se assim quatro configurações, uma para cada resistência cujo valor se alterou. Para cada uma das configurações aplica-se o método dos nós para calcular a corrente I_f . Observamos que, quando se assume o AmpOp ideal e estando ele em realimentação negativa, a sua entrada inversora tem tensão aproximadamente nula, ou seja, pode ser considerada uma massa virtual, tal como representado na Fig. 13. Nesta figura, V_{S_1} a V_{S_4} são representadas como fontes de tensão contínua ligadas à massa por simplificação e os nós do circuito são numerados de 1 a 4.

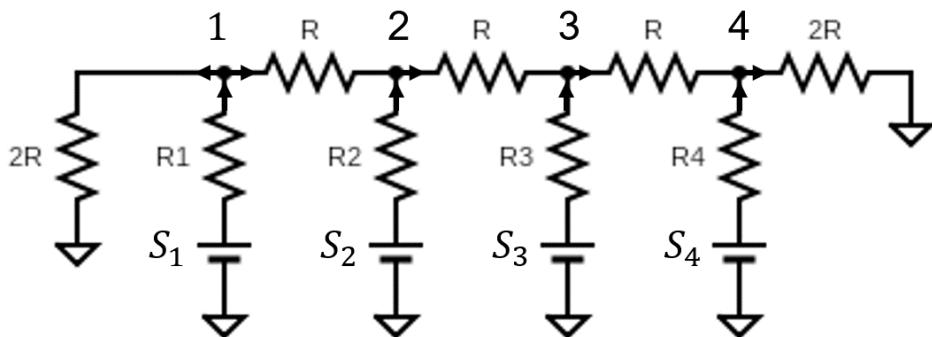


Figura 13: Circuito para cálculo da corrente I_f com alteração das resistências de entrada.

Da Fig. 13, escreve-se, pelas leis de Kirchoff das correntes e das malhas e pela lei de Ohm

$$\frac{V_{S_1} - e_1}{R_1} = \frac{e_1}{2R} + \frac{e_1 - e_2}{R} \quad (10)$$

$$\frac{e_1 - e_2}{R} + \frac{V_{S_2} - e_2}{R_2} = \frac{e_2 - e_3}{R} \quad (11)$$

$$\frac{e_2 - e_3}{R} + \frac{V_{S_3} - e_3}{R_2} = \frac{e_3 - e_4}{R} \quad (12)$$

$$\frac{e_3 - e_4}{R} + \frac{V_{S4} - e_4}{R_4} = \frac{e_4}{2R} \quad (13)$$

onde e_1 a e_4 representam as tensões nodais no respetivo nó e se assumiu os sentidos de correntes da figura. As expressões (10) a (13) podem-se escrever na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{2R} + \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R} & \frac{2}{R} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R} & \frac{2}{R} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R} & \frac{3}{2R} + \frac{1}{R_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{S_1}}{R_1} \\ \frac{V_{S_2}}{R_2} \\ \frac{V_{S_3}}{R_3} \\ \frac{V_{S_4}}{R_4} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

De (14), alterando o valor de R_1 a R_4 sequencialmente para R , mantendo as restantes a $2R$ e multiplicando por $2R$, chega-se aos sistemas, onde o sobreescrito indica o índice da resistência cujo valor foi alterado para R e para o qual os valores estão a ser calculados,

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^1 \\ e_2^1 \\ e_3^1 \\ e_4^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2V_{S_1} \\ V_{S_2} \\ V_{S_3} \\ V_{S_4} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 6 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^2 \\ e_2^2 \\ e_3^2 \\ e_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{S_1} \\ 2V_{S_2} \\ V_{S_3} \\ V_{S_4} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^3 \\ e_2^3 \\ e_3^3 \\ e_4^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{S_1} \\ V_{S_2} \\ 2V_{S_3} \\ V_{S_4} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^4 \\ e_2^4 \\ e_3^4 \\ e_4^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{S_1} \\ V_{S_2} \\ V_{S_3} \\ 2V_{S_4} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

De (15) a (18), retira-se

$$e_4^1 = \frac{1}{16}V_{S_1} + \frac{5}{64}V_{S_2} + \frac{21}{128}V_{S_3} + \frac{85}{256}V_{S_4}, \quad (19)$$

$$e_4^2 = \frac{1}{32}V_{S_1} + \frac{1}{8}V_{S_2} + \frac{5}{32}V_{S_3} + \frac{21}{64}V_{S_4}, \quad (20)$$

$$e_4^3 = \frac{1}{32}V_{S_1} + \frac{1}{16}V_{S_2} + \frac{1}{4}V_{S_3} + \frac{5}{16}V_{S_4}, \quad (21)$$

$$e_4^4 = \frac{1}{32}V_{S_1} + \frac{1}{16}V_{S_2} + \frac{1}{8}V_{S_3} + \frac{1}{2}V_{S_4}. \quad (22)$$

Nesta secção, utiliza-se $R_f = 4R$, pelo que, analisando a Fig. 2 em comparação com a Fig. 13, se pode escrever, pela lei de Kirchoff das malhas,

$$\frac{e_4}{2R}R_f + V_0 = 0 \Leftrightarrow V_0 = -2e_4,$$

pelo que, de (19) a (22), se chega a

$$V_0^1 = -\left(\frac{1}{8}V_{S_1} + \frac{5}{32}V_{S_2} + \frac{21}{64}V_{S_3} + \frac{85}{128}V_{S_4}\right), \quad (23)$$

$$V_0^2 = -\left(\frac{1}{16}V_{S_1} + \frac{1}{4}V_{S_2} + \frac{5}{16}V_{S_3} + \frac{21}{32}V_{S_4}\right), \quad (24)$$

$$V_0^3 = -\left(\frac{1}{16}V_{S_1} + \frac{1}{8}V_{S_2} + \frac{1}{2}V_{S_3} + \frac{5}{8}V_{S_4}\right), \quad (25)$$

$$V_0^4 = -\left(\frac{1}{16}V_{S_1} + \frac{1}{8}V_{S_2} + \frac{1}{4}V_{S_3} + V_{S_4}\right), \quad (26)$$

com as quais se pode preencher a Tabela 5 e traçar os gráficos das Fig. 14a, 14b, 14c, e 14d para as relações entre os estados do contador, $Q_1Q_2Q_3Q_4$, e a saída do conversor para as diversas alterações aos valores das resistências que se pretendia estudar.

