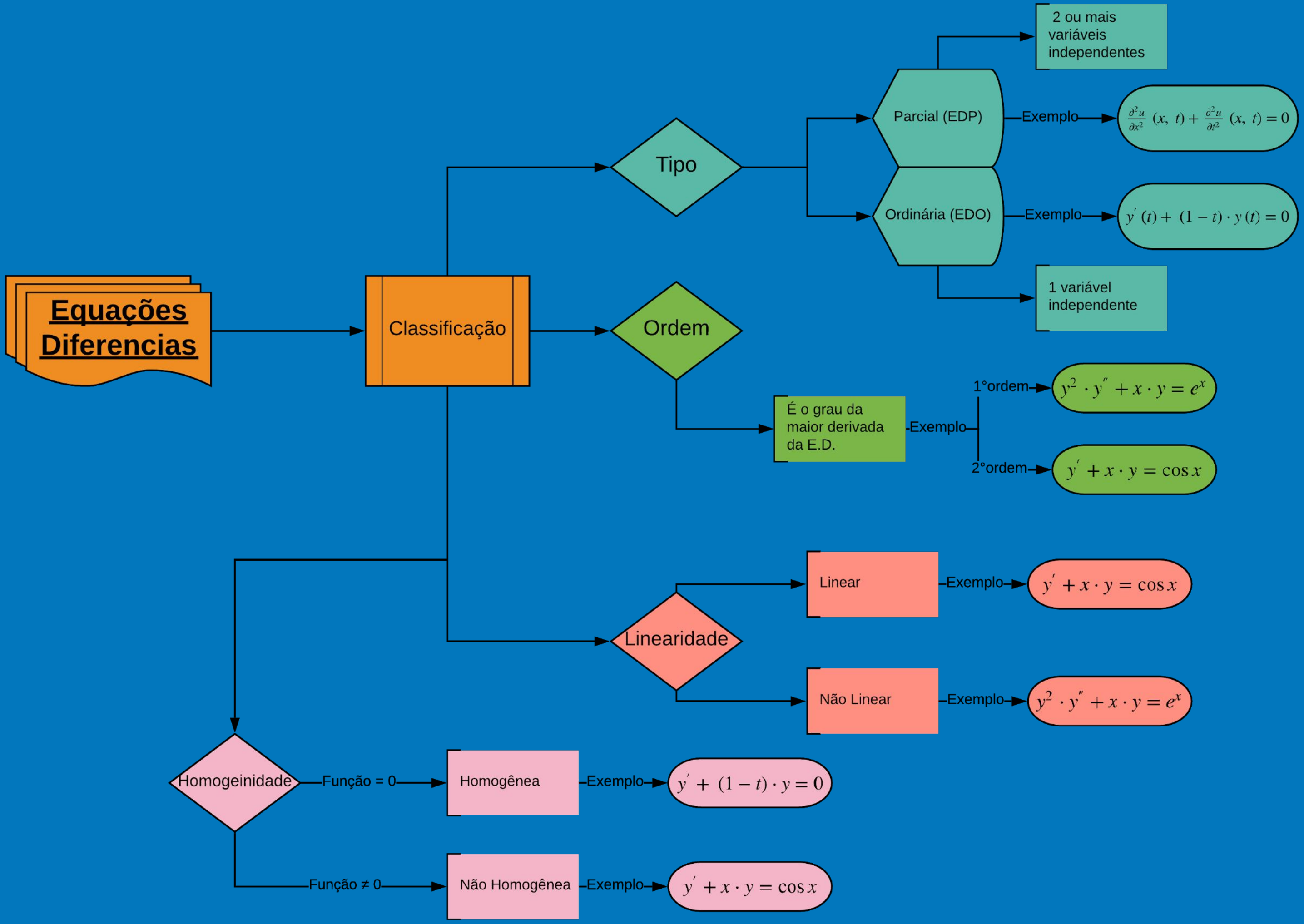
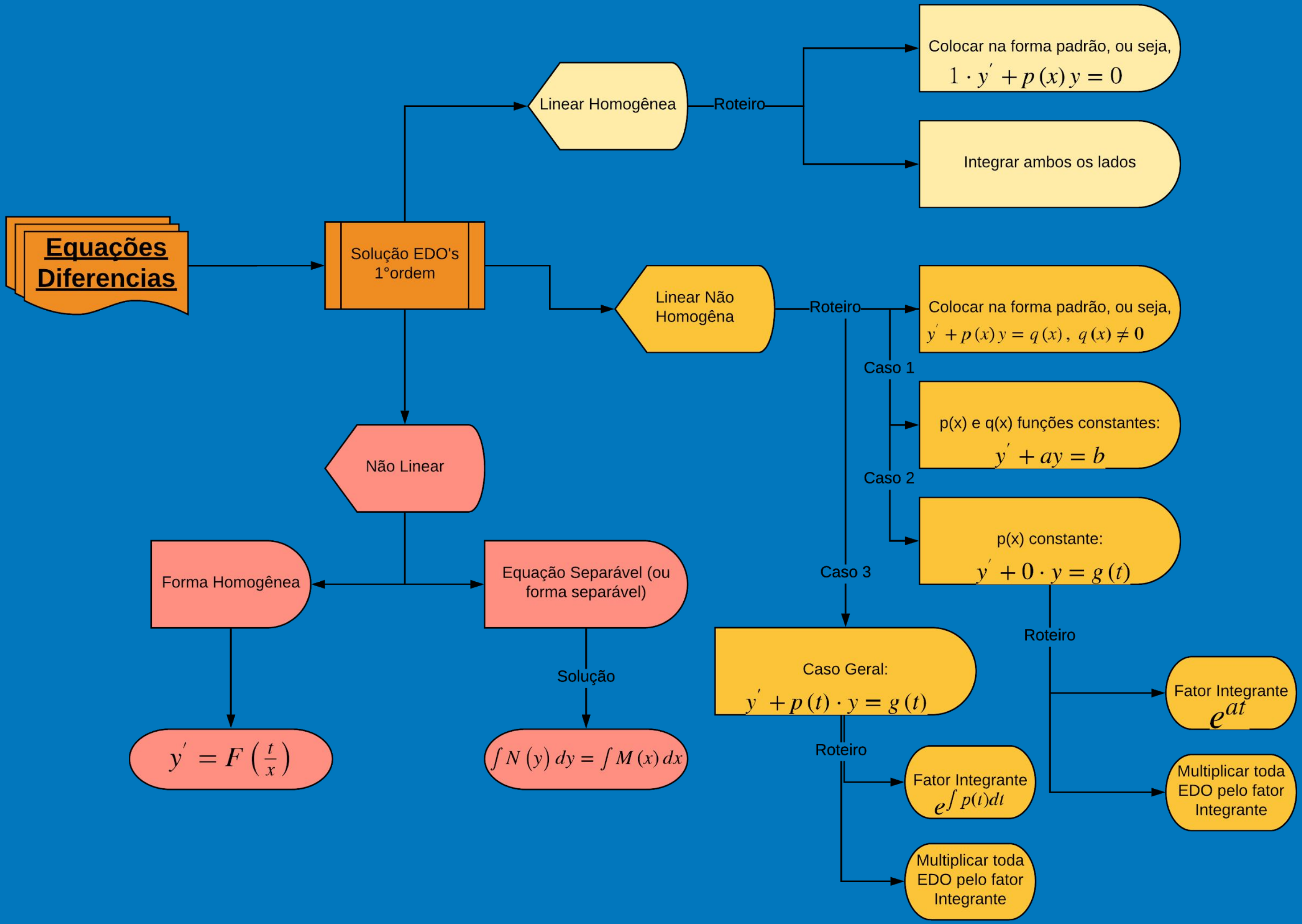
Portfólio Módulo 2

