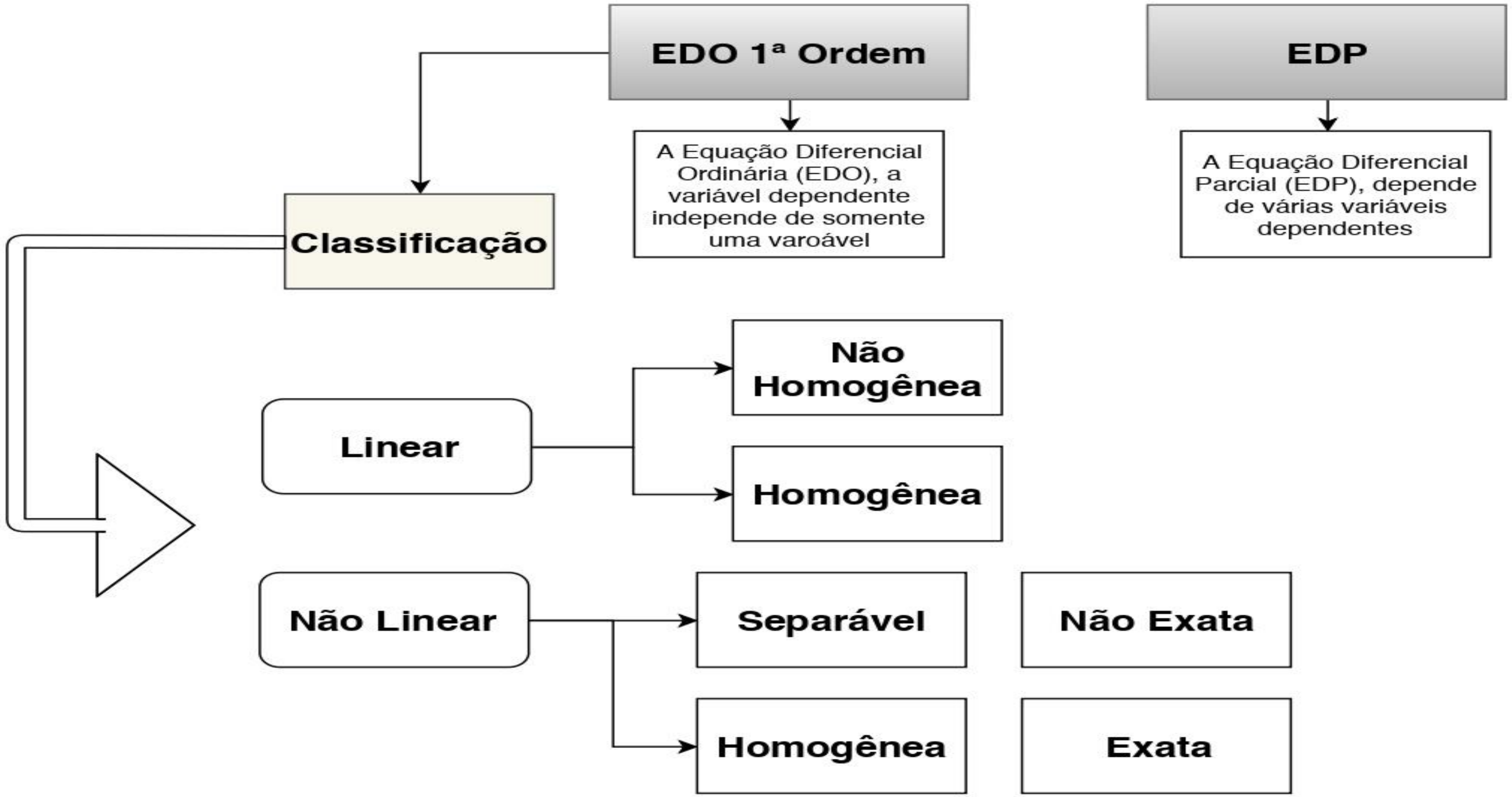
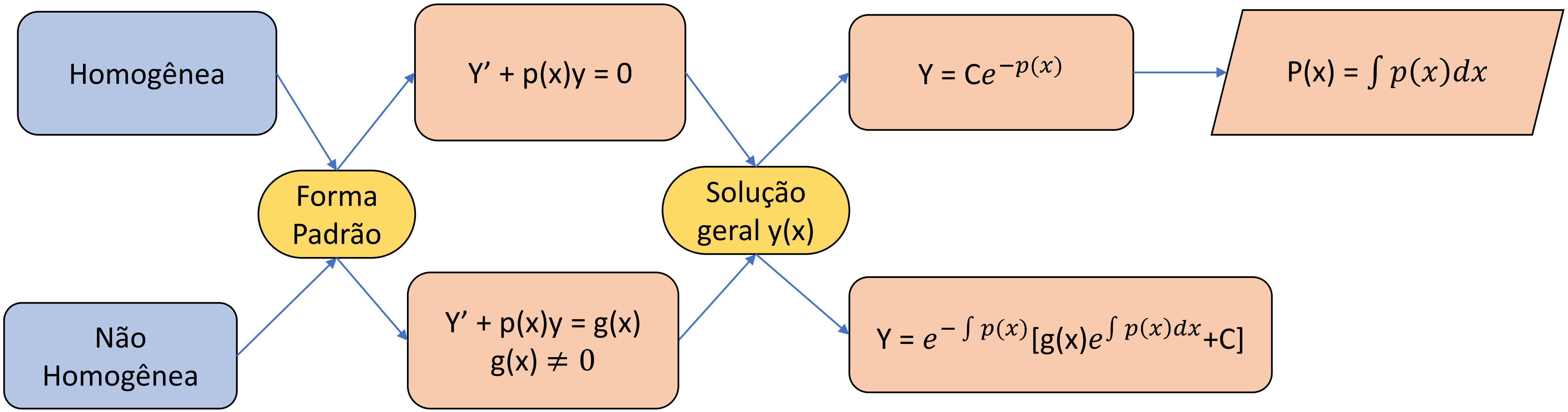
- Nome :
- Allan César Inácio C. Branco
- Matrícula :
- 18/0112635

Mapa Conceitual

Módulo 2


EDO 1ª Ordem
EDP
A Equação Diferencial Ordinária (EDO), a variável dependente independe de somente uma varoável
A Equação Diferencial Parcial (EDP), depende de várias variáveis dependentes
Classificação
Linear
Não Homogênea
Homogênea
Não Linear
Separável
Homogênea
Não Exata
Exata

Lineares



Homogênea
Y’ + p(x)y = 0
Y = $Ce^{-p(x)}$
P(x) = $\int p(x)dx$
Forma Padrão
Solução geral y(x)
Não Homogênea
Y’ + p(x)y = g(x)
g(x) $\neq 0$
Y = $e^{-\int p(x)}$[g(x)$e^{\int p(x)dx}$+C]

Não Lineares

Exatas e não Exatas

Forma Padrão

M(x,y) + N(x,y)y' = 0

É exata

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial M}{\partial y}$$

Não é exata

$$\frac{\partial N}{\partial x} \neq \frac{\partial M}{\partial y}$$

Separáveis

Forma Padrão

$$Y' = \frac{M(x)}{N(y)}$$

Método da Equação Separável

$$\int N(y)dy = \int M(x)dx$$

Homogênea

É homogênea se

$$F(tx, ty) = t^{\alpha} f(x,y)$$

Transformar:

$$Y' = f\,\frac{y}{x}$$

Resolver equação Separável:

$$\int \frac{1}{f(v)-v}\,dv = \int \frac{1}{x}\,dx$$

Substituir:

$$v = \frac{y}{x}$$

EXATA

PASSO 1:

Conferir se $\frac{\partial N}{\partial x} \neq \frac{\partial M}{\partial y}$

PASSO 2:

Escolher uma das Funções para Integrar, Colocar em evidência a função

PASSO 3:

Derivar a função encontrada e igualar a função que sobrou

PASSO 4:

Integrar o que sobrou assim obtendo h’(y) ou h’(x)

PASSO 5:

Substituir na função reservada e encontrar a constante

NÃO EXATA

PASSO 1:

Achar fator integrante:

$$G(x) = \frac{1}{N}\left(\frac{dm}{dy} - \frac{dn}{dx}\right),\ I = e^{\int g(x)dx}$$

$$H(y) = \frac{1}{M}\left(\frac{dm}{dy} - \frac{dn}{dx}\right),\ I = e^{-\int h(y)dy}$$

PASSO 2:

Multiplicar o fator integrante por Mdx e Ndy

PASSO 3:

Conferir sua exatidão

PASSO4:

Seguir os passos das Exatas

LINEARES

EDO 2ª Ordem

$Y'' + p(x)y' + q(x)y = g(x)$

Homogêneas

- $\Delta > 0$
- $\Delta < 0$
- $\Delta = 0$

Equação característica
$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$

Não Homogêneas

- Método do coeficiente indeterminado
- Método da variação dos parâmetros

$$\Delta > 0$$

Solução Geral

$$y = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x}$$

PASSO 1:
Encontrar a equação característica
PASSO 2:
Achar as raízes
PASSO 3:
Substituir na solução geral

$$\Delta < 0$$

Solução Geral

$$Y = e^{\alpha x}(C_1 \cos\beta_x + C_2 \operatorname{sen}\beta_x)$$

PASSO 1:
Encontrar a equação característica
PASSO 2:
Achar as raízes
$\boldsymbol{r1} = \propto + \boldsymbol{\beta i}$
$\boldsymbol{r2} = \propto + \boldsymbol{\beta i}$

$$\Delta = 0$$

Solução Geral

$$y = c_1 e^{r_1 x} + c_2 x e^{r_2 x}$$

PASSO 1:
Encontrar a equação característica
PASSO 2:
Achar as raízes
PASSO 3:
Substituir na solução geral

Método do coeficiente indeterminado (M.C.I)

Solução geral $\Rightarrow$

y = y_h + y_p

Polinomial → yp = Ax^n+Bx^{n-1}+...+Cx+D

Euler: Ce^{Kx} → yp = Ae^{Kx}

Cosseno: Ccos(Kx) → yp = Acos(Kx) + Bsen(Kx)

Seno: Csen(Kx) → yp = Acos(Kx) + Bsen(Kx)

Como achar a Solução ?

