EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

- **Parciais** dependem de 2 ou mais variáveis
- **ORDINÁRIAS** dependem de apenas 1 variável

CLASSIFICAÇÃO DE ORDINÁRIAS (EDO)

1ª ordem → **TIPOS**

$\frac{dy}{dx} = x$

* **Linear**

$y' + P(x)y = q(x)$

$y(x) = e^{-\int P(x)dx}\left[\int q(x) e^{\int P(x)dx} dx + C\right]$

- **Fator Integrante**

$I = e^{\int P(x)dx}$

TIPOS:

- **Separáveis**

$x\,dx = y\,dy$

- **Exatas**

$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$

$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

- **Linear**

$y'(x) + A(x) \cdot y(x) = B(x)$

- **Homogênea**

$f(x) = 0$

- **Bernoulli**

$y' + P(x)y = Q(x)y^a$

$z = y^{a-1}$

2ª ordem

$\frac{d^2y}{dx} + \frac{2dy}{dx} + y = 2x$

$\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 2x$

- $\Delta > 0 \rightsquigarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$

$y_h(x) = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$

- $\Delta = 0 \rightsquigarrow \lambda_1 = \lambda_2$

$y_h(x) = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 x e^{\lambda_2 x}$

- $\Delta < 0 \rightsquigarrow \lambda = a + bi$

$y_h(x) = e^{ax}\left[K_1\cos(bx) + K_2\sin(bx)\right]$

- **Homogênea**

$y'' + 2y' = 0$

- **Não Homogênea**

$y'' + y' + y = 0$

- MÉTODO DOS COEFICIENTES INDETERMINADOS
- VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS
- MÉTODO DE REDUÇÃO DE ORDEM

EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

- **Parciais** — dependem de 2 ou mais variáveis
- **ORDINÁRIAS** — dependem de apenas 1 variável

CLASSIFICAÇÃO DE ORDINÁRIAS (EDO)

1ª ordem

$$\frac{dy}{dx} = x$$

→ TIPOS

- **Separáveis**
  $x\,dx = y\,dy$
- **Exatas**
  $M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$
  $$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$
- **Linear**
  $y'(x) + A(x)\cdot y(x) = B(x)$
- **Homogênea**
  $f(x) = 0$
- **Bernoulli**
  $y' + P(x)y = Q(x)y^{a}$
  $z = y^{a-1}$

* **Linear**

$$y' + P(x)y = q(x)$$

$$y(x) = e^{-\int P(x)dx}\left[\int q(x)\,e^{\int P(x)dx}\,dx + C\right]$$

Fator Integrante

$$I = e^{\int P(x)dx}$$

2ª ordem

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2dy}{dx} + y = 2x$$

$$\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 2x$$

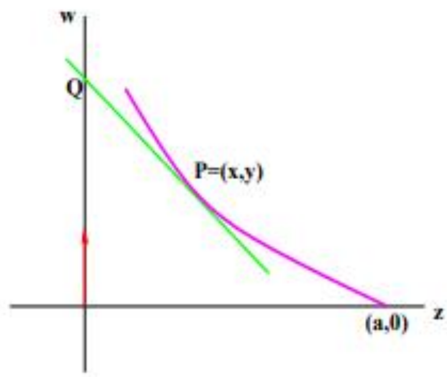
- $\Delta > 0 \rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$
  $y_h(x) = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$
- $\Delta = 0 \rightarrow \lambda_1 = \lambda_2$
  $y_h(x) = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 x e^{\lambda_2 x}$
- $\Delta < 0 \rightarrow \lambda = a + bi$
  $y_h(x) = e^{ax}\left[K_1 \cos(bx) + K_2 \operatorname{sen}(bx)\right]$

- **Homogênea**
  $y'' + 2y' = 0$
- **Não Homogênea**
  $y'' + y' + y = 0$
  - MÉTODO DOS COEFICIENTES INDETERMINADOS
  - VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS
  - MÉTODO DE REDUÇÃO DE ORDEM

APLICAÇÃO

CURVA DE PERSEGUIÇÃO

Suponha que na origem do plano temos uma presa que foge de um predador ao longo do eixo dos y com velocidade constante v. O predador localizado no ponto $(a,0)$ persegue a presa correndo sempre na direção em que se encontra a presa com velocidade constante w. Determinaremos a curva descrita pelo predador e as condições sobre a, v e w para o predador encontrar a presa. Considere o seguinte desenho:



Após de um tempo t o predador se encontra no ponto P e a presa no ponto $Q=(0,v\,t)$. O deslocamento do predador entre o ponto G e P é $w\,t$; logo:

$$w\,t = \int_x^a \sqrt{1+(y')^2}\,dx.$$

O ponto Q é a interseção da reta tangente da curva no ponto P, a equação desta reta é $w - y = w'(z-x)$, se $z=0$; então, $\overline{OQ} = y - x\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Por outro lado $\overline{OQ} = v\,t$; logo:

$$\frac{v}{w}\int_x^a \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx = \frac{v}{w}(w\,t) = v\,t = y - x\left(\frac{dy}{dx}\right).$$

Fazendo $c = \dfrac{v}{w}$ e derivando em relação a x em ambos os lados, obtemos:

$$x\,\frac{d^2y}{dx^2} = c\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}.$$

que é uma edo de segunda ordem que não depende de y; logo, fazemos $p = y'$ e $p' = y''$, temos a edo de variáveis separáveis:

$$x\,p' = c\,\sqrt{1+p^2}$$
$$\frac{p'}{\sqrt{1+p^2}} = \frac{c}{x},$$

logo, $ln\left(\left|\sqrt{1+p^2}+p\right|\right) = c\,ln(x) + ln(k)$ e:

$$\sqrt{1+p^2}+p = k\,x^c.$$

Como a trajetória do predador se inicia no ponto $G = (a,0)$, temos: $y'(a) = 0$ ou $p = 0$ e $k = \dfrac{1}{a^c}$, então podemos escrever a solução como:

$$\sqrt{1+p^2} = \left(\frac{x}{a}\right)^c - p,$$

de onde obtemos:

$$p = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{x}\right)^c\left(\left(\frac{x}{a}\right)^{2c} - 1\right)$$

$$y' = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{x}{a}\right)^c - \left(\frac{a}{x}\right)^c\right).$$

Logo, as soluções da edo são:

$$y = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a}{c+1}\,\left(\dfrac{x}{a}\right)^{c+1} + \dfrac{a}{c-1}\,\left(\dfrac{a}{x}\right)^{c-1}\right) + k_1 & \text{se} \quad c \neq 1 \\[2ex] \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x^2}{2\,a} - a\,ln|x|\right) + k_2 \quad \text{se} \quad c = 1. & \end{cases}$$