Ian Fillipe Pontes Ferreira
18/0102087

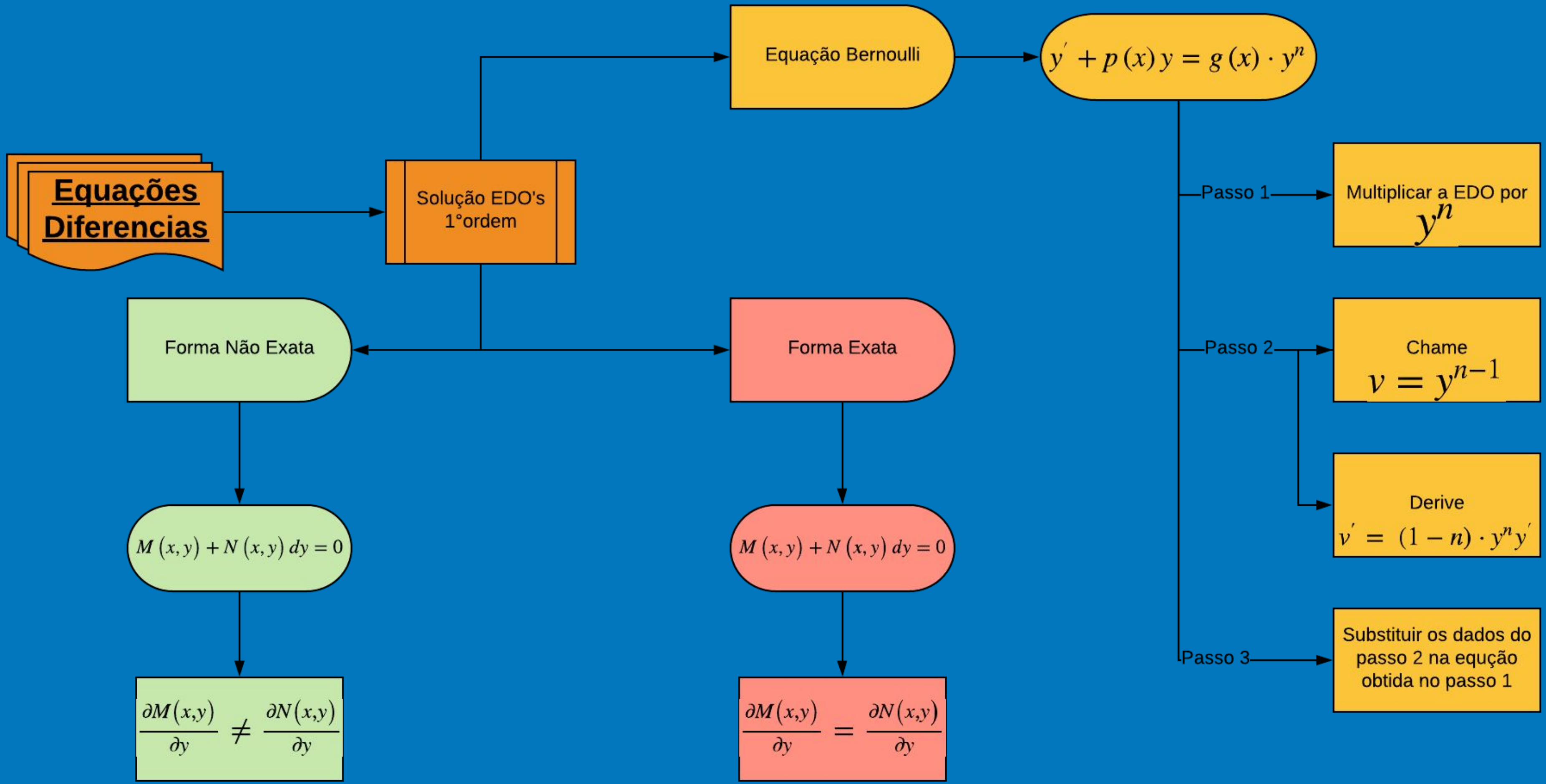
Mapa Conceitual

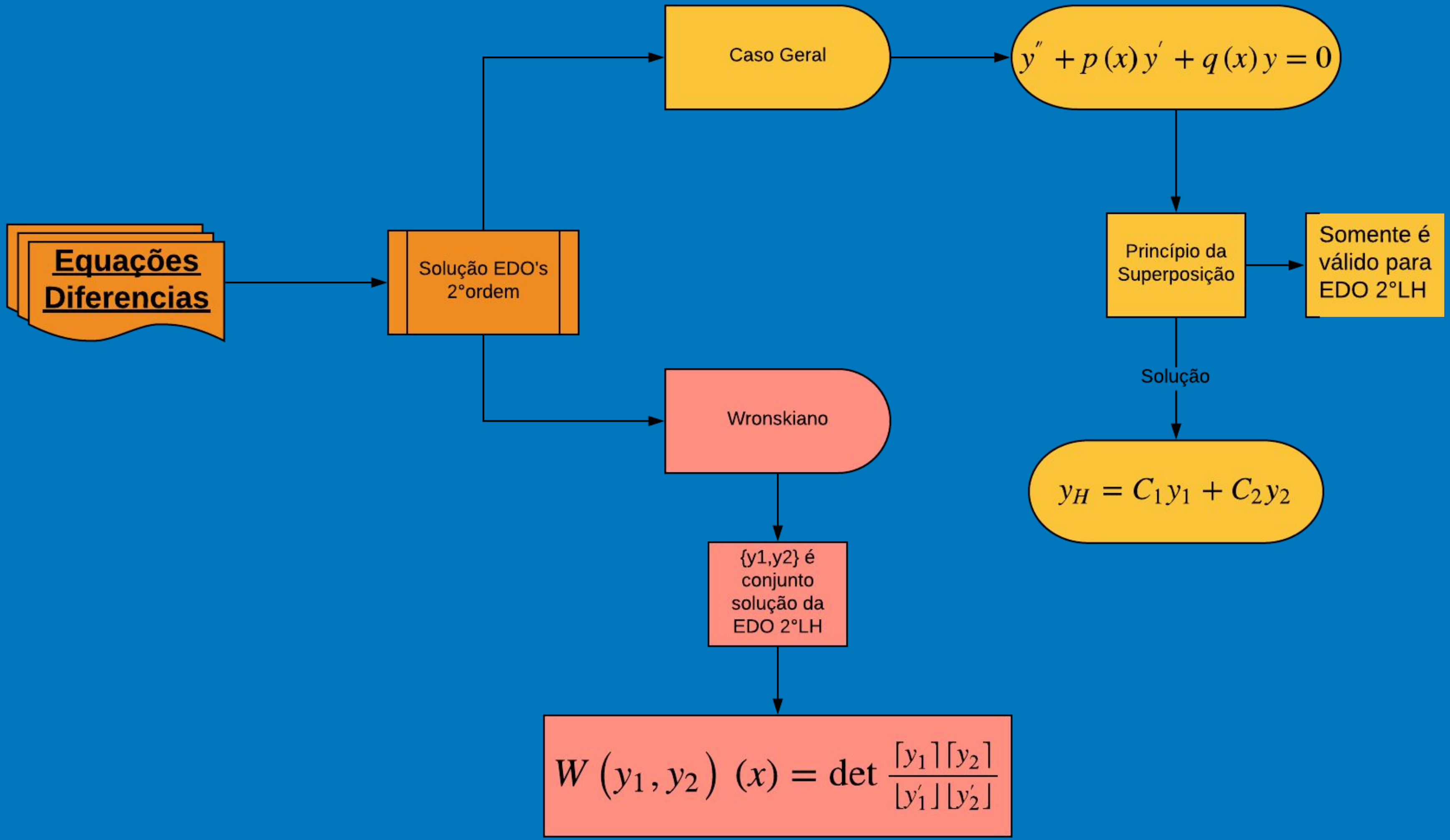


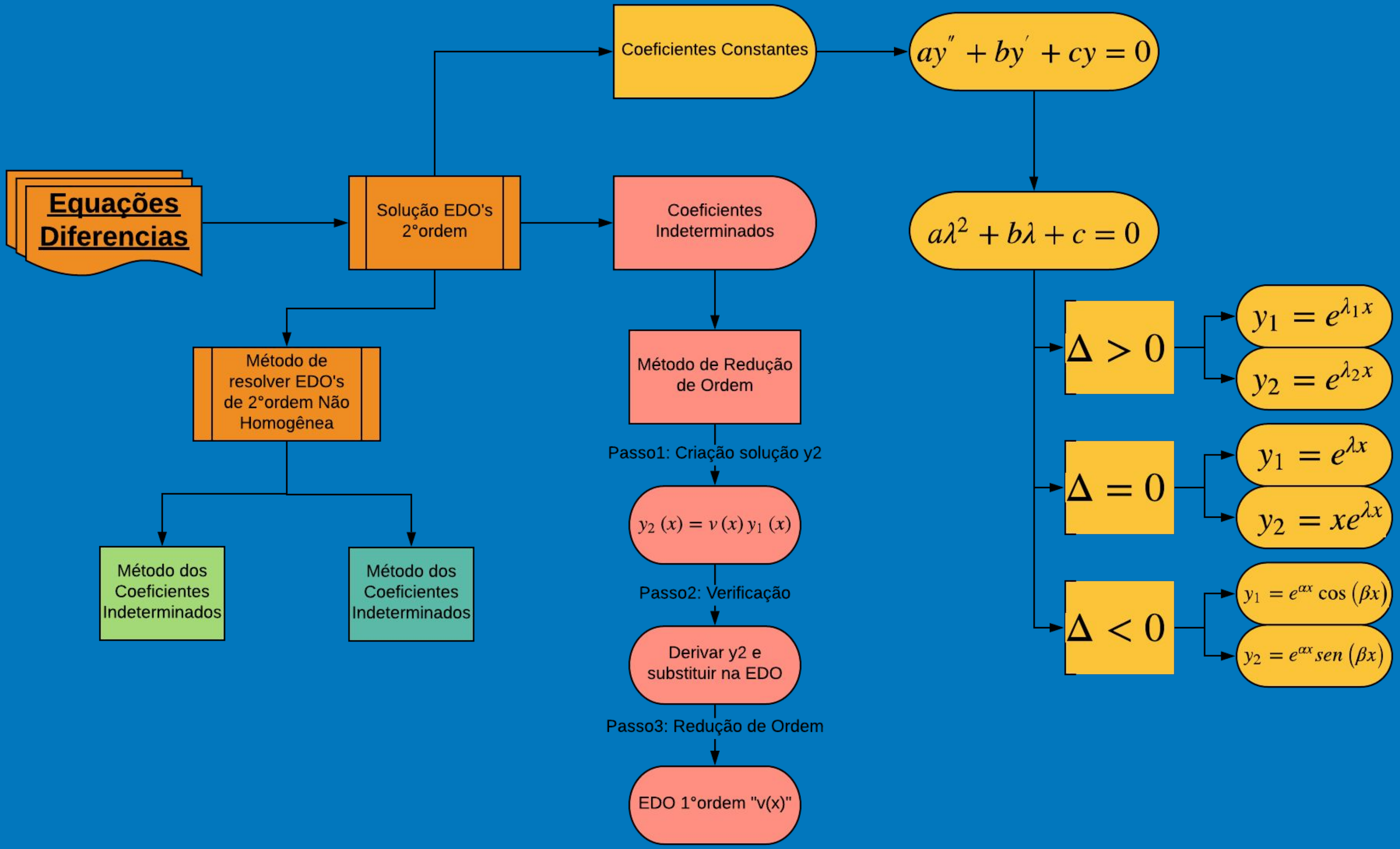
Equações Diferencias
Classificação
Tipo
Parcial (EDP)
2 ou mais variáveis independentes
Exemplo
$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\ (x,\ t) + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\ (x,\ t) = 0$
Ordinária (EDO)
Exemplo
$y'\ (t) +\ (1-t) \cdot y\,(t) = 0$
1 variável independente
Ordem
É o grau da maior derivada da E.D.
Exemplo
1°ordem
$y^2 \cdot y'' + x \cdot y = e^x$
2°ordem
$y' + x \cdot y = \cos x$
Linearidade
Linear
Exemplo
$y' + x \cdot y = \cos x$
Não Linear
Exemplo
$y^2 \cdot y'' + x \cdot y = e^x$
Homogeinidade
Função = 0
Homogênea
Exemplo
$y' +\ (1-t) \cdot y = 0$
Função ≠ 0
Não Homogênea
Exemplo
$y' + x \cdot y = \cos x$



Equações Diferencias
Solução EDO's 1°ordem
Linear Homogênea
Roteiro
Colocar na forma padrão, ou seja, $1 \cdot y' + p(x)y = 0$
Integrar ambos os lados
Linear Não Homogêna
Roteiro
Colocar na forma padrão, ou seja, $y' + p(x)y = q(x),\ q(x) \neq 0$
Caso 1
p(x) e q(x) funções constantes: $y' + ay = b$
Caso 2
p(x) constante: $y' + 0 \cdot y = g(t)$
Roteiro
Fator Integrante e^{at}
Multiplicar toda EDO pelo fator Integrante
Caso 3
Caso Geral: $y' + p(t) \cdot y = g(t)$
Roteiro
Fator Integrante $e^{\int p(t)dt}$
Multiplicar toda EDO pelo fator Integrante
Não Linear
Forma Homogênea
$y' = F\left(\frac{t}{x}\right)$
Equação Separável (ou forma separável)
Solução
$\int N(y)\,dy = \int M(x)\,dx$


