

Instituto Superior Técnico

Mestrado Integrado em Engenharia Aeroespacial

Electrónica Geral

1º Semestre 2020/2021

3º Trabalho de Laboratório

Filtro adaptativo

Grupo 7:

89652, Carolina Pinheiro

89683, José Neves

89691, Leonardo Pedroso

Docente:

Prof. José António Beltran Gerald

2 de agosto de 2021

Índice

1	Introdução	1
2	Sistema em estudo	1
3	Componentes do sistema	3
3.1	Baralhadores de dados	3
3.1.1	Implementação em SIMULINK	3
3.1.2	Teste	4
3.2	Híbrido	5
3.2.1	Implementação em SIMULINK	5
3.2.2	Teste	5
3.3	ERLE	6
3.3.1	Implementação em SIMULINK	6
3.4	Cancelador de Eco	7
3.4.1	Implementação em SIMULINK	8
3.4.2	Teste	8
4	Sistema completo	9
4.1	Sem ruído	9
4.2	Com ruído	15
5	Conclusão	22

1 Introdução

No âmbito da unidade curricular de Electrónica Geral, desenvolveu-se o presente relatório acerca do terceiro trabalho de laboratório.

Nesta atividade estuda-se o problema da comunicação a longas distâncias, com ênfase na interface entre dispositivos e linhas de comunicação. Nestas interfaces, chamadas de híbridos, são originados ecos, predominantemente locais. Para tal é necessário integrar no sistema, em paralelo com cada híbrido, um cancelador de eco por forma a ser possível recuperar o sinal recebido com a menor distorção provocada pelo eco local possível. Nesse sentido é comum implementar-se um filtro adaptativo a funcionar em modo de identificação como cancelador de eco.

Nesta atividade, estuda-se um filtro FIR (*Finite Impulse Response*) transversal adaptativo. O algoritmo de adaptação usado é o algoritmo LMS (*Least Mean Squares*), um algoritmo de gradiente. O objetivo deste filtro é desempenhar as funções do cancelador de eco num sistema de transmissão de dados em banda de base. São estudados com detalhe diversos aspetos do processo de adaptação, nomeadamente: i) o peso computacional do filtro, ii) a velocidade de adaptação, iii) a estabilidade do algoritmo, iv) o erro residual, v) desempenho na presença do ruído. As simulações foram feitas em SIMULINK.

Ao longo do relatório, em primeiro lugar, analisa-se o sistema em estudo, onde é explicado o funcionamento de um sistema de transmissão de dados base e os seus componentes. É, ainda, apresentado um sistema mais complexo para resolver o problema da sincronização da amostragem, em que amostragem corresponde ao dobro do *bit rate* dos dados. Em segundo lugar, são estudados os diferentes componentes do sistema de teste final: i) baralhadores de dados, ii) híbrido, iii) ERLE, e iv) cancelador de eco. Por último, é feita uma análise ao sistema completo com e sem a presença de ruído.

2 Sistema em estudo

O sistema que estamos a estudar é um sistema de transmissão de dados em banda de base. Este sistema é composto por um emissor/recetor local e por emissor/recetor remoto idênticos, e por uma linha de transmissão entre os dois. O diagrama de blocos de um sistema de transmissão de dados base está representado na Fig. 1

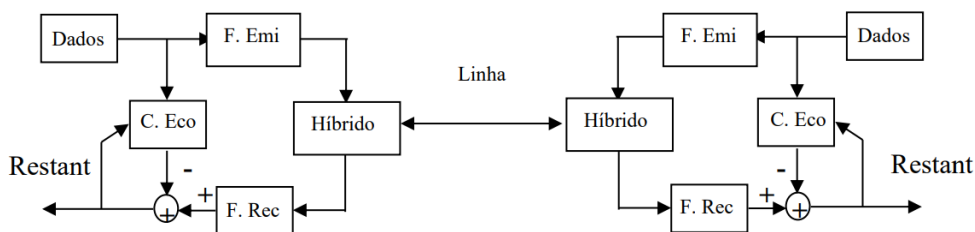


Figura 1: Sistema de transmissão de dados base.

Em primeiro lugar, iremos analisar brevemente os blocos principais representados no diagrama de blocos acima mencionado. O gerador de dados (bloco *Dados* no diagrama) tem como função fornecer os dados a serem emitidos, este bloco inclui também, num sistema real, um baralhador de dados que irá ser analisado mais profundamente na Secção 3.1. De seguida temos os filtros de emissão e receção (*F. Emi* e *F. Rec*, respetivamente). O filtro de emissão tem como objetivo reduzir a interferência intersimbólica que advém da impossibilidade de gerar impulsos retangulares perfeitos e da memória dos dispositivos e do canal de transmissão. Na receção, é implementado um filtro de receção que tem como função eliminar o ruído fora de banda e igualizar o canal de transmissão. Analisando agora o híbrido, podemos constatar que este realiza a passagem de 4 fios (referentes aos emissores/recetores) para 2 fios (referentes à linha de transmissão). A implementação deste circuito (que será analisada na Secção 3.2) não vai ser, porém, perfeita e como consequência parte do sinal a ser enviado é refletido, dando origem ao eco (quando gerado no híbrido local designa-se eco local e é mais importante uma

vez que a sua amplitude é maior que a do eco reomoto). Em relação ao cancelador de eco, como o próprio nome indica, tem como objetivo cancelar o eco gerado pelo híbrido, este será analisado em detalhe na Seccção 3.4.

Posteriormente, este diagrama de blocos foi adaptado para um diagrama de blocos de um sistema de teste. Neste novo sistema de teste é utilizado um filtro FIR transversal adaptativo, a funcionar como cancelador de eco. No diagrama de blocos da Fig. 2 o emissor/recetor remoto e o canal foram reduzidos aos blocos do processamento de sinal responsáveis pela geração de ruído (o bloco *Dados* e o ganho G à direita na Fig. 2). Este ruído será somado ao eco local (proveniente do Híbrido) que está ligado ao filtro de emissor e ao emissor local (bloco *Dados* na esquerda). Para efeitos do cancelador de eco, todo o sinal recebido pelo recetor local para além do sinal de eco é considerado ruído, isto inclui não só o ruído propriamente dito, mas também o sinal proveniente do emissor remoto.

Um dos problemas da configuração da Fig. 1 é a sincronização da amostragem, visto que esta pode coincidir com o instante de transição entre dados. Assim, na Fig. 2 está ainda evidenciada uma técnica de sobreamostragem que resulta na utilização de 2 amostras por dado (amostra par e amostra ímpar). Desta forma vão ser utilizados dois canceladores de eco a operar em paralelo como se pode ver na figura (blocos *SC. Eco* na figura). Neste trabalho laboratorial, no entanto, foi estudada a versão simplificada deste sistema.

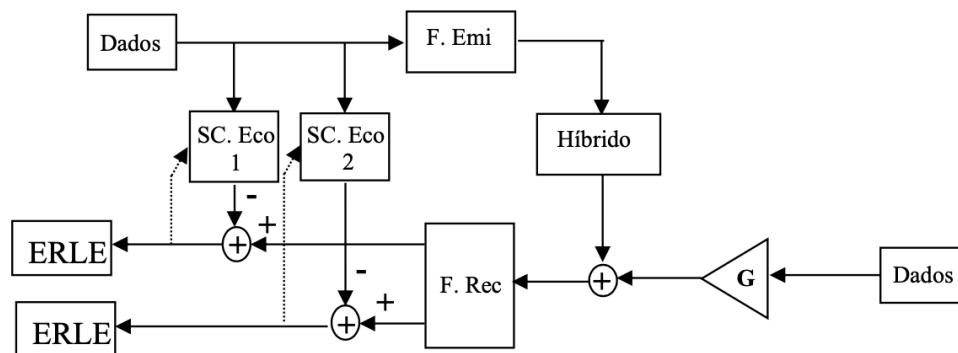


Figura 2: Sistema em que a amostragem corresponde ao dobro do *bit rate* dos dados.

É depois ainda utilizado um parâmetro, ERLE, para avaliar o desempenho do sistema, como explicado em detalhe na Secção 3.3.

Na Fig. 3 encontra-se representado o diagrama de blocos final do sistema simplificado utilizado, com todos os componentes implementados. Neste sistema não é incluído o filtro de emissão nem de recepção. São assim distinguíveis quatro componentes principais: geradores de dados (local e remoto), híbrido, ERLE, e cancelador de eco.

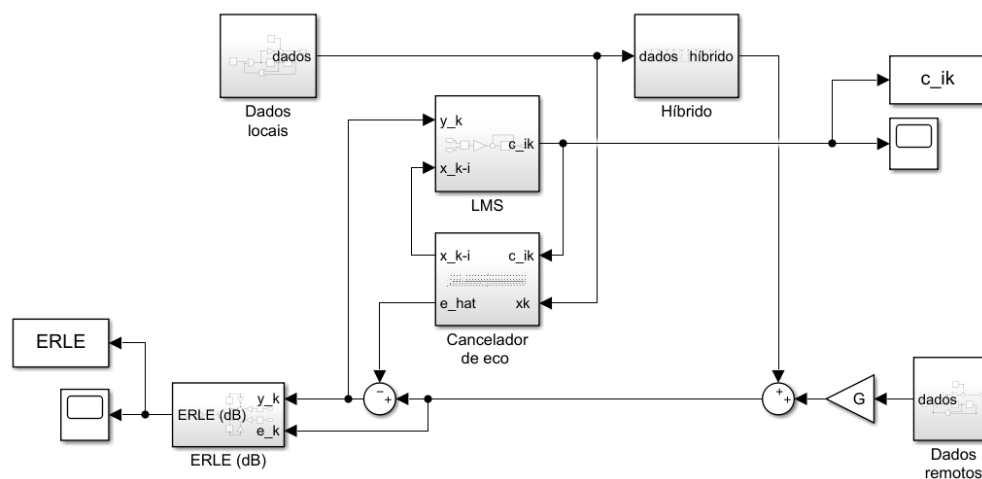


Figura 3: Diagrama de blocos do sistema de teste final utilizado.

3 Componentes do sistema

3.1 Baralhadores de dados

O gerador de dados aleatórios é composto por um gerador de onda quadrada seguida de um baralhador de dados. Este gerador de dados aleatórios vai ser utilizado para simular a emissão dados (emissor local) e de ruído (emissor remoto). Em relação ao baralhador de dados este vai estar definido de maneira diferente para o emissor remoto e para o emissor local, sendo que para o emissor local temos que

$$y(t) = x(t) \oplus y(t - 3T) \oplus y(t - 5T) , \quad (1)$$

e para o emissor remoto

$$y(t) = x(t) \oplus y(t - 5T) \oplus y(t - 7T) , \quad (2)$$

onde T representa o período dos dados e \oplus é o operador XOR . $y(t)$ pode assim assumir dois resultados: 0 e 1 (uma vez que são gerados por uma onda quadrada de amplitude 1 V); no entanto, uma vez que os dados à saída do gerador de dados aleatórios devem ter níveis -1 e +1 é necessário um conversor de nível.

3.1.1 Implementação em SIMULINK

Na Fig. 4 encontra-se o diagrama de blocos do emissor local e na Fig. 5 o diagrama de blocos do emissor remoto. Estes diagramas de blocos aplicam as fórmulas (1) e (2) referidas anteriormente.

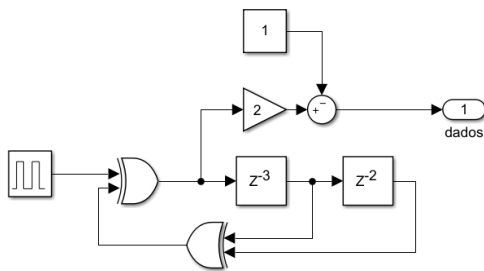


Figura 4: Diagrama de blocos do emissor local.