Como $y(a) = 0$, para $c \neq 1$ temos que $k_1 = \dfrac{a\,c}{1-c^2}$ e:

$$y = \frac{a/2}{}\left(\frac{1}{c+1}\,\left(\frac{x}{a}\right)^{c+1} + \frac{1}{c-1}\,\left(\frac{a}{x}\right)^{c-1}\right) - \frac{a\,c}{1-c^2}.$$

Analogamente para $c = 1$:

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2\,a} - a\,ln|x|\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2} - a\,ln|a|\right).$$

Lembrando que $c = \dfrac{v}{w}$, logo:

i) Se $v \geq w$; então:

$$\lim_{x \to 0+} y(x) = +\infty$$

o predador não pega a presa.

ii) Se $v < w$; então $c < 1$ e:

$$\lim_{x \to 0+} y(x) = -\frac{a\,c}{c^2 - 1}$$

este é o ponto onde predador pega a presa.

Modulo 2

→ classificação de ED

1. $x^2+2x+1=0$

não tem derivada → não é ED

2. $y'+xy^2=x^2$

tem derivada → é uma ED

3. $y''+2y+x=3$

tem derivada → é uma ED

4. $y'=x\cdot y$

tem derivada → é uma ED

5. $x+2y=0$

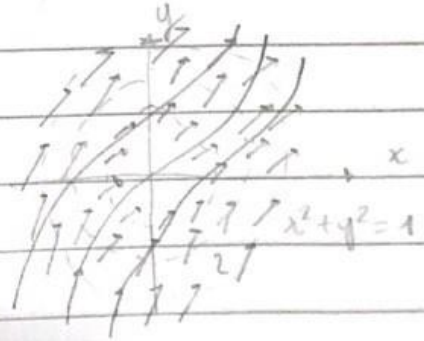
não tem derivada → não é ED

→ campos de direção

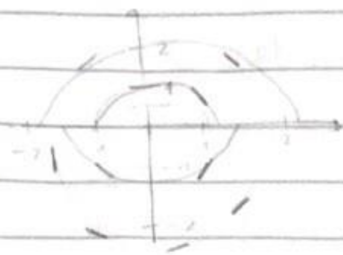
1. $y'=x^2+y^2$ $F(x,y)=K$

$\underbrace{x^2+y^2}_{\text{cir. } r=1}=\underbrace{1=y'}_{\text{inclinação}=1}$

$x^2+y^2=r^2$



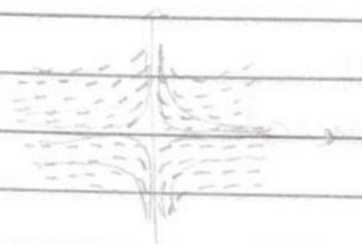
2. $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$



x	y	dy/dx
0	1	0
1	1	-1
1	0	indefinido
-1	-1	-1
1	-1	1

3. $y' = f(x,y)$

$y' = -\frac{y}{x}$



ponto | inclinação da tangente
(1,2) | $y' = -\frac{2}{1} = -2$

→ solução EDO 1º ordem linear homogenea

1. $y' + \text{sen}\,t\,y = 0$

$y' = -\text{sen}\,t \cdot y$

$\frac{dy}{dt} = -\text{sen}\,t \cdot y$

$\int \frac{1}{y} \cdot dy = \int -\text{sen}\,t \cdot dt$

$\ln y + C_1 = \cos t + C_2$

$\ln y = \cos t + c$

$e^{\ln y} = e^{\cos t + c}$

$\Rightarrow \boxed{y = e^{\cos t} \cdot k}$

2. $y' - 0{,}2xy = 0$

$y' = 0{,}2xy$

$\frac{dy}{dx} = 0{,}2xy$

$\int \frac{1}{y} dy = \int 0{,}2x\, dx$

$\ln y = \frac{0{,}2x^2}{2} + C$

$e^{\ln y} = e^{0{,}1x^2 + C}$

$y = e^{0{,}1x^2} \cdot e^C$

$y = K \cdot e^{0{,}1x^2}$

3. $y' + \left(\frac{x^2+4x}{2}\right) \cdot y = 0$

$y' = -\left(\frac{x^2+4x}{2}\right) \cdot y$

$\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{x^2+4x}{2}\right) \cdot y$

$\int \frac{dy}{y} = \int -\left(\frac{x^2+4x}{2}\right) dx$

$\ln y = -\int \frac{x^2 dx}{2} + \int \frac{4x}{2} dx$ $\quad \frac{2x^2}{2}$

$\ln y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + C$

$e^{\ln y} = e^{-\frac{x^3}{3} + x^2 + C}$

$y = e^{-\frac{x^3}{3} + x^2} \cdot K$

→ solução EDO 1º ordem linear não homogenea

1. $y' + 2y = -3$

$y' = -3 + 2y$

$y' = 2\left(y - \frac{3}{2}\right)$

$\frac{dy}{dx} = -2\left(y + \frac{3}{2}\right)$

$\int \frac{1\,dy}{(y+3/2)} = \int -2\,dx$

$\ln(y + 3/2) = -2x + C$

$e^{\ln(y+3/2)} = e^{-2x+C}$

$y + \frac{3}{2} = e^{-2x} \cdot e^{C}$

$y = -\frac{3}{2} + e^{-2x} \cdot K$

2. $\begin{cases} y' + 3y = e^{t} \\ y(0) = 2 \end{cases}$

$y(0) = 2$

$K = \frac{7}{4}$

$\boxed{y = \frac{e^{t}}{4} + \frac{7}{4} e^{-3t}}$

$\mu(t) = e^{at} = e^{3t}$

$e^{3t}\,[y' + 3y = e^{t}]$

$e^{3t} y' + 3e^{3t} y = e^{3t} \cdot e^{t}$

$\int [e^{3t} \cdot y]'\,dy = \int e^{3t} \cdot e^{t} \cdot dt$

$e^{3t} \cdot y = \int e^{3t} \cdot e^{t} \cdot dt + K$

$y = e^{-3t}\left(\frac{e^{4t}}{4} + K\right) \rightarrow y = \frac{e^{t}}{4} + K \cdot e^{-3t}$

3. $y' - \frac{1}{x} y = -x$

$u(x) = e^{\int p(x)\,dx}$ $e^{\int -\frac{1}{x}\,dx} = e^{-\ln x} = e^{\ln x^{-1}} = x^{-1}$

