Portfólio final

MÓDULO 2

TALES SOARES BRANDÃO - 180109588

Mapas Conceituais

EDO: PRIMEIRA E SEGUNDA ORDENS.

Equações Diferenciais → ED. Ordinária → classificação → ordem, linearidade, Homogeneidade

ED. Parcial

Solução → específica, particular

EDO's 1ª ordem

Linear

- homogênea ($y' + p(x)y = 0$) → $y(x) = c\,e^{-p(x)}$, $p(x) = \int p(x)\,dx$
- não-homogênea ($y' + p(x)y = g(x)$) → $y = e^{-p(x)} \cdot \int g(x) \cdot e^{p(x)}\,dx + C$

Equação Separável ($y' = \dfrac{M(x)}{N(y)}$) $\xrightarrow{\text{solução}}$ $\int N(y)\,dy = \int M(x)\,dx$

Forma Exata ($\dfrac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \dfrac{\partial N(x,y)}{\partial x}$) $\xrightarrow{\text{solução}}$ $\dfrac{\partial F(x,y)}{\partial x} = M(x,y)$ e $\dfrac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N(x,y)$

Lei de Resfriamento de Newton

$$\begin{cases} T'(t) = K(T - T_{amb}) \\ T(0) = T_0 \end{cases}$$

* geralmente separável

Problema da mistura

$$\begin{cases} \dfrac{dQ}{dt} = q_e C_e - q_s \dfrac{Q}{V_0 + (\Delta q)t} \\ Q(0) = Q_0 \end{cases}$$

Forma Homogênea

$v = \left(\dfrac{y}{x}\right)$ → $y' = F\left(\dfrac{y}{x}\right)$ → $\boxed{\dfrac{1}{x} \cdot dx = \dfrac{1}{F(v) - v}\,dv}$ → Separável

Forma não exata

$$p(x) = \frac{\dfrac{\partial M}{\partial y} - \dfrac{\partial N}{\partial x}}{N(x,y)}, \quad \mu'(x) = p(x)\mu(x)$$

$$p(y) = \frac{\dfrac{\partial N}{\partial x} - \dfrac{\partial M}{\partial y}}{M(x,y)}, \quad \mu'(y) = p(y)\mu(y)$$

→ Multiplicar a E.D.O por μ para torná-la EXATA → Forma Exata

$y_1 = e^{\lambda x}$

$y_2 = x e^{\lambda x}$

$\boxed{\Delta = 0}$

$y_1 = e^{\alpha x}\,\text{sen}(\beta x)$

$y_2 = e^{\alpha x}\cos(\beta x)$

$\lambda = \alpha \pm i\beta$

$\boxed{\Delta < 0}$

$y_1 = e^{\lambda_1 x}$

$y_2 = e^{\lambda_2 x}$

$\boxed{\Delta > 0}$ ← Eq. Carac. $A\lambda^2 + B\lambda + C = 0$

Linear, Homogênea de Coeficientes constantes

$W = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix} \neq 0$

Base de Solução $\{y_1, y_2\}$

Princípio da superposição $(y'' + p(x)y' + q(x)y = 0)$

$y_H = c_1 y_1 + c_2 y_2$

não-homogêneas → $y = y_H + y_p$

EDO's 2ª Ordem

Linear, Não-homogênea de coeficientes constantes

$y = y_H + y_p$ → Método dos Coeficientes indeterminados

Método da Variação dos Parâmetros

$y = v_1(x)\,y_1 + v_2 y_2$

$$\begin{cases} y_1 v_1' + y_2 v_2' = 0 \\ y_1' v_1' + y_2' v_2' = g(x) \end{cases}$$

$g(x)$	y_p	s é nº de vezes que
P_m	$x^s[A_m x^m + A_{m-1}x^{m-1} + \dots A_0]$	zero é raiz da eq. caraq.
$P_m e^{\alpha x}$	$x^s e^{\alpha x}[A_m x^m + A_{m-1}x^{m-1} + \dots A_0]$	α é raiz da eq. caraq.
$P_m e^{\alpha x}\,\text{sen}(\beta x)$ ou $P_m e^{\alpha x}\cos(\beta x)$	$x^s e^{\alpha x}[(A_m x^m + \dots A_0)\,\text{sen}\,\beta x + (B_m x^m + \dots B_0)\cos\beta x]$	$\alpha + \beta i$ é raiz da equação característica.