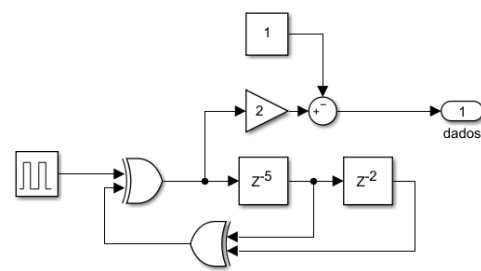


Figura 5: Diagrama de blocos do emissor remoto.

Os blocos da Fig. 6 realizam a conversação do sinal de 0 ou 1 para -1 ou 1, multiplicando primeiro por 2 o número inicial (sendo os resultados depois desta multiplicação ou 0 ou 2, respetivamente) e subtraindo 1 de seguida, para, finalmente, obter os dados que ora são -1 ora são 1.

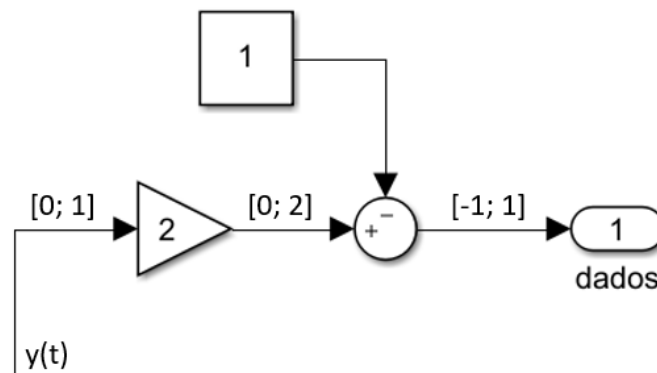


Figura 6: Conversor de nível.

3.1.2 Teste

De forma a estudar o correto funcionamento dos baralhadores de dados foram efetuados dois testes: no primeiro, colocou-se à entrada do baralhador de dados a saída de um gerador de onda quadrada (tanto para o local como para o remoto); no segundo, foi aplicado um sinal de dados de entrada permanentemente a zero à entrada do baralhador (local e remoto). Os resultados do primeiro teste encontram-se representados na Fig. 7 para o emissor local e na Fig. 8 para o emissor remoto.

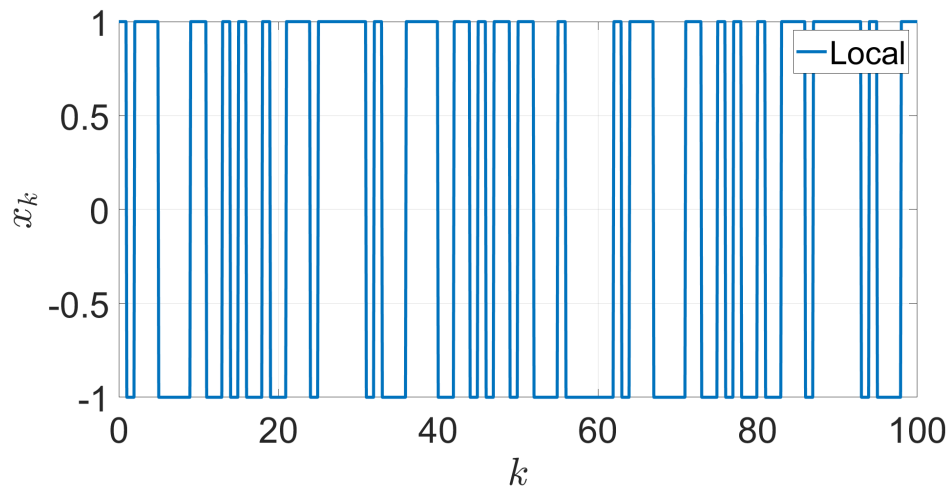


Figura 7: Sinal de saída do emissor local (para uma entrada onda quadrada)

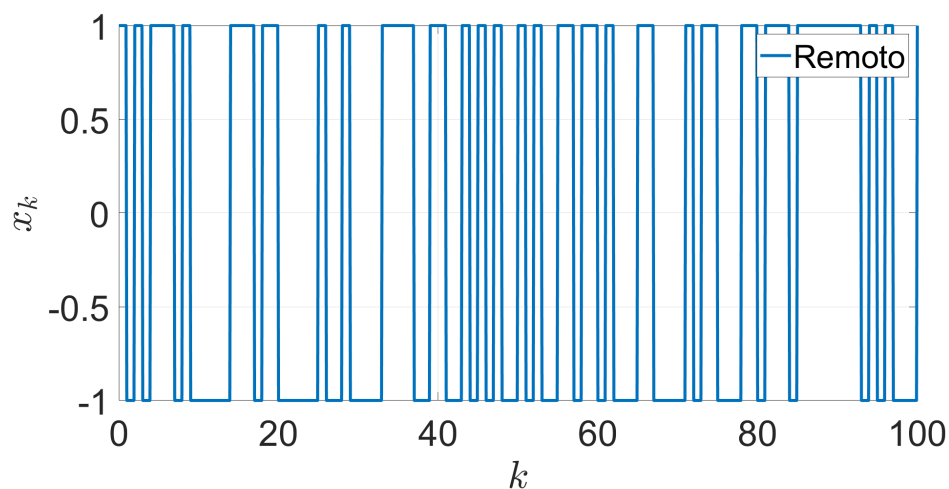


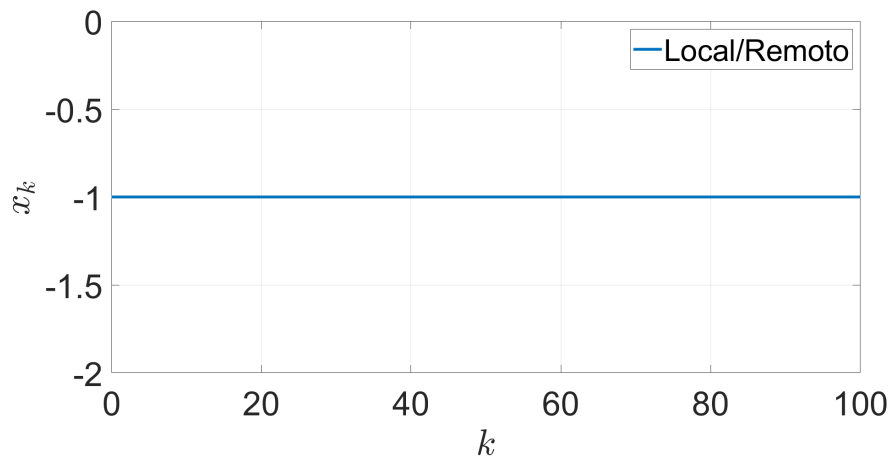
Figura 8: Sinal de saída do emissor remoto (para uma entrada onda quadrada)

Em relação ao primeiro teste, podemos concluir que o sinal é (pseudo) aleatório e que toma os valores de -1 ou 1, sendo os resultados diferentes para o emissor local e para o emissor remoto, o que seria de esperar já que foram utilizados polinômios diferentes para gerar esta saída.

Os resultados do segundo teste encontram-se representados na Fig. 9 para os dois emissores, uma vez que a resposta é a mesma para ambos. Podemos observar que a saída é sempre -1, isto é fácil de explicar sabendo a tabela de verdades do "ou-exclusivo" que está representada na Tabela 1. Podemos observar que caso as duas entradas forem 0 a saída vai também ser 0. Sabendo ainda que os valores iniciais dos sinais atrasados são também 0, a saída de qualquer uma das portas XOR vai ser também sempre zero, sendo este sinal depois convertido pelo conversor de nível obtendo-se uma saída constante de -1.

Tabela 1: Tabela de Verdades do XOR

entrada	00	01	10	11
saída	0	1	1	0

**Figura 9:** Sinal de saída do emissor local (ou remoto) para uma entrada nula.

3.2 Híbrido

Analisemos, agora, o híbrido. Como já referido anteriormente, a função do híbrido é realizar a passagem de 4 fios para 2 fios; esta passagem vai levar a que seja gerado eco. Já que o objetivo principal do trabalho é estudar o cancelamento de eco, foi só simulado o eco local gerado pelo híbrido pois este é de maior importância.

3.2.1 Implementação em SIMULINK

A implementação do híbrido foi feita através de um filtro FIR transversal de 9ª ordem a operar ao ritmo de dados. Foram utilizados os coeficientes da Tabela 2, fornecidos no enunciado. O diagrama de blocos encontra-se representado na Fig. 10.

Tabela 2: Coeficientes do híbrido.

Baixada	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Coeficientes	0	0.2	1	0.3	-0.4	-0.1	0.1	-0.05	-0.02	-0.01

3.2.2 Teste

Para garantir o correto funcionamento do híbrido, este foi testado. Foi assim aplicada um sinal contínuo de valor 1, obtendo-se o sinal de saída representado na Fig. 11, os valores de cada patamar estão representados na Tabela 3.

Observamos que o filtro toma vários valores até eventualmente estabilizar para $k > 9$. Comparando estes valores com os coeficientes da Tabela 2 podemos observar que o valor de cada patamar k é a soma dos coeficientes anteriores até à baixada k (incluindo o coeficiente desta baixada). Por exemplo, o quinto patamar tem o valor de 1 já que $0 + 0.2 + 1 + 0.3 - 0.4 - 0.1 = 1$. O valor final em que a resposta estabiliza é 1.02, a soma de todos os coeficientes. Este comportamento era expctável tendo em conta o diagrama de blocos da Fig. 10.

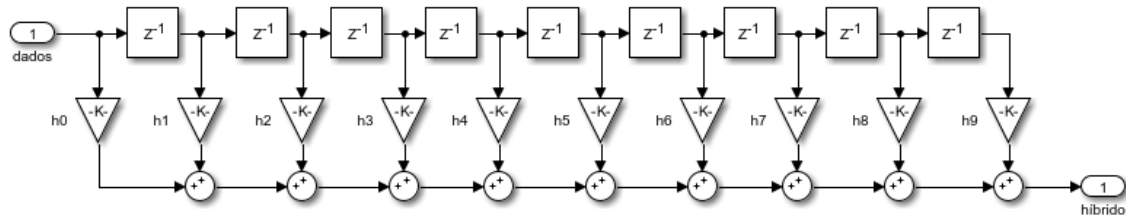


Figura 10: Diagrama de blocos do híbrido.

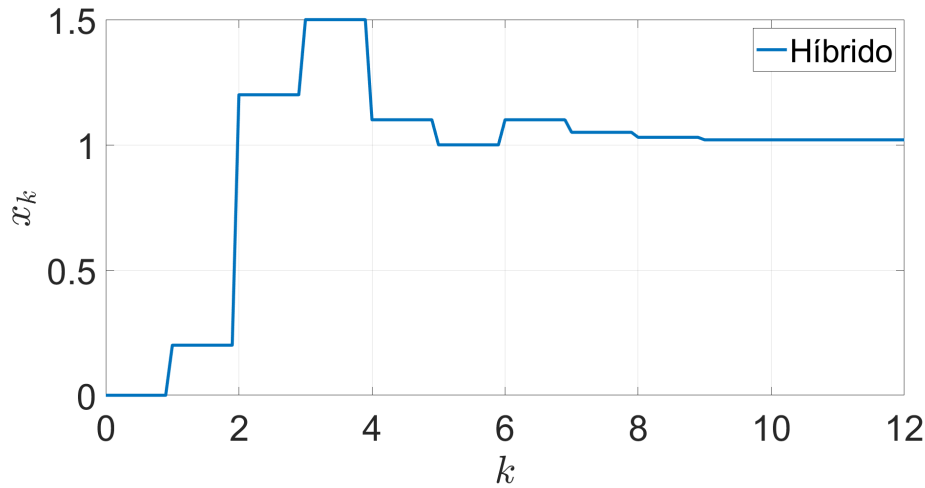


Figura 11: Resposta do híbrido a um sinal contínuo de valor 1 como entrada.