$x^{-1}\left[y' - \frac{1}{x} y = -x\right]$

$\left[x^{-1} \cdot y' - x^{-1} \frac{1}{2} y\right] = -x \cdot x^{-1}$

$\int [x^{-1} \cdot y]'\,dx = \int -x \cdot x^{-1}\,dx$

$x^{-1} y = \int -x\, x^{-1} \cdot dx + K$

$x^{-1} y = -x + K$

$y = \frac{1}{x^{-1}} [-x + K]$

$y = -x^2 + Kx$

→ solução EDO 1º ordem homogenea

1. $(x^2 + 3xy + y^2)\,dx - x^2\,dy = 0$ $(\div dx)$

$(x^2 + 3xy + y^2) - x^2 \frac{dy}{dx} = 0$

forma homogenea

$x^2 y' = x^2 + 3xy + y^2$ $\boxed{y' = F\left(\frac{y}{x}\right)}$

$y' = \frac{x^2 + 3xy + y^2}{x^2}$

$y' = 1 + 3\frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$

$y' = F\left(\frac{y}{x}\right) = 1 + 3\frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$ → homogenea

→ solução EDO 1º ordem separável

1. $y' + xy = xy^2$

$\frac{dy}{dx} + xy = xy^2$

$\frac{dy}{dx} = xy^2 - xy$

$\frac{dy}{dx} = x\,y(y-1)$

$\frac{dy}{y(y-1)} = x\,dx$

$\int \frac{dy}{y(y-1)} = \int x\,dx$

$y(x) = \frac{1}{(1+e^{x^2/2+c})}$

2. $y' = \frac{x}{e^{x+y}}$

$y' = \frac{x}{e^x} \cdot \frac{1}{e^y}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{e^x} \cdot \frac{1}{e^y}$

$\int e^y\,dy = \int \frac{x\,dx}{e^x}$

$y(x) = \ln(e^{-x}(-1-x)+c)$

3. $\begin{cases} y' \cdot y = x\sqrt{1-y^2} \\ y(0) = 1/2 \end{cases}$

$\frac{dy}{dx} \cdot y = x\sqrt{1-y^2}$

$\int \frac{dy \cdot y}{\sqrt{1-y^2}} = \int x\,dx$

$u = 1-y^2$

$du = -2y\,dy$

$\frac{du}{-2} = y\,dy$

$\int \frac{1}{\sqrt{u}} \cdot \frac{du}{-2} = \frac{-1}{2}\int \frac{du}{\sqrt{u}} = \frac{-1}{2}\int u^{-1/2}\,du = \frac{x^2}{2}$

$-u^{1/2} = \frac{x^2}{2} + C$

$-(1-y^2)^{1/2} = \frac{x^2}{2} + C$

Plano de aula semanal: Semana 5

Matrícula	Aluno	Turma	professora
180122606	**Isadora da Cruz**	**CC**	**Tatiane**

	Segunda-feira	**Terça-feira**	**Quinta-feira**
Data	**15/04**	**16/04**	**18/04**
Objetivos	**Iniciar o conteúdo de EDO e explicar resumidamente como se revolve EDO de 1ªordem**	**Explicar EDO de 1ªordem linear -homogênea -não homogênea**	**Explicar EDO de 1ªordem não linear -Separável -Homogeneidade**
Informação	**Não vamos estudar no curso EDP, que são equações diferencias parciais**	**Tem como resolver de dois jeitos, com ou sem formula**	**Nenhuma**
Resumo	**Existem EDO linear, que podem ser homogênea ou não homogênea. Existem EDO não linear, que podem ser separável, exata, não exata,**	**Há três tipo de EDO linear e não homogênea**	**EDO separável é só deixar um termo só de x e outro só de y. Quando a EDO é não linear e não homogênea, tem como torna-la homogênea com a formula**

	homogeneidade ou caso especial		
Observação	**A professora só iniciou o conteúdo e deu exemplos**	**Nenhuma**	**Nenhuma**
Dúvidas	**Nenhuma**	**EDO não homogênea**	**Nenhuma**
Monitoria	**Não fui**	**Tirei duvidas sobre EDO não homogênea**	**Não fui**

Modulo 2

- solução EDO 1ª ordem forma exata

1. $2x + y^2 + 2xy' = 0$

$M(2x, y) = 2x + y^2$

$N(x, y) = 2xy$

$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = 2y$ x é constante

$\frac{\partial N(x,y)}{\partial x} = 2y$ y é constante

são iguais, logo é exata

- $F(x,y) = \int M(x,y)\,dx = \int (2x + y^2)\,dx = x^2 + y^2x + g(y)$ y é constante

- $\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N(x,y)$

$2xy + g'(y) = 2x.y$

$\int g'$

2. $xy' + y = 0$

$(xy)' = 0$

$xy = C$

$y = \frac{C}{x}$ → solução geral

I $(0, +\infty)$ ou

J $(-\infty, 0)$

$y = 0 \ \forall y \in \mathbb{R}$

3. $y \cdot y' = x + 1$

$$\left(\frac{1}{2}y^2 - \frac{x^2}{2} - x\right)' = 0$$

$$\boxed{\frac{1}{2}y^2 - \frac{x^2}{2} - x = C}$$ solução geral implícita

$$y = \pm\sqrt{x^2 + 2x + C}$$

pode ser escrito

$$\frac{d}{dx}\left[F(x,y)\right] = 0$$

$$F(x,y) = C$$

3. $xy\,y' + \frac{y^2}{2} = \operatorname{sen} x$

$$\frac{y^2}{2} - \operatorname{sen} x + xy \cdot y' = 0$$

$F_x(x,y) = \frac{y^2}{2} - \operatorname{sen} x$ $\quad$ $F_y(x,y) = xy$

$$F(x,y) = \frac{xy^2}{2} + \cos x$$

$$\frac{xy^2}{2} + \cos x = C$$

4. $(x - y^2)\,y' = x - y$

$$(y - x)\,dx + (x - y^2)\,dy = 0$$

$M = y - x$ $\quad$ $N = x - y^2$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 1 = \frac{\partial M}{\partial y}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial x} = y - x \\ \dfrac{\partial F}{\partial y} = x - y^2 \end{cases}$$

$$F(x,y) = xy - \frac{x^2}{2} + f(y)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = x + f'(y)$$

$$f'(y) = -y^2 \quad e \quad f(y) = -\frac{y^3}{3}$$

$$F(x,y) = xy - \frac{x^2}{2} - \frac{y^3}{3}$$

$$xy - \frac{x^2}{2} - \frac{y^3}{3} = C$$

5. $(2x-1)\,dx + (3y+7)\,dy = 0$

$M(x,y) = (2x-1)$ $\quad \dfrac{\partial M}{\partial y} = 0 \quad \dfrac{\partial N}{\partial y} = 0$