PASSO 1:

Achar a equação Homogênea

PASSO 2:

Identificar a g(x)

Derivar

Substituir na EDO

Igualar a g(x)

Encontrar os valores das letras

Substituir os valores na EDO

PASSO 3:

Somar a equação homogênea com a equação particular.

Método da variação dos parâmetros

y = $y_h + y_p$

Vale para todos os g(x)

Como achar a solução?

$$y_p = v_1(x)y_1(x) + v_2(x)y_2(x)$$

$$v_1'y_1 + v_2'y_2 = 0$$
$$v_1'y_1' + v_2'y_2' = g(x)$$

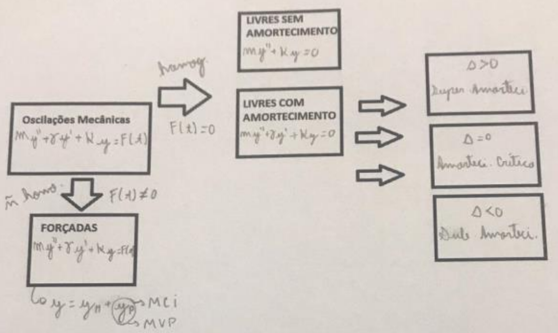
$$\int v_1' = \int v_2'$$

Substituir no y_p

SALA DE AULA INVERTIDA

SALA DE AULA INVERTIDA PROFA TATIANE FGA/UnB

Atividade 1: Complete :



Atividade 2: Oscilações livres amortecidas. Considere um sistema massa-mola em um meio viscoso. Seja k a constante elástica da mola, seja m a massa do corpo que oscila e seja γ o coeficiente de viscosidade (amortecimento) do meio. A EDO que descreve a amplitude das oscilações da massa é dada por $m x'' + \gamma x' + k x = 0$. Descreva o efeito da viscosidade do meio no movimento da massa. Movimentos oscilatório: subamortecimento, superamortecido e amortecimento crítico.

Atividade 3: Um cursor com 5 kg repousa sobre uma mola, não estando ligado a ela. Observa-se que, se o cursor for empurrado para baixo 0,18m ou mais, perde o contato com a mola depois de libertado. Determine:

(a) a constante de rigidez da mola.

(b) a posição, a velocidade e a aceleração do cursor, 0.16 s após ter sido empurrado para baixo 0,18m e, depois, libertado.

Considere $g=9{,}81m/s^2$.

Atividade 2

$my''+\gamma y'+Ky=0$ → Livres: $F(t)=0$ → Com amortecimento

$m\lambda^2+\gamma\lambda+K=0$

$\Delta=\gamma^2-4m\cdot K$

$\lambda_1=\dfrac{-\gamma+\sqrt{\gamma^2-4mK}}{2m}$

$\lambda_2=\dfrac{-\gamma-\sqrt{\gamma^2-4mK}}{2m}$

Superamortecida

$\Delta>0 \therefore \gamma^2-4m\cdot K>0$

$y_P=C_1\cdot e^{\lambda_1 x}+C_2\, e^{\lambda_2 x}$

$\lambda_1=\dfrac{-\gamma+\sqrt{\gamma^2-4mK}}{2m}$

$\lambda_2=\dfrac{-\gamma-\sqrt{\gamma^2-4mK}}{2m}$

Subamortecida

$\Delta<0 \therefore \gamma^2-4m\cdot K<0$

$y_P: e^{\alpha x}\left[C_1\cdot\cos\beta x+C_2\cdot\sin\beta x\right]$

$\lambda_1=\alpha+\beta i$

$\lambda_2=\alpha+\beta i$

$\alpha=-\gamma$

$\beta=\sqrt{\gamma^2-4mk}<0$

Amortecimento Crítico

$\Delta=0 \therefore \gamma^2-4m\cdot K=0$

$\lambda=\dfrac{-\gamma}{2m}$

$y_P=C_1e^{\lambda x}+C_2xe^{\lambda x}$

Atividade 3

$m=5\,Kg$

$x=0{,}18\,m$

a) Sabe-se que, quando o cursor perde contacto com a mola a sua velocidade é nula e a sua aceleração é a aceleração gravitacional

$y_P=C_1\sin wt+C_2\cos wt$

$y_1'(t)=0 \Rightarrow \sin wt=0 \Rightarrow wt_1=\pi$

$y_1''(t)=g \Rightarrow -w^2x_m\cos\pi=w^2x_m=g$

$w^2=\dfrac{g}{x_m}=\dfrac{K}{m} \Rightarrow K=\dfrac{mg}{x_m}$

$K=\dfrac{5\cdot 9{,}81}{0{,}18}=272{,}5\ N/m$

b) $y_P(t)=C_1\sin wt+C_2\cos wt$

$\begin{cases} y(0)=x_m \Rightarrow C_2=x_m \\ y'(0)=0 \Rightarrow C_1=0 \end{cases} \Rightarrow y(t)=x_m\cos(wt)$ posição

$y'(t)=-wX_m\sin w\cdot t$ velocidade

$y''(t)=-w^2X_m\cos w\cdot t$ aceleração

$w=\sqrt{\dfrac{g}{X_m}}=\sqrt{\dfrac{K}{m}}$

$w=\sqrt{\dfrac{9.81}{0{,}18}}\simeq 7{,}38\ rad/s$

$y(t)=0.18\cdot\cos(7{,}38\times 0{,}16)\simeq 0{,}068m$

$y'(t)=-7{,}38\cdot 0{,}18\cdot\sin(7{,}38\times 0{,}16)\simeq -1{,}23m/s$

$y''(t)=-7{,}38^2\cdot 0{,}18\cos(7{,}38\cdot 0{,}16)\simeq -3{,}73m/s^2$

APLICAÇÃO PRÁTICA

Aplicação de EDO: Decaimento Radioativo

Fatos experimentais mostram que materiais radioativos desintegram a uma taxa proporcional à quantidade presente do material. Se $Q=Q(t)$ é a quantidade presente de um certo material radioativo no instante t, então a taxa de variação de $Q(t)$ com respeito ao tempo t, aqui denotada por dQ/dt, é dada por:

$$dQ/dt = k\,Q(t)$$

,onde k é uma constante negativa bem definida do ponto de vista físico. Por exemplo, para o Carbono 14 o valor aproximado é $k=-1{,}244\times10^{-4}$, para o Rádio o valor aproximado é $k=-1{,}4\times10^{-11}$

Normalmente consideramos $Q(0)=Q_o$ a quantidade inicial do material radioativo considerado. Quando não conhecemos o material radioativo, devemos determinar o valor da constante k, o que pode ser feito através da característica de "meia-vida" do material. A "meia-vida" é o tempo necessário para desintegrar a metade do material. Portanto, se nós conhecemos a meia-vida do material, podemos obter a constante k e vice-versa. Em livro de de Química podemos obter as "meias-vidas" de vários materiais radioativos. Por exemplo, a meia-vida do Carbono-14 está entre 5538-5598 anos, numa média de 5568 anos com um erro para mais ou para menos de 30 anos. O Carbono-14 é uma importante ferramenta em Pesquisa Arqueológica conhecida como teste do radiocarbono.