3.3 ERLE

O ERLE (*Echo Return Loss Enhancement*) é o parâmetro mais usado para medir o desempenho do cancelamento do eco. Este parâmetro é medido em dB e é definido pela razão entre os valores quadráticos médios do eco antes, e depois do cancelamento.

$$ERLE = \frac{E[e_k^2]}{E[(e_k - \hat{e}_k)^2]} \Big|_{dB} \quad (3)$$

Analisando a equação (3) e o significado físico do parâmetro ERLE, podemos então concluir que:

1. um valor de ERLE maior corresponde a um melhor desempenho do cancelador de eco
2. valores baixos ou valores negativos do ERLE correspondem a más estimativas do valor de eco em relação ao seu valor real

No SIMULINK, o que se obtém não é a média estática (valor esperado), mas sim uma estimativa instantânea do ERLE que, ao longo do tempo, permite obter uma estimativa da média temporal. Porém, para a maioria dos sinais usados nestes sistemas de transmissão, estes dois resultados são iguais sendo, portanto, este resultado aceitável.

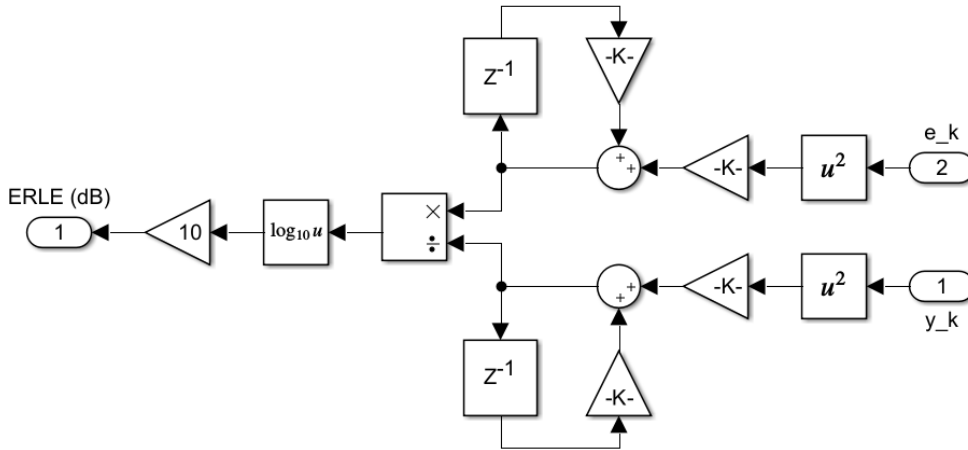
3.3.1 Implementação em SIMULINK

O diagrama de blocos utilizado para calcular este parâmetro encontra-se representado na Fig. 12. Temos na entrada 1 o valor do eco após o cancelamento e na entrada 2 o valor do eco antes do cancelamento. É tomado o quadrado de cada entrada que é de seguida multiplicado por um ganho $1 - \alpha$. Este valor vai depois ser somado ao sinal realimentado com um atraso unitário que vai também ser multiplicado por um ganho, desta vez α .

Tabela 3: Valores dos patamares.

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
h_i	0	0.2	1	0.3	-0.4	-0.1	0.1	-0.05	-0.02	-0.01
Patamar i (V)	0	0.2	1.2	1.5	1.1	1	1.1	1.05	1.03	1.02

Implementando assim, dois filtros discretos passa-baixo de 1^a ordem com um pólo em $\lambda = \alpha$. É feita a divisão entre estes dois valores e é de seguida feita a conversão do valor obtido para dB com a ajuda dos dois últimos blocos.

**Figura 12:** Diagrama de blocos para calcular o ERLE.

3.4 Cancelador de Eco

Como indicado anteriormente em sistemas de transmissão a longa distância em que os dispositivos que recebem e enviam mensagens estão ligados aos canais de transmissão por via de um híbrido, são originados ecos, predominantemente locais. Para tal é necessário integrar no sistema, em paralelo com cada híbrido, um cancelador de eco por forma a ser possível recuperar o sinal recebido com a menor distorção provocada pelo eco local possível. Nesse sentido é comum implementar-se um filtro adaptativo a funcionar em modo de identificação como cancelador de eco.

Neste trabalho laboratorial foi implementado um filtro FIR adaptativo de ordem 25. O seu diagrama de blocos encontra-se representado na Fig. 13. Neste diagrama \mathbf{x}_k representa os dados locais, que deram origem ao eco local; os escalares c_i , com $i = 0, \dots, 25$, são os coeficientes adaptativos da baixada i do filtro FIR; $\hat{\mathbf{e}}_k$ denota a estimativa do eco local; \mathbf{e}_k denota o eco local; $\mathbf{y}_k := \hat{\mathbf{e}}_k - \mathbf{e}_k$ denota o sinal de erro que servirá para adaptar o filtro; e $H(z)$ denota a função transferência discreta do caminho do eco. É de notar que para o bom funcionamento do cancelador de eco, o filtro FIR adaptativo deverá identificar $H(z)$. Por esta razão, o filtro FIR é adaptativo, sendo os coeficientes de cada baixada atualizados a cada iteração.

Podem ser usados algoritmos de adaptação para o ajuste dos coeficientes do filtro FIR, pertencentes a duas grandes famílias: i) mínimos quadrados (como RLS (*Recursive Least Squares*) e *Fast Kalman*) e ii) gradiente (como LMS). A escolha do tipo de algoritmo, bem como a seleção do seus parâmetros determina a estabilidade, o erro residual e o peso computacional do processo de adaptação, como exposto detalhadamente adiante. Por um lado, os algoritmos de gradiente são os mais simples e cuja implementação é mais eficiente, pelo que são os mais comuns atualmente. Por outro, lado, ainda que computacionalmente mais exigentes, os algoritmos de mínimos quadrados possuem maior rapidez de convergência e não são sensíveis a mínimos locais das superfícies de erro. Desta forma, especialmente em aplicações de alta frequência em tempo real, a seleção do tipo de algoritmo de adaptação é condicionada pela capacidade computacional disponível.

Neste trabalho laboratorial, foi selecionado uma simplificação do Algoritmo do Gradiente Estatístico, o algoritmo LMS, para o processo de adaptação, que é um algoritmo de gradiente, com uma exigência computacional

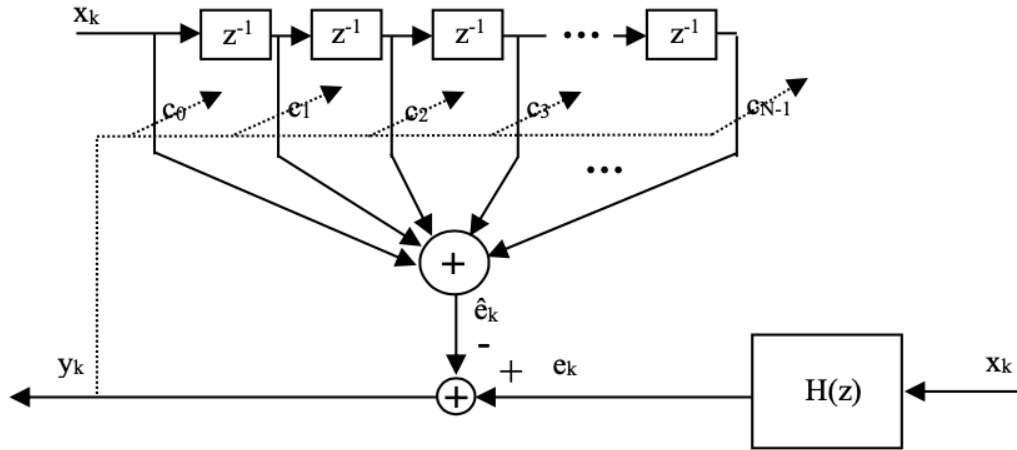


Figura 13: Estrutura do cancelador de eco.

reduzida, podendo ser utilizado em aplicações em tempo real de elevada frequência. Foi escolhido, visto que aplicado a um filtro transversal FIR, como o utilizado neste trabalho, permite obter uma identificação robusta e estável, associada ainda a uma convergência de velocidade moderada. Os aspetos da performance deste algoritmo adaptativo serão analisados com detalhe adiante. A simplificação aplicada neste algoritmo consiste em tomar o valor instantâneo do erro quadrático \mathbf{y}_k^2 , como estimativa do seu valor esperado estatístico.

A cada iteração, a atualização dos coeficientes é efetuada segundo

$$c_{i,k+1} = c_{i,k} + 2\mu y_k x_{k-i}, \quad (4)$$

onde $c_{i,k}$ é o coeficiente da baixada i na iteração k , μ é o passo de adaptação, que condiciona a estabilidade e rapidez do algoritmo, como analisado posteriormente, y_k é o erro instantâneo da estimação do eco, e $x_{i,k}$ é a amostra dos dados locais que, na iteração k se encontra na baixada i do filtro FIR do cancelado rede eco.

3.4.1 Implementação em SIMULINK

O cancelador de eco adaptativo descrito anteriormente foi implementado em SIMULINK. Na Fig. 14 é apresentado o diagrama do cancelador de eco associado ao bloco do algoritmo de adaptação, que fornece ao filtro FIR do cancelador de eco as constantes c_i , $i = 0, \dots, 25$. Na Fig. 15 é apresentado o filtro FIR de ordem 25 do cancelador. Na Fig. 16 é apresentado o diagrama SIMULINK do bloco do algoritmo de adaptação LMS, de acordo com (4).

3.4.2 Teste

Por forma a testar o cancelador de eco, este foi testado para um filtro do híbrido muito simples, de modo a verificar se, de facto, os valores dos coeficientes do filtro adaptativo convergem para os coeficientes do filtro do híbrido de teste. O diagrama de blocos do sistema de teste é apresentado na Fig. 17 e o híbrido de teste na Fig. 18. Como se pode observar, o filtro do híbrido de teste é um filtro FIR transversal de ordem 4 com todas as baixadas com coeficientes nulos, à exceção da última com coeficiente unitário.

Assim, será de esperar que o *ERLE* convirja para um valor positivo, *i.e.*, que o algoritmo adaptativo estabilize o sistema, e que os valores dos coeficientes do filtro do cancelador de eco adaptativo convirjam todos para zero, com exceção de c_4 que deverá ser unitário no limite. Simulando este sistema com um passo de adaptação $\mu = 0.02$ e o pólo do filtro passa-baixo do *ERLE* em $\alpha = 0.9$, obtemos a evolução do *ERLE* ao longo de 5×10^3 iterações, representada na Fig. 19, e a evolução do valor dos coeficientes do filtro adaptativo, representada nas Figs. 20 e 21. Pode observar-se na Fig. 19 que, de facto, o valor do *ERLE* converge para um valor positivo de cerca de 310dB. Em adição, podemos observar, como expectável, que os valores dos coeficientes do filtro do cancelador de eco adaptativo convergem todos para zero, com exceção de c_4 que é unitário no limite. Para além

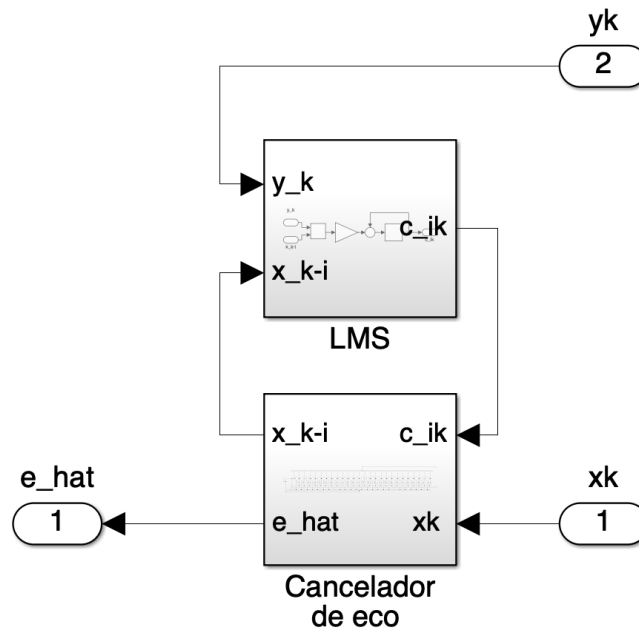


Figura 14: Diagrama SIMULINK do cancelador de eco adaptativo.