Equações Diferencias
Solução EDO's 1°ordem
Equação Bernoulli
$y' + p(x)y = g(x) \cdot y^n$
Passo 1
Multiplicar a EDO por y^n
Passo 2
Chame $v = y^{n-1}$
Derive $v' = (1-n) \cdot y^n y'$
Passo 3
Substituir os dados do passo 2 na equção obtida no passo 1
Forma Não Exata
$M(x,y) + N(x,y)\,dy = 0$
$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} \neq \frac{\partial N(x,y)}{\partial y}$
Forma Exata
$M(x,y) + N(x,y)\,dy = 0$
$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial y}$

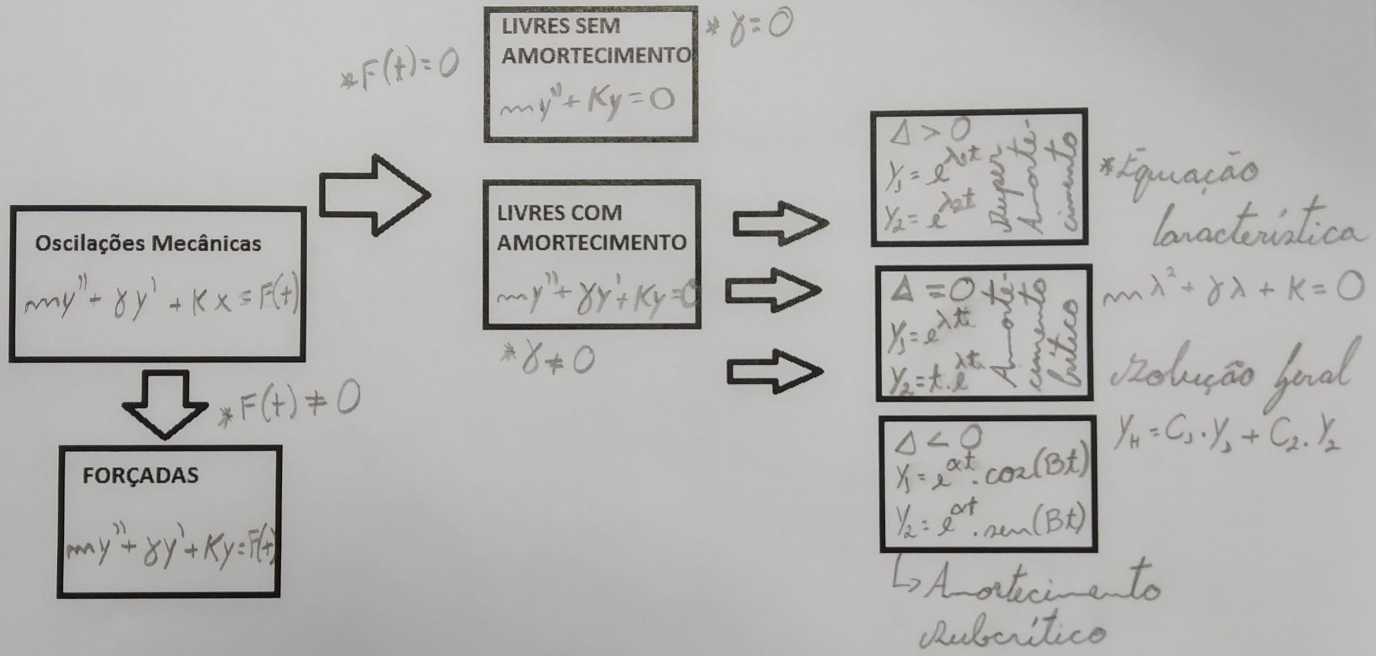

Equações Diferencias
Solução EDO's 2°ordem
Caso Geral
$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$
Princípio da Superposição
Somente é válido para EDO 2°LH
Solução
$y_H = C_1 y_1 + C_2 y_2$
Wronskiano
{y1,y2} é conjunto solução da EDO 2°LH
$W(y_1, y_2)(x) = \det \frac{[y_1][y_2]}{[y_1'][y_2']}$



Equações Diferencias
Solução EDO's 2°ordem
Coeficientes Constantes
$ay'' + by' + cy = 0$
$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$
$\Delta > 0$
$y_1 = e^{\lambda_1 x}$
$y_2 = e^{\lambda_2 x}$
$\Delta = 0$
$y_1 = e^{\lambda x}$
$y_2 = xe^{\lambda x}$
$\Delta < 0$
$y_1 = e^{\alpha x} \cos(\beta x)$
$y_2 = e^{\alpha x} sen(\beta x)$
Coeficientes Indeterminados
Método de Redução de Ordem
Passo1: Criação solução y2
$y_2(x) = v(x) y_1(x)$
Passo2: Verificação
Derivar y2 e substituir na EDO
Passo3: Redução de Ordem
EDO 1°ordem "v(x)"
Método de resolver EDO's de 2°ordem Não Homogênea
Método dos Coeficientes Indeterminados
Método dos Coeficientes Indeterminados

Sala Invertida

Atividade 1: Complete :



Atividade 2: Oscilações livres amortecidas. Considere um sistema massa-mola em um meio viscoso. Seja k a constante elástica da mola, seja m a massa do corpo que oscila e seja γ o coeficiente de viscosidade (amortecimento) do meio. A EDO que descreve a amplitude das oscilações da massa é dada por $m\,x'' + \gamma\,x' + k\,x = 0$. Descreva o efeito da viscosidade do meio no movimento da massa. Movimentos oscilatório: subamortecimento, superamortecido e amortecimento crítico.

Atividade 3: Um cursor com 5 kg repousa sobre uma mola, não estando ligado a ela. Observa-se que, se o cursor for empurrado para baixo 0,18m ou mais, perde o contato com a mola depois de libertado. Determine:

(a) a constante de rigidez da mola.

(b) a posição, a velocidade e a aceleração do cursor, 0.16 s após ter sido empurrado para baixo 0,18m e, depois, libertado.

Considere $g=9,81 m/s^2$.

$2 = m x'' + \gamma x' + K x = 0$ $\qquad \underline{x(t)}$

* Equação Característica

$m\lambda^2 + \gamma\lambda + K = 0$

$\Delta = (\gamma)^2 - 4(m)(K)$

* Pode-se ter três casos

- $\Delta > 0 \rightarrow$ Superamortecimento;
- $\Delta = 0 \rightarrow$ Amortecimento Crítico;
- $\Delta < 0 \rightarrow$ Subamortecimento;

* Caso 1 $\Rightarrow \Delta > 0$

$(\gamma)^2 - 4(m).(K) > 0$

$$\lambda = \frac{-\gamma \pm \sqrt{(\gamma)^2 - 4(m)(K)}}{2m}$$

$$\lambda_1 = \frac{-\gamma + \sqrt{(\gamma)^2 - 4(m)(K)}}{2m} \quad \neq \quad \lambda_2 = \frac{-\gamma - \sqrt{(\gamma)^2 - 4(m)(K)}}{2m}$$

$$X_1 = e^{\left(\frac{-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 4mK}}{2m}\right).t}$$

$$X_2 = e^{\left(\frac{-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 4mK}}{2m}\right).t}$$

$$Y_H = C_1 . X_1 + C_2 X_2$$

---

* Caso 2 $\Rightarrow \Delta = 0$

$(\gamma)^2 - 4(m)(K) = 0$

$$\lambda = \frac{-\gamma \pm \sqrt{0}}{2m}$$

$$\lambda_1 = \frac{-\gamma + 0}{2m} = \frac{-\gamma}{2m} \quad = \quad \lambda_2 = \frac{-\gamma - 0}{2m} = \frac{-\gamma}{2m}$$

$$X_1 = e^{\left(\frac{-\gamma}{2m}\right).t}$$

$$X_2 = t . e^{\left(\frac{-\gamma}{2m}\right).t}$$

$$Y_H = C_1 X_1 + C_2 X_2$$

---

* Caso 3 $\Rightarrow \Delta < 0$

$(\gamma)^2 - 4.(m).(K) < 0$

$$\lambda = \frac{-\gamma \pm i\sqrt{(\gamma)^2 - 4(m)(K)}}{2m}$$

$$\lambda_1 = \frac{-\gamma + i\sqrt{\gamma^2 - 4mK}}{2m}$$

$$\lambda_2 = \frac{-\gamma - i\sqrt{\gamma^2 - 4mK}}{2m}$$

$$X_1 = e^{\left(\frac{-\gamma}{2m}\right)t} . \cos\left(\frac{\sqrt{\gamma^2 - 4mK}}{2m} . t\right)$$

$$X_2 = e^{\left(\frac{-\gamma}{2m}\right)t} . \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{\gamma^2 - 4mK}}{2m} . t\right)$$

$$\alpha = \frac{-\gamma}{2m} \qquad B = \frac{\sqrt{\gamma^2 - 4mK}}{2m}$$

Solução geral

$$Y_H = C_1 . X_1 + C_2 . X_2$$

Atividade 2

$$m x'' = mg - F = mg - K(x - x_0) = -Kx + (mg - Kx_0)$$

$$mg - Kx_0 = 0$$

$$m x'' + Kx = 0 \rightarrow x'' + \omega^2 x = 0 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$x(t) = C_1 \operatorname{sen}(\omega t) + C_2 \cos(\omega t)$$

$$\begin{cases} x(0) = X_m \rightarrow C_2 = X_m \\ x'(0) = 0 \rightarrow C_1 = 0 \end{cases} \rightarrow x(t) = X_m \cos(\omega t)$$

Velocidade $= x'(t) = -\omega X_m \operatorname{sen} \omega t$

Aceleração $= x''(t) = -\omega^2 X_m \cos(\omega t)$

$$x'(t_1) = 0 \rightarrow \operatorname{sen} \omega t = 0 \rightarrow \omega t_1 = \pi$$

$$x''(t_1) = g \rightarrow -\omega^2 X_m \cos \pi = \omega^2 X_m = g$$

$$\omega^2 = \frac{g}{X_m} = \frac{K}{m} \rightarrow K = \frac{mg}{X_m}$$

$$K = \frac{5 \cdot 9{,}8}{0{,}18} \cong 272{,}3 \text{ N/m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{X_m}} = \sqrt{\frac{9{,}8}{0{,}18}} = 7{,}38 \text{ rad/s}$$

$$x(0{,}16) = 0{,}18 \cdot \cos(7{,}38 \times 0{,}16) \cong 0{,}068 \text{ m}$$

$$x'(0{,}16) = -7{,}38 \times 0{,}18 \times \operatorname{sen}(7{,}38 \times 0{,}16) \cong -1{,}23 \text{ m/s}$$

$$x''(0{,}16) = -7{,}38^2 \times 0{,}18 \times \cos(7{,}38 \times 0{,}16) \cong -3{,}73 \text{ m/s}^2$$

Atividade 3

Aplicação

2ª Lei de Newton

A segunda lei de Newton diz que o produto da massa pela aceleração de um corpo é igual ao somatório das forças que atuam sobre ele:

$$ma = \sum_i F_i$$

Para um corpo em queda livre, introduzindo um termo simples para levar em conta o atrito com o ar,

$$m\frac{dv}{dt} = mg - kv$$

onde v é a velocidade do corpo, k o coeficiente de atrito e g a aceleração da gravidade.