Planos e exercícios semanais

Plano de aula semanal: Semana 1

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0112635	**Allan César Inácio C. Branco**	**CC**	**Tatiane da Silva**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	**15/04**	**16/04**	**18/04**
Objetivos	**Introdução a equações diferencias; EDO e EDP; Classificação e desenho de campos de direção**	**Soluções EDO de 1° ordem: -Linear homogênea -Linear não homogênea**	**Soluções EDO de 1° de ordem: -Separáveis -Forma Homogênea**
Informação	**Equações diferenciais ordinárias: Qual ordem? Lineares? Homogêneas?**	**Equações diferenciais ordinárias: Soluções para diversos tipos e modelos**	**Equações diferenciais ordinárias: Soluções para outros tipos de equações**

Resumo	**Na aula aprendemos diferenciação das equações diferencias ordinárias das parciais; classificação das ordinárias**	**Na aula aprendemos como achar a solução de equações diferenciais ordinárias de vários modelos, usando algumas técnicas**	**Na aula aprendemos como achar a solução de equações diferenciais ordinárias desmembrando-as e usando outras técnicas**
Observação	**Aula bem estruturada e de fácil entendimento, tornando assim mais uma vez, a professora Tatiane um diferencial pois esse conteúdo é de difícil entendimento**	**Aula excelente, com boa didática e bom andamento, pois deu para fazer muita coisa em pouco tempo e ainda ser esclarecedor**	**Aula um pouco mais difícil, mas ainda bem explicada. Usando vários exemplos foi possível tirar as dúvidas que ocorriam**
Dúvidas			
Monitoria			

Exercícios 1ª semana - portfólio

→ 5 exemplos distintos de classificação de ED

① $y'' + t^2 \cdot y = e^t$ → EDO; 2ª ordem; linear; não homo

② $y''' + t \cdot y^2 = 0$ → EDO; 3ª ordem; não linear; homo

③ $y^{(4)} + 2 \operatorname{sen} y = e^{x+t}$ → EDO; 4ª ordem; linear; não homo

④ $y' + \operatorname{sen} t \cdot y = 0$ → EDO; 1ª ordem; linear; homog

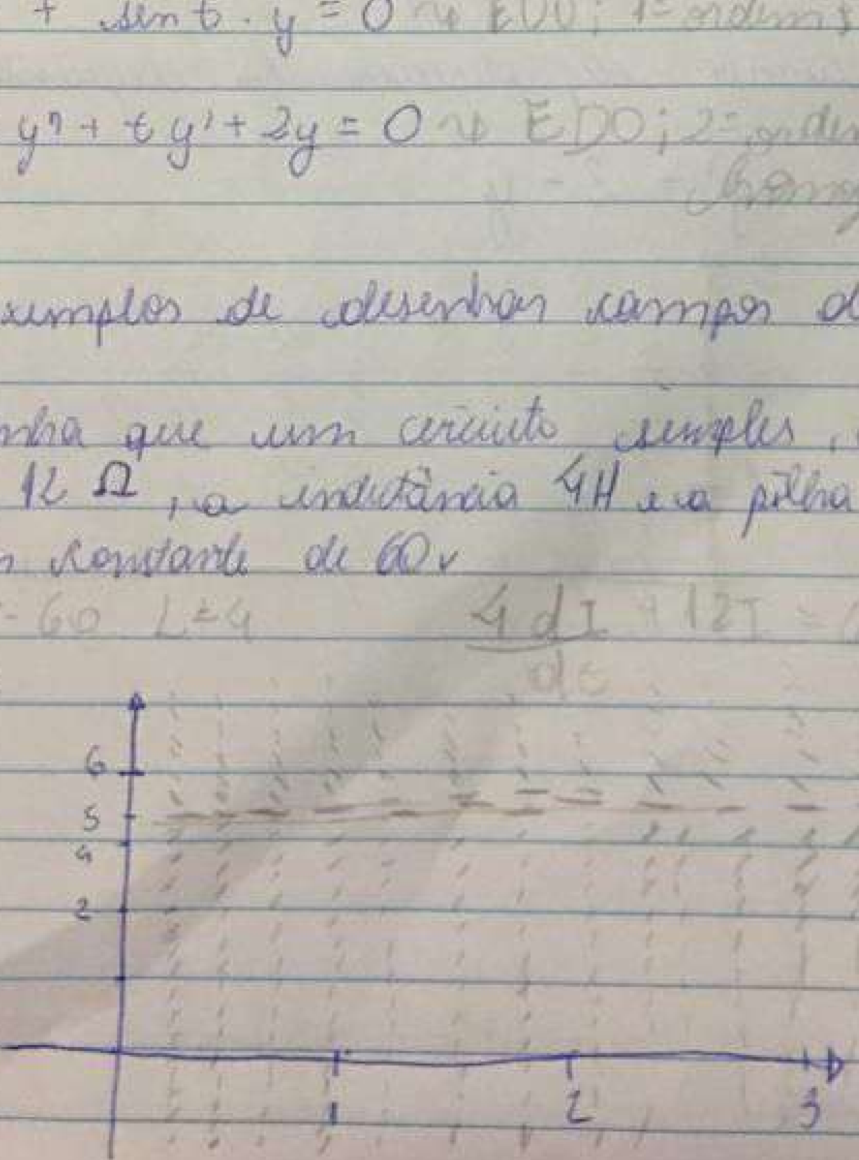
⑤ $y^2 \cdot y'' + t y' + 2y = 0$ → EDO; 2ª ordem; não linear; homogênea

→ 3 exemplos de desenhar campos de direção

① Suponha que num circuito simples, a resistência seja de 12 Ω, a indutância 4H e a pilha forneça uma voltagem constante de 60V

$E(t) = 60$ $L = 4$ $\quad 4\frac{dI}{dt} + 12I = 60$

$R = 12$



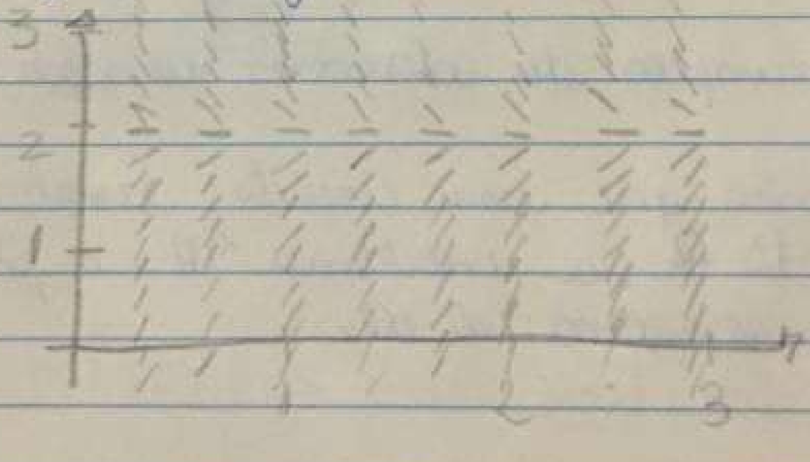
② Quais dessas duas equações diferenciais é da campo de direção dado

(a) $y' = 2y - 1$ (b) $y' = y - 2$

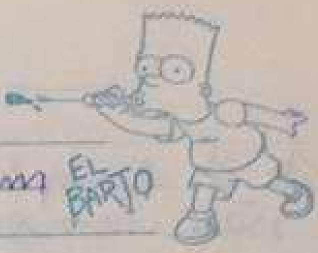
③ Faça os campo de direção da seguinte equação diferencial:

$$y' = 2 - y$$

y	y'	tangente
1	1	/
2	0	—
3	-1	\



/ /



→ 3 exemplos de solução EDO 1ª ordem linear homogênea

① $y' - 0{,}2xy = 0$

$y' = 0{,}2xy$

$\frac{dy}{dx} = 0{,}2x\,y$

$\int \frac{1}{y}\,dy = \int 0{,}2x\,dx$

→ $\ln y = \frac{0{,}2x^2}{2} + C$

$e^{\ln y} = e^{\frac{0{,}2x^2}{2}} \cdot e^{C}$ ($e^C = K$)

$y = K \cdot e^{0{,}1x^2}$

② $y' + \operatorname{sen} t \cdot y = 0$

$y' = -\operatorname{sen} t\, y$

$\frac{dy}{dt} = -\operatorname{sen} t\, y$

$\int \frac{1}{y}\,dy = \int -\operatorname{sen} t\,dt$

→ $\ln y = \cos t + C$

$e^{\ln y} = e^{\cos t} \cdot e^{C}$ ($e^C = K$)

$y = K\,e^{\cos t}$

③ $\begin{cases} 2y' + (x^2+4x)y = 0 \\ y(0) = 3 \end{cases}$

$y' = -((x^2+4x)y)$

$2\frac{dy}{dx} = -(x^2+4x)y$

$\int \frac{1}{y}\,dy = \int -\frac{(x^2+4x)}{2}\,dx$

$\ln y = \frac{\frac{-x^3}{3}}{2} - \frac{4x^2}{2}$

→ $e^{\ln y} = e^{\frac{2x^3}{3} - 4x^2} \cdot e^{C}$ ($e^C = K$)

$y = K \cdot e^{\frac{x^3}{6} - 4x^2}$

↳ 3 exemplos de solução EDO 1ª ordem linear não homogênea

① $y' + 2y = -3$

$$y' = -2y - 3$$

$$y' = -2\left(y + \frac{3}{2}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = -2\left(y + \frac{3}{2}\right)$$

$$\int \frac{1}{y + \frac{3}{2}}\, dy = \int -2\, dx$$

$$\Rightarrow \ln\left(y + \frac{3}{2}\right) = -2x + C$$

$$e^{\ln\left(y + \frac{3}{2}\right)} = e^{-2x}\, \cancel{e^{C}}^{\,K}$$

$$y + \frac{3}{2} = e^{-2x} \cdot K$$

$$\boxed{y = K e^{-2x} - \frac{3}{2}}$$

② $\begin{cases} y' + 9y = 3 \\ y(0) = 4 \end{cases}$

$$y' = -9y + 3$$

$$y' = -9\left(y - \frac{3}{9}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = -9\left(y - \frac{3}{9}\right)$$