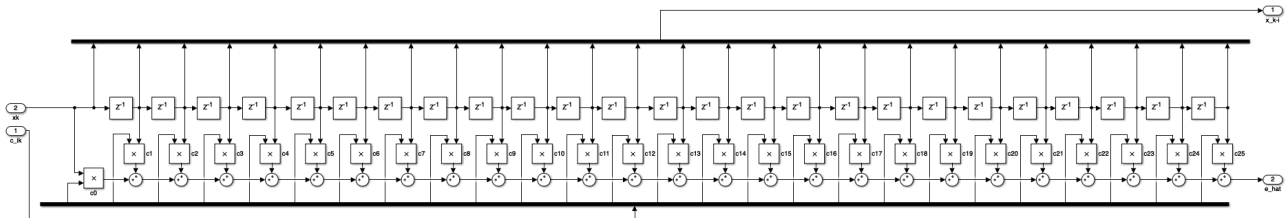


Figura 15: Diagrama SIMULINK do filtro FIR do cancelador de eco (bloco *Cancelador de eco* Fig. 14).

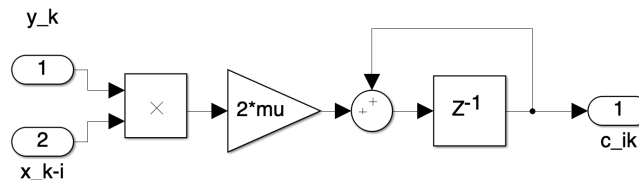


Figura 16: Diagrama SIMULINK do bloco do algoritmo de adaptação (bloco *LMS* Fig. 14).

disso, é interessante notar que a convergência dos valores dos coeficientes do filtro adaptativo é significativamente mais rápida do que a do ERLE. Este comportamento será verificado e detalhado adiante.

4 Sistema completo

Associando todos os componentes analisados na seção anterior, obtemos o sistema total a estudar. A sua implementação em SIMULINK é apresentada na Fig. 22. É de notar que para esta versão simplificada com apenas um cancelador de ruído o sincronismo foi assegurado pela definição dos tempos de amostragens iguais no próprio SIMULINK. Este procedimento é, na realidade, mais complicado, sendo por isso utilizados muitas vezes dois canceladores de eco e uma amostragem do dobro do *bit rate* dos dados, como apresentado na Fig. 2. O híbrido utilizado é o analisado na Secção 3.2.

4.1 Sem ruído

Será analisado, em primeiro lugar, o comportamento do sistema sem ruído, *i.e.* foi selecionado $G = 0$ no diagrama da Fig. 2. Começamos por simular o funcionamento do sistema para $\mu = 0.05$, como sugerido no guia

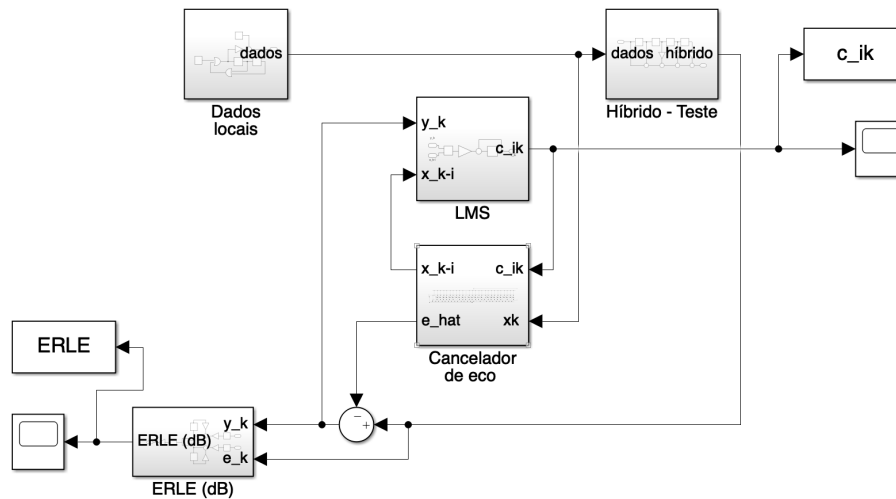


Figura 17: Diagrama SIMULINK do teste do cancelador de eco.

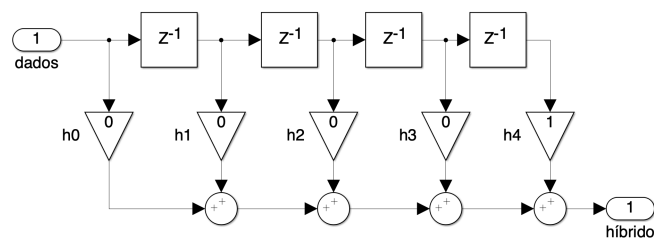


Figura 18: Filtro do híbrido de teste (bloco *Híbrido - Teste* Fig. 17).

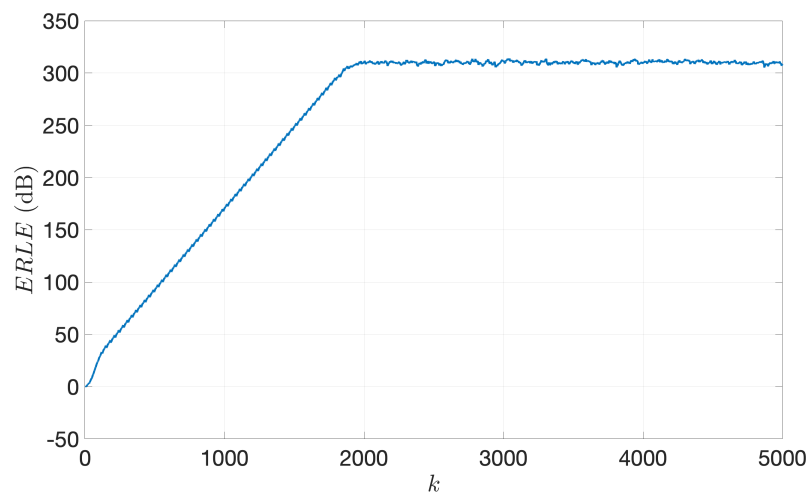


Figura 19: Evolução do $ERLE$ do sistema de teste.

laboratorial, e $\alpha = 0.99$. Na Fig. 23 é apresentada a evolução do *ERLE* ao longo das iterações do algoritmo de adaptação. Na Fig. 24 é apresentada a evolução dos coeficientes de cada baixada do filtro adaptativo. Podemos verificar analisando estes gráficos que nem o *ERLE* nem os coeficientes de cada baixada do filtro adaptativo convergem. Assim, verificamos que $\mu = 0.05$ não estabiliza o algoritmo de adaptação, sendo, por isso, necessário reduzir o seu valor.

Assim, diminui-se o valor de μ numa ordem de grandeza, *i.e.*, selecionando $\mu = 0.005$ e mantendo $\alpha = 0.99$. Da simulação do sistema obtemos a evolução do *ERLE* na Fig. 25 e a evolução dos coeficientes de cada baixada do filtro adaptativo nas Figs. 26 e 27. Verificamos, agora, que para os novos parâmetros selecionados, a evolução do *ERLE* estabiliza em torno de 300dB, pelo que, verificamos, que neste caso o algoritmo de adaptação, de facto, é estável e converge. Em adição, verificamos ainda que os coeficientes também convergem, e é de salientar

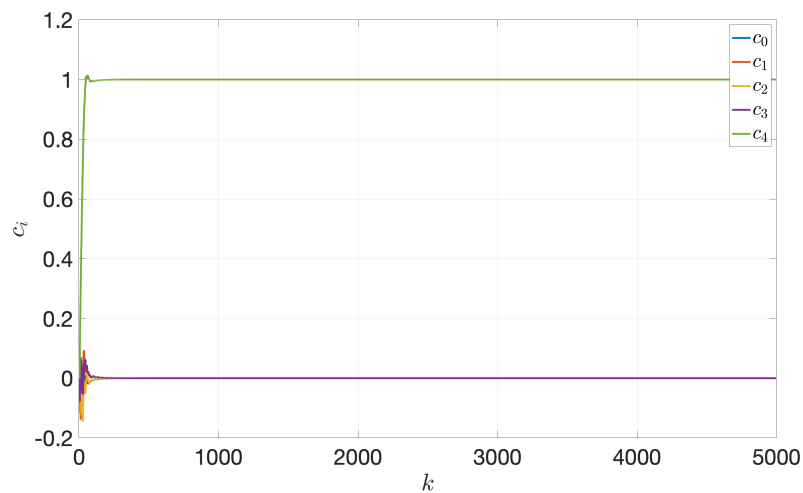


Figura 20: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 0, \dots, 4$.

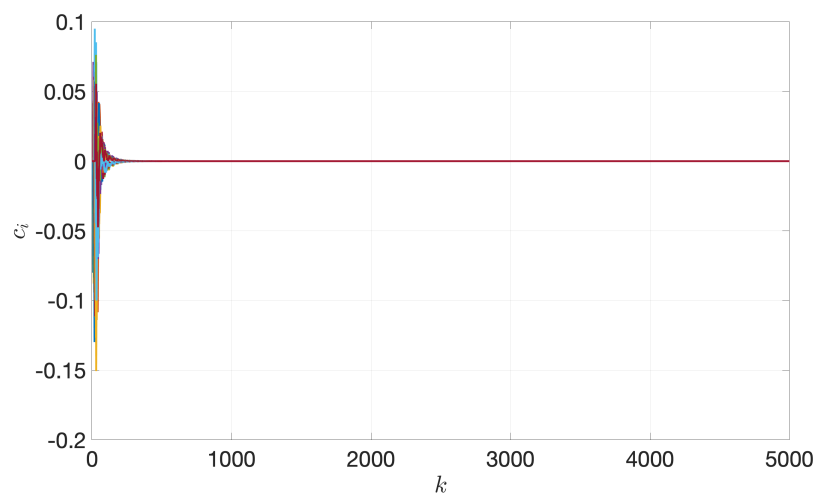


Figura 21: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 5, \dots, 25$.

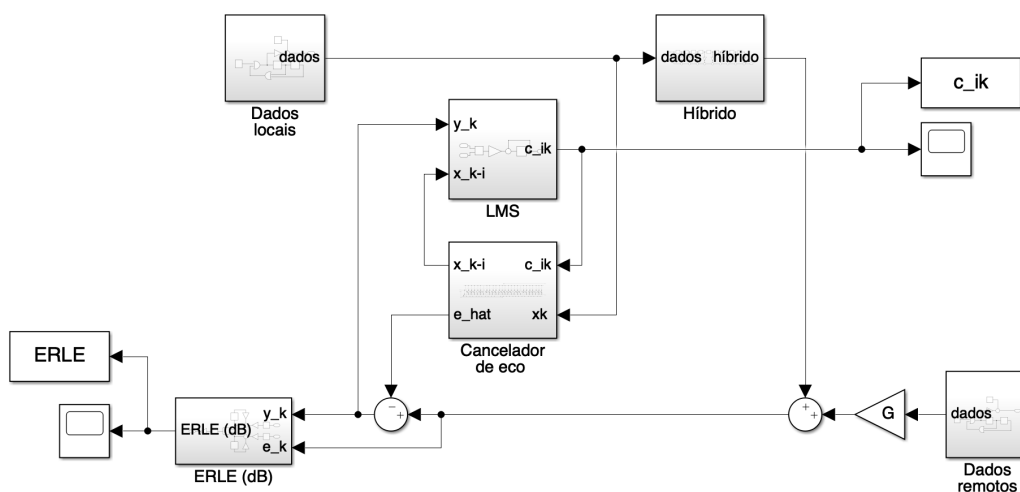


Figura 22: Diagrama de blocos do do sistema.

que a sua convergência é substancialmente mais rápida do que a do valor do *ERLE*. Esta diferença na rapidez de convergência do *ERLE* é já expectável visto que para atingir o estado estacionário é necessário obter os coeficientes do filtro adaptativo corresponderem aos do filtro do híbrido e, para além disso, dar tempo suficiente

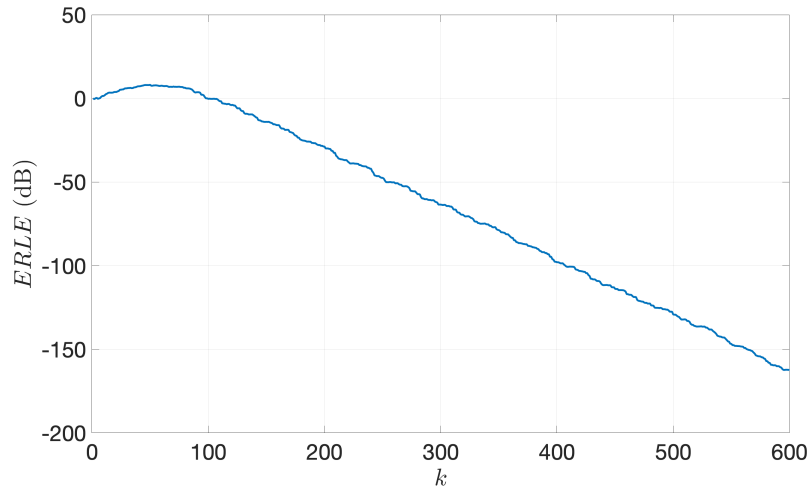


Figura 23: Evolução do $ERLE$ para $\mu = 0.05$ e $\alpha = 0.99$.