Oscilações mecânicas (aplicação)

$my'' + \gamma y' + Ky = F(t)$

oscilações livres $F(t) = 0$

com amortecimento $(\gamma \neq 0)$

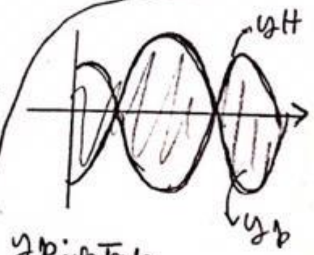
subamortecimento $(\Delta < 0)$

superamortecimento $(\Delta > 0)$

amortecimento crítico $(\Delta = 0)$

→ Sem amortecimento $(\gamma = 0)$ (MHS) $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

oscilações forçadas → $y = \underbrace{y_H + y_p}$ $F(t) \neq 0$



y_p: estado oscilatório

y_H: estado transiente

Aplicação de EDO

PROBLEMAS DE MISTURAS

1. Problemas de Misturas (EDO's de 1ª Ordem)

O Modelo Matemático para os Problemas de mistura é dado por:

$$\begin{cases} \dfrac{dQ}{dt} = q_e C_e - q_s \dfrac{Q}{V_0 + (\triangle\ q)t} \\ Q(0) = Q_0 \end{cases} \qquad (6)$$

Sala de aula invertida

OSCILAÇÕES MECÂNICAS

- Oscilações Mecânicas
  $my'' + \gamma y' + ky = F(t)$
  - Forçadas- F(t)≠0
    $y = y_h + y_p$
  - Livres com amortecimento
    F(t)=0
    $my'' + \gamma y' + ky = 0$
    - $\Delta > 0$: super amortecimento
    - $\Delta = 0$: amortecimento crítico
    - $\Delta < 0$: sub. amortecimento
  - Livres sem amortecimento
    $my'' + ky = 0$

3) $m = 5$

$\gamma = 0{,}18$

a) $K = ?$

$F_{el} = K \cdot x$

$F_{el} = P$

$5 \cdot 9{,}81 = K \cdot 0{,}18$

$K = 272{,}5 \ N/m$

$P = 49{,}05 \ N$

$\cancel{m y'' + K y = F_{ext}}$

$\cancel{5y'' + 272{,}5 y = 49{,}05}$

$\cancel{\hookrightarrow S_h: \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{\pm\sqrt{5{,}450}\,i}{10} = \pm 7{,}382\,i}$

$\cancel{S_h: C_1 \cdot \cos(7{,}382x) + C_2 \operatorname{Sen}(7{,}382x)}$

Sol. particular

$$m x'' + \gamma x' + K x = g(x)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + K x = g(x)$$

$$m\, a_{(0,16)} + \gamma v + K \cdot S_{(0,16)} = g(x)$$

$$m a + 0 \cdot v + K \cdot S = 0$$

$$5 y'' + 272{,}5 y = 0$$

$$5 z^2 + 0 z + 272{,}5 = 0$$

$$0 - 4 \cdot 5 \cdot 272{,}5 \Rightarrow \sqrt{-5450} = 73{,}82\, i$$

$$\frac{0 \pm 73{,}82\, i}{10} \begin{cases} \to 0 + 7{,}382\, i \\ \to 0 - 7{,}382\, i \end{cases} \Rightarrow y = C_1 \cos(7{,}382 X) + C_2 \operatorname{Sen}(7{,}382 X)$$

$y(0) = 0{,}18 \ m$

$y'(0) = 0 \ m/s$

$y''(0) = -9{,}81 \ m/s^2$

$y''(0{,}16) = -9{,}8 \ m/s^2$

$y'(0{,}16) = -3{,}71 \cdot 10^{-3} \ m/s$

$0{,}18 = C_1$

$0 = C_2$

$y'' = -9{,}81$

$y(0{,}16) = 0{,}179 \ m$

$y' = C_1(-\operatorname{Sen}(7{,}382x) \cdot 7{,}382) + C_2 \cos(7{,}382x) \cdot 7{,}382)$

$y'' = 7{,}382^2 C_1(-\cos(7{,}382x)) + 7{,}382^2 C_2(-\operatorname{Sen}(7{,}382x))$

Planos de aula

E EXERCÍCIOS

Plano de aula semanal: Semana 9

Matrícula	Aluno	Turma	professora
180109588	**Tales Soares Brandão**	**CC**	**Tatiane Evangelista**

	Segunda-feira	**Terça-feira**	**Quinta-feira**
Data	**13/05/2019**	**14/05/2019**	**16/05/2019**
Objetivos	**→Sem aula**	**→Sem aula**	**→Aula de exercícios com o professor Wesley**
Informação			

Plano de aula semanal: Semana 10

Matrícula	Aluno	Turma	professora
180109588	**Tales Soares Brandão**	**CC**	**Tatiane Evangelista**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	**20/05/2019**	**21/05/2019**	**23/05/2019**
Objetivos	**→Sala de aula invertida.**	**→Prova.**	
Informação	**→Oscilações mecânicas.**		

Plano de aula semanal: Semana 8

Matrícula	Aluno	Turma	professora
180109588	**Tales Soares Brandão**	**CC**	**Tatiane Evangelista**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	**06/05/2019**	**07/05/2019**	**09/05/2019**
Objetivos	**Jogo de EDO primeira ordem**	**Jogo de EDO primeira ordem**	**Jogo de EDO primeira ordem**
Informação	**Não joguei, pelo fato de o jogo ser compatível apenas para Android.**	**Não joguei, pelo fato de o jogo ser compatível apenas para Android.**	**Não joguei, pelo fato de o jogo ser compatível apenas para Android.**

