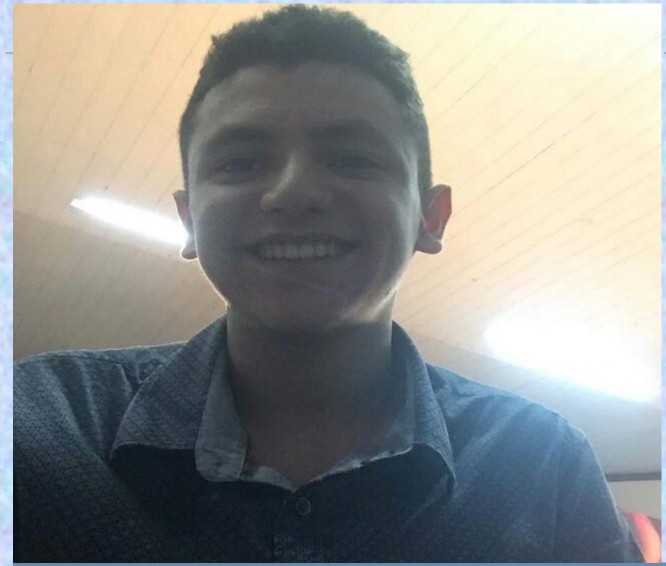
Gabriel Bonifácio Perez Nunes

18/0145088



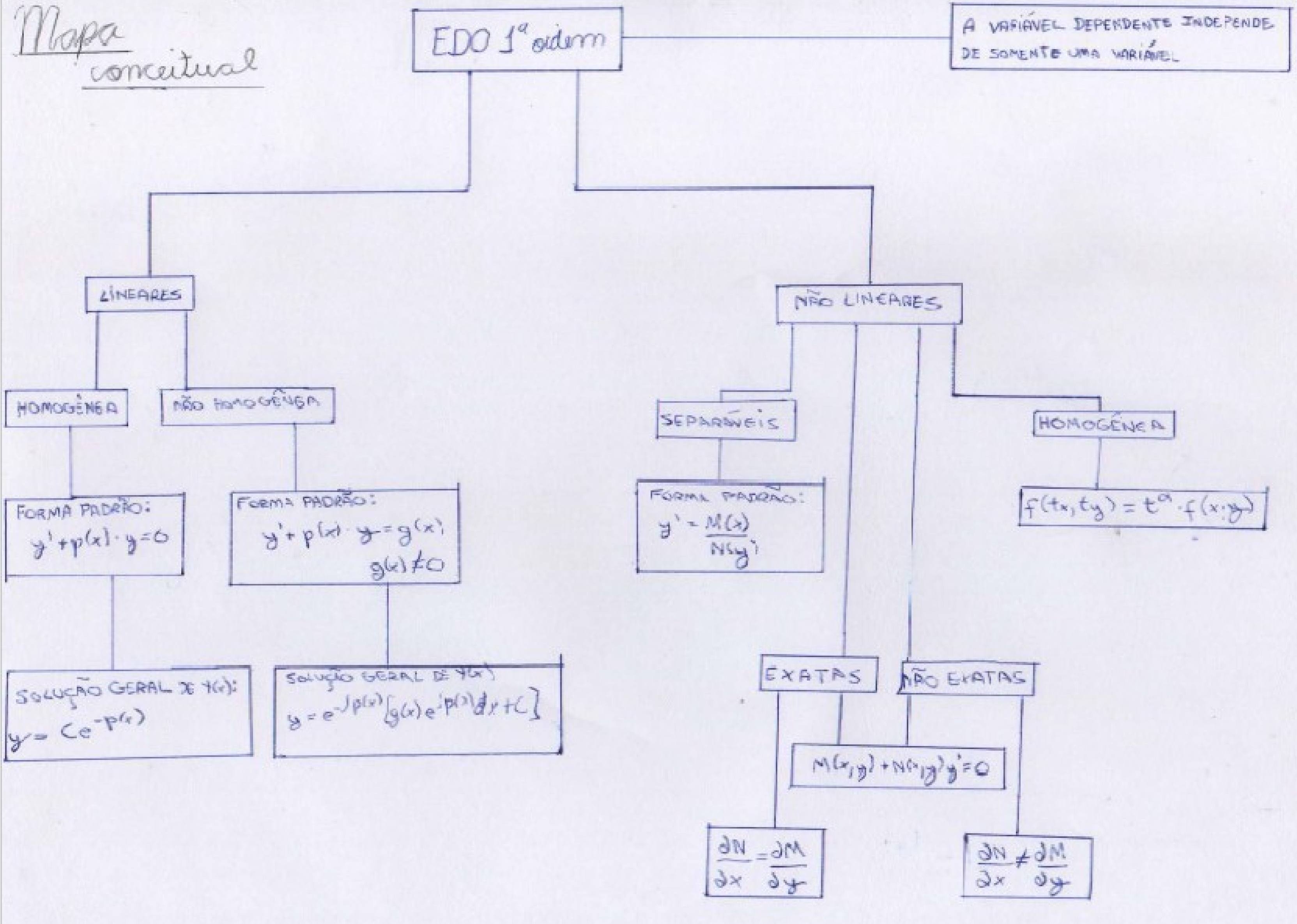
- ***Cálculo 2***
  - ***Módulo 2***
- ***Portifólio***

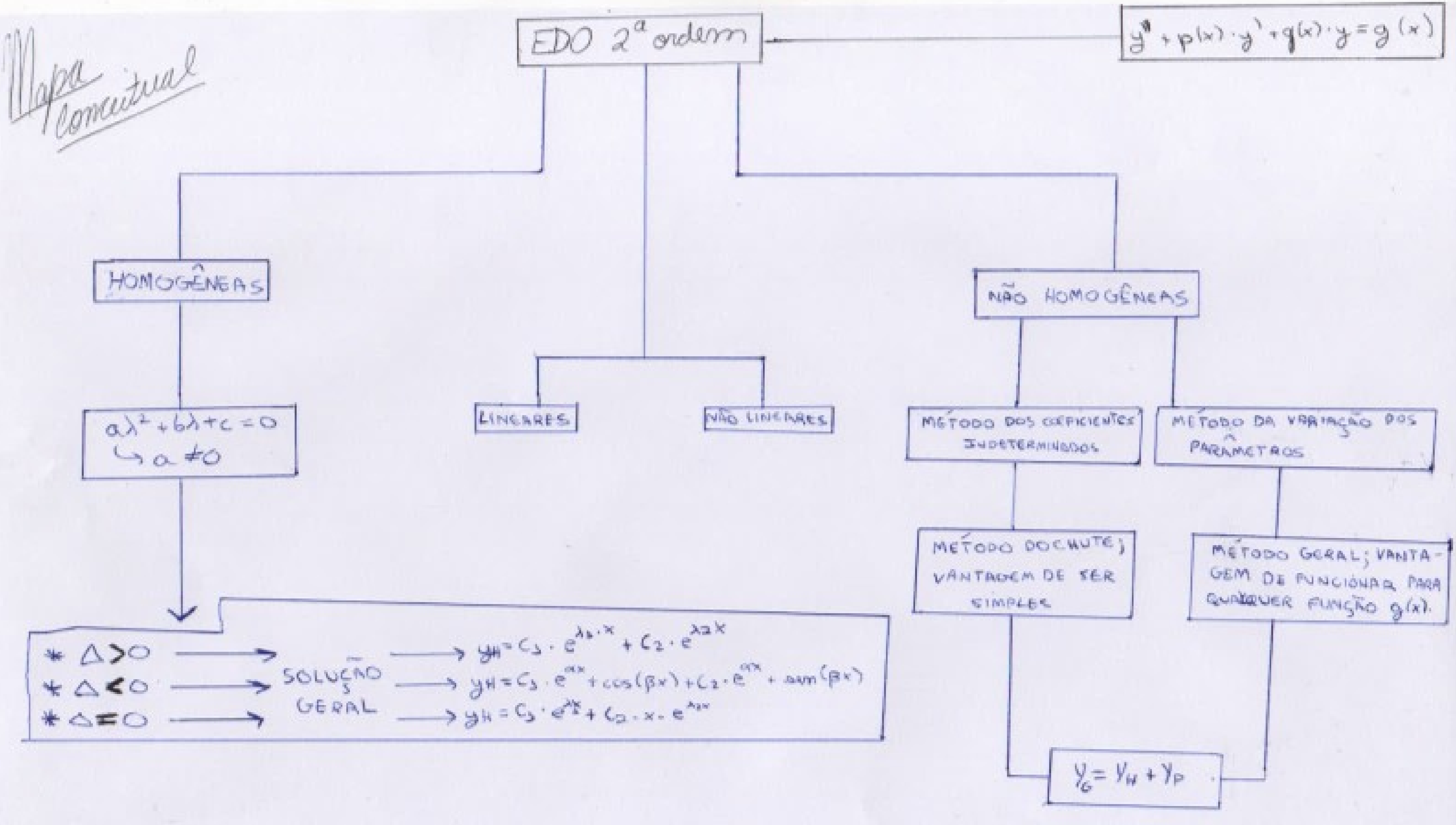
> Mapa conceitual

> Conteúdo:

- EDO 1ª ordem e 2ª ordem
- Equações exatas e não exatas
- Equação homogênea
- Soluções não homogêneas
- Redução de ordem

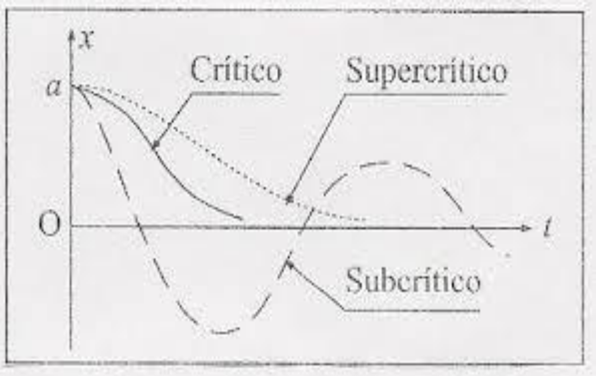
Mapa conceitual





Mapa conceitual
EDO 2ª ordem
$y'' + p(x) \cdot y' + q(x) \cdot y = g(x)$
HOMOGÊNEAS
$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$
$\hookrightarrow a \neq 0$
LINEARES
NÃO LINEARES
NÃO HOMOGÊNEAS
MÉTODO DOS COEFICIENTES INDETERMINADOS
MÉTODO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS
MÉTODO DO CHUTE; VANTAGEM DE SER SIMPLES
MÉTODO GERAL; VANTAGEM DE FUNCIONAR PARA QUALQUER FUNÇÃO g(x).
* $\Delta > 0$ →
* $\Delta < 0$ →
* $\Delta = 0$ →
SOLUÇÕES GERAL
→ $y_H = C_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot x} + C_2 \cdot e^{\lambda_2 x}$
→ $y_H = C_1 \cdot e^{\alpha x} + \cos(\beta x) + C_2 \cdot e^{\alpha x} + \operatorname{sen}(\beta x)$
→ $y_H = C_1 \cdot e^{\lambda x} + C_2 \cdot x \cdot e^{\lambda x}$
$Y_G = Y_H + Y_P$

Aplicação prática (Oscilação mecânica)



- EDO de segunda ordem linear
- $M''(t) + \gamma y' + ky = f(x)$
  - M = massa do corpo.
  - γ = constante de amortecimento
  - K = constante de elasticidade da mola

    - **Oscilações forçadas: não homogênea, logo F(x) ≠ 0**
    - **Oscilações livres sem amortecimento: my'' + ky = 0**
    - **Oscilações livres com amortecimento: my'' + γy' + ky = f(x)**
      - $\Delta > 0 = superamorecimento$
      - $\Delta = 0 = amortecimento\ crítico$
      - $\Delta < 0 = subamortecimento$

Planos de aulas e exercícios do módulo 2

Plano de aula semanal: Semana 5

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0145088	**Gabriel Bonifácio Perez Nunes**	**CC**	**Tatiane da Silva Evangelista**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	**15/04**	**16/04**	**18/04**
Objetivos	**Entender equações diferenciais e suas classificações; Formas de se expressar uma equação diferencial(ED); Resolução de exercícios de equações diferenciais ordinárias(EDO); Introdução a alguns casos de EDO;**	**Observar o caso 3 das EDO's; Resolução de mais exercícios; Problemas matemáticos que envolve EDO's de 1° ordem linear homogênea{q(x) = 0} e não homogênea{q(x) ≠ 0};**	**Entender e resolver exercícios de EDO de 1° ordem na forma separável e na forma homogênea; Resolução de exercícios para aplicar a teoria aprendida em sala de aula;**
Informação	**A ED tem classificações necessárias para a resolução de exercícios: tipo, ordem, linearidade**	**O caso 3 nos ajuda na resolução de um exercício de EDO de 1° ordem linear que não é homogênea e mostra 3**	

	e homogenidade;	**passos para resolver.**	
Resumo	**Uma equação diferencial pode ser ordinária(EDO) ou parcial(EDP) e essas variam de acordo com a quantidade de variáveis indepentes dentro do problema. A ED possui 4 classificações: tipo(EDO ou EDP), ordem, linearidade(linear ou não linear) e homogenidade(homogêneo ou não homogêneo). A EDO possui algumas formas e soluções para que possamos demonstrar em um exercício.**	**Resolvemos diversos exercícios em sala de aula e nos foi mostrado problemas que o termo independente é o que determina se a ED é homogênea ou não. Depois de determinar a homogenidade, utilizamos os casos necessários para resolver o problema.**	**Alguns exercícios, feitos em sala sobre forma separável e homogênea, mostraram que cada uma vai levar o resultado para uma apresentação diferente. Na forma separável, isolamos o y'(substituímos isso por $\frac{dy}{dx}$) , integramos os dois lados para depois achar o resultado de y. Usamos a forma homogênea na EDO 1° ordem não linear.**

Observação			
Dúvidas			**Forma homogênea.**
Monitoria			

* 5 exemplos distintos de classificação de E.D

- $y' = 2x$
  - ↳ linear
  - ↳ não homogênea
  - ↳ EDO 1ª ordem

- $y'' + x^2 \cdot (y')^3 - 40y = 0$
  - ↳ linear
  - ↳ homogênea
  - ↳ EDO 2ª ordem

- $y''' + x^2 \cdot y^3 = x \cdot \tan x$
  - ↳ não linear
  - ↳ não homogênea
  - ↳ EDO 3ª ordem

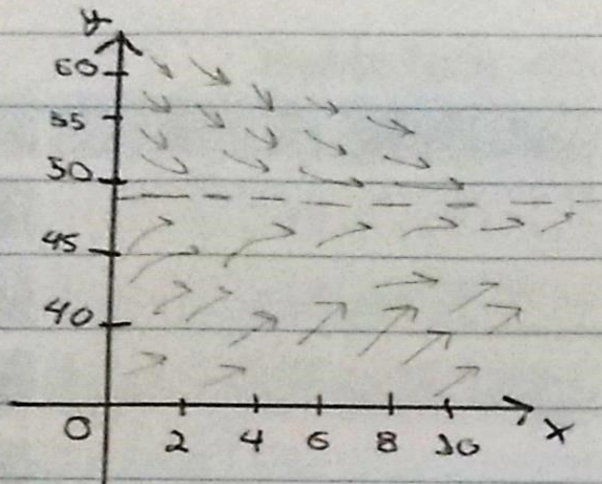
- $y'' + 3y' + 6y = \operatorname{sen}(x)$
  - ↳ não linear
  - ↳ não homogênea
  - ↳ EDO 2ª ordem

- $y' + \operatorname{sen} t \cdot y = 0$
  - ↳ linear
  - ↳ homogêneo
  - ↳ EDO 1ª ordem

* 3 exemplos de desenhar campos de direção

1). $y' = 9,8 - 0,2y$

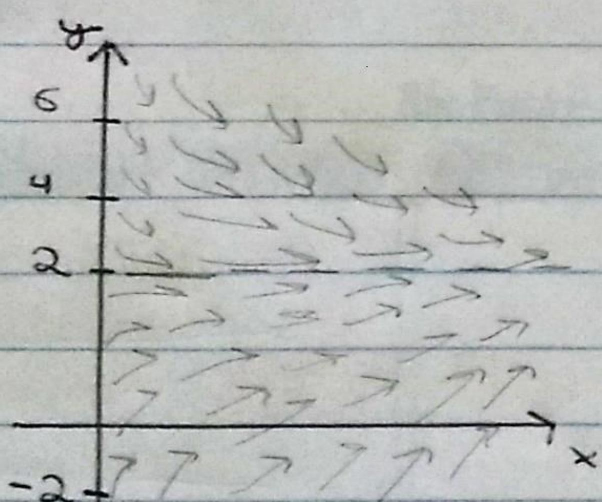
$y' = 0 \rightarrow -9,8 = -0,2v \rightarrow \boxed{v = 49}$



y	$\frac{dy}{dx}$
0	9,8
1	9,6
2	9,4
3	9,2

2). $y' = 2 - y$

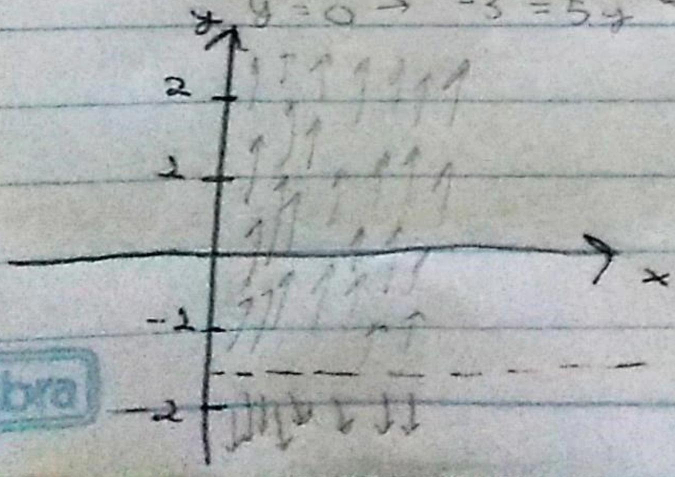
$y' = 0 \rightarrow y = 2$



y	dy/dx
0	2
1	1
2	0
3	-1

3). $y' = 5y + 3$

$y' = 0 \rightarrow -3 = 5y \rightarrow y = -5/3$



y	dy/dx
0	3
1	8
2	13
3	18

/ /

* 3 exemplos de solução EDO 1ª ordem linear homogênea

1). $y' - 5y = 0 \rightarrow p(x) = -5$

$\hookrightarrow q(x) = 0$

$\mu(x) = e^{\int -5 dx} = e^{-5x}$

$y = \dfrac{c + \int \mu(x)\, q(x)\, dx}{\mu(x)} = \dfrac{c + \int e^{-5x} \cdot 0\, dx}{e^{-5x}} = c \cdot e^{5x}$