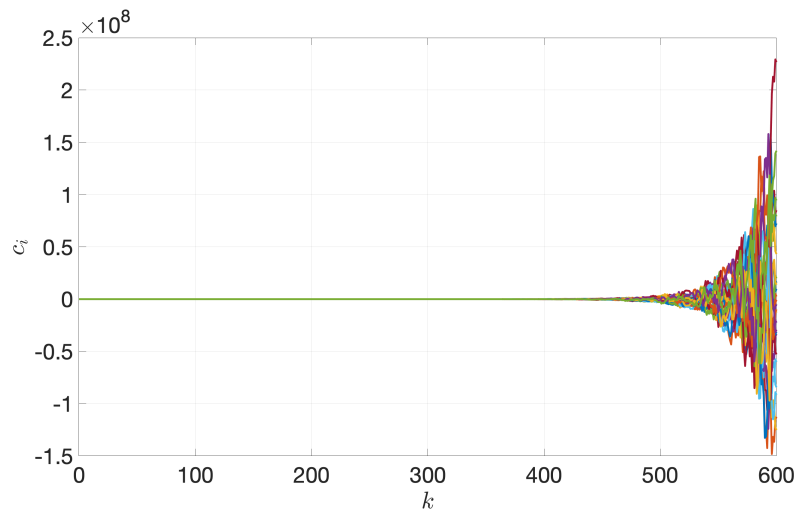


Figura 24: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 5, \dots, 25$ para $\mu = 0.05$ e $\alpha = 0.99$.

para que a resposta do filtro com os coeficientes adaptativos corretos atinja o estado estacionário. Nota-se na Fig. 27 que c_i , $i = 10, \dots, 25$ convergem para 0, como era expectável. Já os valores de c_i , $i = 0, \dots, 9$ do filtro adaptativo convergem para os valores apresentados na Tabela 4. Analisando esta tabela, é fácil verificar, que tendem, como seria expectável, para os valores das baixadas correspondentes do filtro FIR do híbrido.

Tabela 4: Limite do valor dos coeficientes c_i , $i = 0, \dots, 9$ para $\mu = 0.005$ e $\alpha = 0.99$.

	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9
$H(z)$	0	0.2	1	0.3	-0.4	-0.1	0.1	-0.05	-0.02	-0.01
Canc. Eco Ad.	-0.0000	0.2000	1.0000	0.3000	-0.4000	-0.1000	0.1000	-0.0500	-0.0200	-0.0100

Importa agora estudar ao efeito que o parâmetro do passo de adaptação μ tem na rapidez de convergência e no valor estacionário do $ERLE$. Para tal, foi simulado o sistema sem ruído para vários valores de μ . As evoluções do $ERLE$ para cada um destes valores é apresentada na Fig. 28. Em primeiro lugar, é de notar que dos valores de μ utilizados, $\mu = 0.05$, $\mu = 0.04$, e $\mu = 0.039$ não convergem, e os restantes convergem. Assim, $\mu_{max} = 0.038$ é o valor mais elevado de μ (com precisão até 10^{-3}) que permite a convergência do algoritmo adaptativo. Dado este valor estar no limiar da estabilidade, é o que apresenta a rapidez de convergência mais lenta. Em segundo lugar, é de notar que, em geral, quanto maior for o valor de μ , neste caso em que não está presente ruído, maior é o valor do $ERLE$ em estado estacionário. Este comportamento deve-se ao uso de um

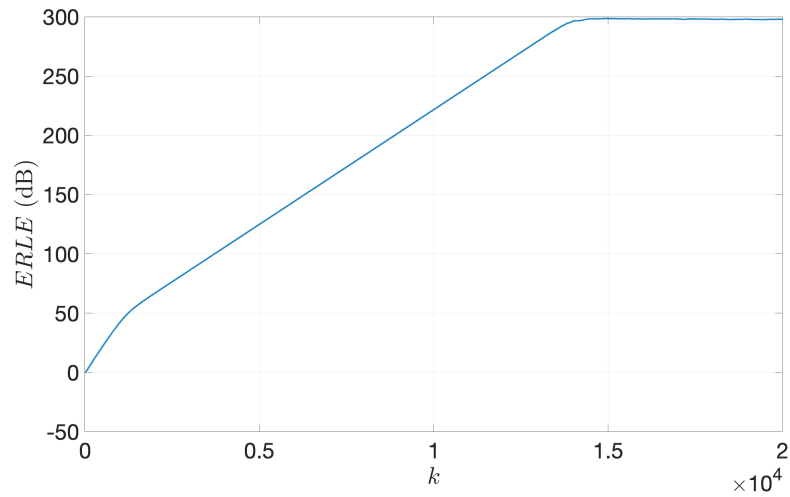


Figura 25: Evolução do $ERLE$ para $\mu = 0.005$ e $\alpha = 0.99$.

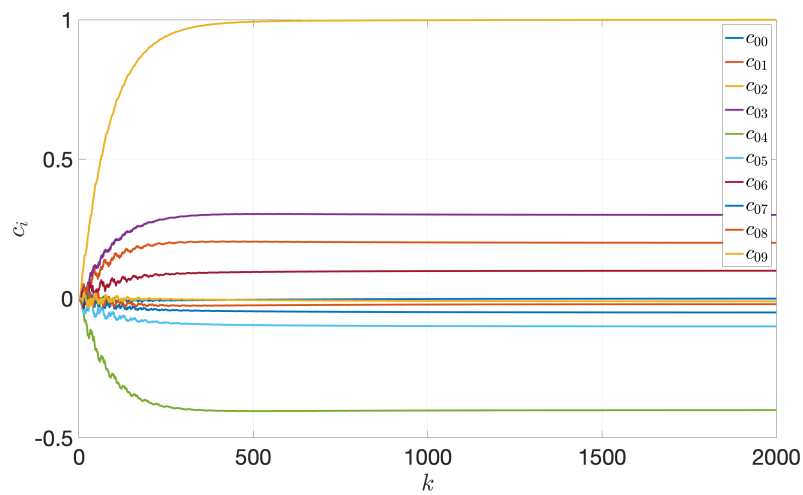


Figura 26: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 0, \dots, 9$ para $\mu = 0.005$ e $\alpha = 0.99$.

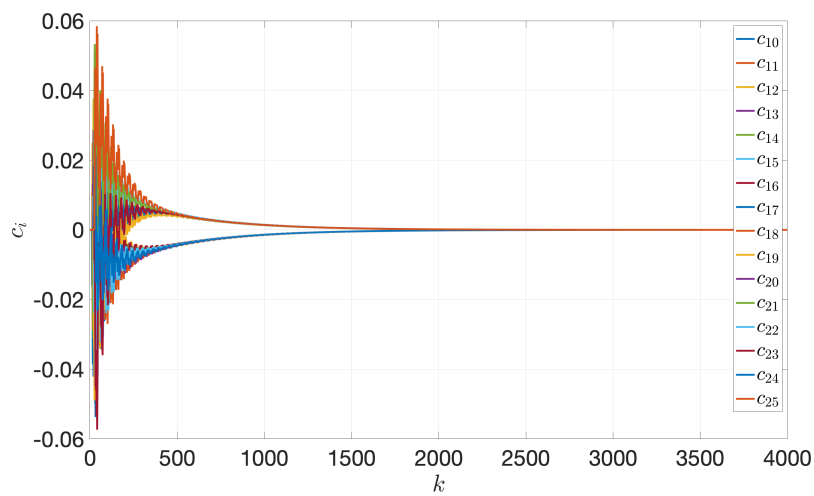


Figura 27: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 10, \dots, 25$ para $\mu = 0.005$ e $\alpha = 0.99$.

método de gradiente (LMS) que, apesar de apresentar uma convergência rápida, é sensível a mínimos locais das superfícies de erro. Esta característica é evidente pelo facto de, para diferentes valores de μ o $ERLE$ convergir

para diferentes valores, estando cada um a convergir para um mínimo local distinto. Assim, utilizando um valor do passo de adaptação maior é mais provável não ficar preso em mínimos locais e alcançar um valor de custo menor. É importante salientar, contudo, que esta análise é válida apenas para o caso sem ruído, em que se assume ter pleno conhecimento do verdadeiro valor de \mathbf{y}_k , *i.e.*, sem perturbações. Em segundo lugar, é também muito interessante notar que para o valor de $\mu = 0.02$, o algoritmo de adaptação alcança um valor estacionário do *ERLE* significativamente maior do que os restantes. Como exposto anteriormente este comportamento deve-se ao facto de ser um passo de adaptação elevado, o algoritmo de adaptação ter conseguido alcançar um mínimo local que não é acessível utilizando os restantes valores de μ , atingindo assim, um valor de *ERLE* superior a 350dB. Em terceiro lugar, nota-se ainda que, em geral, quando maior o valor do passo de adaptação, mais rápida é a convergência do *ERLE*.

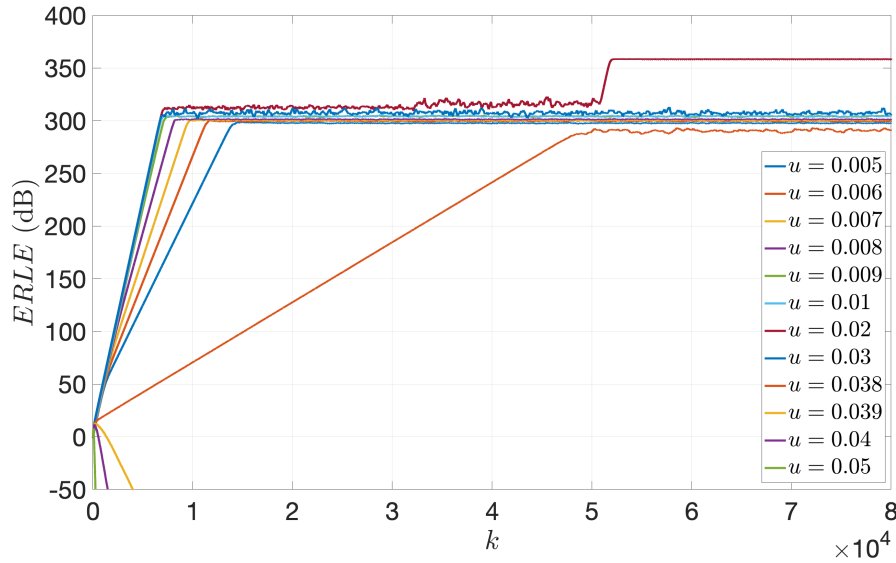


Figura 28: Evolução do ERLE.