$N(x,y) = (3y+7)$

$$g'(y) = N(x,y) - \frac{\partial}{\partial} \int M(x,y)\,dx$$

$$\int M(x,y)\,dx = \int (2x-1)\,dx = \int 2x\,dx - \int 1\,dx = x^2 - x$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = (x^2 - x) = 0$$

$$g'(y) = 3y + 7 \qquad g(y) = \int 3y + 7\,dy = \frac{3y^2}{2} + 7y + C$$

solução:

$$f(x, y) = C$$

$$(x^2 - x) + \frac{3y^2}{2} + 7y = C$$

→ solução EDO 1ª ordem forma não exata

1. $(6xy)dx + (4y + 9x^2)dy = 0$

$M(x,y) = 6xy$
$N(x,y) = 4y + 9x^2$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 6x \qquad \frac{\partial N}{\partial x} = 18x \qquad \frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$

fator integrante

$$\mu'(y) = \frac{\left[\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right]}{M} = y^2$$

$y^2 \cdot EDO$
$(6xy^3)\,dx + (4y^3 + 9x^2y^2)\,dy = 0$

$M(x,y) = 6xy^3$
$N(x,y) = 4y^3 + 9x^2y^2$

$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} = 18xy^2$ agora é exata

$$g'(y) = N(x,y) - \frac{\partial}{\partial y}\int M(x,y)\,dx$$

$$\int M(x,y)\,dx = \int 6xy^3\,dx = 3x^2y^3$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(3x^2y^3) = 9x^2y^2$$

$$g'(y) = 4y^3 + 9x^2y^2 - 9x^2y^2 = 4y^3$$

$$g(y) = \int g'(y)\,dy = \int 4y^3\,dy = y^4$$

Solução:

$$f(x,y) = \int M(x,y)\,dx + g(y)$$

$$f(x,y) = 3x^2y^3 + y^4$$

$$f(x,y) = c$$

$$3x^2y^3 + y^4 = c$$

2. $(e^{x+y} - y)\,dx + (xe^{x+y} + 1)\,dy = 0$

$$\frac{\partial}{\partial y}(e^{x+y} - y) = e^{x+y} - 1$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(xe^{x+y} + 1) = xe^{x+y} + e^{x+y}$$

não exata

fator integrante:

$$\frac{-1}{xe^{x+y}+1}\left(\frac{\partial(x\cdot e^{x+y}+1)}{\partial x} - \frac{\partial(e^{x+y}-y)}{\partial y}\right)$$

$$= -\frac{[xe^{x+y} + e^{x+y} - (e^{x+y} - 1)]}{xe^{x+y}+1} = -\frac{(xe^{x+y} + e^{x+y} - e^{x+y} + 1)}{xe^{x+y}+1}$$

$$= -\frac{(xe^{x+y}+1)}{xe^{x+y}+1} = -1$$

$$\mu = e^{\int -1\,dx} = e^{-x}$$

② Solução de EDO 1ª ordem não exata:

- $(3xy + y^2) + (x^2 xy) \cdot y' = 0 \; (\times dx)$

$(3xy + y^2)dx + (x^2 + yx)dy = 0$

$M = 3xy + y^2 \qquad N = x^2 + xy$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 3x + 2y \qquad \frac{\partial N}{\partial x} = 2x + y$

$\frac{d\mu}{dx} = \mu \cdot \frac{(M_y - N_x)}{N}$

$\frac{M_y - N_x}{N} = \frac{3x + 2y - (2x + y)}{x^2 + xy} = \frac{x + y}{x^2 + xy} = \frac{x+y}{x(x+y)} = \frac{1}{x}$

$\frac{d\mu}{dx} = \frac{1}{x}\mu \rightarrow \frac{d\mu}{\mu} = \frac{dx}{x}$ integrando

$\ln|\mu| = \ln|x|$

$\mu = x$

$\therefore x(3xy + y^2) + x \cdot (x^2 + xy) \cdot y' = 0$

$(3x^2y + xy^2) + (x^3 + x^2y) \cdot y' = 0$

$(3x^2y + xy^2)dx + (x^3 + x^2y)dy = 0$

$M = 3x^2y + xy^2 \qquad N = x^3 + x^2y$

$M_y = 3x^2 + 2xy \qquad N_x = 3x^2 + 2xy$

$\frac{\partial u}{\partial x} = M = 3x^2y + xy^2$

$du = \int (3x^2y + xy^2)dx$

$u = x^3y + \frac{x^2y^2}{2} + \varphi(y)$

$\frac{\partial u}{\partial y} = x^3 + x^2y + \varphi'(y)$ mas $\frac{\partial u}{\partial y} = N \;/\; N = x^3 + x^2y$

$\varphi'(y) = 0 \rightarrow \varphi(y) = k$ (constante)

$u = x^3y + \frac{x^2y^2}{2} + k$

- $(x^2-y^2)dx + 2xy\,dy = 0$

$M = x^2-y^2 \rightarrow \dfrac{\partial M}{\partial y} = -2y$ e $N = 2xy \rightarrow \dfrac{\partial N}{\partial y} = 2y$

$\dfrac{\partial M}{\partial y} \neq \dfrac{\partial N}{\partial x}$ FATOR INTEGRANTE

$$\frac{\partial u}{\partial y} M - \frac{\partial u}{\partial x} N = -\left(\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}\right) u$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x^2-y^2) - \frac{\partial u}{\partial x}(2xy) = -[(-2y)-(2y)]u$$

$\longrightarrow u = u(x)$, $\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$, $\dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{du}{dx}$

$$-\frac{du}{dx}(2xy) = 4yu \therefore \frac{du}{dx} = -\frac{4yu}{2xy} \therefore \frac{du}{dx} = \frac{-2u}{x} \therefore$$

$$\frac{du}{u} = \frac{-2}{x}dx \quad \int \frac{1}{u}du = -2\int \frac{1}{x}dx$$

$$\ln|u| = -2\ln|x| \therefore |u| = |x|^{-2} \therefore u = x^{-2}$$

$$x^{-2}\cdot[(x^2-y^2)dx + 2xy\,dy] = 0$$

$$\boxed{(1-y^2x^{-2})dx + (2yx^{-1})dy = 0}$$

$\rightarrow M = 1-y^2x^{-2} \therefore \dfrac{\partial M}{\partial y} = -2yx^{-2}$, $N = 2yx^{-1} \therefore \dfrac{\partial N}{\partial x} = -2yx^{-2}$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