Tabela 5: Relação entre o estado do contador e a tensão de saída do conversor para as diversas alterações das resistências.

Valor decimal do contador	b_1	b_2	b_3	b_4	V_0^1 [V]	V_0^2 [V]	V_0^3 [V]	V_0^4 [V]
0	1	1	1	1	-6.367	-6.406	-6.563	-7.188
1	0	1	1	1	-5.742	-6.094	-6.250	-6.875
2	1	0	1	1	-5.586	-5.156	-5.938	-6.563
3	0	0	1	1	-4.961	-4.844	-5.625	-6.250
4	1	1	0	1	-4.727	-4.844	-4.063	-5.938
5	0	1	0	1	-4.102	-4.531	-3.750	-5.625
6	1	0	0	1	-3.945	-3.594	-3.438	-5.313
7	0	0	0	1	-3.320	-3.281	-3.125	-5.000
8	1	1	1	0	-3.047	-3.125	-3.438	-2.188
9	0	1	1	0	-2.422	-2.813	-3.125	-1.875
10	1	0	1	0	-2.266	-1.875	-2.813	-1.563
11	0	0	1	0	-1.641	-1.563	-2.500	-1.250
12	1	1	0	0	-1.406	-1.563	-0.938	-0.938
13	0	1	0	0	-0.781	-1.250	-0.625	-0.625
14	1	0	0	0	-0.625	-0.313	-0.313	-0.313
15	0	0	0	0	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000

Dos resultados mostrados, observa-se que as variações da tensão de saída já não são constantes. Por comparação de (23) a (26) com (5), pode-se ainda obter a Tabela 6, onde se compararam os pesos de V_{S_1} a V_{S_4} para as diferentes situações. Da última tabela, pode-se concluir que, quando o valor de uma resistência é alterado, o peso do correspondente bit é maior do que no caso sem alterações e que os restantes têm pesos inferiores do que no caso sem alterações. Isto faz com que, quando o bit correspondente à resistência cujo valor foi alterado é alterado de 1 para 0 se observe uma maior diferença na tensão de saída, tal como pode ser observado nas Fig. 14a a 14d. Por exemplo, para a Fig. 14d correspondente à alteração do valor de R_4 , a grande variação do valor da tensão de saída corresponde à alteração do bit b_4 de 1 para 0 na transição do valor decimal do contador de 7 para 8.

Tabela 6: Pesos das tensões V_{S_1} a V_{S_4} na tensão de saída do conversor nas diferentes configurações de valores de resistências.

Situação	Peso V_{S_1}	Peso V_{S_2}	Peso V_{S_3}	Peso V_{S_4}
Sem alterações	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
$R_1 = R$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{21}{64}$	$\frac{85}{128}$
$R_2 = R$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{21}{32}$
$R_3 = R$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$
$R_4 = R$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	1