Rearranjando a equação, obtemos

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g$$

ou seja, uma EDO linear de 1ª ordem cuja solução geral é

$$v = \frac{mg}{k} + Ce^{-\frac{kt}{m}}$$

Semana 1

Plano de aula semanal: Semana 1

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0102087	**Ian Fillipe Pontes Ferreira**	**CC**	**Tatiane da Silva Evangelista**

	Segunda-feira	**Terça-feira**	**Quinta-feira**
Data	**15/04**	**16/04**	**18/04**
Objetivos	Iniciar o conteúdo de Equações Diferenciais.	Continuar o conteúdo de Equações Diferenciais.	Continuar o conteúdo de Equações Diferenciais.
Informação	Classificar uma ED, analisando seu tipo, sua ordem, sua linearidade e sua homogeneidade. Expressar uma EDO de 1°ordem. Fazer a interpretação gráfica: Campo de direção.	Aprender a solução de EDO's de 1°ordem linear, homogênea e não homogênea.	Aprender a solução de EDO's de 1°ordem não linear, vendo o que é equação separável e forma homogênea.

Resumo	Iniciamos o conteúdo de Equações Diferenciais, vendo a classificação principalmente.	Continuamos o conteúdo de Equações Diferenciais, analisando a solução de EDO’s de 1°ordem.	Continuamos o conteúdo de Equações Diferenciais, analisando a solução de EDO’s de 1°ordem não linear.
Observação	Existem 2 tipos de solução: -geral, envolve constantes; -específica, valor exato(P.V.I)	Nenhuma.	Nenhuma.
Dúvidas	Nenhuma.	Nenhuma.	Forma Homogênea.
Monitoria			

a) $x''(t) + x(t) = 0$

EDO; 2ª ordem; linear; homogênea.

b) $v'(t) + v(t) = 0$

EDO; 1ª ordem; linear; homogênea.

c) $x''(t) = -\dfrac{1}{x(t)^2}$

EDO; 2ª ordem; não linear; não homogênea.

d) $y' + \operatorname{sen} t \cdot y = 0$

EDO; 1ª ordem; linear; homogênea.

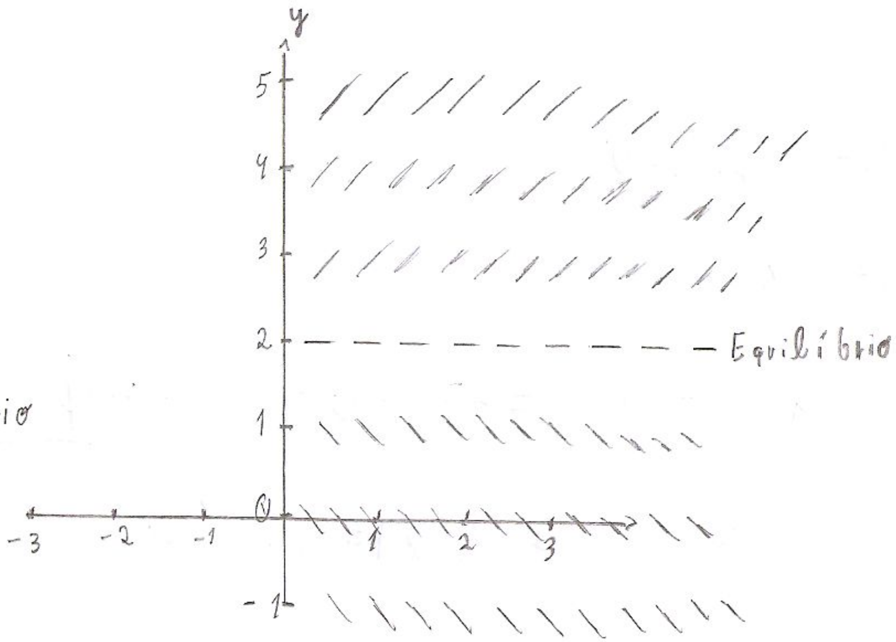
e) $y^2 y'' + t y' + 2y = 0$

EDO; 2ª ordem; não linear; homogênea.

Classificação de ED

a) $y' = 2 - y$

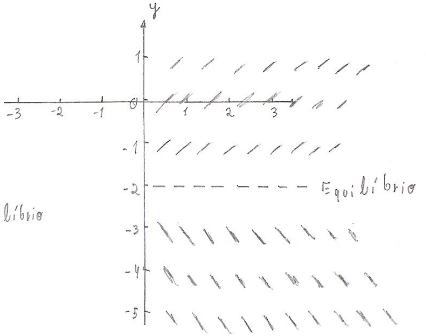
y	y'	
-1	3	
0	2	
1	1	
2	0	$\rightsquigarrow$ Equilibrio
3	-1	
4	-2	
5	-3	



Campos de direção

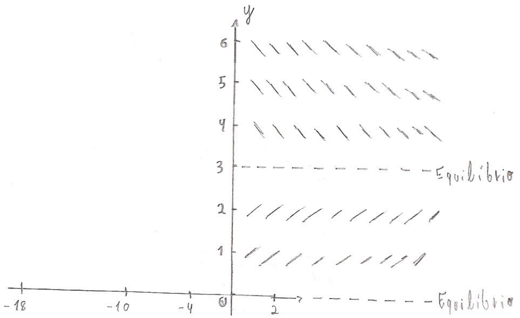
b) $y' = 2 + y$

y	y'
-5	-3
-4	-2
-3	-1
-2	0 ~> Equilíbrio
-1	1
0	2
1	3



c) $y' = y(3 - y)$

y	y'
0	0 ~> Equilíbrio
1	2
2	2
3	0 ~> Equilíbrio
4	-4
5	-10
6	-18



Campos de direção

a) $y'(x) - 2xy(x) = 0$

$p(x) = -2x$

$$\int p(x)\,dx = \int -2x\,dx = -x^2 + c$$

$P(x) = -x^2 \longrightarrow y(x) = ce^{-P(x)} \longrightarrow \boxed{y(x) = ce^{x^2}}$

Solução EDO 1ª ordem linear homogênea

b) $v'(t) + \frac{b}{m} v(t) = 0$

$p(t) = \frac{b}{m}$

$\int p(t)\, dt = \int \frac{b}{m}\, dt = \frac{b}{m} t + c$

$P(t) = \frac{b}{m} t \rightsquigarrow \boxed{v(t) = c e^{-\frac{b}{m} t}}$

c) $y'(x) - \frac{1}{x} y(x) = 0$

$p(x) = -\frac{1}{x}$

$\int p(x)\, dx = \int -\frac{1}{x}\, dx = -\log(x) + c$

$P(x) = -\log(x) \rightsquigarrow y(x) = c e^{\log(x)} \rightarrow \boxed{y(x) = cx}$

Solução EDO 1ª ordem linear homogênea

a) $y'' + y' - 2y = 3e^{2x}$

$y_p = Ae^{2x}$

$4Ae^{2x} + 2Ae^{2x} - 2Ae^{2x} = 3e^{2x}$ $\qquad A = \frac{3}{4}$

$y_p = \frac{3}{4}e^{2x}$

$$\boxed{y = y_h + y_p = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{x} + \frac{3}{4}e^{2x}}$$

b) $y'' + 4y = 8x^2$

$y_p = Ax^2 + Bx + C$

$y_p' = 2Ax + B$

$y_p'' = 2A$

$2A + 4Ax^2 + 4Bx + 4C = 8x^2$

$4Ax^2 + 4Bx + (2A + 4C) = 8x^2$

$\begin{cases} 4A = 8 \\ 4B = 8 \\ 2A + 4C = 0 \end{cases}$ $\qquad A = 2 \quad B = 0 \quad C = -1$

$y_p = 2x^2 - 1$

$$\boxed{y = C_1\cos(2x) + C_2\,\text{sen}(2x) + 2x^2 - 1}$$

Solução EDO 1ª ordem linear não homogênea

c) $y'' - y = 2\,\text{sen}\,x$

$y_p = A\,\text{sen}\,x + B\cos x$

$y_p' = A\cos x - B\,\text{sen}\,x$

$y_p'' = -A\,\text{sen}\,x - B\cos x$

$-A\,\text{sen}\,x - B\cos x - A\,\text{sen}\,x - B\cos x = 2\,\text{sen}\,x$

$-2A\,\text{sen}\,x - 2B\cos x = 2\,\text{sen}\,x$

$B = 0$

$A = 1$

$y_p = -\,\text{sen}\,x$

$$\boxed{y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x} - \text{sen}\,x}$$

Solução EDO 1ª ordem linear não homogênea

a) $y'(x) - x^3 y(x)^2 = 0$

• Separar:

$$\frac{1}{y(x)^2} y'(x) = x^3$$

• Integrar:

$$\int \frac{1}{y(x)^2} y'(x)\,dx = \int x^3\,dx$$

$y = y(x)$

$$\int \frac{1}{y^2}\,dy = \int x^3\,dx$$

$$\int \frac{1}{y^2}\,dy = -\frac{1}{y} + A$$

$$\int x^3\,dx = \frac{x^4}{4} + B$$

• Isolar:

$$-\frac{1}{y(x)} = \frac{x^4}{4} + C$$

$C = B - A$

$$\frac{1}{y(x)} = -\frac{x^4 + 4C}{4}$$

$$\boxed{y(x) = -\frac{4}{x^4 + 4C}}$$

Solução EDO 1ª ordem na forma separável

b) $y'(x) - x^3 y(x)^2 = x^3$

• Separar:

$$\frac{1}{1+y(x)^2}\, y'(x) = x^3$$

• Integrar:

$$\int \frac{1}{1+y(x)^2}\, y'(x)\, dx = \int x^3\, dx$$

$y = y(x)$

$$\underbrace{\int \frac{1}{1+y^2}\, dy}_{} = \underbrace{\int x^3\, dx}_{} \quad \int x^3\, dx = \frac{x^4}{4} + B$$

$$\int \frac{1}{1+y^2}\, dy = \operatorname{arcTg}(y) + A$$

• Isolar:

$$\operatorname{arcTg}(y(x)) = \frac{x^4}{4} + C \qquad C = B - A$$

$$\boxed{y(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{x^4}{4} + C\right)}$$