$\dfrac{\partial f}{\partial x} = M = 1-y^2x^{-2}$

$$f(x,y) = \int (1-y^2x^{-2})dx + g(y) = x + y^2x^{-1} + g(y)$$

$\dfrac{\partial f}{\partial y} = N = 2yx^{-1}$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(x + y^2x^{-1} + g(y)) = 2yx^{-1} + g'(y) = 2yx^{-1}$$

$$2yx^{-1} + g'(y) = 2yx^{-1} \therefore g'(y) = 0 \therefore g(y) = C_1$$

$$f(x,y) = x + y^2x^{-1} + C_1$$

$$x + y^2x^{-1} + C_1 = C_2 \therefore x + \frac{y^2}{x} = C \therefore x^2 + y^2 = xC \therefore y^2 = -x^2 + Cx$$

$$|y| = \sqrt{-x^2+xC}$$

$$\boxed{y = \pm\sqrt{-x^2+xC}}$$ Solução

tilibra

- $y^2 dx + (xy+1)dy = 0$

$M = y^2 \to \dfrac{\partial M}{\partial y} = 2y$ e $N = xy+1 \to \dfrac{\partial N}{\partial x} = y$

$$\boxed{\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}}$$

FATOR INTEGRANTE

$$\frac{\partial u}{\partial y} M - \frac{\partial u}{\partial x} N = -\left(\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}\right) u$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(y^2) - \frac{\partial u}{\partial x}(xy+1) = -[(2y) - (y)]u$$

$\to u = u(y)$, $\dfrac{du}{dx} = 0$, $\dfrac{\partial u}{\partial y} = \dfrac{du}{dy}$

$$\frac{du}{dy}(y^2) = -y\,u \therefore \frac{du}{u} = \frac{-y}{y^2}dy \therefore \frac{du}{u} = \frac{-1}{y}dy$$

$$\int \frac{1}{u}du = -\int \frac{1}{y}dy \therefore \ln|u| = -\ln|y| \therefore |u| = |y|^{-1}$$

$$\therefore u = y^{-1}$$

$y^{-1} \cdot [y^2 dx + (xy+1)dy] = 0$

$\boxed{y\,dx + (x + y^{-1})dy = 0} \to$ NOVA EQUAÇÃO

$M = y \therefore \dfrac{\partial M}{\partial y} = 1$ e $N = x + y^{-1} \therefore \dfrac{\partial N}{\partial x} = 1 \to \dfrac{\partial M}{\partial y} = \dfrac{\partial N}{\partial x}$

$\dfrac{\partial f}{\partial x} = M = y \to f(x,y) = \displaystyle\int y\,dx + g(y) = xy + g(y)$

$\dfrac{\partial f}{\partial y} = N = x + \dfrac{1}{y}$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(xy + g(y)) = x + g'(y) = x + \frac{1}{y}$$

$$x + g'(y) = x + \frac{1}{y} \therefore \frac{dg}{dy} = \frac{1}{y} \therefore \int dg = \int \frac{1}{y}dy$$

$\therefore g(y) = \ln|y| \to f(x,y) = xy + \ln|y|$

$$\boxed{xy + \ln|y| = C}$$

tilib

→ Equação de Bernoulli

- $$x\frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{y^2}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{1}{xy^2}$$

$$P(x) = \frac{1}{x} \rightarrow n = -2$$

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$w = y^{-1-n} \rightarrow w = y^{-3}$$

$$w = c1 \cdot e^{-(1-n)\int P(x)\,dx} \cdot \int e^{(1-n)\int P(x)\,dx} \cdot (1-n)\, f(x)\, dx$$

$$w = c1\, e^{-1-(-2))\int \frac{1}{x}\,dx} + e^{(-1(-2))\int \frac{1}{x}\,dx} \cdot (1-(-2))\, \frac{1}{x}\, dx$$

$$w = c1\, e^{-3\ln x} + e^{-3\ln x} \int e^{3\ln x} \cdot 3 \cdot \frac{1}{x}\, dx$$

$$w = c1\,x^{-3} + x^{-3} \int x^{3} \cdot 3\,\frac{1}{x}\,dx$$

$$w = c1\,x^{-3} + x^{-3} \cdot 3 \int x^{2}\,dx$$

$$w = c1\,x^{-3} + x^{-3} \cdot \frac{3x^{3}}{3}$$

$$w = \frac{c1}{x^{3}} + 1$$

$$w = y^{3}$$

$$y^{3} = \frac{c1}{x^{3}} + 1$$

- $x^2\frac{dy}{dx} + y^2 = xy$

$$x^2\frac{dy}{dx} + \frac{y^2}{x^2} = \frac{y}{x} \rightarrow \frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = \frac{-y^2}{x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1y}{x} = -\frac{1y^2}{x^2}$$

$$P(x) = \frac{-1}{x} \rightarrow f(x) = -\frac{1}{x^2} \rightarrow n = 2$$

$$w = y^{1-n} = y^{1-2} = y^{-1} \rightarrow w = c_1 e^{-(1-2)\int -\frac{1}{x}dx} + e^{-(1-2)\int -\frac{1}{x}dx}\int e^{-\frac{1}{x}dx}(1-2)\left(-\frac{1}{x^2}\right)dx$$

$$w = c_1 e^{-\ln x} + e^{-\ln x}\int (e^{\ln x} \cdot \frac{1}{x^2})dx$$

$$w = \frac{c_1}{x} + \frac{1}{x}\int \frac{1}{x}dx \xrightarrow{x^2} w = \frac{c_1}{x} + \frac{\ln x}{x}$$

$$w = y^{-1} \rightarrow y = \frac{1}{\frac{c_1 + \ln x}{x}} \rightarrow y = \frac{x}{c_1 + \ln x}$$

APLICAÇÃO DE EDO 1 ORDEM

DECAIMENTO RADIOATIVO

Resultados experimentais mostram que elementos radioativos desintegram a uma taxa proporcional à quantidade presente do elemento. Se $Q = Q(t)$ é a quantidade presente de certo elemento radioativo no instante t, então a taxa de variação de $Q(t)$ com respeito ao tempo t, denotada por dQ/dt, é dada por:

$dQ/dt = - k\, Q(t)$

onde k é uma constante que depende do elemento. Por exemplo, para o carbono-14 o valor aproximado é $k = 1{,}244\times10^{-4}$, para o rádio o valor aproximado é $k = 1{,}4\times10^{-11}$.