$$\int \frac{1}{y - \frac{3}{9}}\, dy = \int -9\, dx$$

$$\Rightarrow \ln\left(y - \frac{3}{9}\right) = -9x + C$$

$$e^{\ln\left(y - \frac{3}{9}\right)} = e^{-9x} \cdot \cancel{e^{C}}^{\,K}$$

$$y - \frac{3}{9} = K e^{-9x}$$

$$y = K e^{-9x} + \frac{3}{9}$$

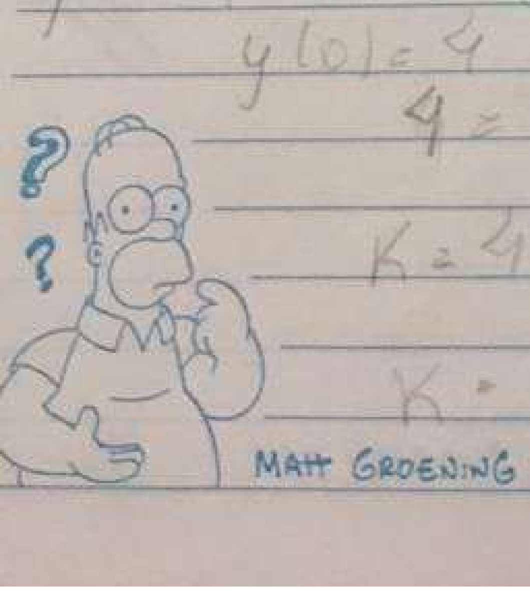
$$y(0) = 4$$

$$4 = K\, \cancel{e^{-9 \cdot 0}}^{\,1} + \frac{3}{9}$$

$$K = 4 - \frac{3}{9}$$

$$K = \frac{36 - 3}{9} \qquad K = \frac{33}{9}$$

$$\boxed{y = \frac{33}{9} e^{-9x} + \frac{3}{9}}$$



/ /

③ $\begin{cases} y' + 3y = e^t \\ y(0) = 2 \end{cases}$ $\mu(t) = e^{3t} = e^{3t}$

$e^{3t}\left[y' + 3y = e^t\right]$

$e^{3t} y' + 3e^{3t} y = e^{3t} \cdot e^t$

$\int \left[e^{3t} \cdot y\right]' dt = \int e^{3t} \cdot e^t \, dt + K$

$e^{3t} y = \frac{e^{4t}}{4} + K$

$\Rightarrow y = e^{-3t} \cdot \left(\frac{e^{4t}}{4} + K\right)$

$y = \frac{e^t}{4} + Ke^{-3t}$

$2 = \frac{e^0}{4} + Ke^{-3 \cdot 0}$

$2 = \frac{1}{4} + K \quad K = 2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$

$y = \frac{e^t}{4} + \frac{7}{4} e^{-3t}$

→ 3 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma separável.

① $y' + y^2 \cdot \operatorname{sen} x = 0$

$y' = -y^2 \cdot \operatorname{sen} x$

$\frac{dy}{dx} = -y^2 \cdot \operatorname{sen} x$

$\int -\frac{1}{y^2} \, dy = \int \operatorname{sen} x \, dx$

$-\frac{y^{-1}}{-1} + C_1 = -\cos x + C_2$

$\frac{1}{y} = (-\cos x + C$

$\Rightarrow y = \frac{1}{-\cos x + C}$

/ /

(2) $(1-y^2)\,y' = x^2$

$(1-y^2)\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{1}$

$\int (1-y^2)\,dy = \int x^2\,dx$

$y - \frac{y^3}{3} = \frac{x^3}{3} + C$

$y = \frac{x^3}{3} + \frac{y^3}{3} + C$

(3) $y' = xy + 3x - y - 3$

$\frac{dy}{dx} = x(y+3) - 1(y+3)$

$\frac{dy}{dx} = (x-1)(y+3)$

$\int \frac{1}{y+3}\,dy = \int (x-1)\,dx$

$\ln(y+3) = \frac{x^2}{2} - x + C$

$e^{\ln(y+3)} = e^{\frac{x^2}{2}} \cdot e^{-x} \cdot \cancel{c}$ K

$y+3 = K\,e^{\frac{x^2}{2}-x}$

$y = K\,e^{\frac{x^2}{2}} - 3$

/ /

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma homogênea

1. $2xy \cdot y' = y^2 - x^2$

$y' = F\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - 1}{2\left(\frac{y}{x}\right)}$ $\quad v = \frac{y}{x}$

$y' = F(v) = \frac{v^2 - 1}{2v}$

$\overbrace{\int \frac{1}{F(v) - v}\, dv}^{A} = \overbrace{\int \frac{1}{x}\, dx}^{B}$ Resolvemos cada integral

B → $\int \frac{1}{x}\, dx = \ln x + C$

A = $\int \frac{1}{F(v) - v}\, dv$ $\quad \frac{1}{F(v) - v} = \frac{1}{\frac{v^2-1}{2v} - v} = \frac{-2v}{+1 + v^2}$

$\int \frac{-2v}{1 + v^2}\, dv$ $\quad u = 1 + v^2$, $du = 2v\, dv$

$\int -\frac{1}{u}\, du = -\ln(1 + v^2) + C$

$-\ln(1 + v^2) = \ln x + C$

$e^{-\ln(1+v^2)} = e^{\ln x} \cdot \cancel{e}^{K}$

$-1 - v^2 = x \cdot K$

$-1 - \left(\frac{y}{x}\right)^2 = x \cdot K$

$\sqrt{(-1 - x \cdot K) \cdot x^2} = y$

/ /

(2) $y' = \dfrac{x^2 + 2y^2}{2xy}$

$y' = F(v) = \dfrac{1 + 2\left(\frac{y}{x}\right)^2}{2\left(\frac{y}{x}\right)}$ $\quad v = \left(\frac{y}{x}\right) \quad = \dfrac{1+2v^2}{2v}$

$\displaystyle\int \frac{1}{F(v) - v}\,dv = \int \frac{1}{x}\,dx$

(A) (B)

$B = \displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \ln x + C$

$A = \displaystyle\int \frac{1}{F(v) - v}\,dv = \frac{1}{\frac{1+2v^2}{2v} - v} = \frac{1}{\frac{1+2v^2-2v^2}{2v}} = 2v$

$A = \displaystyle\int 2v\,dv = \frac{2v^2}{2}$

$v^2 = \ln x + C$ $\quad e^{\left(\frac{y}{x}\right)^2} = e^{\ln x} \cdot e^{K}$

$\left(\frac{y}{x}\right)^2 = \ln x + C$ $\quad e^{\left(\frac{y}{x}\right)^2} = x \cdot K$

$\dfrac{e^{\left(\frac{y}{x}\right)^2}}{x} = K$

MATT GROENING

/ /

③ $(x^2+3xy+y^2) - x^2 \frac{dy}{dx} = 0$

$x^2 y' = (x^2+3xy+y^2)$

$y' = \frac{x^2+3xy+y^2}{x^2} \Rightarrow y' = 1 + \frac{3y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$

$\int \frac{1}{F(u)-u}\, du = \int \frac{1}{x}\, dx$

A B

$B = \int \frac{1}{x}\, dx = \ln x + c$

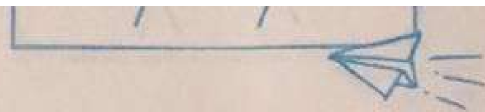
$A = \int \frac{1}{F(u)-u} = \int \frac{1}{(u+1)^2}\, du$

$\frac{1}{F(u)-u} = \frac{1}{1+3u+u^2-u} = \frac{1}{1+2u+u^2}$ $\Delta = (2)^2 - 4.1.1 = 0$, $v = \frac{-2}{2} = -1$

A = B

$e^{\ln(x(1+u^2))} = e^c$

$x(1+u^2) = K$ $x.\left[1+\left(\frac{y}{x}\right)^2\right] = K$



2º Semana - Portfólio

~ 5 exemplos de solução EDO 1º ordem na forma exata

Verifique se as EDO'S são exatas, se sim, ache a solução

(1) $2x + y^2 + 2xy \cdot y' = 0$

$\underbrace{2x + y^2}_{M(x,y)} + \underbrace{2xy}_{N(x,y)} \cdot y' = 0$

$M(x,y) = 2x + y^2$
$N(x,y) = 2xy$

$\dfrac{\partial M(x,y)}{\partial y} = 2y$

$=$ exata

$\dfrac{\partial N(x,y)}{\partial x} = 2y$

Solução

- $F(x,y) = \int M(x,y)\,dx = \int (2x + y^2)\,dx = x^2 + y^2x + g(y)$

- $\dfrac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N(x,y)$

$\cancel{2yx} + g'(y) = \cancel{2yx}$

$\int g'(y)\,dy = \int 0\,dy$

$g(y) = C$

$\boxed{F(x,y) = x^2 + y^2x + C}$

(2) [redacted] + [redacted] $(2xy^2 + 2y) + (2x^2y + 2x)y' = 0$

$\dfrac{\partial M}{\partial y} = 4xy + 2$

$=$ exata

$\dfrac{\partial N}{\partial x} = 4xy + 2$

$M(x,y) = 2xy^2 + 2y$
$N(x,y) = 2x^2y + 2x$

- $F(x,y) = \int M(x,y)\,dx = \int (2xy^2 + 2y)\,dx = 2y^2 + 2yx + g(y)$
- $\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N(x,y)$

$$4y + \cancel{2x} + g'(y) = 2x^2y + \cancel{2x}$$
$$\int (4y + g'(y))\,dy = \int 2x^2y\,dy$$
$$4 + g(y) = 2x^2$$
$$g(y) = 2x^2 - 4 = 0$$