Resumo			
Observação			
Dúvidas			
Monitoria		**Eu fui.**	

→ M.C.I

$\leadsto \alpha \pm i\beta$

a) $y'' + 5y' + 6y = e^{-2x}\cos x$ $\leadsto \beta = 1$

$\leadsto \alpha = -2$

$\leadsto$ Equação característica

$\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1$

$\lambda = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-5 \pm 1}{2} \leadsto \lambda_1 = \dfrac{-4}{2} = -2$

$\leadsto \lambda_2 = \dfrac{-5-1}{2} = \dfrac{-6}{2} = -3$

~~$\lambda_1 = \alpha + i\beta$~~

~~$\lambda_2 = \alpha - i\beta$~~

$y_1 = e^{-2x}$

$y_2 = e^{-3x}$

$y_H = c_1 \cdot y_1 + c_2 \cdot y_2$

$y_H = c_1 \cdot e^{-2x} + c_2 \cdot e^{-3x}$

$-2 + i \cdot 1 \leadsto -2 + i$

$y:\ s = 0$

$x^0 \left[(A_0 \cdot x^0) \cdot e^{-2x} \cdot \cos(x) + (B_0 \cdot x^0) \cdot e^{-2x} \cdot \operatorname{sen}(x) \right]$

$y_p = A_0 \cdot e^{-2x} \cdot \cos(x) + B_0 \cdot e^{-2x} \cdot \operatorname{sen}(x)$

$y'_p = A_0\left(-2e^{-2x} \cdot \cos x + e^{-2x} \cdot (-\operatorname{sen} x)\right) + B_0\left(-2e^{-2x} \cdot \operatorname{sen} x + e^{-2x} \cdot \cos x\right)$

$y''_p = A_0\left(4e^{-2x} \cdot \cos x - 2e^{-2x} \cdot (-\operatorname{sen} x) - 2e^{-2x}(-\operatorname{sen} x) + e^{-2x}(-\cos x)\right) +$
$B_0\left(4e^{-2x} \cdot \operatorname{sen} x - 2e^{-2x} \cdot \cos x - 2e^{-2x} \cdot \cos x + e^{-2x} \cdot (-\operatorname{sen} x)\right)$

$y''_p = A_0\left(3e^{-2x}\cos x + 4e^{-2x}(\operatorname{sen} x)\right) + B_0\left(3e^{-2x}\operatorname{sen} x - 4e^{-2x}\cos x\right)$

$\leadsto y''_p + 5y'_p + 6y_p = e^{-2x}\cos x$

$A_0\left(3e^{-2x}\cos x + 4e^{-2x}\operatorname{sen} x\right) + B_0\left(3e^{-2x}\operatorname{sen} x - 4e^{-2x}\cos x\right) + 5A_0\left(-2e^{-2x}\cos x - e^{-2x}\operatorname{sen} x\right) +$
$5B_0\left(-2e^{-2x}\operatorname{sen} x + e^{-2x}\cos x\right) + 6A_0 e^{-2x}\cos x + 6B_0 e^{-2x}\operatorname{sen} x = e^{-2x}\cos x$

$\Rightarrow A_0 \cdot 3e^{-2x}\cos x - 10A_0e^{-2x}\cos x + 6A_0e^{-2x}\cos x +$
$A_0 \cdot 4 \cdot e^{-2x}\operatorname{sen} x - 5A_0 e^{-2x}\operatorname{sen} x +$
$3B_0e^{-2x}\operatorname{sen} x - 10B_0e^{-2x}\operatorname{sen} x + 6B_0e^{-2x}\operatorname{sen} x +$
$-4B_0e^{-2x}\cos x + 5B_0e^{-2x}\cos x \quad = e^{-2x}\cos x$

$$\left.\begin{array}{l} -A_0\cancel{e^{-2x}}\cos x \\ -A_0\cancel{e^{-2x}}\operatorname{sen} x \\ -B_0\cancel{e^{-2x}}\operatorname{sen} x \\ +B_0\cancel{e^{-2x}}\cos x \end{array}\right\} = \cancel{e^{-2x}}\cos x$$

$$\left.\begin{array}{l} -A_0\cos x \\ -A_0\operatorname{sen} x \\ -B_0\operatorname{sen} x \\ +B_0\cos x \end{array}\right\} = \cos x$$

$$\begin{cases} (B_0 - A_0)\cos x = \cos x \\ (-A_0 - B_0)\cancel{\operatorname{sen} x} = 0 \cdot \cancel{\operatorname{sen} x} \rightsquigarrow -A_0 = B_0 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad A_0 = -B_0 \end{cases}$$

$\hookrightarrow 2B_0 \cdot \cancel{\cos x} = \cancel{\cos x}$
$2B_0 = 1$
$B_0 = 1/2 \qquad \rightsquigarrow A_0 = -1/2$

$\therefore y_p = -\frac{1}{2} \cdot e^{-2x}\cos x + \frac{1}{2} \cdot e^{-2x}\operatorname{sen} x$

$y = y_H + y_p$
$y = c_1 \cdot e^{-2x} + c_2 \cdot e^{-3x} - \frac{1}{2}e^{-2x}\cos x + \frac{1}{2} \cdot e^{-2x} \cdot \operatorname{sen} x$ //

b) $y'' + 5y' + 6y = 2xe^{-3x} + e^{-2x}\cos x$

$\rightarrow g(x) = 2xe^{-3x} + e^{-2x}\cos x$ $= e^{-2x}(2xe^{-x} + \cos x)$

$\rightarrow$ Eq. Característica: $\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1$