Tendo todos estes aspetos em consideração é evidente que, visto que $\mu = 0.02$ alcança um mínimo local da superfície de erro com um erro menor, alcançando por isso um *ERLE* significativamente superior aos outros valores de μ e dado que a sua convergência até ao primeiro patamar é a mais rápida de todos os valores testados, esta é uma boa escolha para aplicar ao sistema sem ruído. Para $\mu = 0.02$ e $\alpha = 0.99$ a evolução dos coeficientes de cada baixada do filtro adaptativo é apresentada nas Figs. 29 e 30. Nota-se na Fig. 29 que c_i , $i = 10, \dots, 25$ convergem para 0, como era expectável. Já os valores da Fig. 30 do filtro adaptativo convergem para os valores apresentados na Tabela 5. Em primeiro lugar, analisando esta tabela, é fácil verificar, que tendem, como seria expectável, para os valores das baixadas correspondentes do filtro FIR do híbrido. Em segundo lugar, é evidente a diferença na rapidez de convergência em comparação com o uso de $\mu = 0.005$, comparando as Figs. 26 e 31, que apresentam a mesma escala temporal. A Fig. 31 corresponde às primeiras 2×10^2 iterações da Fig. 29. Em terceiro lugar, é ainda de notar que não existe aparente diferença entre os valores dos coeficientes das baixadas do filtro adaptativo usando $\mu = 0.005$, apresentados na Tabela 4, e os usando $\mu = 0.02$, apresentados na Tabela 5. No entanto verifica-se uma diferença de cerca de 50dB nos valores estacionários do ERLE obtidos. Na verdade, a maior diferença nos coeficientes para $\mu = 0.005$ e $\mu = 0.02$, em valores absolutos, é de 1.3×10^{-15} . Comparando este valor com a precisão da máquina (2.2×10^{-16}), notamos que estamos a trabalhar com diferenças de apenas uma ordem de grandeza da precisão dos cálculos, razão pela qual se observa esta sensibilidade no valor do *ERLE*. É importante salientar que, ainda que seja formativo, visto que permite avaliar algumas características do algoritmo de adaptação, a análise para valores tão elevados de *ERLE* e a trabalhar com variações próximas da ordem de grandeza da precisão da máquina não tem aplicação prática, visto existir invariavelmente ruído, por mais pequeno que seja. De qualquer forma, é importante ter em mente que o uso de métodos de gradiente, ainda que permita uma implementação menos exigente computacionalmente, pode ficar retidos em mínimos

loais das superfícies de erro.

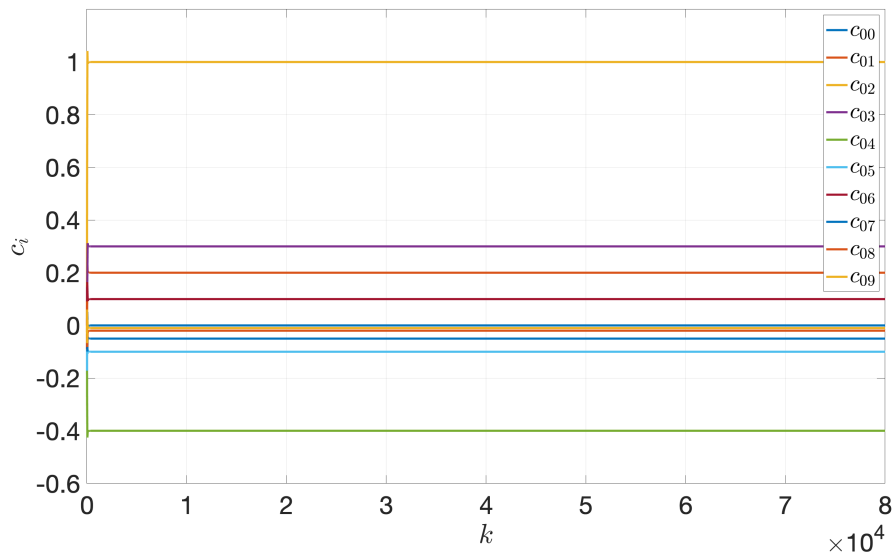


Figura 29: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 0, \dots, 9$ para $\mu = 0.02$ e $\alpha = 0.99$.

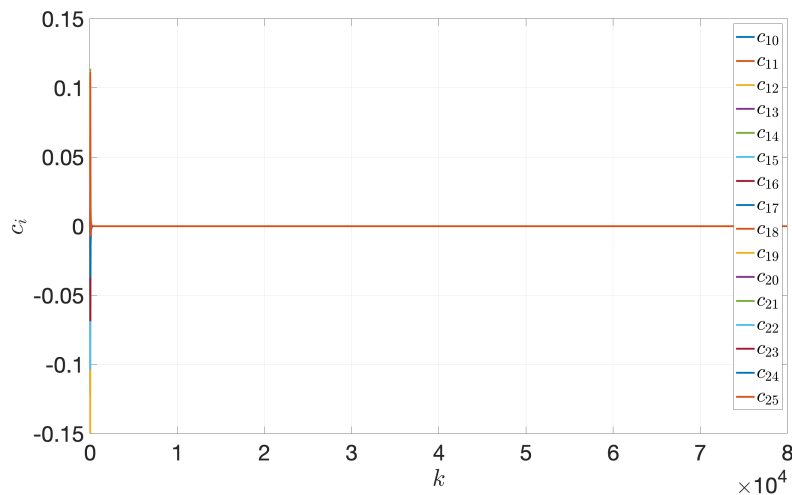


Figura 30: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 5, \dots, 25$ para $\mu = 0.02$ e $\alpha = 0.99$.

Tabela 5: Limite do valor dos coeficientes c_i , $i = 0, \dots, 9$ para $\mu = 0.02$ e $\alpha = 0.99$.

	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9
$H(z)$	0	0.2	1	0.3	-0.4	-0.1	0.1	-0.05	-0.02	-0.01
Canc. Eco Ad.	0.0000	0.2000	1.0000	0.3000	-0.4000	-0.1000	0.1000	-0.0500	-0.0200	-0.0100

4.2 Com ruído

Nesta secção, o ganho do amplificador do sinal remoto é colocado a $G = 0.1$, ou seja, a contribuição do sinal remoto passa a ser contabilizada. Neste caso, o gerador de dados remoto e o ganho têm como objetivo simular tanto o emissor/recetor remoto como o ruído de canal de uma situação real. Para o cancelador de eco, este sinal é considerado ruído e perturbará a sua ação. Assim, de acordo com o esquema da Fig. 22 com $\alpha = 0.99$, obteve-se a evolução do ERLE para vários valores de μ ao longo de várias iterações para $G = 0.1$.

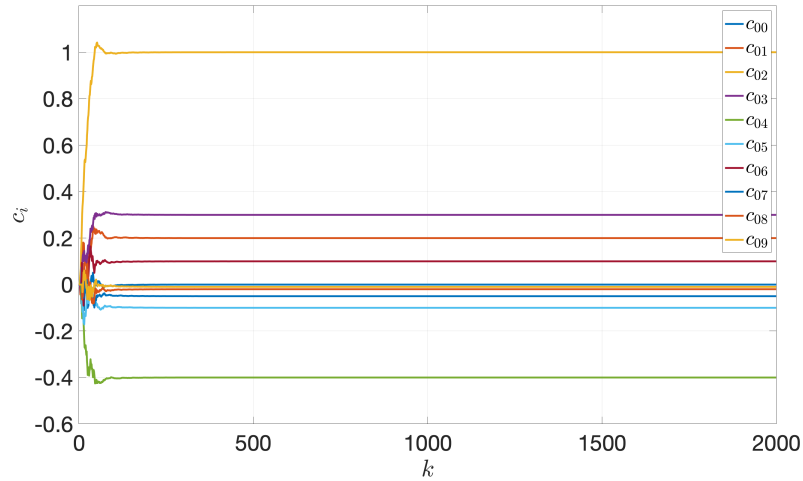


Figura 31: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 0, \dots, 9$ para $\mu = 0.02$ e $\alpha = 0.99$ (primeiras 2×10^2 iterações).

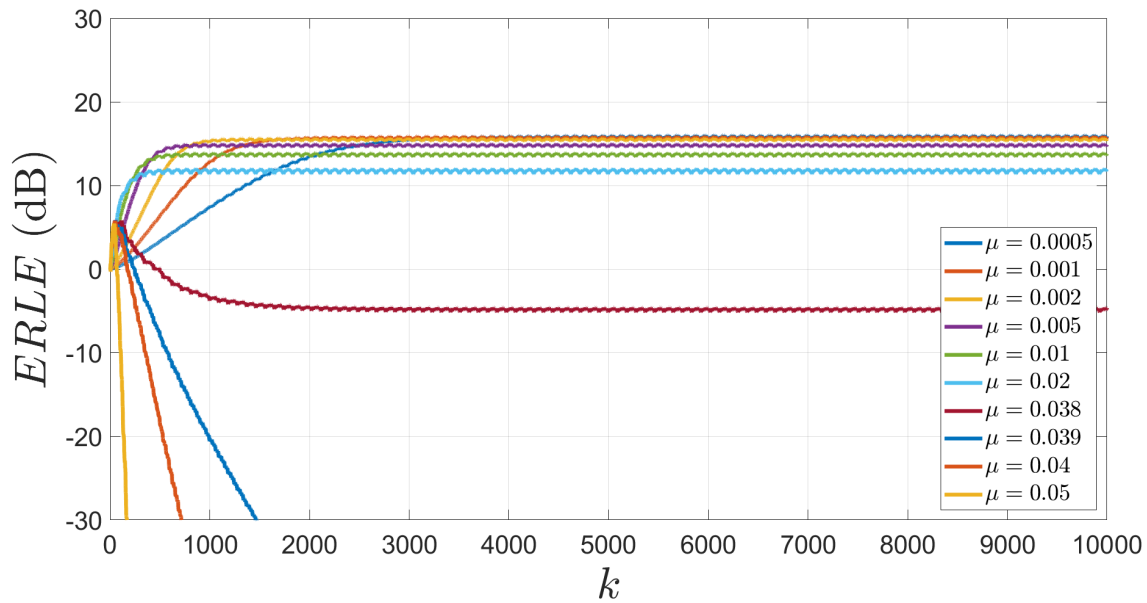


Figura 32: Evolução dos ERLEs para $G = 0.1$ e $\alpha = 0.99$.

Da Fig. 32, observa-se, em primeiro lugar, que os valores dos ERLE diminuíram bastante comparando com o caso sem ruído da Fig. 28, o que significa que o sistema tem uma capacidade muito inferior de cancelar o eco quando sujeito a ruído. Isto sucede pois o algoritmo considera sempre o ruído como parte da resposta do híbrido, não tendo a capacidade de diferenciar entre ambos. Desta forma, conclui-se que o cancelador baseado no algoritmo LMS é bastante suscetível à introdução de ruído. Em segundo lugar, é possível verificar que o número de iterações necessárias para a convergência do valor do ERLE é muito inferior para a situação com ruído em relação à situação sem ruído, o que pode ser explicado pelo facto de os valores para que tende serem inferiores neste caso. Em terceiro lugar, é importante notar que os valores máximos de μ para os quais o sistema ainda é estável continuam a ser $\mu = 0.038$ para uma precisão até 10^{-3} , ou seja, a introdução do ruído afeta os valores estacionários de ERLE obtidos mas não afeta a estabilidade do sistema completo para o mesmo μ . Em quarto lugar, observa-se que o valor de μ ótimo para esta situação não é igual ao do caso sem ruído, estudado anteriormente. De acordo com a relevância que se dá à velocidade de adaptação e ao valor para o qual o ERLE tende, pode-se escolher diferentes valores de μ . Tal acontece pois à medida que se diminui μ aumenta-se o valor estacionário do ERLE mas diminui-se a velocidade de adaptação, tendo-se de encontrar um balanço. No caso

sem ruído, à medida que se diminuía o valor do passo, o ERLE diminuía, contrastando com o que acontece neste caso. A introdução do ruído tem esta consequência porque cada passo de adaptação é feito sobre uma superfície de erro que não corresponde à superfície de erro real, corresponde a uma deformação dela provocada pelo ruído. Nesse sentido, passos mais conservadores (μ menor) são mais robustos a esta deformação, visto que ao serem executados ao longo de mais iterações o efeito do ruído é diluído. Por outro lado, passos mais ambiciosos levam a mudanças significativas nos coeficientes baseadas no ruído, baseando-se para tal numa superfície de erro deformada.