O valor da constante k de um elemento radioativo pode ser determinado através do tempo de "meia-vida" do elemento. A "meia-vida" é o tempo necessário para desintegrar metade da quantidade do elemento. Portanto, se a meia-vida do elemento for conhecida, a constante k pode ser obtida e vice-versa. As "meias-vidas" de vários elementos radioativos podem ser encontradas nos livros de Química. Por exemplo, a meia-vida do carbono-14 está entre 5538 e 5598 anos, sendo em média 5568 anos com um erro para mais ou para menos de 30 anos. O carbono-14 é uma importante ferramenta em pesquisa arqueológica conhecida como teste do radiocarbono.

A quantidade inicial do elemento radioativo é $Q(0) = Q_o$.

Exemplo: Um isótopo radioativo tem uma meia-vida de 16 dias. Você deseja ter 30 g do isótopo no final de 30 dias. Calcule a quantidade inicial do isótopo.

Solução: Seja $Q(t)$ a quantidade presente no instante t e $Q(0)=Q_o$ a quantidade inicial. Resolvendo a equação $dQ/dt = - k\, Q(t)$ temos que:

$Q(t) = Q_o e^{-k.t}$ e, para $t = 16$, $Q(16) = ½Q_o$, logo $e^{-16.k} = ½$.

Aplicando o logaritmo natural em ambos os lados da igualdade, obtemos

$k = [\ln(2)]/16 = 0{,}0433$ dias^{-1}

e dessa forma temos a função que determina a quantidade de isótopo radioativo em qualquer instante:

$Q(t) = Q_o e^{-0{,}0433\, t}$ Para $t = 30$ dias e $Q(30) = 30$ g: $Q_o = 30/e^{-0{,}0433\times30} \cong 110$ g

Crescimento populacional: o modelo de Malthus

Problemas populacionais nos levam fatalmente às perguntas:

1. Qual será a população de certo local ou ambiente em alguns anos?

2. Como poderemos proteger os recursos deste local ou deste ambiente para que não ocorra a extinção de uma ou de várias espécies?

Para apresentar uma aplicação de equações diferenciais relacionadas com este problema, consideraremos o modelo matemático mais simples para tratar do crescimento populacional de algumas espécies. Ele é chamado Modelo de Crescimento Exponencial, isto é, a variação da população em relação ao tempo, denotada por dP/dt, é proporcional à população presente. Em outras palavras, se $P = P(t)$ é a população, temos

$$dP/dt = k P$$

onde k é uma constante. É simples verificar que se $k > 0$, teremos crescimento e se $k < 0$, teremos decaimento. Esta é uma EDO linear cuja solução é

$$P(t) = Po\ ek.t\ ,$$

onde Po é a população inicial, $P(0) = Po$. Portanto,

1. Se $k > 0$, a população cresce e continua a expandir para $+\infty$.

2. Se $k < 0$, a população se reduzirá e tenderá a 0. Em outras palavras, a população será extinta.

A longo prazo, o primeiro caso, $k > 0$, pode não ser adequado: o ambiente tem limitações, e o crescimento populacional é eventualmente inibido pela falta de recursos essenciais.

Crescimento populacional: Modelo Logístico (Verhulst-Pearl)

O modelo logístico de Verhulst-Pearl procura remediar a limitação do modelo exponencial. A EDO para este modelo é

dP/dt = k P (1 - P/L)

onde L é o limite máximo para a população (também chamado a capacidade do ambiente). Se P = P(t) é pequeno quando comparado com L, a EDO é praticamente a equação exponencial.

Este é um exemplo de uma EDO não linear separável. As soluções constantes são P = 0 e P = L. As soluções não constantes podem ser obtidas pela separação das variáveis, seguido do uso de integração com o uso da técnica das frações parciais. Com algumas manipulações algébricas, teremos

P(t) = L C ekt / (L + C ekt)

onde C é uma constante e L é a capacidade do ambiente. Para P(0) = Po,

$$P(t) = \frac{LP_0}{P_0 + (L - P_0)e^{-kt}}$$

Quando t → ∞, então P(t) → L, se Po não for zero. Este modelo é bem mais realista que o anterior, mas ainda é insatisfatório, pois não permite a possibilidade de extinção: mesmo começando com uma população pequena, a população sempre tenderá para L, a capacidade do ambiente. Ainda assim, o modelo é bastante apropriado para a análise de crescimento populacional de cidades e de populações de lactobacilos, entre outras situações.

Exemplo: Modelo de epidemia. Analisaremos um modelo simplificado para propagação de uma doença, dotado das hipóteses:

1. Uma fração x de uma determinada população tem uma doença infecciosa. Assim, uma fração S = (1-x) não a tem.

2. A variação de x é proporcional a x e S. Em conseqüência destas hipóteses, temos que o modelo é dado pela equação

$$\frac{dx}{dt} = rx(1-x)$$

onde r é uma constante positiva. Esta é uma equação diferencial ordinária separável. Resolvendo-se a equação:

$$\frac{dx}{dt} = rx(1-x)$$
$$rt = \int \frac{1}{x(1-x)} dx$$
$$rt = \int \frac{1}{x} + \int \frac{1}{1-x} dx$$
$$rt = \log x - \log(1-x) + c$$
$$rt = \log\left(\frac{x}{1-x}\right) + c$$
$$e^{rt} = \frac{x}{1-x} e^{c}$$
$$x1 - x = ke^{rt},\ k = e^{-c}$$
$$x = \frac{1}{(1/k)e^{-rt} + 1}.$$

Aplicando a condição inicial x(0) = xo, obtemos:

$$x = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{x_o}\right) e^{-rt}}$$

Quando t → ∞, x → 1: mais cedo ou mais tarde cada pessoa vai contrair a doença, não importando quantas pessoas estavam infectadas inicialmente, a menos que a condição inicial xo seja igual a 0 (zero), pois neste caso teríamos x = 0 para todo t. Felizmente, este modelo é muito simplificado e não leva em consideração, por exemplo, a possibilidade de que as pessoas infectadas sejam isoladas ou que se recuperem da doença.

Lei do resfriamento de Newton

Um modelo real simples da troca de calor entre um corpo e o meio ambiente onde está situado admite três hipóteses básicas:

1. A temperatura $T = T(t)$ depende do tempo e é a mesma em todos os pontos do corpo.

2. A temperatura T_m do meio ambiente permanece constante no decorrer da experiência.

3. A taxa de variação da temperatura com relação ao tempo é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o maio ambiente.