$\boxed{y = c \cdot e^{5x}}$

2). $y' + 2xy = 0 \rightarrow p(x) = -2x$

$\hookrightarrow q(x) = 0$

$\mu(x) = e^{\int -2x dx} = e^{x^2}$

$y = \dfrac{c + \int \mu(x)\, q(x)\, dx}{\mu(x)} = \dfrac{c + \int e^{x^2} \cdot 0 \cdot dx}{e^{x^2}} = ce^{-x^2}$

$\boxed{y = c \cdot e^{-x^2}}$

3). $y' - 9y = 0 \rightarrow p(x) = -9$

$\hookrightarrow q(x) = 0$

$\mu(x) = e^{\int -9 dx} = e^{-9x}$

$y = \dfrac{c + \int e^{-9x} \cdot 0\, dx}{e^{-9x}} = c \cdot e^{9x}$

$\boxed{y = c \cdot e^{9x}}$

* 3 exemplos de solução EDO 1ª ordem linear não homogênea

1) $y' - 3y = 6 \rightarrow p(x) = -3$

$\hookrightarrow q(x) = 6$

$\mu(x) = e^{\int -3\,dx} = e^{-3x}$

$$y = \frac{c + \int \mu(x)\,q(x)\,dx}{\mu(x)} = \frac{c + \int e^{-3x} \cdot 6 \cdot dx}{e^{-3x}} = ce^{3x} - 2$$

$$\boxed{y = c \cdot e^{3x} - 2}$$

2) $y' + 4y = -1 \rightarrow p(x) = 4$

$\hookrightarrow q(x) = -1$

$\mu(x) = e^{\int 4\,dx} = e^{4x}$

$$y = \frac{c + \int \mu(x)\,q(x)\,d(x)}{\mu(x)} = \frac{c + \int e^{4x} \cdot (-1) \cdot dx}{e^{4x}} = c\,e^{-4x} - \frac{1}{4}$$

$$\boxed{y = c\,e^{-4x} - \frac{1}{4}}$$

3) $y' + 1y = 2 \rightarrow p(x) = 1$

$\hookrightarrow q(x) = 2$

$\mu(x) = e^{\int 1\,dx} = e^{x}$

$$y = \frac{c + \int e^{x} \cdot 2 \cdot dx}{e^{x}} = c \cdot e^{-x} + 2$$

$$\boxed{y = c \cdot e^{-x} + 2}$$

* 3 exemplos de solução EDO 1^a ordem na forma separável

1) $y' + y^3 = 0$

$y' = -y^3$

$\frac{dy}{dx} = y^3 \cdot (-1)$

$\int \frac{1}{y^3} dy = \int (-1)\, dx$

$\frac{y^{-3+1}}{-3+1} = \frac{1}{2}$

$-\frac{y^{-2}}{+2} = \frac{1}{2}$

$y^{-2} = -1 + C$

$1/y^2 = -1 + C$

$1/-1+C = y^2$

$\boxed{y = \sqrt{\frac{1}{-1+C}}}$

2) $y' = \frac{2x}{y^2}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y^2}$

$\int y^2 \cdot dy = \int 2x\, dx$

$\frac{y^3}{3} = x^2$

$y = \sqrt{3x^2}$

$\boxed{y = x\sqrt{3}}$

3) $y' + y^2 \cdot \operatorname{sen} x = 0$

$y' = -y^2 \operatorname{sen} x$

$\frac{dy}{dx} = -y^2 \operatorname{sen} x$

$\int \frac{dy}{-y^2} = \int \operatorname{sen} x \cdot dx$

$\int -\frac{1}{y^2} dy = \int \operatorname{sen} x\, dx$

$-\frac{y^{-2+1}}{-2+1} = -\cos(x) + C$

$\frac{1}{y} = -\cos(x) + C$

$\boxed{y = \frac{1}{-\cos(x) + C}}$

* 3 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma homogênea.

1). $y' = \dfrac{y^2 - x^2}{2xy} \div x$

$y' = \dfrac{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - 1}{2\cdot\left(\frac{y}{x}\right)} = F\left(\frac{y}{x}\right)$ } Forma homogênea

$v = \dfrac{y}{x} \rightarrow y = vx$

$y' = v'x + v \cdot x'$

$F(v) = \dfrac{dv}{dx} \cdot x + v$

$F(v) - v = x\dfrac{dv}{dx} \Rightarrow \dfrac{F(v) - v}{dv} = \dfrac{x}{dx}$

$y' = \dfrac{v^2 - 1}{2v}$

$\underbrace{\dfrac{1}{x} \cdot dx}_{B} = \underbrace{\dfrac{1}{F(v) - v} \cdot dv}_{A}$

$\rightarrow A) \displaystyle\int \frac{1}{F(v) - v} \cdot dv$

B) $\displaystyle\int \frac{1}{x} dv$

$= \ln x + C$

$\dfrac{1}{\frac{v^2-1}{2v} - v} = \dfrac{1}{\frac{v^2 - 1 - 2v^2}{2v}}$

$\dfrac{2v}{-1 - v^2} = \dfrac{-2v}{1 + v^2} \rightarrow \displaystyle\int \frac{-2v}{1+v^2} dv \rightarrow \begin{cases} u = 1 + v^2 \\ du = 2v\,dv \end{cases}$

tilibra

$$= \int \frac{1}{u}\,du = \ln u + c_1$$

$$\ln(1+v^2)+c_1$$

$$-\ln(1+v^2)+c_1 = \ln(x)+c_2$$

$$\ln(x)+\ln(1+v^2) = c$$

$$\ln(x(1+v^2)) = c$$

$$e^{\ln(x(1+v^2))} = e^c$$

$$x(1+v^2) = k$$

$$\boxed{x\cdot\left(1+\left(\frac{y}{x}\right)^2\right) = k}$$

$$\cdot\ \frac{dy}{dx} = \frac{-2x+5y}{2x+y}$$

$$f(\lambda x,\lambda y) = \frac{-2x\cdot\lambda+5y\cdot\lambda}{2x\lambda+y\lambda} = \frac{-2x+5y}{2x+y} \Big\}\ \text{HOMOGÊNEA}$$

$$y = zx \rightarrow y' = z'\cdot x + z$$

$$z'x+z = \frac{-2x+5zx}{2x+zx} = \frac{-2+5z}{2+z}$$

$$z' = \frac{\left(\frac{-2+5z}{2+z}\right)-z}{x} = \frac{1}{x}\cdot\frac{(-2+3z-z^2)}{2+z}$$

/ /

$$\frac{2+z}{-z^2+3z-2} \cdot dz = \frac{1}{x}\, dx$$

$$\int \frac{2+z}{-z^2+3z-2}\, dz = \int \frac{1}{x} \cdot dx$$

FRAÇÕES PARCIAIS

$$\frac{2+z}{-z^2+3z-2} = \frac{-2-z}{(z-1)\cdot(z-2)} = \frac{A}{z-1} + \frac{B}{z-2}$$

$$\frac{(A+B)\cdot z - B - 2A}{(z-1)\,(z-2)} = \frac{-2-z}{(z-1)\,(z-2)}$$

$$\begin{cases} A+B = -1 \\ -2A - B = -2 \end{cases}$$

$A = -4$

$B = -1$

$$\frac{3}{z-1} - \frac{4}{z-2}$$

$$\int \frac{2+z}{-z^2+3z-2} \cdot dz = \int \left(\frac{3}{z-1} - \frac{4}{z-2} \right) dz =$$

$$= 3 \ln|z-1| - 4 \ln|z-2|$$

$\to z = y/x$

$$3 \ln|z-1| - 4 \ln|z-2| = \ln|x| + C$$

$$3 \ln|y/x - 1| - 4 \ln|y/x - 2| - \ln|x| = C$$

$$\ln\left|\frac{y-x}{x}\right|^3 - \ln\left|\frac{y-2x}{x}\right|^4 - \ln|x| = C$$

$$\ln\left|\frac{(y-x)^3}{(y-2x)^4}\right| = C$$

$\to k = e^C$

$$(y-x)^3 = e^C (y-2x)^4$$

$$(y-x)^3 = k(y-2x)^4$$

/ /

$\cdot \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x^2+y^2}{xy}$

HOMOGÊNEA

$f(x,y) = \dfrac{x^2+y^2}{xy} \rightarrow f(\lambda x, \lambda y) = \dfrac{\lambda^2 \cdot x^2 + \lambda^2 y^2}{\lambda^2\, xy} = \dfrac{x^2+y^2}{xy} = f(x,y)$