Solução EDO 1ª ordem na forma separável

c) $z'x + z = \dfrac{-2x + 5zx}{2x + zx} = \dfrac{-2 + 5z}{2 + z}$

$$z' = \frac{1}{x}\left(\frac{-2 + 5z}{2 + z} - z\right) = \frac{1}{x}\,\frac{(-2 + 3z - z^2)}{2 + z}$$

• Separar:

$$\frac{2 + z}{-z^2 + 3z - 2} = \frac{1}{x}$$

• Integrar:

$$\int \frac{2 + z}{-z^2 + 3z - 2}\,dz = \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + E$$

$$\frac{-2 - z}{(z-1)(z-2)} = \frac{A}{(z-1)} + \frac{B}{(z-2)} = \frac{zA - 2A + zB - B}{(z-1)(z-2)} = \frac{(A+B)z - 2A - B}{(z-1)(z-2)}$$

$$\begin{cases} A + B = -1 \\ -2A - B = -2 \end{cases}$$

$-A = -3$

$A = 3$, $B = -4$

$$\int\left(\frac{3}{z-1} - \frac{4}{z-2}\right)dz = 3\ln|z-1| - 4\ln|z-2| + D$$

• Isolar:

$C = E - D$

$$\boxed{3\ln|z-1| - 4\ln|z-2| = \ln|x| + C}$$

Solução EDO 1ª ordem na forma separável

a) $x^2 y' - (y^2 + 2xy) = 0$

$$y' = \frac{y^2 + 2xy}{x^2} \Rightarrow \boxed{y' = F\left(\frac{y}{x}\right) = \left(\frac{y}{x}\right)^2 + 2\frac{y}{x}}$$

~~b) $xy' + x^2(y^2 - 2xy + x^2) = 0$~~

b) $x^2 y' - x(y + 5x) = 0$

$$x^2 y' - xy - 5x^2 = 0$$

$$y' = \frac{xy - 5x^2}{x^2} \Rightarrow \boxed{y' = F\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{y}{x} - 5}$$

c) $y' = \dfrac{x^2 + 2y^2}{2xy} \div x^2$

$$y' = \frac{x^2/x^2 + 2y^2/x^2}{2xy/x^2} \Rightarrow \boxed{y' = F\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{1 + 2\left(\frac{y}{x}\right)^2}{2\frac{y}{x}}}$$

Solução EDO 1ª ordem na forma homogênea

Semana 2

Plano de aula semanal: Semana 2

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0102087	**Ian Fillipe Pontes Ferreira**	**CC**	**Tatiane da Silva Evangelista**

	Segunda-feira	**Terça-feira**	**Quinta-feira**
Data	**22/04**	**23/04**	**25/04**
Objetivos	Continuar o conteúdo de solução de EDO's de 1° ordem.	Continuar o conteúdo de solução de EDO's de 1° ordem.	Iniciar o conteúdo de soluções de EDO's de 2° ordem.
Informação	Aprender a solução de EDO's de 1° ordem pela equação de Bernoulli; forma exata e forma não exata.	Aprender a solução de EDO's de 1° ordem na forma não exata. Analisar as aplicações de EDO's de 1° ordem.	Solucionar EDO's de 2° ordem, por meio da solução geral e específica, Wronkiano.

Resumo	Achar a solução de EDO's de 1° ordem de diferentes maneiras.	Resolver exercícios de EDO's de 1° ordem na forma não exata, e a resolução da aplicação da lei de resfriamento de Newton.	Aprender a teoria e resolver exercícios de EDO's de 2° ordem.
Observação	Nenhuma.	Nenhuma.	Nenhuma.
Dúvidas	Nenhuma.	Nenhuma.	Forma Homogênea.
Monitoria			

Exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma exata

a) $(2x-1)dx + (3y+7)dy = 0$

$M(x,y) = (2x-1)$ $\qquad \dfrac{\partial M}{\partial y} = 0 \qquad \dfrac{\partial N}{\partial x} = 0$

$N(x,y) = (3y+7)$

$$g'(y) = N(x,y) - \frac{\partial}{\partial y}\int M(x,y)\,dx$$

$$\int M(x,y)\,dx = \int (2x-1)\,dx = \int 2x\,dx - \int 1\,dx = x^2 - x$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = (x^2 - x) = 0$$

$$g'(y) = 3y + 7 \rightsquigarrow g(y) = \int 3y + 7\,dy = \frac{3y^2}{2} + 7y + c$$

• Sol.: $f(x,y) = c$

$$\boxed{(x^2 - x) + \frac{3y^2}{2} + 7y = c}$$

b) $(5x+4y)dx+(4x-8y^3)dy=0$

$M(x,y)=(5x+4y)$

$N(x,y)=(4x-8y^3)$

$\dfrac{\partial M}{\partial y}(5x+4y)=4$

$\dfrac{\partial N}{\partial x}(4x-8y^3)=4$

$$g'(y)=N(x,y)-\frac{\partial}{\partial y}\int M(x,y)\,dx$$

$$\int M(x,y)\,dx=\int(5x+4y)\,dx=\frac{5}{2}x^2+4yx+C$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{5}{2}x^2+4yx\right)=4x$$

$$g'(y)=(4x-8y^3)-4x=-8y^3$$

$$g(y)=\int g'(y)\,dy=\int -8y^3=-2y^4$$

• Sol.:

$$f(x,y)=\int M(x,y)\,dx+g(y)$$

$$f(x,y)=\frac{5}{2}x^2+4xy-2y^{-4}$$

$$f(x,y)=C$$

$$\boxed{\frac{5}{2}x^2+4xy-2y^{-4}=C}$$

c) $(1-2x^2-2y)\dfrac{dy}{dx} = 4x^3+4xy$

$(1-2x^2-2y)\,dy = (4x^3+4xy)\,dx \quad \rightsquigarrow \quad (4x^3+4xy)\,dx + (2x^2+2y-1)\,dy = 0$

$M(x,y) = (4x^3+4xy)$ $\qquad \dfrac{\partial M}{\partial y}(4x^3+4xy) = 4x \qquad \dfrac{\partial N}{\partial x}(2x^2+2y-1) = 4x$

$N(x,y) = (2x^2+2y-1)$

$g'(y) = N(x,y) - \dfrac{\partial}{\partial y}\displaystyle\int M(x,y)\,dx$

$\displaystyle\int M(x,y)\,dx = \int 4x^3+4xy = x^4+2x^2y+c$

$\dfrac{\partial}{\partial y}\, x^4+2x^2y = 2x^2$

$g'(y) = (2x^2+2y-1) - 2x^2 = 2y-1$

$g(y) = \displaystyle\int g'(y)\,dy = \int 2y-1 = y^2-y$

Sol.: $f(x,y) = \displaystyle\int M(x,y)\,dx + g(y)$

$f(x,y) = x^4+2x^2y+y^2-y$

$f(x,y) = c$

$\boxed{x^4+2x^2y+y^2-y=c}$

d) $(x+y)^2 dx + (2xy + x^2 - 1) dy = 0 \quad , \quad y(1) = 1.$

$M(x,y) = (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$N(x,y) = (x^2 + 2xy - 1)$

$\frac{\partial M}{\partial y}(x^2 + 2xy + y^2) = 2x + 2y$

$\frac{\partial N}{\partial x}(x^2 + 2xy - 1) = 2x + 2y$

$g'(y) = N(x,y) - \frac{\partial}{\partial y}\int M(x,y)\,dx$

$\int M(x,y)\,dx = \int (x^2 + 2xy + y^2)\,dx = \frac{x^3}{3} + x^2 y$

$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{x^3}{3} + x^2 y\right) = x^2$

$g'(y) = (x^2 + 2xy - 1) - x^2 = 2xy - 1$

$g(y) = \int g(y)\,dy = \int 2xy - 1\,dy = xy^2 - y$

Sol.: $f(x,y) = \int M(x,y)\,dx + g(y)$

$f(x,y) = \frac{x^3}{3} + x^2 y + xy^2 - y$

$f(x,y) = c$

$\frac{x^3}{3} + x^2 y + xy^2 - y = c$

$y(1) = 1$

$\frac{x^3}{3} + x^2 y + xy^2 - y = c$

$\frac{1^3}{3} + 1^2 \cdot 1 + 1 \cdot 1^2 - 1 = c$

$c = \frac{4}{3}$

Sol.: $\boxed{\frac{x^3}{3} + x^2 y + xy^2 - y = \frac{4}{3}}$

e) $(e^x + y)dx + (2 + x + ye^y)dy = 0 \quad , \quad y(0) = 1$

$$M(x,y) = (e^x + y) \qquad \frac{\partial M}{\partial y}(e^x + y) = 1 \qquad \frac{\partial N}{\partial x}(2 + x + ye^y) = 1$$

$$N(x,y) = (2 + x + ye^y)$$

$$g'(y) = N(x,y) - \frac{\partial}{\partial y}\int M(x,y)\,dx$$

$$\int M(x,y)\,dx = \int (e^x + y)\,dx = e^x + yx + c$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(e^x + yx) = x$$

$$g'(y) = (2 + x + ye^y) - x = 2 + ye^y$$

$$g(y) = \int g'(y)\,dy = \int (2 + ye^y)\,dy = 2y + ye^y - e^y$$

$\underline{\underline{\text{Sol.:}}}$ $f(x,y) = \int M(x,y)\,dx + g(y)$

$$f(x,y) = e^x + yx + 2y + ye^y - e^x$$

$$f(x,y) = c$$

$$e^x + yx + 2y + ye^y - e^y = c$$

$$y(0) = 1$$

$$e^0 + \cancel{1\cdot 0} + 2\cdot 1 + \cancel{1\cdot e^1} - \cancel{e^1} = c$$

$$c = 3$$

$$\boxed{e^x + yx + 2y + ye^y - e^y = 3}$$

Exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma não exata

a) $(x^2 - y^2)\,dx + 2xy\,dy = 0$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = -2y \qquad \frac{\partial N}{\partial x} = 2y$$