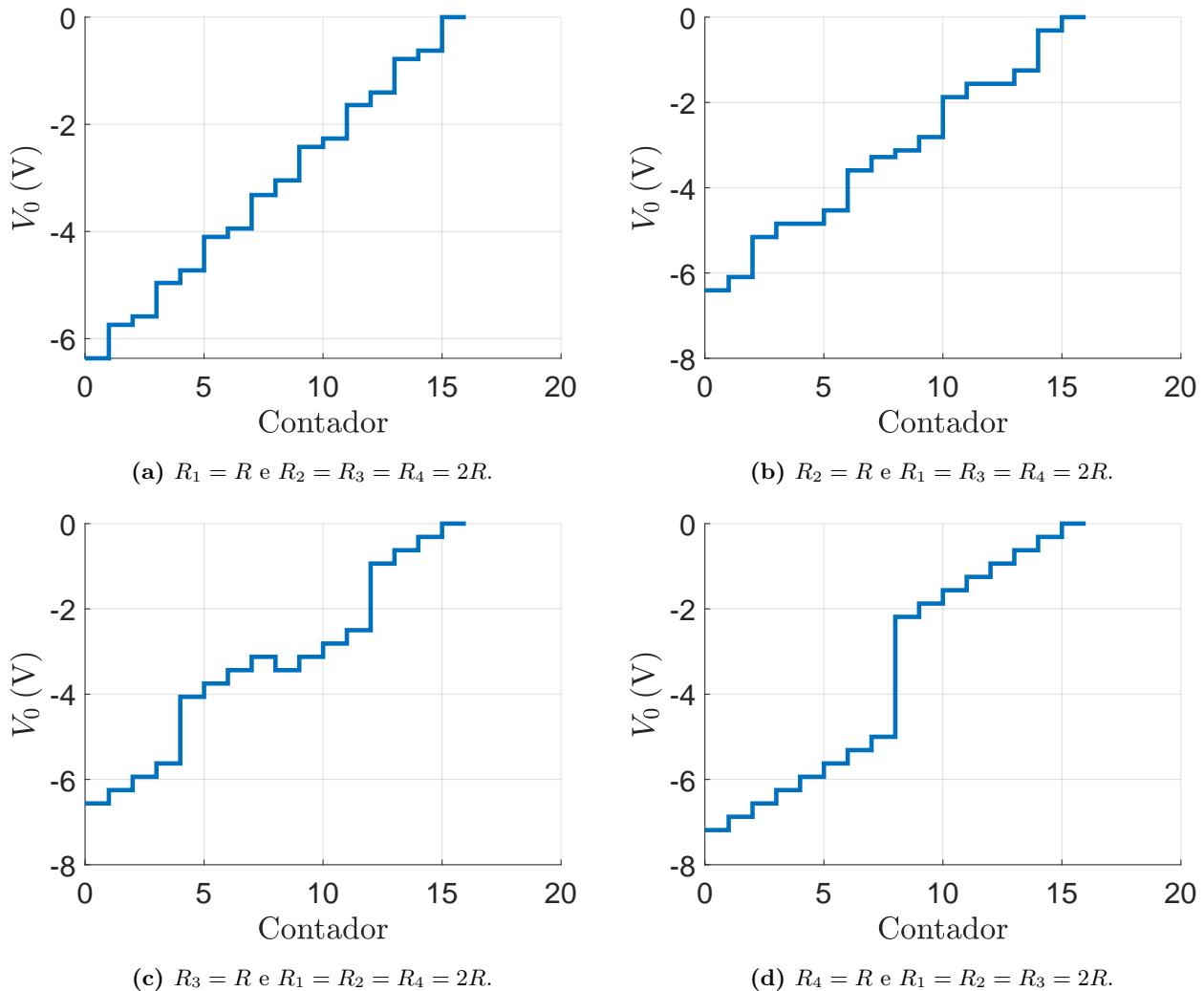


Figura 14: Relação entre o estado do contador e a tensão de saída do conversor para as alterações das resistências.

O efeito contrário também ocorre, ou seja, quando um *bit* mais significativo do que o correspondente à resistência cujo valor foi alterado muda, a variação correspondente na saída é atenuada, porque o aumento do peso do *bit* correspondente à resistência cujo valor foi alterado faz com que a soma das alterações da tensão de saída correspondentes aos *bits* menos significativos se aproxime em valor absoluto e sentido oposto do da variação associada ao *bit* mais significativo. Por exemplo, na alteração do valor da resistência R_3 , observa-se que, quando b_4 muda de 1 para 0, existe um decréscimo da tensão de saída, porque a soma dos pesos dos *bits* b_1 a b_3 é maior do que o peso do *bit* b_4 e b_1 a b_3 passaram de 0 para 1. A soma dos pesos de b_1 a b_3 é elevada, porque o peso de b_3 aumentou quando o valor de R_3 mudou para R . Neste caso, a conversão deixou de associar maiores valores de entrada a maiores valores da saída, ou seja, deixou de ser monotónica, a qual é uma característica fundamental para uma conversão. Conclui-se assim que, para que a conversão seja monotónica, a soma dos pesos dos *bits* menos significativos deve ser inferior aos pesos dos *bits* mais significativos.

3.2 Trabalho experimental

A montagem da Fig. 13 foi executada no módulo experimental TEE-08, apresentado na Fig. 1, de forma a que numa primeira instância $R_1 = 2R$ é substituído por R e numa segunda instância $R_4 = 2R$ é substituído por R . O valor da resistência R_f é mantido a $R_f = 4R$ nos dois ensaios. Na Fig.15 são apresentadas as formas de onda observadas em laboratório para a substituição de R_1 e R_4 respetivamente. Analisando estas formas de onda verifica-se que a sua forma é muito semelhante ao esperado teoricamente, apresentado graficamente na Fig.

14. Na verdade, é possível distinguir a transição $Q = 7 \rightarrow Q = 8$ aquando da substituição de R_4 , como sendo a mais expressiva. Para além disso, à semelhança do observado na Secção 2 é também visível que a transição do patamar de maior tensão para o patamar de menor tensão não é instantânea. Este fenómeno é devido ao *slew rate* do AmpOp e será estudado com mais detalhe na Secção 4.

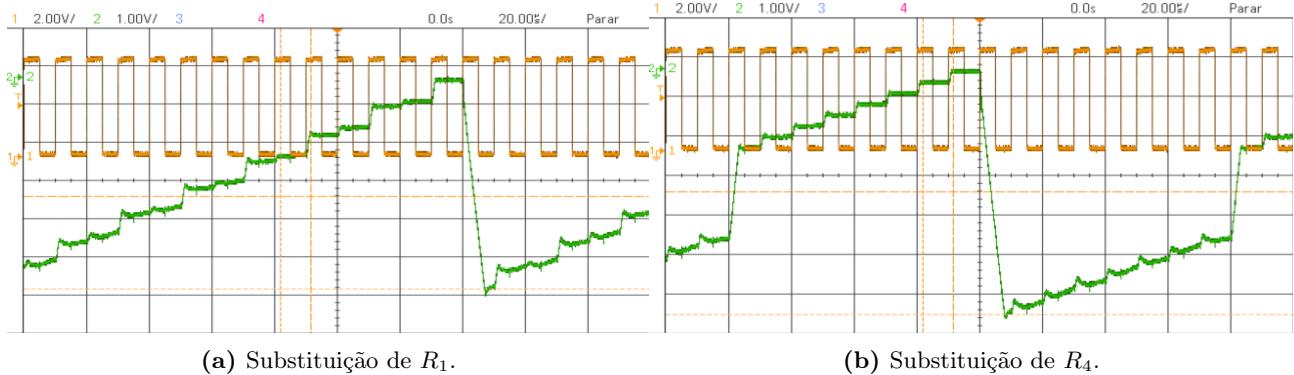


Figura 15: Sinais observados no osciloscópio da saída do conversor D/A (verde) e do sinal de *clock* (laranja).

3.3 Comparação de resultados

Nesta subsecção os resultados experimentais obtidos em laboratório, e apresentados na subsecção anterior, são analisados com detalhe e comparados com os previstos teoricamente na Secção 3.1. Na Fig. 16 são apresentados os sinais observados no osciloscópio no laboratório com os previstos teoricamente, para 16 períodos de *clock*, tanto para a substituição de R_1 como de R_4 . Foi omitida a transição $15 \rightarrow 0$, visto que ela será estudada detalhadamente na Secção 4. Ao analisar estas figuras, comparando os valores experimentais com os teóricos é evidente, à semelhança dos resultados experimentais da Secção 2 a existência de um grande desfasamento entre eles. Na verdade, verificamos que, para ambas as substituições, a componente principal do desfasamento verificado é proporcional à tensão de saída do conversor D/A, não existindo uma componente de erro não proporcional que seja significativa, corroborando a análise da origem do desfasamento dos resultados experimentais efetuada na Secção 2.3.