$y = zx;$

$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dz}{dx} \cdot x + z \longrightarrow \dfrac{dz}{dx} \cdot x + z = \dfrac{x^2 + x^2 \cdot z^2}{x \cdot xz} = \dfrac{1+z^2}{z}$

$\dfrac{dz}{dx} \cdot x = \dfrac{1+z^2}{z} - z = \dfrac{1}{z} \rightarrow z\, dz = \dfrac{dx}{x}$

$\int z\, dz = \int \dfrac{dx}{x} \rightarrow \dfrac{z^2}{2} = \ln|x| + C_1$

$z^2 = 2 \ln|x| + 2 \cdot C_1 \longrightarrow C = 2C_1$

$z^2 = \ln x^2 + C$

$\dfrac{y^2}{x^2} = \ln x^2 + C$

$\boxed{y^2 - x^2 \ln x^2 = x^2 C}$

Plano de aula semanal: Semana 6

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0145088	**Gabriel Bonifácio Perez Nunes**	**CC**	**Tatiane da Silva Evangelista**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	**22/04**	**23/04**	**25/04**
Objetivos	**Aprendemos a equação de Bernoulli em meio a aplicação da teoria na prática; Também entendemos a equação na forma exata e na forma não exata;**	**Aplicamos a teoria de não exata aprendida na aula anterior para resolver alguns exercícios nesse dia; Entendemos também que EDO's de 1°ordem podem se aplicar no nosso dia a dia, um exemplo é a**	**O objetivo foi ver EDO de 2° ordem linear homogênea, a utilização do princípio da superposição e resolução de alguns exercícios. Vimos outros teoremas, a função Wronskiano e o passo a passo de para resolver alguns problemas.**

		lei resfriamento de Newton);	
Informação	**Equação de Bernoulli:** $$y' + p(x) * y = g(x) * y^n$$	**Quando a solução na for exata, achamos o fator integrante e multiplicamos toda EDO.**	**{y1, y2}: conjunto fundamental da solução**
Resumo	**A equação de Bernoulli, de primeira vista, é confusa, mas o passo a passo utilizado em sala de aula nos ajuda a entender e a decifrar essa equação. Já as equações exatas e não exatas faz com que haja uma fragmentação da equação para resolvê-la.**	**A equação na foram não exata é mais complicada, mesmo porque além de passar pelo mesmo processo da exata, é necessário achar o fator integrante e**	**Dentro da EDO 2°ordem linear homogênea, vimos a parte 1 (caso geral) e diversas observações importantes. Também nos foi mostrado um passo a passo para resolver o problema. Solução geral > Solução específica. Depois vimos a parte 2 (coeficientes**

		multiplicar por toda a EDO; As aplicações nos ajuda a entender mais toda a matéria, já que são coisas que estão envolvidas no nosso cotidiano.	**constantes) e o diagrama para, a partir da equação característica e dos deltas, achar o y_h.**
Observação	**Na equação de Bernoulli:** **Passo 1: Multiplicação da EDO por** y^{-n} **Passo 2:** $v = y^{1-n}$ **Passo 3: Substituir os dados do passo 2 na equação:** $y^{-n} * y' + p(x) * y^{1-n} = g(x)$	**O primeiro passo é identificar o M(x,y) e o N(x,y);**	**O princípio da reposição somente é valido para EDO's de 2° ordem linear homogênea.**

Dúvidas			**Função de Wronskiano.**
Monitoria			

(/ /)

*5 exemplos de solução EDO 1ª ordem ~~não~~ na forma exata

1) $\underbrace{2x+y^2}_{M(x,y)}+\underbrace{2xy}_{N(x,y)}\cdot y'=0$

$\cdot \dfrac{\partial M(x,y)}{\partial y} = 2y+0$ $\qquad$ $\cdot \dfrac{\partial N(x,y)}{\partial x} = 2y$

$\boxed{\dfrac{\partial M}{\partial y} = \dfrac{\partial N}{\partial x}} \rightarrow$ É exata

$F(x,y) = \int M(x,y)\,dx = \int (2x+y^2)\,dx = x^2+y^2x+\underbrace{g(y)}_{constante}$

$\cdot \dfrac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N\cdot(x,y)$

$2xy+g'(y)=2xy$

$\int g'(y) = \int 0\,dy \rightarrow \boxed{g(y)=0}$ $\rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} F(x,y)=x^2+y^2x+C \\ x^2+y^2x+C=0 \end{array}}$

2) $\underbrace{2xy}_{M}\,dx+\underbrace{(x^2-2)}_{N}\,dy=0$

$\dfrac{\partial M}{\partial y} = \dfrac{\partial N}{\partial x} \therefore \boxed{\dfrac{\partial M}{\partial y} = 2x = \dfrac{\partial N}{\partial x}} \nearrow$ É exata

$F(x,y) = \int M(x,y)\,dx = \int 2xy\,dx + g(y) = C$

(/ /)

$F = x^2y + g(y) = C$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial(x^2y)}{\partial y} + g'(y) = x^2 - 1$$

$$= x^2 + g'(y) = x^2 - 1$$

$$\therefore g'(y) = -1$$

$g'(y) = -1 \therefore g(y) = \int -1\, dy = -y \rightarrow \boxed{F = x^2y - y = C}$

3) $x \cdot \frac{dy}{dx} = 2x \cdot e^x - y + 6x^2$

$$\underbrace{(2x \cdot e^x - y + 6x^2)}_{M} dx \underbrace{- x}_{N} dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} \therefore \boxed{\frac{\partial M}{\partial y} = -1 = \frac{\partial N}{\partial x}} \rightarrow \text{É exata}$$

$F(x,y) = \int N(x,y) = \int -x \, dy + h(x) = C$

$F = -xy + h(x) = C$

$$\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial \cdot (-xy)}{\partial x} + h'(x) = 2x \cdot e^x - y + 6x^2$$

$$= -y + h'(x) = 2xe^x - y + 6x^2$$

$h'(x) = 6x^2 + 2xe^x$

$h(x) = -2x^3 + 2 \cdot (xe^x - e^x)$

tilibra

$$\boxed{F = -xy + 2x^3 + 2 \cdot (x \cdot e^x - e^x) = C}$$

1) $(x + \operatorname{sen} y) + (x \cdot \cos y - 2y) \cdot y' = 0$

$\underbrace{(x + \operatorname{sen} y)}_{M} dx + \underbrace{(x \cos y - 2y)}_{N} dy = 0$

$\boxed{\dfrac{\partial M}{\partial y} = \cos y = \dfrac{\partial N}{\partial x}}$ → É exata!

$F(x,y) = \int M(x,y) = \int (x + \operatorname{sen} y) dx$

$F(x,y) = \int x \, dx + \operatorname{sen} y \cdot x$

$= \dfrac{x^2}{2} + \operatorname{sen} y \cdot x + h(y)$

$\boxed{F(x,y) = \dfrac{x^2}{2} + x \cdot \operatorname{sen} y + h(y)}$

$\dfrac{\partial F(x,y)}{\partial y} = 0 + x \cdot \cos y + h'(y) = x \cdot \cos y - 2y$

$h'y = -2y$

$h(y) = \int -2y \, dy$

$\boxed{h(y) = -y^2 + C_1}$

$F(x,y) = \dfrac{x^2}{2} + x \cdot \operatorname{sen} y - y^2 + C_1$

$F(x,y) = C$

$C = \dfrac{x^2}{2} + x \cdot \operatorname{sen} y - y^2 + C_1$

$\dfrac{x^2}{2} + x \cdot \operatorname{sen} y - y^2 = C - C_1$

$\boxed{\dfrac{x^2}{2} + x \cdot \operatorname{sen} y - y^2 = K}$

/ /

$$⑤ \begin{cases} \overbrace{(2x-y)}^{M} \, dx + \overbrace{(2y-x)}^{N} \, dy = 0 \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = -1 = \frac{\partial N}{\partial x}}$$

$$F(x,y) = \int M(x,y) = \int (2x-y) \cdot dx$$
$$= x^2 - yx + g(y)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}(x,y) = N(x,y)$$

$$= -x + g'(y) = 2y - x$$
$$\int g'(y)\,dy = \int 2y\,dy$$
$$g(y) = y^2 + C$$

$$F(x,y) = x^2 - yx + y^2 + C \longrightarrow \quad x^2 - yx + y^2 + C = 0$$

$$y(1) = 3 \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$1^2 - 3 \cdot 1 + 3^2 + C = 0$$
$$C = -7$$

$$\boxed{x^2 - yx + y^2 - 7 = 0} \, //$$

//

* 5 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma não exata

$$① \overbrace{(3xy + y^2)}^{M} \cdot dx + \overbrace{(x^2 + xy)}^{N} dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y}(x,y) = 3x + 2y \neq \frac{\partial N}{\partial x}(x,y) = 2x + y$$