$$\neq$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} M - \frac{\partial u}{\partial x} N = -\left(\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}\right) u$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x^2 - y^2) - \frac{\partial u}{\partial x}(2xy) = -\left[(-2y) - (2y)\right] u$$

$$u = u(x)\,, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0\,, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{du}{dx}$$

$$-\frac{du}{dx}(2xy) = 4yu \rightsquigarrow \frac{du}{dx} = -\frac{4yu}{2xy} \rightsquigarrow \frac{du}{dx} = -\frac{2u}{x} \rightsquigarrow \frac{du}{u} = \frac{-2}{x}\,dx$$

$$\int \frac{1}{u}\,du = -2\int \frac{1}{x}\,dx \rightsquigarrow \ln|u| = -2\ln|x| \rightsquigarrow |u| = |x|^{-2} \rightsquigarrow \boxed{u = x^{-2}}$$

$$x^{-2}\cdot\left[(x^2 - y^2)\,dx + 2xy\,dy\right] = 0$$

$$(1 - y^2x^{-2})\,dx + (2yx^{-1})\,dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = -2yx^{-2} \qquad \frac{\partial N}{\partial x} = -2yx^{-2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = M = 1 - y^2x^{-2} \rightsquigarrow f(x,y) = \int (1 - y^2x^{-2})\,dx + g(y) = x + y^2x^{-1} + g(y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = N = 2yx^{-1} \rightsquigarrow \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(x + y^2x^{-1} + g(y)\right) = 2yx^{-1} + g'(y) = 2yx^{-1}$$

$$2yx^{-1} + g'(y) = 2yx^{-1} \rightsquigarrow g'(y) = 0 \rightsquigarrow g(y) = C_1$$

$$x + y^2x^{-1} + C_1 = C_2 \rightsquigarrow x + \frac{y^2}{x} = C \rightsquigarrow x^2 + y^2 = xC$$

$$\rightsquigarrow y^2 = -x^2 + xC$$

$$|y| = \sqrt{-x^2 + xC}$$

Sol.: $\boxed{y = \pm\sqrt{-x^2 + xC}}$

b) $y^2\,dx + (xy+1)\,dy = 0$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y \neq \frac{\partial N}{\partial x} = y$$

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial y} M - \frac{\partial \upsilon}{\partial x} N = -\left(\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}\right)\upsilon$$

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial y}(y^2) - \frac{\partial \upsilon}{\partial x}(xy+1) = -\left[(2y)-(y)\right]\upsilon$$

$$\upsilon = \upsilon(y), \quad \frac{\partial \upsilon}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \upsilon}{\partial y} = \frac{\partial \upsilon}{\partial x}$$

$$\frac{d\upsilon}{dy}(y^2) = -y\upsilon \rightsquigarrow \frac{d\upsilon}{\upsilon} = \frac{-y}{y^2}dy \rightsquigarrow \frac{d\upsilon}{\upsilon} = \frac{-1}{y}dy$$

$$\int \frac{1}{\upsilon}\,d\upsilon = -\int \frac{1}{y}\,dy \rightsquigarrow \ln|\upsilon| = -\ln|y| \rightsquigarrow |\upsilon| = |y|^{-1} \rightsquigarrow \upsilon = y^{-1}$$

$$y^{-1}\cdot\left[y^2dx + (xy+1)dy\right] = 0$$

$$y\,dx + (x + y^{-1})\,dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 1 \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = M = y \rightsquigarrow f(x,y) = \int y\,dx + g(y) = xy + g(y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = N = x + \frac{1}{y} \rightsquigarrow \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(xy + g(y)) = x + g'(y) = x + \frac{1}{y}$$

$$x + g'(y) = x + \frac{1}{y} \rightsquigarrow \frac{dg}{dy} = \frac{1}{y} \rightsquigarrow \int dg = \int \frac{1}{y}\,dy$$

$$\rightsquigarrow g(y) = \ln|y|$$

$$f(x,y) = xy + \ln|y|$$

Sol.: $\boxed{xy + \ln|y| = c}$

c) $(3xy+y^2)+(x^2+xy)y'=0 \quad \cdot (x\,dx)$

$$(3xy+y^2)dx+(x^2+xy)dy=0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y}=3x+2y \qquad \frac{\partial N}{\partial x}=2x+y$$

$$\neq$$

$$\frac{dv}{dx}=v\,\frac{(M_y-N_x)}{N}$$

$$\frac{M_y-N_x}{N}=\frac{3x+2y-(2y+y)}{x^2+xy}=\frac{x+y}{x^2+xy}=\frac{x+y}{x(x+y)}=\frac{1}{x}$$

$$\frac{dv}{dx}=\frac{1}{x}v \Rightarrow \frac{dv}{v}=\frac{dx}{x} \sim \ln|v|=\ln|x|$$

$$v=x$$

$$x\cdot(3xy+y^2)+x\cdot(x^2+xy)\cdot y'=0$$

$$(3x^2y+xy^2)+(x^3+x^2y)y'=0$$

$$(3x^2y+xy^2)dx+(x^3+x^2y)dy=0 \qquad \frac{\partial M}{\partial y}=3x^2+2xy \qquad \frac{\partial N}{\partial x}=3x^2+2xy$$

$$\frac{\partial U}{\partial x}=M=3x^2y+xy^2$$

$$dU=\int(3x^2y+xy^2)dx$$

$$U=x^3y+\frac{x^2y^2}{2}+\varphi(y)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y}=x^3+x^2y+\varphi'(y) \qquad \frac{\partial U}{\partial y}=N \sim N=x^3+x^2y$$

$$\varphi'(y)=0 \Rightarrow \varphi(y)=K$$

Sol.: $\boxed{U=x^3y+\frac{x^2y^2}{2}+K}$

d) $(x+y)dx + x \ln x \, dy = 0$, $\mu(x,y) = \dfrac{1}{x}$ em $(0,\infty)$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 1 \neq \frac{\partial N}{\partial x} = 1 + \ln x$$

• Multiplicar a equação por $\mu(x,y)$.

$$\left(1 + \frac{y}{x}\right)dx + \ln x \, dy = 0 \qquad \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{1}{x} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 1 + \frac{y}{x} = M(x,y) \rightsquigarrow f(x,y) = x + y \ln x + h(y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 0 + \ln x + h'(y) = \ln x$$

$h'(y) = 0 \quad g(h) = c$

$f(x,y) = x + y \ln x + c$ Sol.: $\boxed{x + y \ln x + c = 0}$

Exemplos de Equação Bernoulli

a)
$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x} y = x y^2$$

$$\frac{dy}{dx} + Py = Qy^n \longrightarrow P = \frac{1}{x}, \quad Q = x, \quad n = 2$$

$$y^{1-n}(x) = \left(\int (1-n) Q(x) e^{(1-n)\int P(x) dx} dx + C \right) e^{(n-1)\int P(x)} \longrightarrow \int P(x) = \int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$y^{-1}(x) = \left(-\int x e^{-\ln x} dx + C \right) e^{\ln x} = \left(-\int dx + C \right) x = x(-x + C)$$

$$\boxed{y(x) = -\frac{1}{x^2 - C}}$$

Exemplos de aplicação de EDO 1ª ordem

Aplicação 1 - Vazão (sal)

Um tanque contém 20 kg de sal dissolvido em 5 000 L de água. Água salgada com 0,03 kg de sal por litro entra no tanque a uma taxa de 25 L/min. A solução é misturada completamente e sai do tanque à mesma taxa. Qual a quantidade de sal que permanece no tanque depois de meia hora?

$$\frac{dy}{dt} = \underbrace{(\text{taxa de entrada})}_{\left(0{,}03\ \frac{kg}{L}\right)\left(25\ \frac{L}{min}\right) = 0{,}75\ \frac{kg}{min}} - \underbrace{(\text{taxa de saída})}_{\left(\frac{y(t)}{5000}\ \frac{kg}{L}\right)\left(25\ \frac{L}{min}\right) = \frac{y(t)}{200}\ \frac{kg}{min}}$$

$$\frac{dy}{dt} = 0{,}75 - \frac{y(t)}{200} = \frac{150 - y(t)}{200} \rightsquigarrow \int \frac{dy}{150-y} = \int \frac{dt}{200}$$

$$-\ln|150-y| = \frac{t}{200} + C$$

$$y(0) = 20, \quad -\ln 130 = C$$

$$-\ln|150-y| = \frac{t}{200} - \ln 130$$

$$|150-y| = 150-y$$

$$|150-y| = 130e^{-t/200}$$

$$y(t) = 150 - 130e^{-t/200}$$

$$\underline{y(30) = 150 - 130e^{-30/200} \cong \boxed{38{,}1\,kg}}$$

Aplicação 2 - Circuito Elétrico

Suponha que no circuito simples da Figura 4 a resistência seja 12 e a indutância seja 4 H. Se uma pilha fornecer uma voltagem constante de 60 V e o interruptor for fechado quando t 0, então a corrente começa com I(0) 0. Encontre (a) I(t), (b) a corrente depois de 1 s e (c) o valor-limite da corrente.

(a)

$L = 4$

$R = 12$

$E(t) = 60$

$$4\frac{dI}{dt} + 12I = 60 \qquad I(0) = 0$$

$$\frac{dI}{dt} + 3I = 15$$

$$e^{\int 3\,dt} = e^{3t}$$

$$e^{3t}\frac{dI}{dt} + 3e^{3t}I = 15e^{3t}$$

$$\frac{d}{dt}\left(e^{3t}I\right) = 15e^{3t}$$

$$e^{3t}I = \int 15e^{3t}\,dt = 5e^{3t} + C$$

$$I(t) = 5 + Ce^{-3t}$$

$I(0) = 0$, $5 + c = 0$, $c = -5$

$$\boxed{I(t) = 5(1 - e^{-3t})}$$

(b)

$$I(t) = 5(1 - e^{-3}) \cong \boxed{4{,}75\ A}$$

(c)

$$\lim_{t\to\infty} I(t) = \lim_{t\to\infty} 5(1 - e^{-3t}) = 5 - 5\lim_{t\to\infty} e^{-3t} =$$

$$= 5 - 0 = \boxed{5}$$

Aplicação 3 - Vazão (petróleo)

Em uma refinaria de petróleo, um tanque de estocagem contém 2000 galões de gasolina que, inicialmente, possui 100 libras de aditivo dissolvido nela. Durante a preparação para o inverno, gasolina contendo 2 lb de aditivo por galão é bombeada para o reservatório a uma taxa de 40 gal/min. A mistura homogênea é bombeada para fora do tanque a uma taxa de 45 gal/min. Quanto aditivo há no tanque depois de 20 minutos do início do processo?