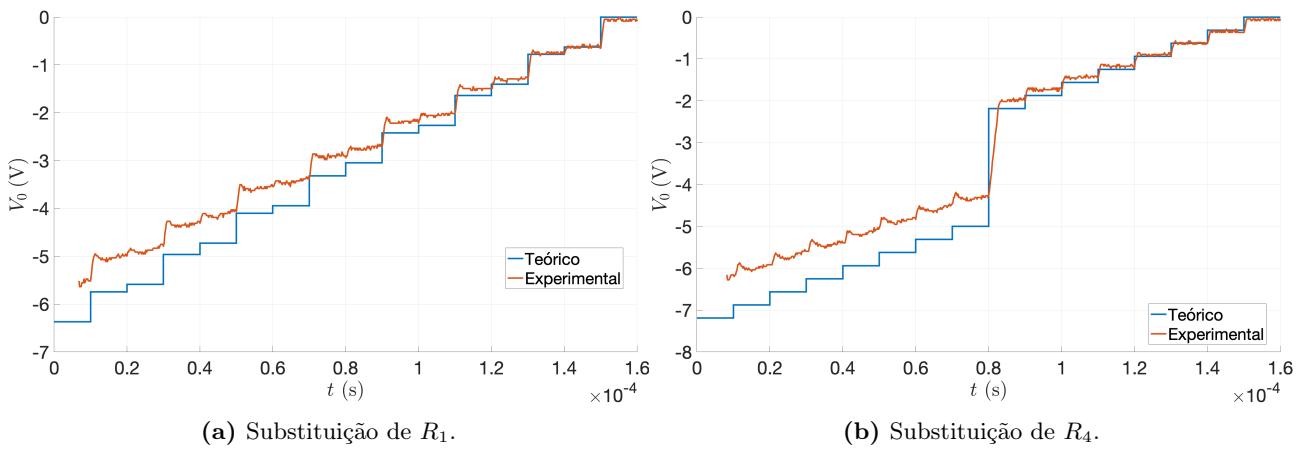


Figura 16: Comparação dos sinais observados no osciloscópio da saída do conversor D/A com os esperados teoricamente, ao longo de 16 períodos de *clock*.

Por forma avaliar com mais detalhe e objetivamente o desfasamento entre resultados teóricos e experimentais, a determinação do valor dos patamares de tensão experimentais correspondendo a cada um dos números representados em binário à saída das portas lógicas NOR. O procedimento para a determinação da tensão dos

patamares é igual ao descrito na Secção 2. Os valores de tensão de cada patamar obtidos experimentalmente, bem como a sua comparação com o respetivos valores previstos teoricamente, são apresentados nas Tabelas 7 e 8, respetivamente para a substituição de R_1 e de R_4 . Como observado na análise das formas de onda obtidas no laboratório verificamos que para $Q = 0, \dots, 7$, para ambos os valores de R_f , o desfazamento relativo é aproximadamente constante, indicando a presença de erro proporcional com a tensão, corroborando a análise da origem do desfasamento dos resultados experimentais efetuada na Secção 2. Para além disso, verifica-se que para valores de $Q > 7$ a tensão V_0 é mais reduzida em módulo, portanto a componente proporcional do erro deixa de ser preponderante, e outras componentes do erro associadas ao método experimental começam a fazer-se notar, como por exemplo, desfazamentos nos valores das resistências da escada R-2R e o erro de quantização do osciloscópio. É de salientar que o elevado erro relativo visível para $Q = 14$ com a substituição de R_4 é causado pelo facto de se estar a trabalhar a tensões mais reduzidas, e a exatidão das medições nesta situação se degradar. A degradação da exatidão é devida ao baixo rácio sinal-ruído (SNR) num sinal próximo de 0.

Tabela 7: Comparação entre a tensão dos patamares medida experimentalmente e esperada teoricamente para a substituição de R_1 .

Q	Teórico (V)	Experimental (V)	Erro absoluto (V)	Erro relativo
0	-6.367	-5.562	0.8049	12.64%
1	-5.742	-5.056	0.6864	11.95%
2	-5.586	-4.905	0.6809	12.19%
3	-4.961	-4.358	0.6026	12.15%
4	-4.727	-4.157	0.5693	12.04%
5	-4.102	-3.596	0.5051	12.31%
6	-3.945	-3.458	0.4875	12.36%
7	-3.320	-2.923	0.3972	11.96%
8	-3.047	-2.754	0.2926	9.603%
9	-2.422	-2.202	0.2204	9.099%
10	-2.266	-2.053	0.2129	9.395%
11	-1.641	-1.504	0.1366	8.326%
12	-1.406	-1.307	0.09922	7.055%
13	-0.7812	-0.7583	0.02296	2.939%
14	-0.6250	-0.6216	0.003392	0.5428%
15	0.0000	-0.05879	-0.05879	—

Tabela 8: Comparação entre a tensão dos patamares medida experimentalmente e esperada teoricamente para a substituição de R_4 .

Q	Teórico (V)	Experimental (V)	Erro absoluto (V)	Erro relativo
0	-7.188	-6.206	0.9820	13.66%
1	-6.875	-6.023	0.8524	12.40%
2	-6.562	-5.751	0.8112	12.36%
3	-6.250	-5.462	0.7882	12.61%
4	-5.938	-5.194	0.7430	12.51%
5	-5.625	-4.897	0.7280	12.94%
6	-5.312	-4.618	0.6949	13.08%
7	-5.000	-4.352	0.6477	12.95%
8	-2.188	-2.001	0.1870	8.548%
9	-1.875	-1.739	0.1358	7.243%
10	-1.562	-1.44	0.1228	7.859%
11	-1.250	-1.174	0.07563	6.050%
12	-0.9375	-0.907	0.03047	3.250%
13	-0.6250	-0.6236	0.001382	0.2212%
14	-0.3125	-0.3442	-0.03172	-10.15%
15	0.0000	-0.06281	-0.06281	—