→ não é exata //

$$p(x) = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N(x,y)} = \frac{3x+2y-(2x+y)}{x^2+xy} = \frac{x+y}{x\cdot(x+y)} = \frac{1}{x}$$

$$\mu'(x) = \overbrace{\frac{1}{x}}^{p(x)} \cdot \mu(x) \Rightarrow \frac{d\mu}{dx} = \frac{1}{x}\cdot \mu \Rightarrow \int \frac{1}{\mu}\, d\mu = \int \frac{1}{x}\, dx$$

$\ln \mu = \ln x$

$\boxed{\mu = x}$

$\mu(x) = x$

$$x\cdot\left[(3xy+y^2)\,dx + (x^2+xy)\,dy = 0\right]$$

$$\underbrace{(3x^2y+xy^2)}_{\tilde{M}}\,dx + \underbrace{(x^3+x^2y)}_{\tilde{N}}\,dy = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = 3x^2+2xy = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}}$$

$$F(x,y) = \int \tilde{M}(x,y)\,dx = \int (3x^2y+xy^2)\,dx = x^3\cdot y + \frac{x^2}{2}\cdot y^2 + g(y)$$

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = \tilde{N}(x,y) \Leftrightarrow x^3+x^2\cdot y + g'(y) = x^3+x^2\cdot y \Rightarrow g'(y) = 0$$
$$\to g(y) = C$$

$$F(x,y) = x^3y + \frac{x^2}{2}\cdot y^2 + C$$

b) $\underbrace{-2xy}_{M} + \underbrace{(3x^2-y^2)}_{N}\cdot y' = 0$

Não é exata

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = -2x \neq \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} = 6x$$

/ /

$$p(x) = \frac{\partial M/\partial y - \partial N/\partial x}{N(x,y)} = \frac{-2x-6x}{3x^2-y^2} = \frac{-8x}{3x^2-y^2}$$ ✗

$$p(x) = \frac{\partial N/\partial x - \partial M/\partial y}{M(x,y)} = \frac{+6x+2x}{-2xy} = \frac{8x}{-2xy} = \frac{-4}{y}$$ ✓

$$\mu'(y) = \overset{p(y)}{\frac{-4}{y}} \cdot \mu(y)$$

$$\frac{d\mu}{dy} = \frac{-4}{y} \cdot \mu \longrightarrow \int \frac{1}{\mu} \, d\mu = \int -4 \cdot \frac{1}{y} \, dy$$

$$\ln \mu = -4 \cdot \ln y = \ln y^{-4}$$

$$\mu = y^{-4}$$

$$\boxed{\mu(y) = \frac{1}{y^4}}$$

$$\frac{1}{y^4}\left[(-2xy) + (3x^2 - y^2) \cdot y' = 0\right]$$

$$\boxed{\underbrace{\frac{-2x}{y^3}}_{M(x,y)} + \underbrace{\left(\frac{3x^2}{y^4} - \frac{1}{y^2}\right)}_{N(x,y)} \cdot y' = 0}$$

→ É exata

$$\boxed{\frac{\partial \tilde{M}(x,y)}{\partial y} = \frac{6x}{y^4} = \frac{\partial \tilde{N}(x,y)}{\partial y}}$$

$$F(x,y) = \int M(x,y) \, dx = \int {}^{-2x}/_{y^3} \, dx = -{}^{x^2}/_{y^3} + g(y)$$

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial N} = \tilde{N}(x,y) = -x^2 \cdot (-3 \cdot y^{-4}) + g'(y) = \frac{3x^2}{y^4} + g'(y)$$

$$\frac{-2x}{y^3} = \frac{3x^2}{y^4} + g'(y) \rightarrow \boxed{g'(y) = \frac{-x(3x+2y)}{y^4}}$$

$$\boxed{F(x,y) = \frac{3x^2}{y^4} + \left(\frac{-x(3x+2y)}{y^4}\right)}$$

c) $(\underbrace{4x^2 + 3 \cdot \cos y}_{M})\,dx - (\underbrace{x \cdot \operatorname{sen} y}_{N})\,dy = 0$

$M_y = -3 \operatorname{sen} y$ $\neq$ → Não é exata

$N_x = -\operatorname{sen} y$

$$M(x) = e^{\int \frac{-3 \operatorname{sen} y + \operatorname{sen} y}{-x \cdot \operatorname{sen} y} dx}$$

$$M(x) = e^{\int \frac{-3+2}{-x} dx}$$

$$M(x) = e^{\int \frac{-2}{-x} dx}$$

$$M(x) = e^{2 \ln|x|}$$

$$= e^{\ln|x|^2}$$

$M(x) = x^2$

$(\underbrace{4x^4 + 3x^2 \cdot \cos y}_{M})\,dx - (\underbrace{x^3 \cdot \operatorname{sen} y}_{N})\,dy = 0$

$M_y = -3x^2 \cdot \operatorname{sen} y$

$N_x = -3x^2 \cdot \operatorname{sen} y$

$F(x,y) = \int F_y \, dy = -\int +x^3 \cdot \operatorname{sen} y \cdot dy$

$= \int -x^3 \cdot (-\cos y) \cdot dy + g(x)$

$F(x,y) = x^3 \cdot \cos y + g(x)$

/ /

$F(x) = 3x^2 \cdot \cos y + g'(x)$

$4x^4 + 3x^2 \cdot \cos y = 3x^2 \cdot \cos y + g'(x)$

$\boxed{g'(x) = 4x^4}$

$g(x) = \int 4x^4 dx \qquad g(x) = \frac{4x^5}{5} + C$

$x^3 \cdot \cos y + \frac{4x^5}{5} + C = F(x,y)$

$\boxed{x^3 \cdot \cos y + \frac{4x^5}{5} = C}$

d) $\underbrace{y}_{M}\, dx + \underbrace{(2xy - e^{-2y})}_{N}\, dy = 0$

$\left.\begin{matrix} M_y = 1 \\ N_x = 2y \end{matrix}\right\} \neq \to$ não é exata

$M_y = e^{\int \frac{N_x - M_y}{M} dy}$

$M_y = e^{\int \frac{2y-1}{y} dy}$

$M(y) = e^{\int 2 - 1/y \, dy}$

$M(y) = e^{2y - \ln(y)}$

$M(y) = e^{2y} \cdot y^{-1}$

$\boxed{M(y) = \frac{e^{2y}}{y}}$

$e^{2y} dx + (2x \cdot e^{2y} - 1/y) dy = 0$

$\left.\begin{matrix} M_y = 2 \cdot e^{2y} \\ N_x = 2 \cdot e^{2y} \end{matrix}\right\} = \to$ é exata

$F(x,y) = \int F_y \, dy = \int (2x \cdot e^{2y} - 1/y) dy$

$F(x,y) = \frac{2x \cdot e^{2y}}{2} - \ln(y) + g(x)$

$F(x) = e^{2y} + g'(x)$

$e^{2y} = e^{2y} + g'(x)$

$g'(x) = 0$

$\boxed{x \cdot e^{2y} - \ln(y) = C}$

e) $\overbrace{(3y^2 - x^2 + 2)}^{M} dx + \overbrace{(2xy)}^{N} dy = 0$

$\left.\begin{array}{l} M_y = 6y \\ N_x = 2y \end{array}\right\} \neq$ Não é exata $\quad M(x) = e^{\int \frac{M_y - N_x}{N} dx}$

$M(x) = e^{\int \frac{4y}{2xy} dx} \rightarrow M(x) = e^{2\int \frac{1}{x} dx} \rightarrow M(x) = x^2$

$(3x^2y^2 - x^4 + x^2)dx + (2x^3y)dy = 0$

$M_y = 6x^2y$
$N_x = 6x^2y$

$F(x,y) = \int F_y \, dy = \int 2x^3y \, dy = \frac{2x^3y^2}{2} + g(x)$

$F(x) = 3x^2y^2 + g'(x)$

$3x^2y^2 - x^4 + x^2 = 3x^2y^2 + g'(x)$

$g'(x) = x^2 - x^4$

$g(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5}$

$\boxed{x^3y^2 + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} = C}$

*2 exemplos de equação Bernoulli

a) $y' + \underbrace{\frac{2}{t}}_{p(t)} y \underbrace{- \frac{2}{t^2}}_{g(t)} y^3 = 0$