$x = \sqrt{2}$

$$g(y) = 0$$

(1)

$$F(x,y) = 2y^2 + 2yx + 2x^2 - 4$$

③ $e^y\,dx + (xe^y - 2y)\,dy = 0$

$M(x,y)$ $\quad N(x,y)$

$M(x,y) = e^y$

$N(x,y) = xe^y - 2y$

$\frac{\partial M}{\partial y} = e^y$

$\frac{\partial N}{\partial x} = e^y$ $\quad$ = exata

- $F(x,y) = \int M(x,y)\,dx = \int e^y\,dx = xe^y + g(y)$
- $\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N(x,y)$

$$\cancel{xe^y} + g'(y) = \cancel{xe^y} - 2y$$
$$g'(y) = -2y$$
$$\int g'(y)\,dy = \int -2y\,dy$$
$$g(y) = -y^2$$

$$F(x,y) = xe^y - y^2$$

/ /

4) $(3x^2-2xy+2)\,dx+(6y^2-x^2+3)\,dy=0$

$M(x,y)$ $N(x,y)$

$M(x,y)=3x^2-2xy+2$

$N(x,y)=6y^2-x^2+3$

$\dfrac{\partial M(x,y)}{\partial y}=-2x$

$=$ exata

$\dfrac{\partial N(x,y)}{\partial x}=-2x$

• $F(x,y)=\int M(x,y)\,dx=6x-2y+g(y)$

$\dfrac{\partial F(x,y)}{\partial y}=N(x,y)$

$\cancel{-2}+g'(y)=6y^2-x^2+3$

$\int g'(y)\,dy=\int(6y^2-x^2+1)\,dy$

$g(y)=2y^3-x^2y+y$

$F(x,y)=6x-2y+2y^3-x^2y+y$

$F(x,y)=2y^3-x^2y-y+6x$ //

5) $(3x^2+y^2)\,dx+(2xy)\,dy=0$

$M(x,y)$ $N(x,y)$

$M(x,y)=3x^2+y^2$

$N(x,y)=2xy$

$\dfrac{\partial M(x,y)}{\partial y}=2y$

$=$ exata

$\dfrac{\partial N(x,y)}{\partial x}=2y$

• $F(x,y)=\int M(x,y)\,dx=\int(3x^2+y^2)\,dx=x^3+y^2x+g(y)$

$\dfrac{\partial F(x,y)}{\partial y}=N(x,y)$

$2\cancel{y}x+g'(y)=\cancel{2x}y$

$\int g'(y)\,dy=\int 0\,dy$

$g(y)=C$

$F(x,y)=x^3+y^2x+C$ //

tilibra

5 ~ Exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma não exata

① $\underbrace{(3xy + y^2)}_{M(x,y)}\,dx + \underbrace{(x^2 + xy)}_{N(x,y)}\,dy = 0$

$M(x,y) = 3xy + y^2$

$N(x,y) = x^2 + xy$

$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = 3x + 2y$

$\neq$ não exata

$\frac{\partial N(x,y)}{\partial x} = 2x + y$

- Caso 1: $p(x) = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N(x,y)} = \frac{3x+2y-2x-y}{x^2+xy} = \frac{x+y}{x^2+xy} =$

$\frac{x+y}{x(x+y)} = \frac{1}{x}$

Logo $\mu'(x) = \frac{1}{x} \cdot \mu(x) \Leftrightarrow \frac{d\mu}{dx} = \frac{1}{x} \cdot \mu$ #

$\int \frac{1}{\mu} d\mu = \int \frac{1}{x} dx = \ln \mu = \ln x$

$\mu(x) = x$

Multiplicando a EDO

$x\left[(3xy + y^2)dx + (x^2 + xy)dy\right] = 0$

$\underbrace{(3x^2y + xy^2)}_{M(x,y)}\,dx + \underbrace{(x^3 + x^2y)}_{N(x,y)}\,dy = 0$

$M(x,y) = 3x^2y + xy^2$

$N(x,y) = x^3 + x^2y$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 3x^2 + 2xy$

$=$ exata

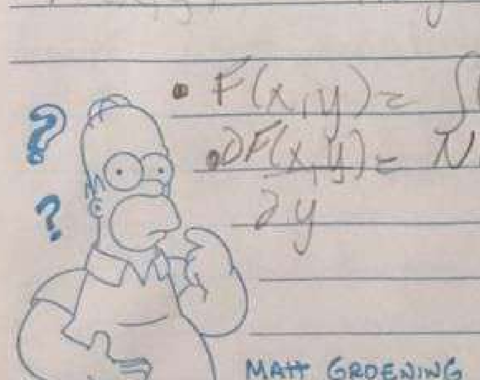
$\frac{\partial N}{\partial x} = 3x^2 + 2xy$

- $F(x,y) = \int M(x,y)\,dx = \int (3x^2y + xy^2)\,dx = x^3y + \frac{x^2}{2}y^2 + g(y)$
- $\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N(x,y)$

$\cancel{x^3} + \cancel{x^2y} + g'(y) = \cancel{x^3} + \cancel{x^2y}$

$\int g'(y)\,dy = \int 0\,dy$

$g(y) = C$



$F(x,y) = x^3y + \frac{x^2}{2}y^2 + C$

/ /

② $(2x+4y)+(2x-2y)y' = 0$

$\underbrace{(2x+4y)}_{M(x,y)} + \underbrace{(2x-2y)}_{N(x,y)}$

$M(x,y) = 2x+4y$ $\qquad \dfrac{\partial M(x,y)}{\partial y} = 4$

$N(x,y) = 2x-2y$ $\qquad \neq$ não exata

$\qquad \dfrac{\partial N(x,y)}{\partial x} = 2$

• Caso 1: $p(x) = \dfrac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N(x,y)} = \dfrac{4-2}{2x-2y} = \dfrac{2}{2x-2y} = \dfrac{1}{x-y} \Rightarrow$

• Caso 2: $p(x) = \dfrac{\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}}{M(x,y)} = \dfrac{-2-4}{2x+4y} = \dfrac{-6}{2x+4y} \Rightarrow$

Não dá para calcular o fator integrante

③ $(x^3-y^3)\,dx + xy^2\,dy = 0$

$\underbrace{(x^3-y^3)}_{M(x,y)} \quad \underbrace{xy^2}_{N(x,y)}$

$M(x,y) = x^3-y^3$ $\qquad \dfrac{\partial M}{\partial y} = -3y^2$

$N(x,y) = xy^2$ $\qquad \dfrac{\partial N}{\partial x} = y^2$

Caso 1: $p(x) = \dfrac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N(x,y)} = \dfrac{-3y^2-y^2}{xy^2} = -\dfrac{4\cancel{y^2}}{x\cancel{y^2}} = \dfrac{-4}{x}$

Logo: $u'(x) = \dfrac{-4}{x} \cdot u \Leftrightarrow \dfrac{du}{dx} = \dfrac{-4}{x}\,u \Leftrightarrow \displaystyle\int \frac{1}{u}\,du = \int \frac{-4}{x}\,dx =$

$\ln u = -4\ln|x|$

$u = x^{-4}$

$x^{-4}\left[(x^3-y^3)\,dx + xy^2\,dy = 0\right]$

$\underbrace{(x^{-1} - x^{-4}y^3)}_{M(x,y)}\,dx + \underbrace{x^{-3}y^2}_{N(x,y)}\,dy = 0$

$\dfrac{\partial M}{\partial y} = -3x^{-4}y^2$

$=$ exata

$\dfrac{\partial N}{\partial x} = -3x^{-4}y^2$

$F(x,y) = \displaystyle\int N(x,y)\,dy = \int (x^{-3}y^2)\,dy = -\frac{3x^{-4}y^3}{3} + g'(x)$

$g'(x) = x^{-1}$

$g(x) = \ln|x|$

$F(x,y) = -\dfrac{x^{-3}y^3}{3} + \ln|x|$

/ /

(4) $y\,dx + (2xy - e^{-2y})\,dy = 0$

$M(x,y) = y$ $\qquad \dfrac{\partial M}{\partial y} = 1 \neq \dfrac{\partial N}{\partial x} = 2y$

$N(x,y) = 2xy - e^{-2y}$

- Caso 1: $\dfrac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N(x,y)} = \dfrac{1-2y}{2xy - e^{-2y}} =$

- Caso 2: $\dfrac{\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}}{M(x,y)} = \dfrac{2y-1}{y} = \dfrac{\cancel{y}(2 - 1/y)}{\cancel{y}} = 2 - \dfrac{1}{y}$

$\mu'(y) = \left[2y - \dfrac{1}{y}\right]\mu \Leftrightarrow \dfrac{d\mu}{dy} = \left[\dfrac{2y-1}{y}\right]\mu \Leftrightarrow \displaystyle\int \frac{1}{\mu}\,d\mu = \int \left[\frac{2y-1}{y}\right] dy =$

$\ln \mu = 2y - \ln y$ $\qquad \dfrac{e^{2y}}{y}\left[\,y\,dx + (2xy - e^{-2y})\,dy = 0\,\right]$

$\mu = \dfrac{e^{2y}}{y}$ $\qquad \dfrac{e^{2y}}{y}\cdot y\,dx + (2xe^{2y} - 1/y)\,dy = 0$