$\lambda = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-5 \pm 1}{2}$ $\rightarrow \lambda_1 = \dfrac{-5+1}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2$

$\rightarrow \lambda_2 = \dfrac{-5-1}{2} = \dfrac{-6}{2} = -3$

$$\begin{cases} y_1 = e^{-2x} \\ y_2 = e^{-3x} \end{cases}$$

$yH = c_1 \cdot y_1 + c_2 \cdot y_2$

$yH = c_1 \cdot e^{-2x} + c_2 \cdot e^{-3x}$

yp: $s = 1$, pois $\alpha = -2$ é 1 vez solução da Eq. Carac.

$yp = x^1[Ax + B] \cdot e^{-2x} = [Ax^2 + Bx] \cdot e^{-2x}$

$y'p = [Ax^2 + Bx]' \cdot e^{-2x} + [Ax^2 + Bx] \cdot (e^{-2x})'$

$= [2Ax + B]e^{-2x} - [Ax^2 + Bx] \cdot 2 \cdot e^{-2x}$

$y''p = [2Ax + B]'e^{-2x} + [2Ax + B] \cdot (e^{-2x})' - 2 \cdot y'$

$\therefore [2Ax + B]' \cdot e^{-2x} + [2Ax + B](e^{-2x})' - 2y' + 5y' + 6y = e^{-2x}(2xe^{-x} + \cos x)$

$[2Ax + B]'e^{-2x} + [2Ax + B](e^{-2x})' + 3y' + 6y = e^{-2x}(2xe^{-x} + \cos x)$.

$\rightarrow y''p = [2Ax + B]' \cdot e^{-2x} + [2Ax + B](e^{-2x})' - 2y'$

$y''p = [2A] \cdot e^{-2x} + [2Ax + B](-2e^{-2x}) - 2y'$

$y''p = [2A] \cdot e^{-2x} - 2[2Ax + B](e^{-2x}) - 2y'$

$\rightsquigarrow [2A]e^{-2x} - 2[2Ax+B]e^{-2x} + 3y' + 6y = e^{-2x}(2xe^{-x} + \cos x)$

$[2A]e^{-2x} - 2[2Ax+B]e^{-2x} + 3[2Ax+B]e^{-2x} - 3\cdot 2\cancel{[Ax^2+Bx]e^{-2x}} +$

$+ 6\cancel{[Ax^2+Bx]} e^{-2x} = e^{-2x}(2xe^{-x} + \cos x)$

$\rightsquigarrow [2A]e^{-2x} + [2Ax+B]e^{-2x} = e^{-2x}(2xe^{-x} + \cos x)$

$2A + 2Ax + B = 2xe^{-x} + \cos x$

$$\begin{cases} 2A\cancel{x} = 2e^{-x}\cdot\cancel{x} \rightsquigarrow A = e^{-x} \\ 2A + B = \cos x \rightsquigarrow 2e^{-x} + B = \cos x \rightsquigarrow B = \cos x - 2e^{-x} \end{cases}$$

$\therefore y_p = [e^{-x}x^2 + (\cos x - 2e^{-x})\cdot x]\cdot e^{-2x}$

$y_p = e^{-3x}\cdot x^2 + (e^{-2x}\cos x - 2e^{-3x})\cdot x$

$\therefore y = c_1\cdot e^{-2x} + c_2\cdot e^{-3x} + e^{-3x}\cdot x^2 + (e^{-2x}\cos x - 2e^{-3x})\cdot x$

Scanned with CamScanner

$\rightarrow$ M.C.V

1) $y'' - y' - 2y = e^{3x}$

$\rightsquigarrow$ Eq. Carac. : $\cancel{\lambda^2 + \lambda - 2}$

$\lambda^2 - \lambda - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 8 = 9$

$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2}$ $\rightsquigarrow \lambda_1 = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$\rightsquigarrow \lambda_2 = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

$\begin{cases} y_1 = e^{2x} \\ y_2 = e^{-x} \end{cases}$

$\therefore y_H = y_1 \cdot c_1 + y_2 \cdot c_2$

$y_H = e^{2x} \cdot c_1 + e^{-x} \cdot c_2$

$\rightsquigarrow W(y_1, y_2)(x) = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix}$

$W(e^{2x}, e^{-x})(x) = \begin{vmatrix} e^{2x} & e^{-x} \\ 2e^{2x} & -e^{-x} \end{vmatrix}$