A partir da Fig. 32, considerou-se que um valor de passo de adaptação adequado seria $\mu = 0.002$, pois apresenta um ERLE semelhante aos correspondentes aos μ menores e com ERLE superior aos μ maiores mas com uma velocidade de adaptação superior aos que lhe são inferiores. Para $\mu = 0.002$, obtém-se a evolução ao longo das iterações dos coeficientes do filtro das Figs. 33 e 34 para os coeficientes 0 a 9 e 10 a 25 respetivamente. Em primeiro lugar, retira-se que a introdução de ruído leva a variações observáveis e sempre presentes nos coeficientes que se pretendem identificar do filtro adaptativo. Em segundo lugar, pode-se observar que os coeficientes não tendem em média para os valores dos coeficientes do híbrido. Na Tabela 6, adicionou-se à Tabela 5 os valores obtidos para as médias dos coeficientes a partir da iteração 2000. Observa-se que os desvios absolutos não são muito díspares entre os coeficientes analisados. No entanto, tendo em conta que os valores dos coeficientes do híbrido têm magnitudes variadas, para os menores deles o desvio relativo é bastante elevado. Da Fig. 34, retira-se ainda que existem também desvios estacionários para os coeficientes 10 a 25. Observa-se, assim, que a introdução de ruído leva a desvios estacionários nos valores dos coeficientes do cancelador de eco em relação à situação sem ruído que advêm da tentativa do sistema de cancelar a contribuição do ruído. Estes valores são enviesados pois o ruído introduzido é colorido e, é sabido, que com o algoritmo LMS, na presença de ruído colorido, as estimativas dos coeficientes de cada baixada não convergirão para os seus valores reais.

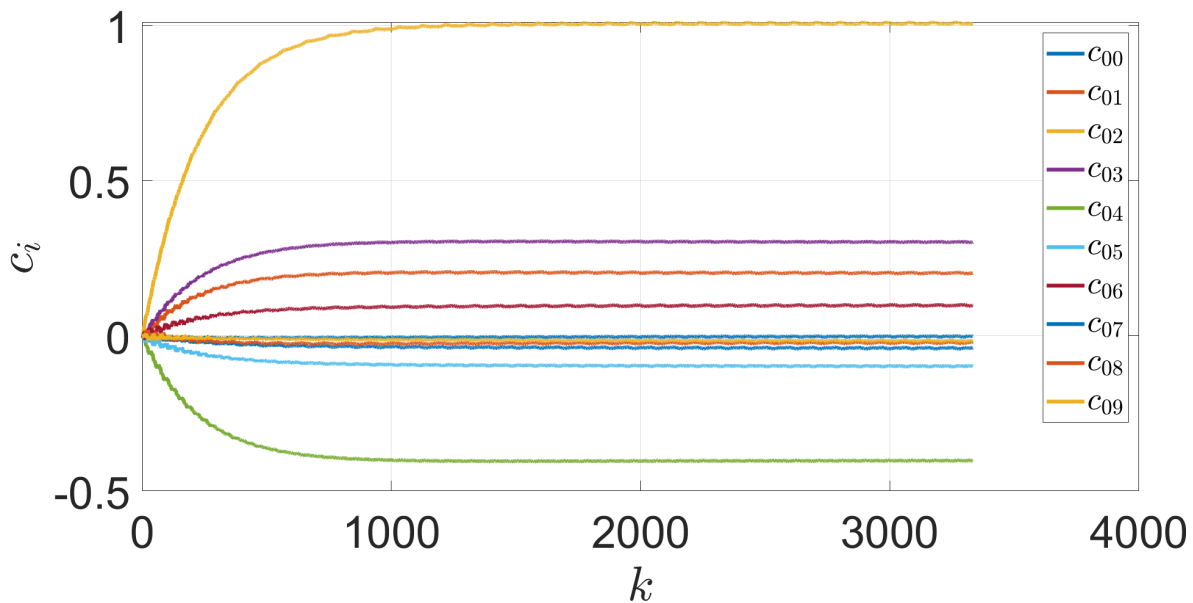


Figura 33: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 0, \dots, 9$ para $G = 0.1$, $\mu = 0.002$, e $\alpha = 0.99$.

É ainda necessário analisar a resposta do sistema para $G = 0.4$, $\mu = 0.038$, e $\alpha = 0.99$ representada em termos de ERLE na Fig. 35 e dos coeficientes nas Figs. 36 e 37. Para comparação, apresentam-se também os resultados obtidos para $G = 0.1$, $\mu = 0.38$, e $\alpha = 0.99$ nas Figs. 38 e 39. Em primeiro lugar, voltou-se a verificar que a estabilidade deste sistema depende do passo de adaptação mas é independente do ruído introduzido. Em segundo lugar, observa-se que o aumento da intensidade do ruído introduzido leva, como seria de esperar tendo em conta a análise já realizada nesta secção, a um valor de ERLE inferior ao já obtido para este passo de adaptação na Fig. 32. Em terceiro lugar, verifica-se que o aumento do valor de G leva ao aumento das variações dos coeficientes do cancelador de eco ao longo das iterações também como seria de esperar. Em quarto lugar, a

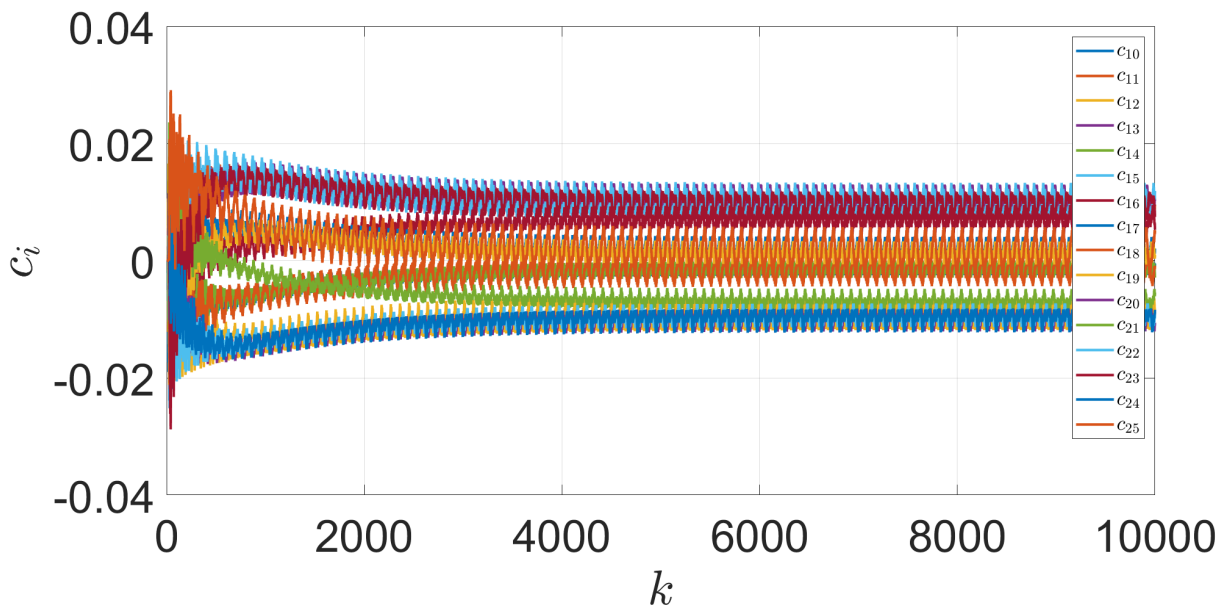


Figura 34: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 10, \dots, 25$ para $G = 0.1$, $\mu = 0.002$, e $\alpha = 0.99$.

Tabela 6: Limite do valor dos coeficientes c_i , $i = 0, \dots, 9$ para a situação sem ruído e média dos seus valores a partir da iteração 2000 para a situação com ruído para $\mu = 0.002$ e $\alpha = 0.99$.

	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9
$H(z)$	0	0.2	1	0.3	-0.4	-0.1	0.1	-0.05	-0.02	-0.01
Canc. Eco Ad.	0.000	0.200	1.000	0.300	-0.400	-0.100	0.100	-0.0500	-0.0200	-0.0100
Canc. Eco. c/ ruído	-0.0027	0.203	1.01	0.303	-0.403	-0.0973	0.0973	-0.0390	-0.0226	-0.0156
Desvio absoluto	-0.0027	0.003	0.01	0.003	0.003	0.0027	-0.0027	0.011	-0.0026	-0.0056
Desvio relativo (%)	-	1.50	1.00	1.00	0.750	-2.7	2.7	22.0	-13.0	-56

partir da Tabela 7, observa-se que os desvios em relação aos valores para a situação sem ruído ainda são maiores. Conclui-se, assim, que o aumento da intensidade do ruído conduz ao aumento dos desvios em relação aos valores obtidos para a situação sem ruído, como seria expectável. Estas apreciações reforçam a suscetibilidade deste filtro adaptativo à introdução de ruído.

Tabela 7: Limite do valor dos coeficientes c_i , $i = 0, \dots, 9$ para a situação sem ruído e média dos seus valores a partir da iteração 2000 para a situação com ruído para $G = 0.4$, $\mu = 0.038$, e $\alpha = 0.99$.

	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9
$H(z)$	0	0.2	1	0.3	-0.4	-0.1	0.1	-0.05	-0.02	-0.01
Canc. Eco Ad.	0.000	0.200	1.000	0.300	-0.400	-0.100	0.100	-0.0500	-0.0200	-0.0100
Canc. Eco. c/ ruído	-0.00532	0.206	1.03	0.305	-0.405	-0.0945	0.0945	-0.0111	-0.0253	-0.0378
Desvio absoluto	-0.00532	0.006	0.03	0.005	-0.005	0.0055	-0.0055	-0.0389	-0.0053	-0.0278
Desvio relativo (%)	-	3.00	3.00	1.67	-1.25	5.5	-2.7	-77.8	-26.5	-278

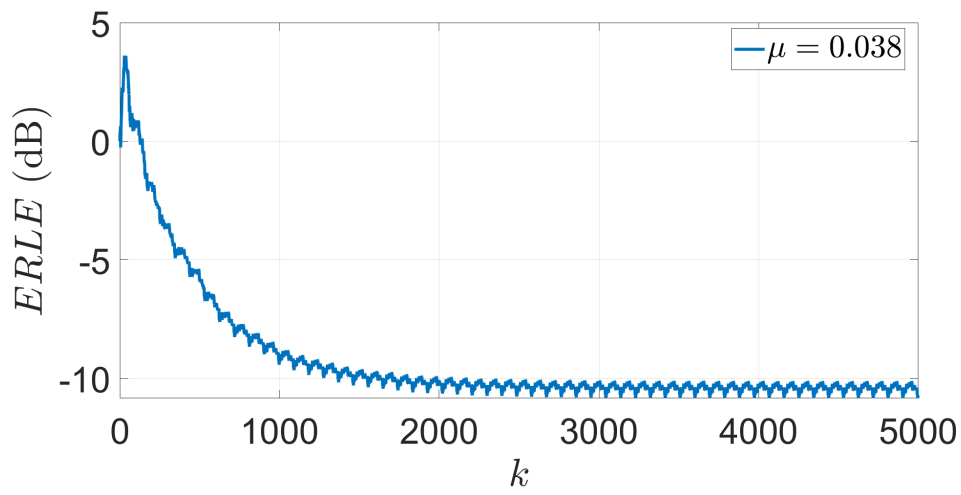


Figura 35: Evolução do ERLE para $G = 0.1$, $\mu = 0.38$, e $\alpha = 0.99$.