$\dfrac{\partial M}{\partial y} = 2e^{2y}$

$=$ exata $\qquad$ • $F(x,y) = \displaystyle\int M(x,y)\,dx = \int e^{2y}\,dx = xe^{2y} + g(y)$

$\dfrac{\partial N}{\partial x} = 2e^{2y}$

• $\dfrac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N(x,y) \Leftrightarrow \cancel{2xe^{2y}} + g'(y) = \cancel{2xe^{2y}} - 1/y$

$\displaystyle\int g'(y)\,dy = \int \frac{-1}{y}\,dy$

$F(x,y) = xe^{2y} - \ln y$ //

$g(y) = -\ln y$

5 $(3y^2 - x^2 + 1)dx + 2xy\,dy = 0$

$M(x,y) = 3y^2 - x^2 + 1$

$N(x,y) = 2xy$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 6y \neq \frac{\partial N}{\partial x} = 2y$

Caso 1: $p(x) = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N(x,y)} = \frac{6y-2y}{2xy} = \frac{4y}{2xy} = \boxed{\frac{2}{x}}$

Logo: $u'(x) = \frac{2}{x}u \Leftrightarrow \frac{du}{dx} = \frac{2}{x}u \Leftrightarrow \int \frac{1}{u}\,du = \int \frac{2}{x}\,dx \Leftrightarrow$

$\ln u = 2 \cdot \ln x$

$u = x^2$

$x^2 \cdot [(3y^2 - x^2 + 1)dx + 2xy\,dy = 0]$

$(3y^2x^2 - x^4 + x^2)dx + 2x^3y\,dy = 0$

$M(x,y) = 3y^2x^2 - x^4 + x^2$

$N(x,y) = 2x^3y$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 6yx^2 = \frac{\partial N}{\partial x} = 6x^2y$ exata

$F(x,y) = \int M(x,y)\,dx = \int (3y^2x^2 - x^4 + x^2) = y^2x^3 - \frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + g(y)$

$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N(x,y) \Leftrightarrow \cancel{2y}x^3 + g'(y) = \cancel{2x^3}y$

$g'(y) = 0$

$\int g'(y)\,dy = \int 0\,dy$

$g(y) = C$

$F(x,y) = y^2x^3 - \frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + C$

2 exemplos de Equação Bernoulli

① $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^3$

$y' + \frac{1}{x} y = y^3$

$y' \cdot y^{-3} + \frac{1}{x} \cdot y^{-2} = 1$

$\frac{w'}{-2} + \frac{1}{x} w = 1$

$w' - \frac{2}{x} w = -2$

$\frac{d}{dx}(x^{-2} \cdot w) = x^{-2} \cdot (-2)$

$w = y^{-2}$

$w' = -2y^{-3} y'$

$y^{-3} \cdot y' = \frac{w'}{-2}$

$e^{-\int \frac{2}{x} dx} = e^{-2\ln|x|} = e^{\ln|x^{-2}|} = x^{-2}$

$\int \cancel{\frac{d}{dx}} (x^{-2} \cdot w) \cancel{dx} = \int -2x^{-2} dx$

$w = \frac{2x^{-1}}{x^{-2}} + \frac{c}{x^{-2}}$

$y^{-2} = \frac{2}{x^{-1}} + cx^2$

$y = (2x + cx^2)^{-1/2}$

② $x \cdot \frac{dy}{dx} + y + x^2 y^2 = 0$

$x\ y' + y = -x^2 \cdot y^2$

$y' + \frac{1}{x} y = -xy^2$

$y' \cdot y^{-2} + \frac{1}{x} \cdot y^{-1} = -x$

$-w' + \frac{1}{x} w = -x$

$w' - \frac{1}{x} w = x$

$w = y^{-1}$

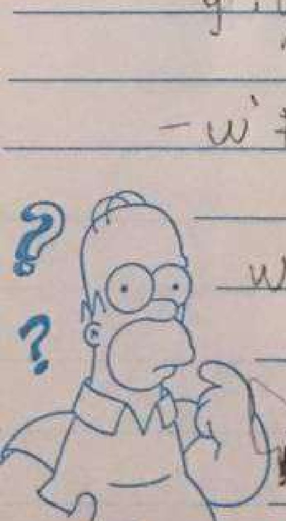
$w' = -y^{-2} y'$

$-w' = y^{-2} \cdot y'$

$e^{-\int \frac{1}{x} dx} = e^{-\ln|x|} = x^{-1}$

$\frac{d}{dx}(x^{-1} \cdot w) = x^{-1}\ x$

$\int \cancel{\frac{d}{dx}} (x^{-1} \cdot w) \cancel{dx} = \int 1\, dx$



$x^{-1} \cdot w = x + c \qquad w = \frac{x}{x^{-1}} + c$

$$y = \frac{1}{x^2 + cx}$$

/ /

» 5 exemplos de aplicação de EDO 1ª ordem

① De acordo com a segunda lei de Kirchhoff, temos ~~como~~ equação básica.

$$L\left(\frac{di}{dt}\right) + Ri = E(t)$$

Uma força eletromotriz de 30 volts é aplicada a um circuito em série L-R no qual a indutância é de 0,5 henry e a resistência, 50 ohms. Encontre a corrente $i(t)$ se $i(0)=0$. Determine a corrente quando $t \to \infty$.

Dados:

$L = 0{,}5$ $\qquad$ $E = 30$ volts

$R = 50$ ohms

$$L\left(\frac{di}{dt}\right) + Ri = E(t)$$

$$0{,}5\left(\frac{di}{dt}\right) + 50i = 30 \quad \div 0{,}5$$

$$\frac{di}{dt} + 100i = 60$$

$$\mu(t) = e^{\int 100\,(t)\,dt} = e^{100t}$$

$$e^{100t}\left[\frac{di}{dt} + 100i\right] = e^{100t} \cdot 60$$

$$e^{100t} \cdot \frac{di}{dt} + 100e^{100t}i = 60e^{100t}$$

$$\int \frac{d}{dt}\left[e^{100t} \cdot i\right] dt = \int 60e^{100t}\,dt \Rightarrow e^{100t} \cdot i = 60 \cdot \frac{1}{100}e^{100t} + C$$

$$i = \frac{3}{5} + Ce^{-100t} \quad \text{se } i(0) = 0$$

$$0 = \frac{3}{5} + Ce^{-100 \cdot 0} \Rightarrow C = -\frac{3}{5}$$

$$i = \frac{3}{5} - \frac{3}{5}e^{-100t}$$

② A população de bactérias em uma cultura cresce a uma taxa proporcional ao número de bactérias presentes em qualquer tempo. Após 3 horas, observa-se que há 400 bactérias presentes. Após 10 horas, existem 2000 bactérias presentes. Qual era o número inicial de bactérias.

Dados:

$p(10) = 2000$ bactérias

p: população de bactérias

$p(0) = P_0$ (população inicial)

t = tempo

$p(t)$ = população em um instante t

$p(3) = 400$ bactérias

$$\frac{dp}{dt} = Kp(t)$$

$$\mu(t) = e^{\int -K\,dt} \Rightarrow \mu(t) = e^{-Kt}$$

• Dif

$$\frac{dp}{dt} - Kp(t) = 0$$

$$e^{-Kt}\left[\frac{dp}{dt} - Kp\right] = e^{-Kt}\cdot 0$$

$$e^{-Kt}\frac{dp}{dt} - e^{-Kt}Kp = 0$$

$$\int \frac{d}{dt}\left[e^{-Kt}\cdot p\right]dt = \int 0\,dt$$

$$e^{-Kt}\cdot p = C$$

$$\boxed{p = Ce^{Kt}}$$

$$p_0 = Ce^{K\cdot 0} \Rightarrow p_0 = C$$

$p(3) = 400$ $\quad$ $p(10) = 2000$

$$p = p_0 e^{Kt}$$

$400 = p_0 \cdot e^{K3}$ $\quad$ $2000 = p_0\, e^{K10}$

$p_0 = 400\cdot e^{-3K}$ $\quad$ $p_0 = 2000\, e^{-K10}$

$$400\, e^{-3K} = 2000\, e^{-10K}$$

$$e^{7K} = 5$$

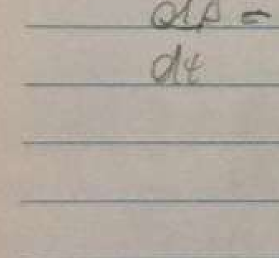
$$7K = \ln 5$$

$$K = 0{,}23$$

$$P_0 = 400\cdot e^{-3\cdot 0{,}23}$$

$$P_0 = 400\cdot 0{,}50$$

$$P_0 \cong 200$$



MATT GROENING

/ /

(3) (Capitalização de Juros) Suponha que uma aplicação renda juros continuamente. Qual será o saldo após 12 meses se a taxa de juros for 1% a.m. e o depósito inicial for R$100,00

Dados:
$S(0) = R\$\,100,00$
Taxa: 1% a.m. $= K$

$\boxed{S = ce^{Kt}}$

$\frac{dS}{dt} = K.S$

$\int \frac{1}{S}\, dS = \int K\, dt$

$\ln S = Kt + c$

$S = e^{Kt+c}$

$S = C.e^{Kt}$

I) $t = 0 \quad S(0) = c\cancel{e^{K.0}}^{1}$

$S(0) = c = 100$

II) $S(12) = 100\, e^{0,01 \cdot 12}$

$S(12) \approx 112,75$

(4) (Decaimento Radioativo) O isótopo Pb-209 decai a uma taxa proporcional a A(t) e tem meia vida de 3,3h. Se houver inicialmente 1g de chumbo, quanto tempo levará para que 90% decaia?