$v = y^{1-n} \Rightarrow v = y^{-2}$

$\frac{v'}{1-3} + \frac{2}{t} \cdot v = \frac{1}{t^2}$

$\left(\frac{-2}{2}\right) v' + \frac{2}{t} v = \frac{1}{t^2} \cdot (2)$

$\boxed{v' - \frac{4}{t} v = \frac{-2}{t^2}}$

$u(t) = e^{\int p(t)dt} = e^{\int \frac{-4}{t} dt} = e^{\ln t} = u(t) = t^{-4} \rightarrow \boxed{u(t) = \frac{1}{t^4}}$

$\frac{1}{t^4} \cdot \left[v' - \frac{4}{t} \cdot v\right] = \frac{1}{t^4} \cdot \left(\frac{-2}{t^2}\right)$

$\left[\frac{1}{t^4} \cdot v' - \frac{1}{t^4} \cdot \frac{4}{t} v\right] = \frac{-2}{t^6} \rightarrow \int \left[\frac{1}{t^4} v\right]' = \int \frac{-2}{t^6}$

$\left(\frac{1}{t^4}\right) \cdot v = \frac{2}{5} + \frac{1}{t^5} + C \rightarrow v = t^4 \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{t^5} + C\right)$

$\boxed{v = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{t} + C \cdot t^4} \rightarrow v = y^{-2} \rightarrow v = \frac{1}{y^2} \rightarrow \boxed{y^2 = \frac{1}{v}}$

$y = \pm\sqrt{1/v} \rightarrow \boxed{y = \pm \sqrt{\frac{1}{2/5t + C \cdot t^4}}}$

b) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^3$

$y' + \frac{1}{x} \cdot y = y^3$

tilibra

$y' \, y^{-3} + \frac{1}{x} \, y^{-2} = 1$ $\qquad v = y^{-2}$

$v' = -2 \, y^{-3} \cdot y'$

$\frac{v'}{-2} + \frac{1}{x} \cdot v = 1$ $\qquad y^{-3} \cdot y' = \frac{v'}{-2}$

$v' - 2/x \cdot v = -2$

$\to e^{-\int \frac{2}{x} dx} = e^{-2\ln(x)} = e^{\ln(x^{-2})} = x^{-2}$

$\frac{d(x^{-2} \cdot v)}{dx} = x^{-2} \cdot (-2) \to \int \frac{d(x^{-2} \cdot v)}{dx} dx = \int -2x^{-2} \, dx$

$(x^{-2} \cdot v) = -2 \frac{x^{-1}}{-1} + C$

$v = \frac{2x^{-1}}{x^{-2}} + \frac{C}{x^{-2}} \longrightarrow y^{-2} = \frac{2}{x^{-1}} + Cx^2$

$\boxed{y = (2x + Cx^2)^{-1/2}}$

---

* 5 exemplos de aplicação de EDO 1ª ordem

A) Capitalização de juros

$\boxed{\frac{ds}{dt} = k \cdot s}$ → \$ no instante t

k → TAXA

$\frac{1}{s} \, ds = k \cdot dt \to \ln S = kt + C$

$S = e^{kt + C}$

$\boxed{S = C \cdot e^{kt}}$

B) Dinâmica populacional

$$\boxed{\frac{dP}{dt} = k \cdot P}$$

$P = c \cdot e^{kt}$

Modelo de Malthus

$\rightarrow P(t) = P_0 \cdot e^{kt}$

C) Decaimento radioativo

$$\boxed{\frac{dA}{dt} = k \cdot A}$$

$A = ce^{kt}$

$\rightarrow$ Meia-vida

$A(0) = c \cdot e^{k \cdot 0} \therefore A(0) = c$

$\frac{1}{2} \cdot A(0) = ce^{kt}$

$\frac{1}{2} A(0) = A(0) \cdot e^{kt} \therefore k \cdot t = \ln(1/2) \therefore$

$$\boxed{t = \frac{\ln(1/2)}{k}}$$

D)
A Torre de Hanói

$Q(5) = 2\,Q(4) + 1$

$\hookrightarrow Q(n+1) = 2 \cdot Q(n) + 1$

$Q(n)$ = número de movimentos necessários p/ transferir n discos.

$\hookrightarrow Q(1) = 1$ $\quad Q(3) = 7$

$Q(2) = 3$ $\quad Q(4) = 15$

$$\boxed{Q(n) = 2^n - 1}$$

E) Reação química

r = taxa

$Q(t)$ = quantidade

$$\frac{dQ}{dt} = r \cdot Q^2$$

$$\int \frac{dQ}{Q^2} = \int r\,dt \quad : \int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$$\int \frac{dQ}{Q^2} \rightarrow \int \frac{1}{Q^2}\,dQ \rightarrow \int 1 \cdot Q^{-2}\,dQ \rightarrow \frac{Q^{-1}}{-1} \rightarrow \frac{-1}{Q}$$

$$\frac{-1}{Q} = r\,t + c$$

$$\hookrightarrow \boxed{Q = \frac{-1}{r \cdot t + c}}$$

→ Aplicar no problema e resolver.

Plano de aula semanal: Semana 7

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0145088	**Gabriel Bonifácio Perez Nunes**	**CC**	**Tatiane da Silva Evangelista**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	**29/04**	**30/04**	**02/05**
Objetivos	**Introdução aos casos de EDO de segunda ordem, linear, homogênea com coeficiente constante. O 1° caso é quando o** Δ é maior que 0 (raízes reais distintas), o 2° caso é quando o Δ é igual a 0 (raízes reais iguais). Resolvemos exercícios e vimos os passos necessários para achar o resultado. Vimos também o passo a passo para fazer uma redução de ordem.	**O objetivo é dar continuidade nos casos e ver o 3° caso, onde o** Δ é menor que 0 (raízes complexas), resolvemos exercícios e vimos a EDO de segunda ordem, linear, não homogênea e com coeficientes constates e os métodos e passos necessários para a resolução do exercício.	**Não teve aula, mas, via moodle, vimos o método de variação de parâmetros (M.V.P), que assim como o M.V.I, tem a sua vantagem (método geral, funciona para qualquer função g(x)) e desvantagem**

			(Resolução de integrais).
Informação	Cada caso possui uma solução geral fixa.		
Resumo	Achamos o delta, aplicando a fórmula de Bhaskara, então entendemos o caso que trabalharemos e se serão raízes reais distintas, iguais ou raízes complexas. Após isso, aplicamos os passos necessários. No método de redução de ordem, fazemos alguns passos e achamos a solução da redução	No caso 3, temos raízes complexas, e para achar o valor de y^1 e y^2, aplicamos a fórmula de Euler. Na EDO 2° ordem linear, não-homogênea e com coeficientes constantes, achamos a solução geral da EDO, e para achar a solução particular, existem dois métodos: o método dos coeficientes indeterminados (M.C.I) e o método da variação dos parâmetros (M.V.P), ambos tendo	Para achar a solução particular, existem dois métodos que são utilizados exclusivamente para isso. Se diferenciam em relação a simplicidade e restrição.

		vantagens e desvantagens.	
Observação	Na redução de ordem, é necessário atribuir valores para a constante.	Vantagem da M.C.I(único método estudado no dia): É simples. Desvantagem: é restrito, se funciona se a função g(x) tiver certa especificidade.	{ y1,y2}: conjunto fundamental de soluções da equação homogênea & c1 e c2 são constantes arbitrárias
Dúvidas	Quando é um problema com valor inicial.	Quando é um problema com valor inicial.	
Monitoria			

* 1 exemplo de solução de EDO 2ª ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta > 0$, cuja solução seja geral

- $y'' + 5y' + 6y = 0$

$\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 a c$

$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 \to 1 > 0$

$\lambda_1 = -2$

$\lambda_2 = -3$

$$\begin{cases} y_1 = e^{-2x} \\ y_2 = e^{-3x} \end{cases}$$

$\to \boxed{y_H = C_1 \cdot e^{-2x} + C_2 \cdot e^{-3x}}$

* 1 exemplo de PVI EDO 2ª ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta > 0$, cuja solução seja geral

- $$\begin{cases} 4y'' + y' - 2y = 0 \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = -5 \end{cases}$$

$4\lambda^2 - 8\lambda^2 + 3 = 0$

$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3$

$\Delta = 16$

$a = 4$

$b = -8$

$c = 3$

$\lambda_1 = 3/2$

$\lambda_2 = 1/2$

$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$\begin{cases} y_1 = e^{\frac{3}{2}x} \\ y_2 = e^{\frac{1}{2}x} \end{cases}$$

$\boxed{y_H = C_1 \cdot e^{3/2 x} + C_2 \cdot e^{-3/2 x}}$

$\boxed{y'_H = 3/2 \cdot C_1 - 3/2 \cdot C_2 = 1/2}$

$C_1 = 2 - C_2$

$3/2 \cdot (2 - C_2) + 3/2\, C_2 = 1/2$

$3 - 3/2 \cdot C_2 + 3/2 \cdot C_2 = 1/2$

$C_2 = 1/2 - 3 = -5/2$

$\boxed{C_2 = -5/2}$

$\downarrow$

$C_1 = 2 - 5/2 \rightarrow \boxed{C_1 = -1/2}$

$\boxed{y_H = -1/2 \cdot e^{3/2 x} + 5/2 \cdot e^{-3/2 x}}$ //

* 1 exemplo de solução de EDO 2ª ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta = 0$, cuja solução seja geral.