$W(e^{2x}, e^{-x})(x) = e^{2x}(-e^{-x}) - (e^{-x} \cdot 2e^{2x})$

$= -e^{x} - 2e^{x}$

$= -3e^{x}$

$\rightsquigarrow$ $\phi_1 = \int \frac{-y_2 \cdot g(x)}{W(y_1, y_2)(x)} \, dx$

$\phi_2 = \int \frac{y_1 \cdot g(x)}{W(y_1, y_2)(x)} \, dx$

Scanned with CamScanner

$$\rightsquigarrow \phi_1 = \int \frac{-e^{-x}(e^{3x})}{-3e^{x}}\,dx = \int \frac{e^{2x}}{3e^{x}}\,dx = \frac{1}{3}\int \frac{e^{2x}}{e^{x}}\,dx$$

$$\phi_1 = \frac{1}{3}\cdot\int e^{x}\,dx = \frac{1}{3}\cdot e^{x}$$

$$\rightsquigarrow \phi_2 = \int \frac{e^{2x}(e^{3x})}{-3e^{x}}\,dx = -\frac{1}{3}\int \frac{e^{5x}}{e^{x}}\,dx = -\frac{1}{3}\int e^{4x}\,dx$$

$$\phi_2 = -\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}\cdot e^{4x} = -\frac{1}{12}e^{4x}$$

$$\rightsquigarrow y_p(x) = \phi_1\cdot y_1 + \phi_2\cdot y_2$$

$$y_p(x) = \frac{1}{3}\cdot e^{x}\cdot e^{2x} + \left(\frac{-1}{12}\right)\cdot e^{4x}\cdot e^{-x}$$

$$y_p(x) = \frac{1}{3}\cdot e^{3x} - \frac{1}{12}\cdot e^{3x}$$

$$y_p(x) = \left(\frac{1}{3}-\frac{1}{12}\right)e^{3x} = \frac{3e^{3x}}{12} = \frac{e^{3x}}{4}$$

$$\therefore y = c_1\cdot e^{2x} + c_2\cdot e^{-x} + \frac{e^{3x}}{4}$$

2) $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{x}$

→ Eq. Característica: $\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 = 0$

$\lambda = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2 \pm 0}{2} = \dfrac{2}{2} = 1 = \lambda_1 = \lambda_2$

$\therefore \begin{cases} y_1 = e^x \\ y_2 = x\,e^x \end{cases}$

$y_H = c_1 \cdot e^x + c_2 \cdot x \cdot e^x$

$\rightsquigarrow W(y_1, y_2)(x) = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix}$

$W(e^x, xe^x)(x) = \begin{vmatrix} e^x & xe^x \\ e^x & (e^x + xe^x) \end{vmatrix}$

$W(e^x, xe^x)(x) = e^x(e^x + xe^x) - e^x xe^x$

$= e^{2x} + \cancel{xe^{2x}} - \cancel{xe^{2x}}$

$= e^{2x}$

$\rightsquigarrow \phi_1(x) = \displaystyle\int \frac{-y_2(x) \cdot g(x)}{W(y_1, y_2)(x)}\,dx$

$\rightsquigarrow \phi_2(x) = \displaystyle\int \frac{y_1(x) \cdot g(x)}{W(y_1, y_2)(x)}\,dx$

$\rightsquigarrow \phi_1(x) = \displaystyle\int \frac{-xe^x \cdot e^x x^{-1}}{e^{2x}}\,dx = -\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}}\,dx = -\int 1\,dx$

$= -x$

$\rightsquigarrow \phi_2(x) = \displaystyle\int \frac{e^x \cdot e^x x^{-1}}{e^{2x}}\,dx = \int \frac{e^{2x} x^{-1}}{e^{2x}}\,dx = \int \frac{1}{x}\,dx = \ln x$

$\Rightarrow y = y_H + y_p$

$y_p = \phi_1 \cdot y_1 + \phi_2 \cdot y_2$

$y_p = -x \cdot e^x + \ln x \cdot x e^x$

$\therefore y = c_1 \cdot e^x + c_2 \cdot x \cdot e^x - x \cdot e^x + x \ln x \, e^x$ //

Plano de aula semanal: Semana 7

Matrícula	Aluno	Turma	professora
180109588	**Tales Soares Brandão**	**CC**	**Tatiane Evangelista**

	Segunda-feira	**Terça-feira**	**Quinta-feira**
Data	**29/04/19**	**30/04/19**	**02/05/19**
Objetivos	**→$\Delta > 0$;** **→$\Delta = 0$.**	**→$\Delta < 0$;** **→EDO L NH;** **→M.C.I.**	**→M.V.I.**
Informação	**→Para encontrar a solução da homogênea, devemos sempre resolver a Equação Característica. Após isso, verificaremos em**	**→Para encontrar a solução da homogênea, devemos sempre resolver a Equação Característica. Após isso, verificaremos em qual caso essa EDO se enquadra (delta=0, delta>0, delta<0).**	**→A vantagem principal do Método da Variação dos Parâmetros é que pode ser usado para qualquer g(x);** **→Desvantagem:**

	qual caso essa EDO se enquadra (delta=0, delta>0).		**Cálculo de integrais**
Resumo	**→Solução das Homogêneas (geral) – Equação Característica (análise do delta);** **→Solução específica.**	**→Delta<0 (Fórmula de Euler);** **→Método da Redução de Ordem;** **→Solução Não-homogênea: y=y(homogênea)+y(particular);** **→Método dos Coeficientes Indeterminados. (primeiro, segundo e terceiro casos);** **→Exercícios de MCI.**	**→Aula virtual**
Observação		**Para encontrar a solução particular, temos dois métodos. Nesta semana, aprendemos o Método dos Coeficientes Indeterminados, no qual iremos chutar um yp genérico, derivá-lo, substituir na EDO e encontrar as constantes.**	

		As desvantagens do MCI são: 1) Poderemos aplicar em APENAS quando o termo é: polinomial, exponencial, seno e cosseno ou(soma/ multiplicação) dessas. (No caso de soma, teremos que "resolver mais de uma solução particular"); 2) As contas algébricas podem ficar muito grandes, pois é necessário derivar yp genérico duas vezes (dependendo da função, teremos muitos termos).	
Dúvidas	Não tive dúvidas.	Não tive dúvidas.	