Dados:
$A(0) = 1g$
meia vida $= 3,3h$

$\frac{dA}{dt} = K.A$

$\int \frac{1}{A}\, dA = \int K\, dt$

$\ln A = Kt + c$

$A = e^{Kt+c}$

$A = C.e^{Kt}$

meia vida
$A(0) = Ce^{K.0}$
$A(0) = C$

$\frac{1}{2}\cancel{A(0)} = \cancel{A(0)}\, e^{Kt} \therefore Kt = \ln(1/2) \therefore \boxed{t = \frac{\ln(1/2)}{K}}$

i) $t = 0 \quad A(0) = C\cancel{e^{K.0}}^{1} = 1$

ii) meia vida $0,5 = 1.e^{K\, 3,3} \therefore$

$K = \frac{\ln(0,5)}{3,3} \approx -0,23$

iii) $1g = A(0) - 90\% = 0{,}1g$

$0{,}1 = 1 \cdot e^{-0{,}23t} \therefore -0{,}23t = \ln(0{,}1$

$t \cong 11h$

(5) (Lei do aquecimento / Resfriamento de Newton) Um termômetro é removido de uma sala onde a temperatura ambiente é de 70°F e levado para fora, onde a temperatura é 10°F. Após meio minuto, o termômetro indica 50°F. Qual será a leitura em t = 1 min?

$$\frac{dT}{dt} = K(T - Tm) \qquad T - Tm = ce^{Kt}$$

$$\boxed{T = Tm + ce^{Kt}}$$

$$\int \frac{1}{(T - Tm)}\, dT = \int K\, dt$$

$$\ln(T - Tm) = Kt + C$$

$$\left.\begin{array}{l} T(0) = 70 \\ T_m = 10 \\ T(1/2) = 50 \end{array}\right\} T = Tm + ce^{Kt}$$

$t = 0 \quad 70 = 10 + c\cancel{e^{K \cdot 0}}^{1} \therefore c = 60$

$t = 0{,}5 \quad 50 = 10 + 60e^{0{,}5K} \therefore K = \dfrac{\ln(2/3)}{0{,}5}$

$t = 1 \quad T(1) = 10 + 60e^{K1} \cong 36{,}67°F$

MATT GROENING

Plano de aula semanal: Semana 2

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0112635	**Allan César Inácio C. Branco**	**CC**	**Tatiane da Silva**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	**22/04**	**23/04**	**25/04**
Objetivos	**Introdução e execução à soluções de EDO’s de 1ª ordem na forma exata, introdução à forma não exata**	**Solução de EDO’s de 1ª ordem na forma não exata e revisão das notas**	**Introdução e desenvolvimento de Equações Bernoulli, aplicação de EDO’s de 1ª ordem e EDO’s lineares; homogêneas e não homogêneas**
Informação	**EDO’s de 1ª ordem na forma exata: -Como saber se é exata? -Como achar a solução?**	**EDO’s de 1ª ordem na forma não exata: -Se não é exata, como manipular ela para se tornar? -Como achar a solução?**	**-Qual a diferença entre as EDO’s anteriores e a equação de Bernoulli? -Como aplicar as EDO’s de 1ª ordem ?**

Resumo	**Na aula aprendemos a diferenciar as EDO's de 1ª ordem exata das não exatas e ainda conseguir achar a solução delas**	**Na aula aprendemos a manipular a EDO de 1ª ordem não exta para se tornar uma exata, e assim achar a sua solução**	**Na aula aprendemos a diferença entre as EDO's de 1ª ordem das equações de Bernoulli e aprendemos a aplicar as EDO's de 1ª ordem**
Observação	**Aula incrível, com uma didática bem elaborada, pois em uma matéria que é de difícil aprendizado acabou sendo bem divertido e interessante**	**Aula, mais uma vez, muito boa, com uma dinâmica interessante e direta. Fazendo exemplos entre mudança de assunto facilita muito a matéria**	**Aula um pouco mais difícil, mas ainda sim, foi de fácil entendimento pela competência da professora Tatiane da Silva**
Dúvidas			
Monitoria			

3ª Semana

1º Exemplo de solução EDO 2ª ordem linear com coeficientes constantes em que $\Delta > 0$, cuja solução seja geral.

* $y'' - y' - 2y = 0$

$\lambda^2 - \lambda - 2 = 0$

$a = 1 \quad b = -1 \quad c = -2$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1(-2)}}{2 \cdot 1}$$

$\lambda_1 = 2$

$$\frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \lambda_2 = -1$$

$$\begin{cases} y_1 = e^{2x} \\ y_2 = e^{-x} \end{cases}$$

$y_H = C_1 \cdot e^{2x} + C_2 \cdot e^{-x}$ → Solução geral

1º Exemplo de PVI EDO 2ª ordem linear com coeficientes constantes em que $\Delta > 0$

$y_H(0) = 2 \quad y'_H(0) = 1/2$

* $4y'' - 8y' + 3y = 0$

$4\lambda^2 - 8\lambda + 3 = 0$

$a = 4 \quad b = -8 \quad c = 3$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 4 \cdot 3}}{2 \cdot 4}$$

$\lambda_1 = 3/2$

$$\frac{8 \pm \sqrt{16}}{8} = \frac{8 \pm 4}{8} = \lambda_2 = 1/2$$

$$\begin{cases} y_1 = e^{3/2x} \\ y_2 = e^{1/2x} \end{cases}$$

$y_H = C_1 e^{3/2x} + C_2 e^{1/2x}$

$y'_H = \frac{3}{2} C_1 e^{3/2x} + \frac{1}{2} C_2 e^{1/2x}$

$$y_H = -\frac{1}{2} e^{3/2x} + \frac{5}{2} e^{1/2x}$$

$$\begin{cases} 2 = C_1 + C_2 \\ \frac{1}{2} = \frac{3}{2} C_1 + \frac{1}{2} C_2 \end{cases}$$

$C_1 = 2 - C_2$

$\frac{1}{2} = \frac{3}{2}(2 - C_2) + \frac{1}{2} C_2$

$\frac{1}{2} = 3 - \frac{3}{2} C_2 + \frac{1}{2} C_2$

$-3 + \frac{1}{2} = -C_2$

$+\frac{5}{2} = +C_2$

$C_1 = -\frac{1}{2}$

/ /

1 exemplo de solução EDO 2ª ordem linear com coeficientes constantes em que $\Delta = 0$, cuja solução seja geral.

$y'' + 4y' + 4y = 0$

$\lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0$

$a = 1 \quad b = 4 \quad c = 4$

$\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\dfrac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2}$ $\mathbb{R}$ e iguais

$\dfrac{-4 \pm 0}{2} = \lambda_1 = -2$

$y_1 = v(t)\, e^{-2t}$

$y' = v'(t)\, e^{-2t} - 2v(t)\, e^{-2t}$

$y'' = v''(t)\, e^{-2t} - 4v'(t)\, e^{-2t} + 4v(t)\, e^{-2t}$

$\left[v''(t) - 4v'(t) + 4v(t) \right] e^{-2t} = 0$

$v''(t) = 0$

$v'(t) = c_1$

$v(t) = c_1 t + c_2$

$y = c_1 t e^{-2t} + c_2 e^{-2t}$

ou seja $y_1 = e^{-2t}$

$y_2 = t e^{-2t}$

1 exemplo de PVI EDO 2ª ordem linear com coeficientes constantes em que $\Delta = 0$.

$y'' - y' + 0{,}25y = 0$

$y(0) = 2 \quad y'(0) = 1/3$

$\lambda^2 - \lambda + 0{,}25 = 0$

$\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$

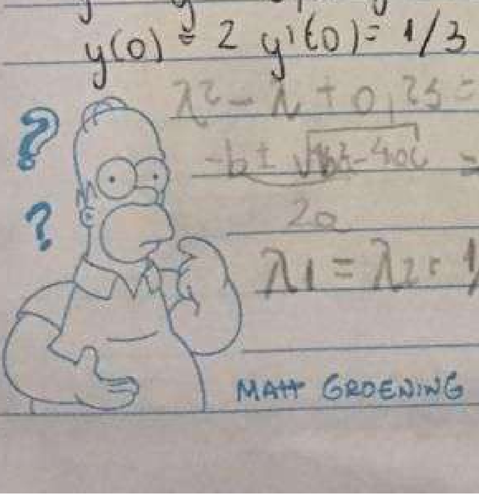
$\lambda_1 = \lambda_2 = 1/2$

$y_H = c_1 e^{t/2} + c_2 t e^{t/2}$

$y(0) = c_1 = 2$

$y'(0) = 1/2\, c_1 + c_2 = 1/3$

$y_H = 2e^{t/2} - \dfrac{2}{3} t\, e^{t/2}$



1 exemplo de solução EDO 2ª ordem linear com coeficientes constantes em que $\Delta < 0$ cuja solução seja geral

$y'' + y' + y = 0$

$\lambda^2 + \lambda + 1 = 0$

$\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\dfrac{-1 \pm (1-4)^{1/2}}{2} = \dfrac{-1}{2} \pm i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$y_H = e^{x/2}\left[c_1 \cos(\sqrt{3}x/2) + c_2 \sin(\sqrt{3}x/2)\right]$ //

1 exemplo de PVI EDO 2º ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta < 0$.