$v(t) = 2000 \text{ gal} + \left(40 \frac{\text{gal}}{\text{min}} - 45 \frac{\text{gal}}{\text{min}}\right)(t \text{ min}) = (2000 - 5t) \text{ gal}$

Taxa de saída $= \dfrac{y(t)}{v(t)} \cdot$ Taxa de vazão

$= \left(\dfrac{y}{2000-5t}\right) 45$

$= \dfrac{45y}{2000-5t} \ \dfrac{\text{lb}}{\text{min}}$

Taxa de entrada $= \left(2 \dfrac{\text{lb}}{\text{gal}}\right)\left(40 \dfrac{\text{gal}}{\text{min}}\right)$

$= 80 \ \dfrac{\text{lb}}{\text{min}}$

$$\frac{dy}{dt} = 80 - \frac{45y}{2000-5t}$$

$$\frac{dy}{dt} + \frac{45}{2000-5t} y = 80 \quad , \quad P(t) = \frac{45}{2000-5t} \quad , \quad Q(t) = 80$$

$$\int P(t)\, dt = \int \frac{45}{2000-5t}\, dt = -9 \ln(2000-5t)$$

$$v(t) = e^{\int P\, dt} = e^{-9\ln(2000-5t)} = (2000-5t)^{-9}.$$

$$y = \frac{1}{(2000-5t)^{-9}} \int (2000-5t)^{-9}(80)\, dt$$

$$= \frac{80}{(2000-5t)^{-9}} \left(\frac{(2000-5t)^{-8}}{(-8)(-5)} + C\right)$$

$$= 2(2000-5t) + C(2000-5t)^9$$

$$100 = 2(2000-0) + C(2000-0)^9$$

$$C = -\frac{3900}{(2000)^9}$$

$$y = 2(2000-5t) - \frac{3900}{(2000)^9}(2000-5t)^9$$

$$y(20) = 2[2000 - 5(20)] - \frac{3900}{(2000)^9}[2000 - 5(20)]^9 \cong \boxed{1.342,03 \text{ lb}}$$

Aplicação 4 - Modelos Populacionais

Pela lei de Malthus, a população cresce exponencialmente com o tempo. Podemos aplicar esta teoria de Malthus a população da Terra entre os anos de 1960 e 1970. Segundo dados estatísticos, no dia 1° de Janeiro de 1965, a população mundial era de aproximadamente 3.34 bilhões de pessoas e nessa época, como atualmente, o crescimento era de aproximadamente 2% ao ano. Descubra quanto tempo a população da Terra irá levar para dobrar a partir do dia 1° de Janeiro de 1965 .

Aplicação 4

$$\frac{dp(t)}{dt} = ap(t) \quad , \quad a = cte \quad \rightsquigarrow \quad \frac{dp(t)}{dt} = ap(t) \quad , \quad p(t_0) = p_0$$

$$p(t) = p_0 \cdot e^{a(t-t_0)}$$

$$p(t) = (3{,}34) \cdot 10^9 \, e^{0{,}02(t-1965)}$$

$$p(t) = (6{,}68) 10^9$$

$$\frac{1}{e^{0{,}02(1965)}} \approx 0$$

$$2 = e^{0{,}02(t-1965)}$$

$$2 \approx e^{0{,}02t} \Rightarrow t \approx \frac{\ln(2)}{0{,}02} \cong \boxed{34{,}6 \text{ anos}}$$

Aplicação 5 - Dinâmica de Desenvolvimento de Tumores

Aplicando em um caso particular um tumor cancerígena se desenvolve segundo a relação gompertziana. Suponha um tumor que tenha 104 células e crescia a uma taxa de 20% por unidade de tempo e o valor da constante de retardo é de 0.02. Vamos determinar o valor limite das células no tumor.

$$\frac{dV}{dt} = \lambda V$$

$$V(t_0) = V_0$$

$$V(t) = V_0\, e^{\lambda(t - t_0)}$$

$V_0 = 10^4$

$\lambda = 0{,}2$

$\alpha = 0{,}002$

$$V(t) = 10^4\, e^{0{,}2/0{,}02\,(1 - e^{-0{,}02t})} \Rightarrow V(t) = 10^4\, e^{10(1 - e^{-0{,}02t})}$$

$$\lim_{t \to \infty} V(t) = \boxed{10^4\, e^{10}}$$

↳ Valor limite de células no tumor

Semana 3

Plano de aula semanal: Semana 3

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0102087	**Ian Fillipe Pontes Ferreira**	**CC**	**Tatiane da Silva Evangelista**

	Segunda-feira	**Terça-feira**	**Quinta-feira**
Data	**29/04**	**30/04**	**02/04**
Objetivos	Continuar o conteúdo de solução de EDO's de 2° ordem.	Continuar o conteúdo de solução de EDO's de 2° ordem.	Não teve aula.
Informação	Solução EDO 2ª ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta>0$ e $\Delta=0$.	Solução EDO 2ª ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta<0$.	Não teve aula.

Resumo	Aprendemos a teoria e resolvemos exemplos de coeficiente constante em que $\Delta>0$ e $\Delta=0$, e exemplo de PVI EDO 2°ordem.	Aprendemos a teoria e resolvemos exemplos de coeficiente constante em que $\Delta<0$, e exemplo de PVI EDO 2°ordem.	Não teve aula.
Observação	Fazer redução de base quando o coeficiente não é constante.	Nenhuma.	Não teve aula..
Dúvidas	Nenhuma.	Nenhuma.	Não teve aula.
Monitoria			

a) $y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 0$

$\lambda^2 - \lambda - 2$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)$

$\Delta = 1 + 8 = 9 \rightsquigarrow \Delta > 0$

$\lambda_I = \frac{1+3}{2} = 2$ $\qquad \lambda_{II} = \frac{1-3}{2} = -1$

$$\begin{cases} y_I = e^{2x} \\ y_{II} = e^{-x} \end{cases}$$

$$\boxed{y_H = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}}$$

b) $y'' + y' - 2y = 0$, $y(0) = 4$; $y'(0) = -5$

$\lambda^2 + \lambda - 2$

$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)$

$\Delta = 1 + 8 = 9 \rightsquigarrow \Delta > 0$

$\lambda_I = \frac{-1+3}{2} = 1$ $\qquad \lambda_{II} = \frac{-1-3}{2} = -2$

$$\begin{cases} y_I = e^{x} \\ y_{II} = e^{-2x} \end{cases}$$

$$\boxed{y_H = C_1 e^{x} + C_2 e^{-2x}}$$

$$\boxed{y'_H = C_1 e^{x} - 2 C_2 e^{-2x}}$$

$$\begin{cases} y_H(0) = 4 \\ y'_H(0) = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 + C_2 = 4 \\ C_1 - 2C_2 = -5 \end{cases}$$

$\downarrow$

$4 - C_2 - 2C_2 = -5$

$3C_2 = 9$

$\boxed{C_2 = 3}$

$C_1 + C_2 = 4$

$C_1 - 3 = 4$

$\boxed{C_1 = 7}$

$$\boxed{y_H = 7e^{x} + 3e^{-2x}}$$

Coeficiente constante em que $\Delta > 0$

c) $y'' - 2y' + y = 0$

$\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$

$\Delta = 4 - 4$

$\Delta = 0$

$\lambda = \dfrac{2 \pm 0}{2} = 1$

$\begin{cases} y_I = e^{x} \\ y_{II} = x e^{x} \end{cases}$

$$\boxed{y_H = C_1 e^{x} + C_2 x e^{x}}$$

d) $4y'' + 12y' + 9y = 0$; $y(0) = -2$, $y'(0) = -1$

$4\lambda^2 + 12\lambda + 9 = 0$

$\Delta = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9$

$\Delta = 144 - 144$

$\Delta = 0$

$\lambda = \dfrac{-12 \pm 0}{2 \cdot 4} = -\dfrac{3}{2}$

$\begin{cases} y_I = e^{-\frac{3}{2}x} \\ y_{II} = x e^{-3/2\, x} \end{cases}$

$$\boxed{y_H = C_1 e^{-3/2\, x} + C_2\, x \cdot e^{-3/2\, x}}$$

$y(0) = -2$

$-2 = C_1 \cancel{e^{-3/2 \cdot 0}} + \cancel{C_2 \cdot 0 \cdot e^{-3/2 \cdot 0}}$

$\boxed{C_1 = -2}$

$$\boxed{y'_H = -\frac{3}{2} C_1 e^{-3/2\, x} + C_2 \cdot 1 \cdot e^{-3/2\, x} + C_2 \cdot x \cdot \left(-\frac{3}{2} e^{-3/2\, x}\right)}$$

$\hookrightarrow y'(0) = -1$

$-1 = \dfrac{-3}{\cancel{2}} \cdot (-\cancel{2}) \cancel{e^{-3/2 \cdot 0}} + C_2 \cdot \cancel{e^{-3/2 \cdot 0}} + \cancel{C_2 \cdot 0 \cdot \left(-\frac{3}{2} e^{-3/2 \cdot 0}\right)}$

$-1 = 3 + C_2 \Rightarrow \boxed{C_2 = -4}$

$$\boxed{y_H = -2 \cdot e^{-3/2\, x} - 4 \cdot x \cdot e^{-3/2\, x}}$$

Coeficiente constante em que Δ = 0

e) $16y'' - 8y' + 145y = 0$

$16\lambda^2 - 8\lambda + 145 = 0$

$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 145 \cdot 16$

$\Delta = 64 - 9280 = -9216$

$\boxed{\Delta < 0}$

$\lambda_1 = \dfrac{8 \pm \sqrt{9216\, i^2}}{32} \to \lambda_1 = \dfrac{1}{4} + 3i$

$\to \lambda_{11} = \dfrac{1}{4} - 3i$

$$\begin{cases} y_1 = e^{1/4\, x} \cdot \cos(3x) \\ y_{11} = e^{1/4\, x} \cdot \operatorname{sen}(3x) \end{cases}$$

$$\boxed{y_H = C_1 \cdot e^{1/4\, x} \cdot \cos(3x) + C_2 \cdot e^{1/4\, x} \cdot \operatorname{sen}(3x)}$$

f) $y'' + 0{,}4y' + 9{,}04y = 0$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$