Na Fig. 17 são apresentados os sinais observados nos osciloscópio com os previstos teoricamente com os

parâmetros R_f e V_{ref} ajustados, para 16 períodos de *clock*, tanto para a substituição de R_1 como de R_4 . Os valores de tensão de cada patamar obtidos experimentalmente, bem como a sua comparação com os respetivos valores teóricos ajustados, são apresentados nas Tabelas 9 e 10, respetivamente para a substituição de R_1 e de R_4 . Verificamos que, de facto, os valores previstos teoricamente calculados com os parâmetros ajustados são muito próximos dos observados no laboratório. Este resultados laboratoriais não foram usados para o ajuste dos parâmetros, pelo que podemos afirmar, dado o bom modelo do conversor D/A com R_f e V_{ref} ajustados, que é esta a fonte predominante de erro verificada nos resultados laboratoriais das Secções 2 e 3. É visível, no entanto, que ainda existe uma componente de erro sistemático para $Q > 7$, obtendo-se resultados experimentais consistentemente inferiores aos previsão teórica ajustada. Este desfasamento é observado também na comparação entre resultados experimentais e previstos teoricamente ajustados na Secção 2, apresentados na Fig. 12. De facto, deve-se a desvios em relação aos valores nominais das resistências da escada R-2R, que foram desprezados no cálculo da previsão teórica ajustada. Na verdade, é de salientar que para a diferença entre $Q \leq 7$ e $Q > 7$ é a mudança do bit b_4 de 1 para 0. Dada a análise teórica efetuada na Secção 3.1, concluímos que este desvio é consistente com o facto de o valor da resistência R_4 ser superior ao seu valor nominal. Para além disso, para tensões baixas em módulo à saída do conversor D/A, o sinal amostrado tem um baixo SNR, pelo que é esperado que os erros relativos aumentem à medida que a saída do conversor D/A aproxima de 0.

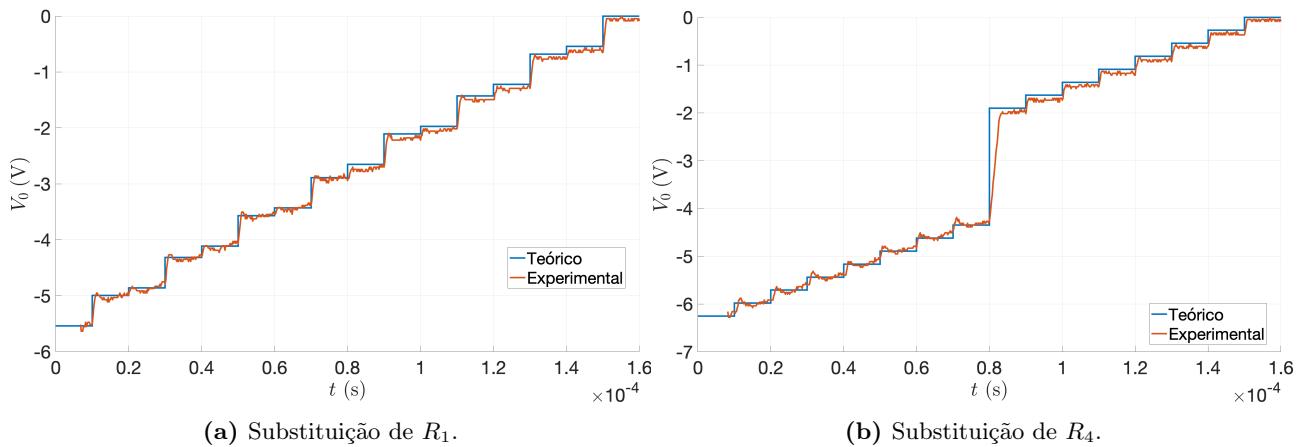


Figura 17: Comparação dos sinais observados no osciloscópio da saída do conversor D/A com os esperados teoricamente, após ajuste de V_{ref} e R_f .

Tabela 9: Comparação entre a tensão dos patamares medida experimentalmente e esperada teoricamente para a substituição de R_1 , após ajuste de V_{ref} e R_f .

Q	Teórico (V)	Experimental (V)	Erro absoluto (V)	Erro relativo
0	-5.538	-5.562	-0.02393	-0.4322%
1	-4.995	-5.056	-0.06105	-1.222%
2	-4.859	-4.905	-0.0462	-0.9509%
3	-4.315	-4.358	-0.04311	-0.9991%
4	-4.111	-4.157	-0.04598	-1.118%
5	-3.568	-3.596	-0.02882	-0.8077%
6	-3.432	-3.458	-0.02603	-0.7586%
7	-2.888	-2.923	-0.03500	-1.212%
8	-2.650	-2.754	-0.1040	-3.924%
9	-2.107	-2.202	-0.09489	-4.504%
10	-1.971	-2.053	-0.08205	-4.164%
11	-1.427	-1.504	-0.07695	-5.392%
12	-1.223	-1.307	-0.08384	-6.854%
13	-0.6796	-0.7583	-0.07874	-11.59%
14	-0.5436	-0.6216	-0.07796	-14.34%
15	0.000	-0.05879	-0.05879	-

Tabela 10: Comparação entre a tensão dos patamares medida experimentalmente e esperada teoricamente para a substituição de R_4 , após ajuste de V_{ref} e R_f .