Monitoria			

1) $y'' - 2y' + y = 0$

$y = e^{\lambda t}$

$$\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 = 0$$

$$\therefore \lambda = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

$y_1 = e^{1 \cdot t}$

$y_2 = t \cdot e^{1 \cdot t}$

$$\boxed{\therefore y = c_1 \cdot e^{t} + c_2 \cdot t e^{t}}$$

2) $9y'' - 12y' + 4y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$

$$9\lambda^2 - 12\lambda + 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 144 - 144 = 0$$

$$\therefore \lambda = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$y_1 = e^{2t/3}$

$y_2 = t \cdot e^{2t/3}$

$> y = c_1 \cdot e^{2t/3} + c_2 \cdot t\, e^{2t/3}$

$\rightarrow$ p/ $t = 0$ e $y = 2$

$2 = c_1$

$\rightarrow$ p/ $t = 0$ e $y' = -1$: $y' = \frac{2}{3} \cdot c_1 + c_2$

$$-1 = \frac{2}{3} \cdot 2 + c_2 \rightsquigarrow -1 - \frac{4}{3} = c_2 \rightsquigarrow c_2 = -\frac{7}{3}$$

$$\therefore \boxed{y = 2 \cdot e^{2t/3} - \frac{7}{3} t \cdot e^{2t/3}}$$

Eac 1) $y'' + 5y' + 6y = 0$

$y = e^{\lambda x} \rightsquigarrow y_1 = e^{\lambda_1 x}$

$y_2 = e^{\lambda_2 x}$

$\lambda^2 + 5 \cdot \lambda + 6 = (\lambda + 2)(\lambda + 3) = 0$

$\lambda_1 = -2$ e $\lambda_2 = -3$

$\hookrightarrow$ Sol. geral : $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-3x}$

Eac 2) $y'' + 5y' + 6y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$

$- y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-3x}$

$\hookrightarrow x = 0$ e $y = 2 \rightarrow c_1 + c_2 = 2$

$- y' = -2c_1 e^{-2x} - 3c_2 e^{-3x}$

$\hookrightarrow x = 0$ e $y' = 3 \rightarrow -2c_1 - 3c_2 = 3$

$\rightarrow y = 9e^{-2x} - 7e^{-3x}$

1) $16y'' - 8y' + 145y = 0 \qquad \begin{cases} y(0) = -2 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$

$16\lambda^2 - 8\lambda + 145 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 9280 = -9264$

$$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b \pm i\sqrt{\Delta}}{2a} = \alpha \pm i\beta$$

$$\lambda_1 = \frac{8}{2\cdot 16} + \frac{i\sqrt{9264}}{2\cdot 16} = \frac{1}{4} + \frac{i\cdot\sqrt{579}}{8}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{4} - \frac{i\cdot\sqrt{579}}{8}$$

$$\begin{cases} y_1 = e^{\alpha t}\cos(\beta t) \\ y_2 = e^{\alpha t}\operatorname{sen}(\beta t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = e^{t/4}\cos(\sqrt{579}\,t/8) \\ y_2 = e^{t/4}\operatorname{sen}(\sqrt{579}\,t/8) \end{cases}$$

$$y = c_1 e^{t/4}\cos(\sqrt{579}\,t/8) + c_2 e^{t/4}\operatorname{sen}(\sqrt{579}\cdot t/8)$$

p/ $t=0$ e $y = -2$

$\rightarrow -2 = c_1 \cdot 1 \cdot 1 + c_2 \cdot 1 \cdot 0 \Rightarrow c_1 = -2$

p/ $t=0$ e $y' = 1$

$$y' = c_1\left\{\frac{1}{4}\cdot e^{t/4}\cdot\cos\left(\frac{\sqrt{579}\cdot t}{8}\right) + e^{t/4}\cdot\left[-\operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{579}\cdot t}{8}\right)\cdot\frac{\sqrt{579}}{8}\right]\right\}$$
$$+ c_2\left\{\frac{1}{4}\cdot e^{t/4}\cdot\operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{579}\cdot t}{8}\right) + e^{t/4}\cdot\left[\cos\left(\frac{\sqrt{579}\cdot t}{8}\right)\cdot\frac{\sqrt{579}}{8}\right]\right\}$$

$$1 = -2\left(\frac{1}{4}\cdot 1\cdot 1 + 1\cdot(0\sqrt{579}/8)\right) + c_2\left(\frac{1}{4}\cdot 1\cdot 0 + 1\cdot 1\cdot\sqrt{579}/8\right)$$

$$1 = -2\cdot\frac{1}{4} + c_2\cdot\frac{\sqrt{579}}{8} \Rightarrow c_2 = \frac{12\sqrt{579}}{579}$$