- $y'' + 4y' + 4y = 0$

$\lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0$

$\Delta = 0$

$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = -2 \rightarrow \lambda_1 = -2$

$\lambda_2 = -2$

$$\begin{cases} y_1 = e^{-2x} \\ y_2 = x \cdot e^{-2x} \end{cases}$$

$\boxed{y_H = C_1 \cdot e^{-2x} + C_2 \cdot x \cdot e^{-2}} \rightarrow$ Sol. geral

* 1 exemplo PVI EDO 2ª ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta = 0$.

$$\begin{cases} 25y'' - 20y' + 4y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

$25\lambda^2 - 20\lambda + 4 = 0$

$\Delta = 0$

$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$\lambda_1 = \lambda_2 = 2/5$

$$\begin{cases} y_1 = e^{\frac{2}{5}x} \\ y_2 = x \cdot e^{\frac{2}{5}x} \end{cases}$$

$\rightarrow y_H = C_1 \cdot e^{\frac{2}{5}x} + C_2 \cdot x \cdot e^{\frac{2}{5}x}$

$y'_H = \frac{2}{5} C_1 \cdot e^{\frac{2}{5}x} + \frac{2}{5} C_2 \cdot e^{\frac{2}{5}x}$

$C_1 = 1 \;/\; C_2 = 4$

$$\boxed{y_H = e^{\frac{2}{5}x} + 4x \cdot e^{\frac{2}{5}x}}$$

* 1 exemplo EDO 2ª ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta < 0$, cuja solução seja geral

- $16y'' - 8y' + 195y = 0$

$16\lambda^2 - 8\lambda + 195 = 0$

$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 145$

$\Delta = -96 < 0$

$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$\lambda = \frac{8 \pm 96i}{32} \rightarrow \lambda = \underbrace{\frac{1}{4}}_{\alpha} \pm i \cdot \underbrace{96}_{\beta}$

(/ /)

$$\begin{cases} y_1(x) = e^{-\frac{1}{4}x} \cdot (\cos(96x)) \\ y_2(x) = e^{-\frac{1}{4}x} \cdot (\text{sen}(96x)) \end{cases}$$

$$\boxed{y_H = C_1 \cdot e^{-\frac{1}{4}x} \cdot \cos(96x) + C_2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x} \cdot \text{sen}(96x)}$$

* 1 exemplo PVI EDO 2ª ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta < 0$;

$\cdot\ y'' + y' + 9{,}25\, y = 0$ $\qquad \begin{cases} y(0) = 2 \\ y'(0) = 8 \end{cases}$

$$\lambda^2 + \lambda + 9{,}25 = 0$$

$$\Delta = -36 < 0$$

$$\lambda = \underbrace{\frac{-1}{2}}_{\alpha} \pm i\, \underbrace{3}_{\beta} \qquad \begin{cases} y_1(x) = e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \cos(3x) \\ y_2(x) = e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \text{sen}(3x) \end{cases}$$

$$\to y_H = C_1 \cdot e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \cos(3x) + C_2 \cdot e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \text{sen}(3x)$$

$$y'_H = -\tfrac{1}{2} \cdot C_1 \cdot e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \cos(3x) - 3 \cdot C_1 \cdot e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \text{sen}(3x) +$$
$$+ \left(-\tfrac{1}{2} \cdot C_2 \cdot e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \text{sen}(3x) + 3 \cdot C_2 \cdot e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \cos(3x)\right)$$

$$\begin{cases} y_H(0) = 2 \\ y'_H(0) = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{C_1 = 2} \\ -\frac{1}{2} \cdot C_1 + 3C_2 = 8 \to \boxed{C_2 = 3} \end{cases}$$

$$\boxed{y_H = 2 \cdot e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \cos(3x) + 3 \cdot e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \text{sen}(3x)}$$

Plano de aula semanal: Semana 8

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0145088	**Gabriel Bonifácio Perez Nunes**	**CC**	**Tatiane da Silva Evangelista**

	Segunda-feira / Terça-feira / Quinta-feira
Data	**06/04 > 07/04 > 09/04**
Objetivos	**Para aplicar a teoria na prática, resolvemos alguns problemas no jogo aprEnDO desenvolvido pelo aluno Arthur Degolim Oliveira. Exercícios simples de classificação e resolução com métodos simples, mas que ajudam a fixar a matéria na mente.**

* 2 exemplos do uso do método dos coeficientes indeterminados

a) $y'' + y' = \underbrace{x^2 + x}_{g(x)}$

$y'' + y' = 0$

$\boxed{\cdot\ \lambda^2 + \lambda = 0}$

$\lambda \cdot (\lambda + 1) = 0$

$\lambda_1 = 0$

$\lambda_2 = -1$

$\boxed{\Delta > 0}$

$$\begin{cases} y_1 = e^{\lambda_1 x} = 1 \\ y_2 = e^{\lambda_2 x} = e^{-x} \end{cases}$$

$y_H = C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot e^{-x}$

$g(x) = x^2 + 2$

$y_p(x) = x \cdot [Ax^2 + Bx + C]$

$$\begin{cases} y'_P = 3A \cdot x^2 + 2Bx + C \\ y''_P = 6Ax + 2B \end{cases}$$

$[6Ax + 2B] + [3Ax^2 + 2Bx + C] = x^2 + 2$

$[3A]x^2 + [6A + 2B]x + [2B + C] = x^2 + 2$

$$\begin{cases} 3A = 1 \\ 6A + 2B = 0 \\ 2B + C = 2 \end{cases}$$

$A = 1/3$

$B = -1$

$C = 4$

$y_p(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 4x$

$$\boxed{\begin{aligned} y(x) &= y_H(x) + y_p(x) \\ y(x) &= C_1 + C_2 e^{-x} + \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 4x \end{aligned}}$$

(/ /)

b) $y'' - 9y = \cos 3x \rightarrow y(x) = y_H(x) + y_p(x)$

$r^2 - 9 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$r_1 = -3$

$r_2 = 3$

$y_H(x) = C_1 \cdot e^{-3x} + C_2 \cdot e^{3x}$

$y_p(x) = A \cdot \cos(3x) + B \cdot sen(3x)$

$$\begin{cases} y_p'(x) = -3A\, sen(3x) + B\,3x \cos(3x) \\ y_p''(x) = -9A \cdot \cos(3x) - 9B\, sen(3x) \end{cases}$$

$y'' - 9y = \cos(3x)$

$-9A \cos(3x) - 9B\, sen(3x) - 9A \cos(3x) - 9B\, sen(3x) = \cos(3x)$

$-18A \cdot \cos(3x) - 18 \cdot B\, sen(3x) = \cos(3x)$

$-18A = 1$

$A = \frac{-1}{18}$

$B = 0$

$y_p(x) = A \cdot \cos(3x) + B\, sen(3x)$

$y_p(x) = \frac{-1}{18} \cdot \cos(3x)$

$y(x) = y_H(x) + y_p(x)$

$y(x) = C_1 \cdot e^{-3x} + C_2 \cdot e^{3x} - \frac{1}{18} \cos(3x)$

$$\boxed{y(x) = C_1 \cdot e^{-3x} + C_2 \cdot e^{3x} - \frac{1}{18} \cdot \cos(3x)}$$

tilibra

* 2 exemplos do uso do método de variação de parâmetros

a) $y'' - 8y' + 16y = \dfrac{e^{4x}}{x^2}$

$y'' - 8y' + 16 = 0$

$\lambda^2 - 8\lambda + 16 = 0$

$\lambda = 4$

$y_h(x) = C_1 \underbrace{e^{4x}}_{y_1} + C_2 \underbrace{x e^{4x}}_{y_2}$

$Y_p(x) = v_1(x) \cdot y_1(x) + v_2(x)\, y_2(x)$

$$\begin{cases} v_1' y_1 + v_2' y_2 = 0 \\ v_1 y_1' + v_2' y_2' = r(x) = \dfrac{e^{4x}}{x^2} \end{cases}$$

$y_1' (e^{4x})' = 4e^{4x}$

$y_2' = (xe^{4x})' = e^{4x} + x \cdot 4e^{4x}$

$$\begin{cases} v_1'(e^{4x}) + v_2'(xe^{4x}) = 0 \quad \div (e^{4x}) \\ v_1'(4e^{4x}) + v_2'(e^{4x} + 4xe^{4x}) = \dfrac{e^{4x}}{x^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1' + xv_2' = 0 \\ 4v_1' + [1 + 4x] \cdot v_2' = 1/x^2 \end{cases}$$