Dessa forma, a EDO que descreve o problema é:

$dT/dt = -k (T-T_m)$

onde $T = T(t)$ é a temperatura do corpo no instante t, T_m é a temperatura constante do meio ambiente, $T-T_m$ é a diferença de temperatura e k é uma constante positiva que depende do material que constituí o corpo, sendo que o sinal negativo indica que a temperatura do corpo está diminuindo com o passar do tempo, em relação à temperatura do meio ambiente.

Esta é uma EDO separável, que pode ser transformada em:

$dT/(T-T_m) = -k\, dt$

integrando ambos os lados:

$Ln(T-T_m) = -kt + k_o$

ou de forma equivalente:

$T(t)-T_m = C \exp(-kt)$

logo, a solução da EDO será:

$T(t) = T_m + C \exp(-kt)$

Quando temos a temperatura inicial do corpo $T(0) = T_o$, podemos obter a constante C, já que

$T_o = T_m + C$ e assim

$C = T_o-T_m$

e a solução do PVI:

$dT/dt = -k(T-T_m), T(0) = T_o$

será:

$T(t) = T_m + (T_o-T_m) \exp(-kt)$

A Torre de Hanói

Só para não dizer que não foram consideradas equações de diferenças, considere essa aplicação, que essencialmente mostra que qualquer situação recursiva leva a uma equação desse tipo. Juros, por exemplo, são equações assim, aliás, verdadeiros modelos de crescimento discretos – entenda porque.

O matemático francês Édouard Lucas em 1883 inventou um jogo que invocava uma falsa lenda antiga. A Torre de Brama tinha três agulhas, e em uma delas, havia 64 discos de ouro de tamanhos diferentes, empilhados de maneira a nunca ter um disco maior sobre um menor. A tarefa dos monges era transferir os discos para outra agulha, passando um disco de cada vez de uma agulha para a outra, sem nunca colocar um disco maior sobre um menor.

O que surpreende nesse problema, que vamos resolver a seguir, é que são necessários pelo menos 264 –1 movimentos (aproximadamente 18 quintilhões). Com a velocidade de um movimento por microssegundo, isso levaria 5000 séculos.

Uma torre com 5 discos (bolas)

Chame as agulhas de A, B e C, e imagine que os discos estão inicialmente na agulha A. O pulo de gato é pensar os movimentos em grandes blocos. Por exemplo: suponha que você sabe transferir 4 discos respeitando as regras, da agulha A para a agulha B – como isso ajuda a transferir 5 discos para, digamos, a agulha C? Você transfere os quatro discos menores de A para B, transfere o maior disco de A para C e agora leva os quatro discos de B para C.

O problema só pergunta por quantos movimentos você tem que fazer: para transferir cinco discos, você transferiu duas vezes quatro discos e fez um movimento com o disco maior. Se Q(n) é o número de movimentos necessários para transferir n discos, acabamos de aprender que

$Q(5) = 2\,Q(4) + 1$, ou, de maneira geral, $Q(n+1) = 2\,Q(n) + 1$.

Aliás, é óbvio que $Q(1) = 1$. Até o momento, só mostramos que podemos resolver o problema com Q(n) movimentos – não mostramos ainda que Q(n) de fato é o menor número de movimentos necessários para resolver o problema. Vamos deixar isso por sua conta.

Enfim, agora é basta resolver $Q(n+1) = 2\,Q(n) + 1$, $Q(1) = 1$.

Essa equação é tão simples que você pode adivinhar a resposta olhando para os primeiros termos,

$Q(1) = 1$, $Q(2) = 3$, $Q(3) = 7$, $Q(4) = 15$, ...

Tudo leva a crer que Q(n) = 2n – 1.

Plano de aula semanal: Semana 1

Matrícula	Aluno	Turma	professora
180122606	**Isadora da Cruz**	**CC**	**Tatiane**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data			
Objetivos	- Equações Exatas -Equações Não exatas	-Equações não exatas - Equações de Bernoulli	EDO 2 ordem linear homogênea.
Informação		Vista da prova 1	Início da matéria da semana 3 do módulo 2.

Resumo	**Equações exatas: A derivada de M(x,y) tem que ser igual à derivada de N(x,y) para ser exata e ter solução. Caso contrário, a equação é não exata e não tem solução, a priori.**	**Equações não exatas: Quando a derivada de M for diferente da derivada de N, calcular o fator integrante para chegar a uma nova equação exata e assim calcular sua solução**	
Observação			
Dúvidas			
Monitoria			

Plano de aula semanal: Semana 7

Matrícula	Aluno	Turma	professora
180122606	**Isadora da Cruz**	**CC**	**Tatiane**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	**29/04**	**30/04**	**02/05**
Objetivos	**EDO 2 ordem homogênea**	**Continuação de EDO 2 ordem homogênea EDO 2 ordem não hom.**	**NÃO TEVE AULA**
Informação	**A professora deu o passo a passo para resolver 2 dos 3 casos e passou um método de redução de ordem**	**Ela deu o ultimo caso e passou a formula de Euler. Começou as não homogêneas e o MCI**	**A professor cancelou a aula**
Resumo	**2 casos de EDO de 2 ordem homogênea -caso 1: delta > 0 -caso 2: delta = 0**	**-caso 3: delta < 0 -MCI: método coeficientes indeterminados ou met. do chute**	**-**

Observação	**Nenhuma**	**Nenhuma**	**Nenhuma**
Dúvidas	**Nenhuma**	**Dificuldade em alguns exercícios**	**Nenhuma**
Monitoria	**Fui tirar algumas duvidas**	**Não fui**	**Não fui**

Modulo 2 semana 7

→ EDO 2ª ordem linear, coef. constante, $\Delta = 0$

solução geral

$y'' + 4y' + 4y = 0$

eq. característica

↳ $r^2 + 4r + 4 = (r+2)^2 = 0$

logo,

$y(x) = (K_1 + K_2 x)\, e^{-2x}$ → sol. geral

→ PVI EDO 2ª ordem linear, coef constante $\Delta = 0$

$y'' - y' + 0{,}25\,y = 0$

$y(0) = 2 \quad y'(0) = 1/3$

eq. característica

↳ $r^2 - r + 0{,}25 = 0$

$r_1 = r_2 = \frac{1}{2}$

sol. geral: $y = c_1 e^{t/2} + c_2 t e^{t/2}$

$y(0) = c_1 = 2 \qquad y'(0) = \frac{1}{2} c_1 + c_2 = \frac{1}{3} \qquad c_2 = -\frac{2}{3}$

$y = 2e^{t/2} - \frac{2}{3} t e^{t/2}$

→ EDO 2ª ordem linear, coef. constante, $\Delta > 0$

solução geral

$y'' + 5y' + 6y = 0$

eq. caract.