Q	Teórico (V)	Experimental (V)	Erro absoluto (V)	Erro relativo
0	-6.252	-6.206	0.04638	0.7419%
1	-5.980	-6.023	-0.04253	-0.7111%
2	-5.708	-5.751	-0.04299	-0.7531%
3	-5.436	-5.462	-0.02537	-0.4666%
4	-5.165	-5.194	-0.02985	-0.5780%
5	-4.893	-4.897	-0.004186	-0.08555%
6	-4.621	-4.618	0.003389	0.07334%
7	-4.349	-4.352	-0.003107	-0.07143%
8	-1.903	-2.001	-0.09775	-5.137%
9	-1.631	-1.739	-0.1083	-6.638%
10	-1.359	-1.440	-0.08059	-5.929%
11	-1.087	-1.174	-0.08708	-8.009%
12	-0.8155	-0.9070	-0.09157	-11.23%
13	-0.5436	-0.6236	-0.07997	-14.71%
14	-0.2718	-0.3442	-0.07240	-26.63%
15	0.0000	-0.06281	-0.06281	-

4 Tempo de estabelecimento

4.1 Análise teórica

Nesta secção, estuda-se o tempo de estabelecimento do circuito. O tempo de estabelecimento corresponde ao intervalo de tempo que um circuito num estado estacionário, ao ser excitado nas suas entradas, leva até que a variação do seu estado em torno do estado estacionário criado pela excitação esteja compreendida entre limites definidos. Neste caso concreto, o tempo de estabelecimento corresponde ao intervalo de tempo entre a mudança da saída do contador para um novo valor digital e a estabilização da tensão de saída do circuito em torno do correspondente valor analógico. Tendo em conta que este conversor D/A é apenas constituído por resistências e um AmpOp, assume-se que o tempo de estabelecimento do circuito depende apenas do tempo de estabelecimento do AmpOp, pois este, quando se consideram as suas não-idealidades, tem uma taxa de variação máxima da sua tensão de saída designada por *slew rate*,

$$SR = \left. \frac{dV_0}{dt} \right|_{max}, \quad (27)$$

onde V_0 é a tensão de saída do AmpOp. De acordo com o catálogo do AmpOp μ A741, o valor típico da sua *slew rate* é $SR = 0.5\text{V }\mu\text{s}^{-1}$. Assim, para conhecer o tempo de estabelecimento do circuito, recorre-se ao tempo de estabelecimento do AmpOp, que pode ser calculado a partir de (27) como

$$t_s \approx \frac{|\Delta V_0|}{SR}, \quad (28)$$

onde $|\Delta V_0|$ é a variação da tensão de saída requerida pela variação da tensão de entrada imposta ao AmpOp.

Para variações das entradas do circuito de 0 para 1, ou seja, de $S_1S_2S_3S_4 = 0000$ para $S_1S_2S_3S_4 = 1111$, e de 1 para 0, ou seja, de $S_1S_2S_3S_4 = 1111$ para $S_1S_2S_3S_4 = 0000$, tem-se que o seu tempo de estabelecimento depende das tensões de saída correspondentes a cada combinação e da *slew rate* do AmpOp. Como nos casos enunciados, as variações são simétricas, tem-se que o seu tempo de estabelecimento deve ser aproximadamente igual. Adicionalmente, sabe-se da Tabela 1 que as tensões de saída correspondentes a $S_1S_2S_3S_4 = 0000$ e $S_1S_2S_3S_4 = 1111$ são, respetivamente, 0V e -3.125V , pelo que se retira, a partir de (28),

$$t_s \approx \frac{|-3.125 - 0|}{0.5} \approx 6.250\mu\text{s}. \quad (29)$$

4.2 Trabalho experimental

De forma a que o contador realizasse consecutivamente as transições de $S_1S_2S_3S_4 = 0000$ para $S_1S_2S_3S_4 = 1111$ e de $S_1S_2S_3S_4 = 1111$ para $S_1S_2S_3S_4 = 0000$, ligou-se o *Reset* ao valor lógico "1"(5V), fazendo com que as suas saídas fossem sempre $Q_1Q_2Q_3Q_4 = 0000$, e uma onda quadrada de frequência 100kHz, tensão pico-a-pico 5V, e *offset* 2.5V a A. Assim, a tensão em A varia entre o valor lógico "1"(5V) e o valor lógico "0"(0V), pelo que as saídas das portas NOR são $S_1S_2S_3S_4 = 1111$ para A no valor lógico "0" e $S_1S_2S_3S_4 = 0000$ para A no valor lógico "1". Para chegar à montagem desejada, ligou-se ainda B a S4 e D a F, fazendo $R_f = 2R$. Com esta montagem, obteve-se com o osciloscópio a tensão em A, a amarelo, e à saída do conversor D/A, a verde, da Fig. 18.

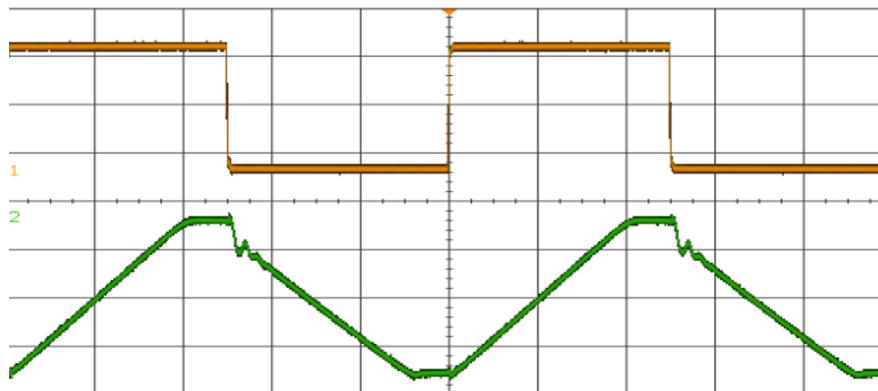


Figura 18: Tensões em A, a amarelo, e à saída do conversor D/A, a verde, para cálculo do tempo de estabelecimento experimental.