$\therefore$

$$y = -2e^{t/4}\cos\left(\frac{\sqrt{579}\cdot t}{8}\right) + \frac{12\sqrt{579}}{579}\cdot e^{t/4}\cdot\operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{579}\cdot t}{8}\right)$$

2) $y'' + y' + 9,25y = 0$

$\rightarrow \lambda^2 + \lambda + 9,25 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 37 = -36$

$$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{1 \pm j6}{2} = -\frac{1}{2} \pm j \cdot 3$$

$$\begin{cases} y_1 = e^{-t/2} \cdot \cos(3t) \\ y_2 = e^{-t/2} \cdot \operatorname{sen}(3t) \end{cases}$$

$\therefore y_H = c_1 \cdot e^{-t/2} \cdot \cos(3t) + c_2 \cdot e^{-t/2} \cdot \operatorname{sen}(3t)$

Plano de aula semanal: Semana 6

Matrícula	Aluno	Turma	professora
180109588	**Tales Soares Brandão**	**CC**	**Tatiane Evangelista**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	**22/04/2019**	**23/04/2019**	**25/04/2019**
Objetivos	**→Identificar e resolver uma Equação de Bernoulli;** **→Equação Exata;** **→Solução na forma exata;** **→Fator integrante na forma não-exata.**	**→Equação não-exata;** **→Aplicações EDO primeira ordem.**	**→EDO segunda ordem;**
Informação			

Resumo	**→Resolução Eq. Bernoulli:** **-Multiplicar a EDO por y^{-n}** **-chame: $v = y^{1-n}$, derive v;** **-Substituir os dados do passo 1 na eq. resultante do passo 1.** **→Equação exata:** $$y' = f(x,y)$$ **M(x,y)dx +N(x,y)y'=0** $$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$$ **-Solução implícita;** **→Fator integrante(forma não-exata):** **-µ como função de x;**	**→Forma não-exata:** **-Solução:** **Achar a fator integrante e depois utilizar o método da solução implícita.** $$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} \neq \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$$ $$p(x) = \frac{M_y - N_x}{N(x,y)}$$ $$p(y) = \frac{N_x - M_y}{M(x,y)}$$ **--- µ'=p·µ** **→Aplicação:** **-Lei de Resfriamento de Newton.**	**→Linear Homogênea:** **---caso geral: princípio da superposição;** **---coef. Constantes:** **--tipo1($\Delta > 0$)** **--tipo2($\Delta = 0$)** **--tipo3($\Delta < 0$)** **→Linear Não-homogênea:** **---M.C.I.** **---M.V.P.**

	-µ como função de y.		
Observação	→Professora deu a aula rápido demais, o que dificulta a entendimento.	→Professora deu a aula rápido demais, o que dificulta a entendimento.	→Professora deu a aula rápido demais, o que dificulta a entendimento.
Dúvidas			
Monitoria			

Decaimento Radioativo

Fatos experimentais mostram que materiais radioativos desintegram a uma taxa proporcional à quantidade presente do material. Se Q=Q(t) é a quantidade presente de um certo material radioativo no instante t, então a taxa de variação de Q(t) com respeito ao tempo t, aqui denotada por dQ/dt, é dada por:

$$dQ/dt = k\,Q(t)$$

onde k é uma constante negativa bem definida do ponto de vista físico. Por exemplo, para o Carbono 14 o valor aproximado é $k=-1{,}244\times10^{-4}$, para o Rádio o valor aproximado é $k=-1{,}4\times10^{-11}$

Normalmente consideramos $Q(0)=Q_o$ a quantidade inicial do material radioativo considerado. Quando não conhecemos o material radioativo, devemos determinar o valor da constante k, o que pode ser feito através da característica de "meia-vida" do material. A "meia-vida" é o tempo necessário para desintegrar a metade do material. Portanto, se nós conhecemos a meia-vida do material, podemos obter a constante k e vice-versa. Em livro de de Química podemos obter as "meias-vidas" de vários materiais radioativos. Por exemplo, a meia-vida do Carbono-14 está entre 5538-5598 anos, numa média de 5568 anos com um erro para mais ou para menos de 30 anos. O Carbono-14 é uma importante ferramenta em Pesquisa Arqueológica conhecida como teste do radiocarbono.

Exemplo: Um isótopo radioativo tem uma meia-vida de 16 dias. Você deseja ter 30 g no final de 30 dias. Com quanto radioisótopo você deve começar?

Solução: Desde que a "meia-vida" está dada em dias nós mediremos o tempo em dias. Seja Q(t) a quantidade presente no instante t e $Q(0)=Q_o$ a quantidade inicial. Sabemos que r é uma constante e usaremos a "meia-vida" 16 dias para obter a constante k.