$v_1' = -xv_2'$

$4 \cdot (-xv_2') + [1 + 4x]\, v_2' = 1/x^2$

$\boxed{v_2' = 1/x^2} \quad \boxed{v_1' = -1/x}$

$\boxed{v_2 = -1/x} \quad \boxed{v_1 = -\ln(x)}$

$Y_p(x) = -\ln(x) \cdot e^{4x} + \left(-\frac{1}{x}\right) \cdot x e^{4x} = e^{4x}[-\ln(x) \ldots$

$\boxed{Y(x) = C_1 \cdot e^{4x} + C_2 \cdot x \cdot e^{4x} + [-\ln(x) - 1]\, e^{4x}}$

b) $y'' + y = tg\, x$

$y'' + y = 0 \longrightarrow y = C_1 \overbrace{\cos}^{y_1} + C_2 \overbrace{sen\, x}^{y_2}$

$$\begin{bmatrix} \cos x & sen\, x \\ -sen\, x & \cos x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1' \\ C_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ tg\, x \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} C_1' = -sen\, x_1 \cdot tg\, x \\ C_2' = \cos x\ tg\, x \end{array}$$

$C_1 = \int \frac{-sen^2 x}{\cos x}\, dx \qquad C_1 = \int \frac{-1}{\cos x} + \cos\, dx$

$C_1 = -\ln|sen\, x + tg\, x| + sen\, x$

$C_2 = \int sen\, x\, dx = -\cos x$

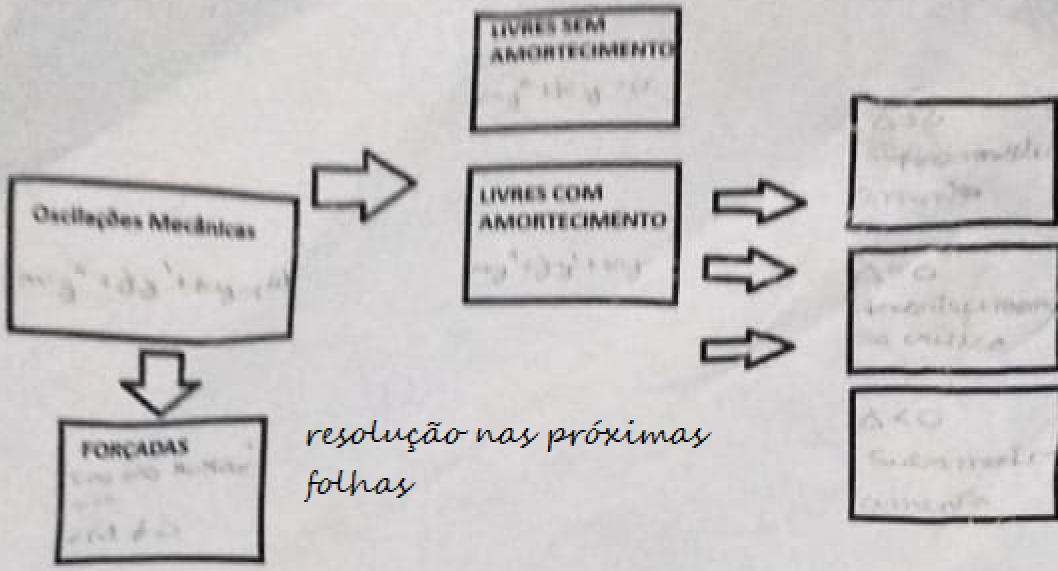
Sol. geral:

$y = -\ln|sec\, x + tg\, x| \cdot \cos x + \cancel{sen\, x \cos x} - \cancel{sen\, x \cdot \cos x}$

$y = -\ln|sec\, x + tg\, x| \cos x + C_1 \cos x + C_2 \cdot sen\, x$

$\hookrightarrow \boxed{y = -\cos x \ln|sec\, x + tg\, x| + C_1 \cos x + C_2\ sen\, x}$

Atividade 1: Complete :



resolução nas próximas folhas

Atividade 2: Oscilações livres amortecidas. Considere um sistema massa-mola em um meio viscoso. Seja k a constante elástica da mola, seja m a massa do corpo que oscila e seja γ o coeficiente de viscosidade (amortecimento) do meio. A EDO que descreve a amplitude das oscilações da massa é dada por $m\,x'' + \gamma\,x' + k\,x = 0$. Descreva o efeito da viscosidade do meio no movimento da massa. Movimentos oscilatório: subamortecimento, superamortecido e amortecimento crítico.

Atividade 3: Um cursor com 5 kg repousa sobre uma mola, não estando ligado a ela Observa-se que, se o cursor for empurrado para baixo 0,18m ou mais, perde o contato com a mola depois de libertado. Determine:

(a) a constante de rigidez da mola.

(b) a posição, a velocidade e a aceleração do cursor, 0.16 s após ter sido empurrado para baixo 0,18m e, depois, libertado.

Considere g=9,81m/s^2.

Sala de aula invertida

Atividade 1:

Oscilações mecânicas:

$my'' + \gamma y' + ky = F(x)$

LIVRES SEM AMORTECIMENTO.

$my'' + ky = 0$

"HOMOGÊNEA"

$F(x) = 0$

LIVRES COM AMORTECIMENTO:

$my'' + \gamma y' + ky$

$\Delta > 0$: super-amortecimento

$\Delta = 0$: amortecimento crítico

$\Delta < 0$: subamortecimento

Forçadas

EDO não homogênea

$F(x) \neq 0$

$my'' + \gamma y' + ky = F(x)$

Atividade 2: $m x'' + \gamma x' + kx = 0$

$$m\lambda^2 + \gamma\lambda + k = 0$$

$$\Delta = \gamma^2 - 4mk$$

$$\lambda = \frac{-\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4mk}}{2m}$$

$$\lambda_1 = \frac{-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 4mk}}{2m}$$

$$\lambda_2 = \frac{-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 4mk}}{2m}$$

$$y_H = C_1 y_1 + C_2 y_2$$

$$\boxed{\Delta > 0} \to y_H = C_1 \cdot \overbrace{e^{\frac{-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 4mk}}{2m} \cdot x}}^{y_1} + C_2 \cdot \overbrace{e^{\frac{-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 4mk}}{2m} \cdot x}}^{y_2}$$

$$\boxed{\Delta = 0} \to y_H = C_1 \cdot \underbrace{e^{\frac{-\gamma}{2m}}}_{y_1} + C_2 \cdot \underbrace{e^{\frac{-\gamma}{2m}}}_{y_2}$$

$$\boxed{\Delta < 0} \to y_H = \underbrace{C_1 \cdot e^{\frac{-\gamma}{2m} \cdot x} \cos\left(\frac{\sqrt{\gamma^2 - 4mk}}{2m}\right)}_{y_1} + C_2 \cdot \underbrace{e^{\frac{-\gamma}{2m} \cdot x} \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{\gamma^2 - 4mk}}{2m}\right)}_{y_2}$$

Atividade 3:

a) $P - F_{el} = 0$

$P = F_{el}$

$mg = k \cdot x$

$k = \frac{mg}{x}$

$k = \frac{5 \cdot 9{,}81}{0{,}18}$

$k = 272{,}5$

b) $my'' + ky = 0$

$5y'' + 272{,}5y = 0$

$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 5 \cdot 272{,}5$

$\Delta = -5420$

$\alpha = \frac{-0 + \sqrt{-5420}}{2 \cdot 5}$

$\alpha = \frac{\cancel{\sqrt{-5420}}}{10}$

$\alpha = 0$

$\beta = \frac{+\sqrt{-5420}}{10} \cdot \sqrt{-1}$

$\beta = 7{,}362$

$y_K = e^{0x} [\alpha_1 \cdot \cos(7{,}362x) + \alpha_2 \cdot \text{sen}(7{,}362x)]$

$y(0) = 0{,}18$

$0{,}18 = [\alpha_1 \cdot \cos(0) + \alpha_2 \cdot \cancel{\text{sen}(0)}^{0}]$

$\alpha_1 = 0{,}18$

$\alpha_2 = 0$

$y = 0{,}18 \cos(7{,}362x)$

$\boxed{x = t}$

$y = 0{,}18 \cos(7{,}362t)$

$y = 0{,}18 \cos(7{,}362 \cdot 0{,}16)$

$y \simeq 0{,}18$ $\quad y = \Delta S$

$y' = \Delta v$

$y' = -0{,}28 \cdot sen(7{,}362t) \cdot 7{,}362$

$y' = -0{,}28 \cdot 7{,}362 \cdot sen(7{,}362 \cdot 0{,}28)$

$y' = -0{,}027$

$\Delta v = -0{,}027 \ m/s$

$y'' = a(t)$

$y'' = -0{,}28 \ (7{,}362)^2 \cdot cos \ (7{,}362t)$

$y'' \cong -9{,}75$

$y'' = a(t)$

$\boxed{a(t) = -9{,}75 \ m/s^2}$

Continuação da atividade 3