A partir da Fig. 18 e dos dados exportados do osciloscópio, observa-se que a tensão à saída do conversor transita entre um patamar correspondente ao valor lógico de A "1", ou seja, $S_1S_2S_3S_4 = 0000$, e um patamar correspondente ao valor lógico de A "0", ou seja, $S_1S_2S_3S_4 = 1111$. Os valores médios das tensões nesses patamares são designados, respetivamente, por $V_{0f}(S_1S_2S_3S_4 = 1111)$ e $V_{0f}(S_1S_2S_3S_4 = 0000)$ e são idênticos ao longo do tempo. O tempo de estabelecimento para a transição $0 \rightarrow 1$ é calculado como a diferença entre a transição de A de aproximadamente 5V para 0V e o instante em que a tensão à saída deixa de variar significativamente, designando-se $t_s(0 \rightarrow 1)$. O tempo de estabelecimento da transição $1 \rightarrow 0$ é calculado como a diferença entre a transição de A de aproximadamente 0V para 5V e o instante em que a tensão à saída deixa de variar significativamente, designando-se $t_s(1 \rightarrow 0)$. Estes valores experimentais estão sumariados na Tabela 11.

Tabela 11: Valores experimentais dos tempos de estabelecimento e das tensões nos patamares.

$V_{0f}(S_1S_2S_3S_4 = 1111)$	$V_{0f}(S_1S_2S_3S_4 = 0000)$	$t_s(0 \rightarrow 1)$	$t_s(1 \rightarrow 0)$
-3.235 V	-0.063 V	4.08 μ s	4.16 μ s

4.3 Comparação de resultados

Dos valores experimentais obtidos, pode-se calcular, a partir de (28), a *slew rate* experimental para cada transição através de

$$SR = \frac{|\Delta V_0|}{t_s}, \quad (30)$$

obtendo os valores indicados na Tabela 12. Os valores de tempo de estabelecimento e de *slew rate* estão relacionados e a sua análise deve ser feita conjuntamente. Em primeiro lugar, observa-se que são semelhantes para ambas as transições e que as diferenças entre elas surgem também quando se observa a evolução da tensão nas transições, que não é simétrica entre elas como se pode observar pelas oscilações da Fig. 18. Em segundo

lugar, observa-se que os erros são elevados para ambos. Tendo em conta que o valor da *slew rate* do AmpOp pode variar bastante do valor típico, considera-se que isso acontece e é essa a fonte destes valores de erro elevados.

Tabela 12: Valores teóricos e experimentais das tensões nos patamares, dos tempos de estabelecimento e da *slew rate* para cada transição

Parâmetro	Valor teórico	Valor experimental	Erro relativo
$t_s(0 \rightarrow 1)$	6.250 μs	4.08 μs	-34.7%
$t_s(1 \rightarrow 0)$	6.250 μs	4.16 μs	-33.4%
$SR(1 \rightarrow 0)$	0.5 V μs^{-1}	0.763 V μs^{-1}	52.6%
$SR(0 \rightarrow 1)$	0.5 V μs^{-1}	0.778 V μs^{-1}	55.6%

É ainda de notar que esta experiência apenas é possível neste formato para ondas quadradas em A de frequência

$$f < \frac{1}{2t_s(1 \rightarrow 0)} \approx 120\text{kHz},$$

pois, para frequências superiores, a transição do sinal em A entre valores lógicos seria mais rápida que as transições do circuito, pelo que o circuito não atingia os patamares.

5 Picos de tensão nas transições entre estados

5.1 Trabalho experimental

Partindo novamente do módulo experimental representado na Fig. 1, foi feita uma nova montagem do circuito. Em primeiro lugar, foi ligada a saída da porta lógica NOT a S_4 (ligação de C a S_4), de seguida tomou-se $R_f = 2R$ (ligação de D a F) e finalmente o contador foi ligado no modo *reset* (ligação de Rst a 5V). A entrada C_p está desligada. Assim, as saídas do contador estão todas as zeros e os bits de entrada do conversor são os representados em (31), em que o bit S_4 difere dos restantes devido à porta NOT que está agora a ele associada.

$$\begin{cases} S_1S_2S_3S_4 = 1110, & \text{para } A=0 \\ S_1S_2S_3S_4 = 0001, & \text{para } A=1 \end{cases} \quad (31)$$

Em segundo lugar, foi aplicada uma onda quadrada de $f = 100\text{kHz}$ com amplitude 5V no ponto A, à semelhança do que já tinha sido feito anteriormente. Esta onda dita os valores de A=0 e A=1 que determinam os bits de entrada do conversor como descrito em (31). O resultado da forma de onda da tensão de saída do conversor assim como o sinal aplicado em A estão representados na Fig. 19. Os valores de tensão obtidos no osciloscópio ao longo do tempo foram utilizados para calcular a tensão do patamar de cada estado. Foi feita, assim, a média dos valores experimentais da tensão de saída nos patamares que correspondiam a A=1 (estado $S_1S_2S_3S_4 = 0001$) e o mesmo para A=0 (estado $S_1S_2S_3S_4 = 1110$), que estão apresentados na Tabela 13. Na Secção 5.2, procede-se à análise das oscilações verificadas na transição entre os dois estados e a sua origem é identificada.

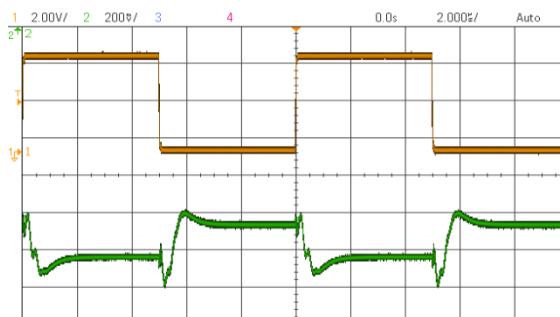


Figura 19: Tensão de entrada (laranja) e tensão de saída do conversor (verde) : exemplo de picos de tensão.