↳ $r^2 + 5r + 6 = (r+2)(r+3) = 0$

$r_1 = -2 \quad r_2 = -3 \qquad y = c_1 e^{-2t} + c_2 e^{-3t}$ → sol. geral

___.___.___

→ PVI EDO 2ª ordem linear, coef. constantes $\Delta > 0$

$4y'' - 8y' + 3y = 0 \qquad y(0) = 2 \qquad y'(0) = \frac{1}{2}$

$\rightarrow 4r^2 - 8r + 3 = 0$

$r_1 = \frac{3}{2} \quad r_2 = \frac{1}{2} \qquad y = C_1 e^{3t/2} + C_2 e^{t/2}$

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 2 \\ \frac{3}{2} C_1 + \frac{1}{2} C_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \qquad C_1 = -1/2 \quad C_2 = 5/2$$

$$y = -1/2\, e^{3t/2} + 5/2\, e^{t/2}$$

→ EDO 2ª ordem linear, coef. constante, $\Delta < 0$

solução geral

$y'' + y = 0$

eq característica

$\rightarrow r^2 + 1 = 0$

$r_1 = i \quad r_2 = -i \qquad \alpha = 0 \quad \beta = 1$

$$y(x) = K_1 . \cos x + K_2 . \operatorname{sen} x$$

→ PVI EDO 2ª ordem linear, coef. constantes $\Delta < 0$

$y'' + y' + 9{,}25y = 0 \qquad y(0) = 2 \quad y'(0) = 8$

$\rightarrow r^2 + r + 9{,}25 = 0$

$r_1 = -\frac{1}{2} + 3i \qquad r_2 = -\frac{1}{2} - 3i$

2 soluções

$$y_1(t) = \exp[(-1/2 + 3i)t] = e^{-t/2}(\cos 3t + i \operatorname{sen} 3t)$$

$$y_2(t) = \exp[(-1/2 - 3i)t] = e^{-t/2}(\cos 3t - i \operatorname{sen} 3t)$$

módulo 2 semana 8

→ MCI

1. $y'' - 3y' - 4y = 3e^{2t}$

$Y(t) = Ae^{2t}$

$Y'(t) = 2Ae^{2t}$ $Y''(t) = 4Ae^{2t}$

$(4A - 6A - 4A) \cdot e^{2t} = 3e^{2t}$

$-6Ae^{2t} = 3e^{2t}$

$A = -\frac{1}{2}$

$y(t) = -\frac{1}{2} e^{2t}$

2. $y'' - 3y' - 4y = -8e^{t} \cdot \cos 2t$

$Y(t) = Ae^{t} \cdot \cos 2t + Be^{t} \operatorname{sen} 2t$

$Y'(t) = (A + 2B) e^{t} \cdot \cos 2t + (-2A + B) e^{t} \cdot \operatorname{sen} 2t$
$Y''(t) = (-3A + 4B) e^{t} \cdot \cos 2t + (-4A - 3B) e^{t} \cdot \operatorname{sen} 2t$

$\begin{cases} 10A + 2B = 8 \\ 2A - 10B = 0 \end{cases}$ $A = \frac{10}{13}$ $B = \frac{2}{13}$

$Y(t) = \frac{10}{13} e^{t} \cdot \cos 2t + \frac{2}{13} e^{t} \operatorname{sen} 2t$

__.__.__

→ Método da variação dos parâmetros

1.) $y'' + y = sen\, x \qquad 0 < x < \pi/2$

$y'' + y = 0 \hookrightarrow r^2 + 1$

$y = K_1 . \cos x + K_2 . sen\, x$ ↑ sol. geral

particular:

$y = c_1 \cos x + c_2\, sen\, x$

$$\begin{cases} c_1'\, sen\, x + c_2' \cos x = 0 \\ c_1' \cos x - c_2'\, sen\, x = \sec x \end{cases}$$

$W(y_1, y_2)(x) = 1$

$C_1'(x) = 1 \qquad C_2'(x) = tg\, x$

$C_1(x) = \int dx = x \qquad C_2(x) = -\int \tan x\, dx = \ln(\cos x)$

$y = x\, sen\, x + \cos x \ln(\cos x)$

2.) $x^2 y'' - 3xy' + 4y = x^4 \qquad x > 0$

$x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0 \hookrightarrow r^2 - 4r + 4 = (r-2)^2$

$y = K_1 x^2 + K_2 \ln x^2$

particula

$y = c_1 x^2 + c_2 \ln x^2$

$y'' - \frac{3}{x} y' + \frac{4}{x^2} y = x^2$

$$\begin{cases} c_1' x^2 + c_2' \ln x^2 = 0 \\ c_1' 2x + c_2' x (2 + \ln(x)) = x^2 \end{cases}$$

$W(y_1, y_2) = x^3$

$C_1'(x) = -x\ln(x) \qquad C_2'(x) = x$

$C_1(x) = -\int x \ln x \, dx = \frac{x^2 - x^2\ln(x)}{2}$

$C_2(x) = \int x \, dx = \frac{x^2}{2}$

$y = \frac{x^4}{2}$

Plano de aula semanal: Semana 8

Matrícula	Aluno	Turma	professora
180122606	**Isadora da Cruz**	**CC**	**Tatiane**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	**06/05**	**07/05**	**09/05**
Objetivos	**NÃO TEVE AULA**	**NÃO TEVE AULA**	**NÃO TEVE AULA**
Informação	-	-	-
Resumo	-	-	-
Observação	**Nenhuma**	**Nenhuma**	**Nenhuma**
Dúvidas	**Nenhuma**	**Nenhuma**	**Nenhuma**
Monitoria	**Não fui**	**Não fui**	**Não fui**

Plano de aula semanal: Semana 9

Matrícula	Aluno	Turma	professora
180122606	**Isadora da Cruz**	**CC**	**Tatiane**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	**13/05**	**14/05**	**16/05**
Objetivos	**NÃO TEVE AULA**	**NÃO TEVE AULA**	**AULA DE EXERCICIOS**
Informação	-	-	-
Resumo	-	-	-
Observação	**Nenhuma**	**Nenhuma**	**Nenhuma**
Dúvidas	**Nenhuma**	**Nenhuma**	**Nenhuma**
Monitoria	**Não fui**	**Não fui**	**Não fui**