$16y'' - 8y' + 145y = 0$

$y(0) = -2$

$y'(0) = 1$

$16\lambda^2 - 8\lambda + 145 = 0$

$\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\dfrac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 16 \cdot 145}}{2 \cdot 16} = \dfrac{1}{4} \pm 3i$

$y_H = c_1 e^{x/4} \cos 3x + c_2 e^{x/4} \sin 3x$

$y(0) = c_1 = -2$

$y'(0) = \frac{1}{4} c_1 + 3c_2 = 1$

$\therefore y_H = e^{x/4}\left[-2\cos 3x + \frac{1}{2} \sin 3x\right]$ //

Plano de aula semanal: Semana 3

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0112635	**Allan César Inácio C. Branco**	**CC**	**Tatiane da Silva**

	Segunda-feira	**Terça-feira**	**Quinta-feira**
Data	**29/04**	**30/04**	**02/05**
Objetivos	**EDO 2ª ordem, com raízes X^1 e X^2 diferentes**	**EDO 2ª ordem com raízes complexas**	**Não houve aula**
Informação	**Solução de EDO 2ª ordem analisando caso a caso**	**Solução de EDO, achando suas respectivas soluções , equações específicas e características**	**Não houve aula**

Resumo	**Encontrar a equação característica, o conj. fundamental da solução e confirmar com o wronskiano**	**Achar o conj. fundamental depois substituir na solução geral de uma EDO de raízes complexas**	**Não houve aula**
Observação			
Dúvidas			
Monitoria			

4ª Semana

2 Exemplos do uso do Método dos Coeficientes Indeterminados (M.C.I)

① $y'' - y' - 2y = 3x + 4 \Rightarrow y_G = y_H + y_P$

$\lambda^2 - \lambda - 2 = 0$ $\qquad 3x+4 \; \{ x^0 [Ax + B] \; \{ s = 0$

$\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\dfrac{+1 \pm \sqrt{9}}{2} \to \lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = -1$

$\begin{cases} y_1 = e^{2x} \\ y_2 = e^{-x} \end{cases}$

$y_H = C_1 \cdot e^{2x} + C_2 \cdot e^{-x}$

$y_P = Ax + B \Rightarrow y_P = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$

$y'_P = A$

$y''_P = 0$

$0 - A - 2Ax - 2B = 3x + 4$

$[-2A]\,x + [-A - 2B] = 3x + 4$

$-2A = 3$ $\qquad +\frac{3}{2} - 2B = 4$

$A = -\frac{3}{2}$

$B = -\frac{5}{4}$

$y_G = C_1 \cdot e^{2x} + C_2 \cdot e^{-x} - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$ //

② $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$

$\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$

$\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\dfrac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2}$ $\qquad y_1 = e^x$, $y_2 = x \cdot e^x$

$\lambda_1 = 1$

$\lambda_2 = 1$

$y_H = C_1 \cdot e^x + C_2\, x e^x$

$3e^{2x} \; \{ x^0 [Ax + B] \; e^{2x}$

$y_P = Ae^{2x}$

$y'_P = 2Ae^{2x}$

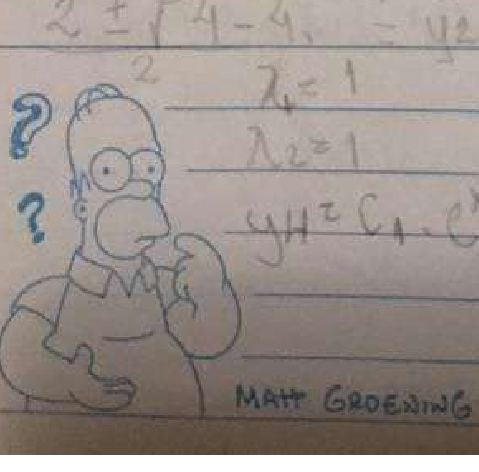
$y''_P = 4Ae^{2x}$

$4Ae^{2x} - 2(2Ae^{2x}) + Ae^{2x} = 3e^{2x}$

$\cancel{4Ae^{2x}} - \cancel{4Ae^{2x}} + A\cancel{e^{2x}} = 3\cancel{e^{2x}}$

$A = 3 \therefore y_P = 3e^{2x}$

$y_G = C_1 \cdot e^x + C_2\, x e^x + 3e^{2x}$ //



2 Exemplos do uso do Método da variação dos parâmetros.

① $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$ $\qquad y_G = c_1 e^x + c_2 \cdot x e^x - x e^x + \ln|x| \cdot x \cdot e^x$

$\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$

Raízes $\lambda_1 = 1$

$\lambda_2 = 1$

$y_H = c_1 e^x + c_2 \cdot x e^x$

$y_P = v_1 e^x + v_2 x e^x$

$$\begin{cases} v_1' e^x + v_2'(x e^x) = 0 & \div e^x \\ v_1' e^x + v_2'(e^x(1+x)) = \frac{e^x}{x} & \div e^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1' + v_2' x = 0 \longrightarrow v_1' = -v_2' x \\ v_1' + v_2'(1+x) = \frac{1}{x} \longrightarrow -v_2' x + v_2'(1+x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

$\cancel{-v_2' x} + v_2' + \cancel{v_2' x} = \frac{1}{x}$

$v_2' = \frac{1}{x}$

$v_1' = -\frac{1}{x} \cdot x$

$v_2 = \int \frac{1}{x} dx$

$v_1' = -1$

$v_1 = \int -1 \, dx$

$v_2 = \ln|x|$

$v_1 = -x$

$y_P = -x e^x + \ln|x| \cdot x \cdot e^x$

$y_P = e^x(-x + \ln|x| \cdot x)$

② $y'' - y' - 2y = e^{3x}$ → Pode fazer por MCI
→ Pode fazer por MVP

$\lambda^2 - \lambda - 2 = 0$

$\left.\begin{array}{l}\lambda_1 = 2 \\ \lambda_2 = -1\end{array}\right\}$ Raízes $\neq \mathbb{R}$

$y_G = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x} + \frac{e^{3x}}{4}$

$y_H = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x}$

$y_P = V_1 e^{2x} + V_2 e^{-x}$

$\begin{cases} V_1' e^{2x} + V_2' e^{-x} = 0 \\ V_1' 2e^{2x} + V_2'(-e^{-x}) = e^{3x} \end{cases}$ → $V_1' = -\frac{V_2' e^{-x}}{e^{2x}}$

$V_1' = -V_2' e^{-3x}$

$-V_2' e^{-3x} \cdot 2e^{2x} - V_2' e^{-x} = e^{3x}$

$-2V_2' e^{-x} - V_2' e^{-x}$

$-3V_2' e^{-x} = e^{3x}$

$V_2' = \frac{e^{3x}}{-3e^{-x}}$

$\boxed{V_2' = \frac{e^{4x}}{-3}}$

$V_2 = \int \frac{e^{4x}}{-3} dx$

$V_2 = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot e^{4x}$

$V_1' = \frac{e^{4x}}{3} \cdot e^{-3x}$

$V_1' = \frac{e^{x}}{3}$

$V_1 = \int \frac{e^{x}}{3} dx$

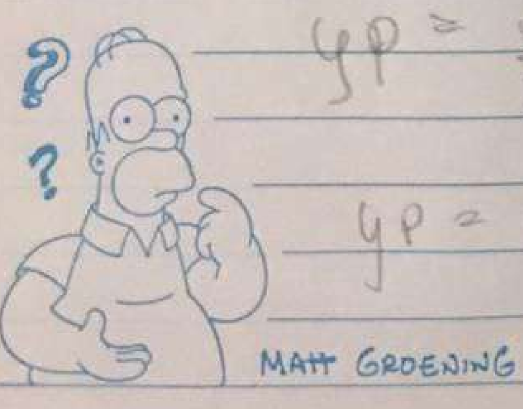
$V_1 = \frac{1}{3} \cdot e^{x}$

$V_1 = \frac{e^{x}}{3}$

$y_P = \frac{e^{x}}{3} \cdot e^{2x} - \frac{1}{12} e^{4x} \cdot e^{-x}$

$y_P = \frac{e^{3x}}{3} - \frac{1}{12} e^{3x}$ → $y_P = \frac{e^{3x}}{4}$

$y_P = \frac{3}{12} e^{3x}$



Plano de aula semanal: Semana 4

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0112635	**Allan César Inácio C. Branco**	**CC**	**Tatiane da Silva**

	Segunda-feira	**Terça-feira**	**Quinta-feira**
Data	**6/05**	**7/05**	**9/05**
Objetivos	**Aula de exercícios via aplicativo**	**Aula de exercícios via aplicativo**	**Aula de exercícios via aplicativo**
Informação	**Aula de exercícios via aplicativo**	**Aula de exercícios via aplicativo**	**Aula de exercícios via aplicativo**

Resumo	**Aula de exercícios via aplicativo**	**Aula de exercícios via aplicativo**	**Aula de exercícios via aplicativo**
Observação	**Aula de exercícios via aplicativo**	**Aula de exercícios via aplicativo**	**Aula de exercícios via aplicativo**
Dúvidas			
Monitoria			