5.2 Comparação de resultados

Observando a Fig. 19 constata-se a existências de picos de tensão nas transições entre estados; ora na mudança de $A = 0$ para $A = 1$ ora na mudança de $A = 1$ para $A = 0$. Os bits de entrada do conversor têm dois estados $S_1S_2S_3S_4 = 1110$ ou $S_1S_2S_3S_4 = 0001$, porém, não é possível ocorrer uma passagem instantânea entre estes dois casos devido ao atraso da mudança de bits causado pela porta NOT associada ao bit S_4 (este bit vai ser o último a transitar de valor), existindo um estado intermédio entre cada passagem. Estes estados intermédios são $S_1S_2S_3S_4 = 0000$ e $S_1S_2S_3S_4 = 1111$, respetivamente. A evolução dos bits de entrada do conversor é descrita por

$$\begin{cases} 1110 \rightarrow 0000 \rightarrow 0001, & A: 0 \rightarrow 1 \\ 0001 \rightarrow 1111 \rightarrow 1110, & A: 1 \rightarrow 0 \end{cases}, \quad (32)$$

Assim, a mudança entre estados não é instantânea, havendo um certo atraso associado à porta NOT. Quando ocorre a mudança do valor de A, existe um determinado intervalo de tempo em que a tensão de saída do conversor tende para o valor analógico de um dos estados intermédios. Analisando, em primeiro lugar, o primeiro caso de (32), representado na Fig. 20a, a tensão sofre uma subida, atingido o seu maior valor a $V_0 = -1.434$ V. Verificamos assim que ao passar do estado $S_1S_2S_3S_4 = 1110$, cuja tensão é -1.508 V, para o estado $S_1S_2S_3S_4 = 0001$, cuja tensão é -1.667 V, durante um curto período de tempo a saída do conversor tenta transitar para o estado intermédio $S_1S_2S_3S_4 = 0000$, cujo patamar teórico é de 0.000 V, pelo que é consistente com o pico de subida observado. Em segundo lugar, para o segundo caso de (32), representado na Fig. 20b, a tensão sofre uma descida, atingido o seu valor mínimo a $V_0 = -1.804$ V. Verificamos assim que ao passar do estado $S_1S_2S_3S_4 = 0001$, cuja tensão é -1.667 V, para o estado $S_1S_2S_3S_4 = 1110$, cuja tensão é -1.508 V, durante um curto período de tempo a saída do conversor tenta transitar para o estado intermédio $S_1S_2S_3S_4 = 1111$, cujo patamar teórico é de -3.125 V, pelo que é consistente com o pico de descida observado.

Para além disso, verificamos que, em adição aos grandes picos analisados anteriormente, existem pequenas oscilações ao longo da transição. Estas oscilações são indicativas de uma pequena capacidade parasita existente no circuito que se torna visível com as elevadas frequências empregadas. Esta capacidade parasita é gerada, por exemplo, pela proximidade das pistas condutoras da placa de circuitos do módulo experimental.

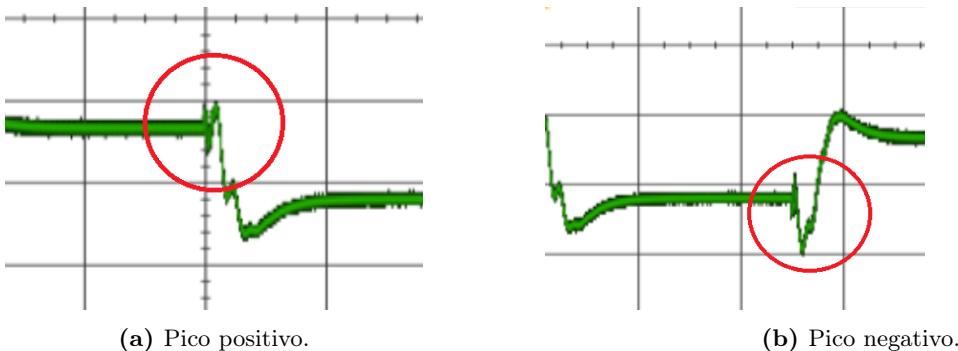


Figura 20: Picos de tensão de saída do conversor.

Tabela 13: Valor da tensão para cada estado.

Estado	V_0 experimental [V]	V_0 teórico [V]
$S_1S_2S_3S_4 = 1111$	-	-3.124
Pico negativo	-1.804	-
$S_1S_2S_3S_4 = 1110$	-1.508	-1.458
$S_1S_2S_3S_4 = 0001$	-1.667	-1.667
Pico positivo	-1.434	-
$S_1S_2S_3S_4 = 0000$	-	0.000

6 Conclusões

Com o estudo detalhado do conversor D/A, implementado fazendo uso de uma escada R-2R, foi possível tecer várias conclusões acerca do seu funcionamento. Em primeiro lugar, verificou-se que os resultados experimentais dos patamares de tensão da saída do conversor estão desfasados dos resultados obtidos experimentalmente. Verificou-se que a maior componente do erro experimental varia de forma proporcional com a tensão de saída do conversor. Desta forma, foi possível concluir que a origem mais plausível deste desfasamento são os desvios nos valores experimentais da tensão lógica V_{ref} e na resistências R_f face aos seus valores nominais. A plausibilidade desta hipótese foi confirmada calculando quais os desvios experimentais destes parâmetros que explicam os resultados observados, e comparando os resultados experimentais ajustados com os obtidos experimentalmente para um ensaio independente. Os resultados teóricos ajustados são muito próximos dos observados experimentalmente. Em segundo lugar, foi estudada a influência de desvios nos valores da resistências da escada R-2R. Os valores previstos teoricamente ajustados são muito próximos dos obtidos experimentalmente. Concluiu-se que, quando o valor de uma resistência é alterado, o peso do correspondente bit é maior do que no caso sem alterações e que os restantes têm pesos inferiores do que no caso sem alterações. Em terceiro lugar, considera-se que o tempo de estabelecimento do circuito depende apenas do tempo de estabelecimento do AmpOp. Tal como é comum, dada a grande variabilidade deste parâmetros, a sua *slew rate* obtida experimentalmente é bastante diferente do valor nominal indicado pelo fabricante. Em quarto lugar, foram ainda observados picos de tensão nas transições entre estados. A origem destes picos foi identificada. Conclui-se que são devidos ao atraso da mudança de bits causado pela porta lógica NOT associada ao bit S_4 . Tal faz com que a mudança entre dois estados passe por um estado intermédio que é convertido pelo conversor D/A durante um pequeno instante de tempo, dando origem aos picos de tensão que se observam no osciloscópio.