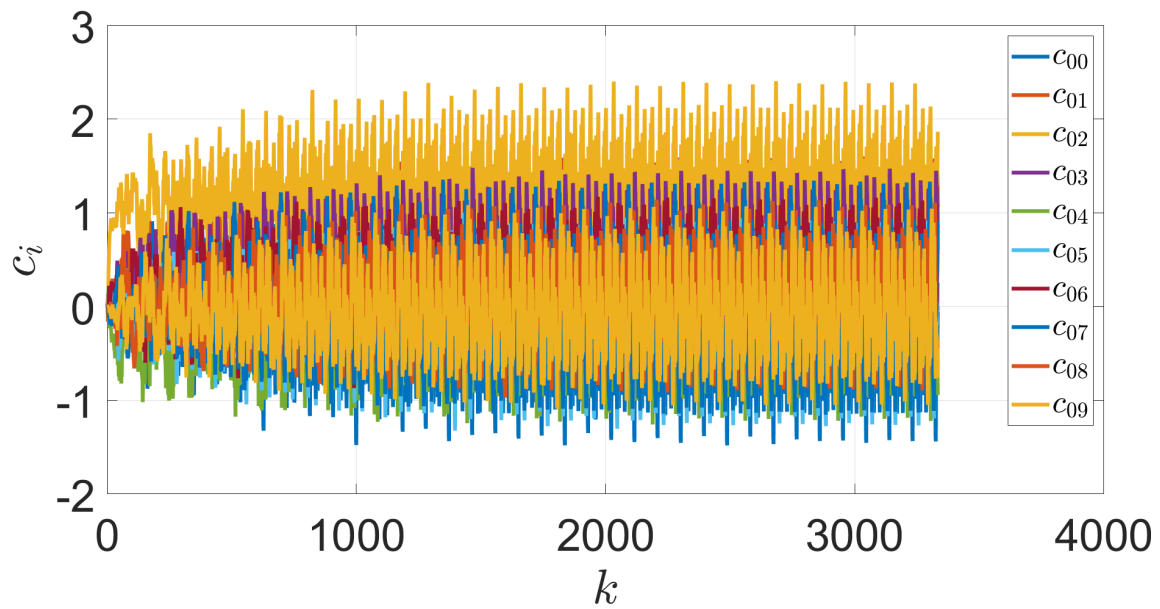


Figura 36: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 0, \dots, 9$ para $G = 0.4$, $\mu = 0.038$, e $\alpha = 0.99$.

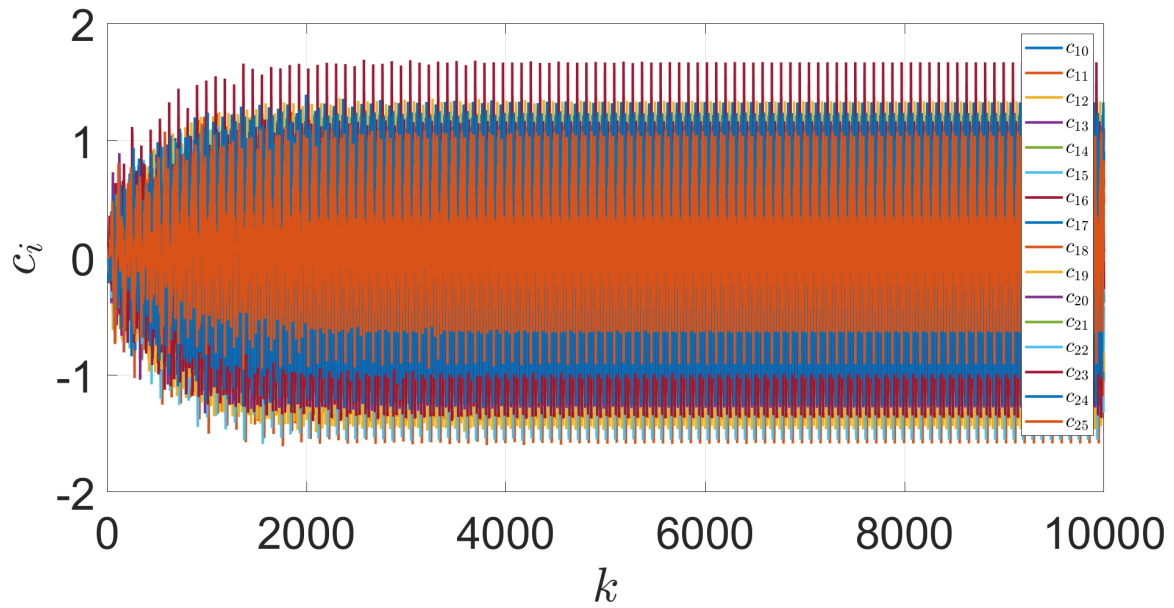


Figura 37: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 10, \dots, 25$ para $G = 0.4$, $\mu = 0.038$, e $\alpha = 0.99$.

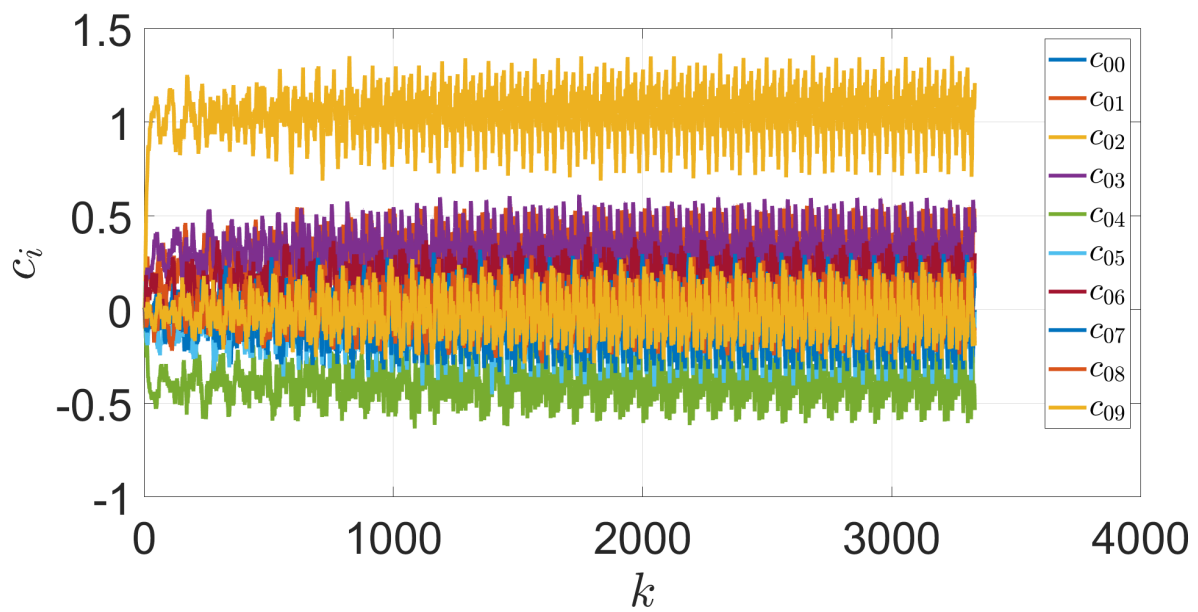


Figura 38: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 0, \dots, 9$ para $G = 0.1$, $\mu = 0.038$, e $\alpha = 0.99$.

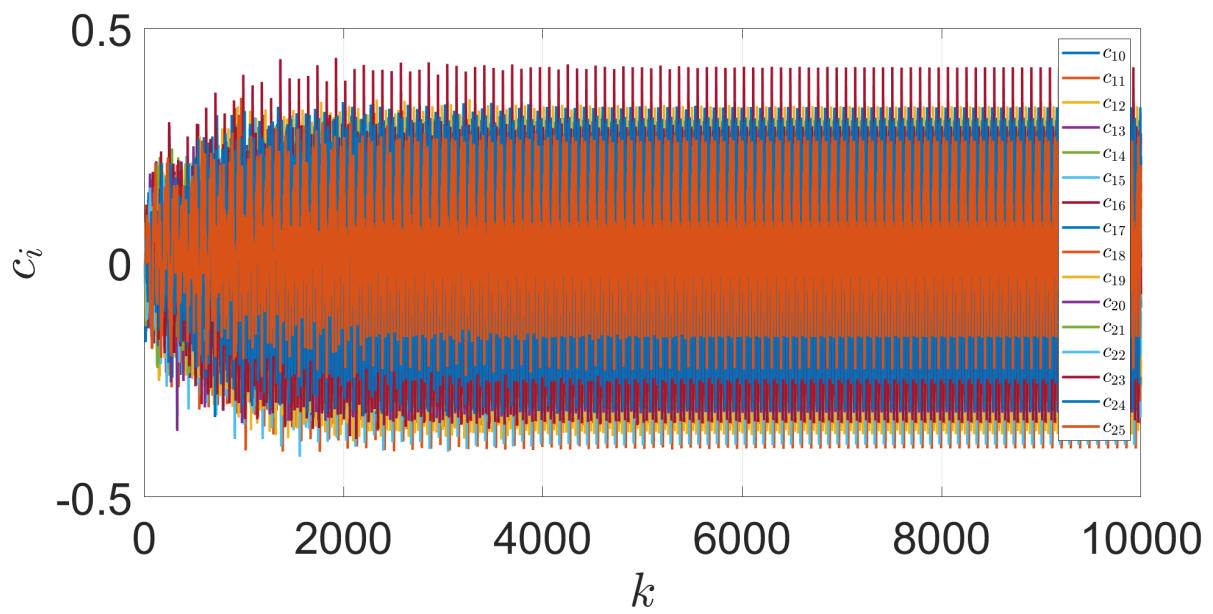


Figura 39: Evolução dos coeficientes c_i , $i = 10, \dots, 25$ para $G = 0.1$, $\mu = 0.038$, e $\alpha = 0.99$.

5 Conclusão

Com o estudo detalhado do filtro adaptativo FIR transversal com algoritmo LMS foi possível tecer várias conclusões acerca do seu funcionamento. É de salientar que a construção deste filtro foi realizada componente a componente para se assegurar o correto funcionamento de todos antes de os combinar no sistema completo cujo comportamento tem, na verdade, interesse analisar.

A partir da análise do sistema completo sem introdução de ruído, concluiu-se que o ERLE tem uma velocidade de convergência inferior à dos coeficientes do filtro já que após a convergência dos últimos ainda é necessário que a resposta atinja o estado estacionário. Conclui-se que para esta situação os coeficientes convergem para os valores esperados sem erro. Neste caso, em termos de rapidez de convergência observou-se que ela aumenta com o passo de adaptação. Verificou-se também que o valor de passo de adaptação a partir do qual o sistema se torna instável é $\mu_{max} = 0.38$ e que passos de adaptação maiores conduzem a valores de ERLE superiores pois permitem alcançar mínimos locais que os menores não permitem. Por último, é importante voltar a notar a suscetibilidade deste método a ficar retido em mínimos locais das superfícies de erro.

Para a introdução de ruído no sistema, concluiu-se que ela conduz a uma diminuição dos valores de ERLE para os diferentes valores de μ considerados pois o algoritmo empregue não consegue diferenciar entre o ruído e a resposta do híbrido, tendo em cada passo o primeiro em conta. Em segundo lugar, verificou-se que nesta situação há um aumento da velocidade de adaptação do filtro, pois os valores de ERLE estacionários são inferiores. Em terceiro lugar, observa-se que neste caso, ao contrário do anteriormente sucedido, menores passos conduzem a maiores ERLEs. Por sua vez, visto que o ruído é colorido, surgem desvios nos valores estacionários médios dos coeficientes para tentar anular os efeitos do ruído. Por outro lado, observa-se que uma maior intensidade do ruído leva a maiores variações nos valores dos coeficientes ao longo das iterações. Por último, verificou-se também que os valores de passo de adaptação para os quais este sistema é estável são independentes do ruído. Em suma, observou-se que este cancelador de eco baseado no algoritmo LMS é bastante suscetível à introdução de ruído.