$\lambda^2 + 0{,}4\lambda + 9{,}04 = 0$

$\Delta = 0{,}4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9{,}04$

$\Delta = 0{,}16 - 36{,}16 = -36$

$\boxed{\Delta < 0}$

$\lambda = \dfrac{-0{,}4 \pm \sqrt{36\, i^2}}{2} \to \lambda_1 = -0{,}2 + 3i$

$\to \lambda_{11} = -0{,}2 - 3i$

$$\begin{cases} y_1 = e^{-0{,}2x} \cdot \cos(3x) \\ y_{11} = e^{-0{,}2x} \cdot \operatorname{sen}(3x) \end{cases}$$

$$\boxed{y_H = C_1 \cdot e^{-0{,}2x} \cdot \cos(3x) + C_2 \cdot e^{-0{,}2x} \cdot \operatorname{sen}(3x)}$$

$$\boxed{y'_H = C_1 \cdot (-0{,}2)\, e^{-0{,}2x} \cdot \cos(3x) - C_1 \cdot e^{-0{,}2x} \cdot (-3\operatorname{sen}(3x)) + C_2 \cdot (-0{,}2) \cdot e^{-0{,}2x} \cdot \operatorname{sen}(3x) + C_2 \cdot e^{-0{,}2x} \cdot 3\cos(3}$$

$y(0) = 0$

$0 = C_1 \cdot \cancel{e^{-0{,}2\cdot 0}}^{1} \cdot \cancel{\cos(3\cdot 0)}^{1} + \cancel{C_2 \cdot e^{-0{,}2\cdot 0} \cdot \operatorname{sen}(3\cdot 0)}$

$\boxed{C_1 = 0}$

$y'(0) = 3$

$3 = C_2 \cdot \cancel{e^{-0{,}2\cdot 0}}^{1} \cdot 3 \cdot \cancel{\cos(0)}^{1}$

$\boxed{C_2 = 1}$

$y_H = \cancel{0 \cdot e^{-0{,}2x} \cdot \cos(3x)} + 1 \cdot e^{-0{,}2x} \cdot \operatorname{sen}(3x)$

$$\boxed{y_H = 1 \cdot e^{-0{,}2x} \cdot \operatorname{sen}(3x)}$$

Coeficiente constante em que $\Delta < 0$

Semana 4

Plano de aula semanal: Semana 4

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0102087	**Ian Fillipe Pontes Ferreira**	**CC**	**Tatiane da Silva Evangelista**

	Segunda-feira	**Terça-feira**	**Quinta-feira**
Data	**06/05**	**07/05**	**09/05**
Objetivos	Resolver exercícios propostos pelo aplicativo AprEnDO.	Resolver exercícios propostos pelo aplicativo AprEnDO.	Resolver exercícios propostos pelo aplicativo AprEnDO.
Informação	Resolver exercícios propostos pelo aplicativo AprEnDO.	Resolver exercícios propostos pelo aplicativo AprEnDO.	Resolver exercícios propostos pelo aplicativo AprEnDO.

Resumo	Resolver exercícios propostos pelo aplicativo AprEnDO.	Resolver exercícios propostos pelo aplicativo AprEnDO.	Resolver exercícios propostos pelo aplicativo AprEnDO.
Observação	Resolver exercícios propostos pelo aplicativo AprEnDO.	Resolver exercícios propostos pelo aplicativo AprEnDO.	Resolver exercícios propostos pelo aplicativo AprEnDO.
Dúvidas	Nenhuma.	Nenhuma.	Nenhuma.
Monitoria			

a) $y'' - 3y' + 2y = 2e^{3x}$

$y_p(x) = Ae^{3x}$

$(Ae^{3x})'' - 3(Ae^{3x})' + 2(Ae^{3x}) = 2e^{3x}$

$9Ae^{3x} - 3(3Ae^{3x}) + 2Ae^{3x} = 2e^{3x}$

$e^{3x}(\cancel{9A} - \cancel{9A} + 2A) = 2e^{3x}$

$2Ae^{3x} = 2e^{3x}$

$A = 1$

$\boxed{y_p(x) = e^{3x}}$

$\lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1$

$\Delta = 9 - 8 = 1 > 0$

$\lambda = \frac{3 \pm 1}{2} \rightarrow \lambda_1 = 2, \quad \lambda_{11} = 1$

$\begin{cases} y_1 = e^{2x} \\ y_{11} = e^{x} \end{cases}$

$\boxed{y_H(x) = C_1 e^{2x} + C_2 e^{x}}$

• Sol. Geral:

$y = y_H + y_P$

$\boxed{y(x) = C_1 e^{2x} + C_2 e^{x} + e^{3x}}$

b) $y'' - 3y' + 2y = \operatorname{sen}(x)$

$y_p(x) = A\operatorname{sen}(x) + B\cos(x)$

$(A\operatorname{sen}(x) + B\cos(x))'' - 3(A\operatorname{sen}(x) + B\cos(x))' + 2(A\operatorname{sen}(x) + B\cos(x)) = \operatorname{sen}(x)$

$-A\operatorname{sen}(x) - B\cos(x) - 3A\cos(x) + 3B\operatorname{sen}(x) + 2A\operatorname{sen}(x) + 2B\cos(x) = \operatorname{sen}(x)$

$(3B + A)\operatorname{sen}(x) - (3A - B)\cos(x) = \operatorname{sen}(x)$

$\begin{cases} A + 3B = 1 \\ 3A - B = 0 \end{cases} \rightsquigarrow A = 1/10, \quad B = 3/10$

$\boxed{y_p(x) = \tfrac{1}{10}\operatorname{sen}(x) + \tfrac{3}{10}\cos(x)}$

$\lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$

$\Delta = 1 > 0$

$\lambda = \frac{3 \pm 1}{2} \rightarrow \lambda_1 = 2, \quad \lambda_{11} = 1$

$\begin{cases} y_1 = e^{2x} \\ y_{11} = e^{x} \end{cases}$

$\boxed{y_H(x) = C_1 e^{2x} + C_2 e^{x}}$

• Sol. Geral: $y = y_H + y_P$

$\boxed{y(x) = C_1 e^{2x} + C_2 e^{x} + \tfrac{1}{10}\operatorname{sen}(x) + \tfrac{3}{10}\cos(x)}$

Método dos Coeficientes Indeterminados

a) $y'' - 2y' + y = e^x$

$\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$

$\Delta = 0$

$\lambda = \frac{2}{2} = 1$

$$\begin{cases} y_I = e^x \\ y_{II} = x e^x \end{cases} \qquad \boxed{y_H = C_1 e^x + C_2 x e^x}$$

$$W = \begin{vmatrix} e^x & x e^x \\ e^x & x e^x + e^x \end{vmatrix} = \boxed{e^{2x}}$$

$$u_1' = \frac{f(x) \cdot y_{II}}{W} = \frac{e^x \cdot x e^x}{e^{2x}} = x \rightsquigarrow u_1 = \int x\,dx \rightsquigarrow \boxed{u_1 = \frac{x^2}{2}}$$

$$u_2' = \frac{-y_I \cdot f(x)}{W} = \frac{e^x \cdot e^x}{e^{2x}} = -1 \rightsquigarrow u_2 = \int 1\,dx \rightsquigarrow \boxed{u_2 = -x}$$

$y_p = u_1 y_1 + u_2 y_2$

$$\boxed{y_p = \frac{x^2}{2} \cdot e^x - x \cdot x e^x}$$

Sol. geral: $y = y_H + y_p$

$$\boxed{y = C_1 e^x + C_2 x e^x + \frac{x^2 \cdot e^x}{2} - x^2 e^x}$$

b) $y'' - 4y' + 4y = 2(x-1)e^{2x}$

$\lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0$

$\Delta = 0$

$\lambda = 2$

$$\begin{cases} y_I = e^{2x} \\ y_{II} = x e^{2x} \end{cases} \qquad \boxed{y_H = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}}$$

$$W = \begin{vmatrix} e^{2x} & x e^{2x} \\ 2e^{2x} & e^{2x} + 2x e^{2x} \end{vmatrix} = \boxed{e^{4x}}$$

$$u_2' = \frac{-2(x-1)\cancel{e^{2x}} \cdot \cancel{e^{2x}}}{\cancel{e^{4x}}} = -2(x-1)$$

$$\boxed{u_2 = \int (-2x+2)\,dx = -x^2 + 2x}$$

$$u_1' = \frac{2(x-1)x\cancel{e^{2x}} \cdot \cancel{e^{2x}}}{\cancel{e^{4x}}} = 2x(x-1)$$

$$\boxed{u_1 = \int (2x^2 - 2x)\,dx = \frac{2x^3}{3} - x^2}$$

$$\boxed{y_p = \left(\frac{2x^3}{3} - x^2\right)e^{2x} + (-x^2 + 2x)\,x e^{2x}}$$

Sol. geral: $y = y_H + y_p$

$$\boxed{y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} - \frac{x^3 e^{2x}}{3} + x^2 e^{2x}}$$

$$\frac{2x^3 e^{2x}}{3} - x^3 e^{2x} = \frac{-x^3 e^{2x}}{3}$$

$$-x^2 e^{2x} + 2x^2 e^{2x} = x^2 e^{2x}$$

Método da variação dos parâmetros.

Semana 5

Plano de aula semanal: Semana 4

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0102087	**Ian Fillipe Pontes Ferreira**	**CC**	**Tatiane da Silva Evangelista**

	Segunda-feira	**Terça-feira**	**Quinta-feira**
Data	**13/05**	**14/05**	**16/05**
Objetivos	Não houve aula com a professora.	Não houve aula com a professora.	Não houve aula com a professora. Tivemos uma aula de exercícios e dúvidas.
Informação	Não houve aula com a professora.	Não houve aula com a professora.	Não houve aula com a professora. Tivemos uma aula de exercícios e dúvidas.

Resumo	Não houve aula com a professora.	Não houve aula com a professora.	Não houve aula com a professora. Tivemos uma aula de exercícios e dúvidas.
Observação	Não houve aula com a professora.	Não houve aula com a professora.	Não houve aula com a professora. Tivemos uma aula de exercícios e dúvidas.
Dúvidas	Nenhuma.	Nenhuma.	Nenhuma.
Monitoria			