Realmente, temos que:

$$Q(t) = Q_o e^{kt}$$

mas para t=16, teremos $Q(16)=\frac{1}{2}Q_o$, logo

$$\frac{1}{2} Q_o = Q_o e^{16k}$$

assim

$$e^{16k} = 1/2$$

Aplicando o logaritmo natural em ambos os membros da igualdade, obtemos:

$$k = - [\ln(2)]/16 = - 0{,}043321698785$$

e dessa forma temos a função que determina a quantidade de material radioativo a qualquer momento:

$$Q(t) = Q_o e^{0{,}043321698785\, t}$$

Crescimento Populacional: Malthus

Problemas populacionais nos levam fatalmente às perguntas:

1. **Qual será a população de um certo local ou meio ambiente em alguns anos?**

2. **Como poderemos proteger os recursos deste local ou deste meio ambiente para que não ocorra a extinção de uma ou de várias espécies?**

Para apresentar uma aplicação de equações diferenciais relacionado com este problema, consideraremos o modelo matemático mais simples para tratar sobre o crescimento populacional de algumas espécies. Ele é chamado o Modelo de Crescimento Exponencial, isto é, a taxa de variação da população em relação ao tempo, aqui denotada por dP/dt, é proporcional à população presente. Em outras palavras, se P=P(t) mede a população, nós temos

$$dP/dt = k\,P$$

onde a taxa k é uma constante. É simples verificar que se k>0, nós teremos crescimento e se k<0, nós teremos decaimento. Esta é uma EDO linear que quando resolvida nos dá:

$$P(t) = P_o\, e^{k.t}$$

onde P_o é a população inicial, isto é $P(0)=P_o$. Portanto, concluimos o seguinte:

1. **Se k>0, a população cresce e contínua a expandir para +infinito.**
2. **Se k<0, a população se reduzirá e tenderá a 0. Em outras palavras, a população será extinta.**

O primeiro caso, k>0, não é adequado e o modelo pode não funcionar bem a longo prazo. O argumento principal para isto vem das limitações do ambiente. A complicação é que o crescimento populacional é eventualmente limitado por algum fator, usualmente dentre aqueles recursos essenciais. Quando uma população está muito distante de seu limite de crescimento ela pode crescer de forma exponencial, mas quando está próxima de seu limite o tamanho da população pode variar.

Crescimento Populacional: Verhulst

Existe um outro modelo proposto para remediar este problema do modelo exponencial. Ele é chamado o Modelo Logistico ou modelo de Verhulst-Pearl. A EDO para este modelo é

$$dP/dt = k P (1 - P/L)$$

onde L é o limite máximo para a população (também chamado a capacidade do ambiente). Se P=P(t) é pequeno quando comparado com L, a EDO se reduz à equação exponencial.

Este é um exemplo de uma EDO não linear separável. As soluções constantes são P=0 e P=L. As soluções não constantes podem ser obtidas pela separação das variáveis, seguido do uso de integração com o uso da técnica das frações parciais.

Com algumas manipulações algébricas, teremos:

$$P(t) = L C e^{kt} / (L + C e^{kt})$$

onde C é uma constante e L é o limite do ambiente.

Considerando $P(0)=P_o$ e assumindo que P_o não é igual a 0 nem igual a L, obteremos:

$$P(t) = \frac{LP_0}{P_0 + (L - P_0)e^{-kt}}$$

Com cálculos simples de limites podemos mostrar que quando t cresce para mais infinito, então:

$$\text{Lim } P(t) = L$$

Esta solução já diz muito mais que a outra, entretanto este modelo ainda é satisfatório pois não nos diz quando uma população estará extinta. Mesmo começando com uma população pequena, a população sempre tenderá para a capacidade L do ambiente. Embora este modelo ainda possua falhas, êle é bastante apropriado para a análise de crescimento populacional de cidades, assim como como de populações de lactobacilos e outros.

Lei do resfriamento de Newton

Sobre a condução do calor: Um modelo real simples que trata sobre a troca de calor de um corpo com o meio ambiente onde está posto, aceita três hipóteses básicas:

1. **A temperatura T=T(t) depende do tempo e é a mesma em todos os pontos do corpo.**
2. **A temperatura T_m do meio ambiente permanece constante no decorrer da experiência.**
3. **A taxa de variação da temperatura com relação ao tempo é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o maio ambiente.**

Montagem da EDO: Assumiremos verdadeiras as hipóteses acima, observando que:

$$dT/dt = -k(T-T_m)$$

onde $T=T(t)$ é a temperatura do corpo no instante t, T_m é a temperatura constante do meio ambiente, $T-T_m$ é a diferença de temperatura e k é uma constante que depende do material com que o corpo foi construido, sendo que o sinal negativo indica que a temperatura do corpo está diminuindo com o passar do tempo, em relação à temperatura do meio ambiente.

Resolução da EDO: Esta é uma EDO separável, que pode ser transformada em:

$$dT/(T-T_m) = -k\,dt$$

Integrando ambos os membros em relação à variável tempo, teremos:

$$Ln(T-T_m) = -kt + k_o$$

Aplicando a função exponencial a ambos os membros e tomando as constantes embutidas em uma só, teremos:

$$T(t)-T_m = C\,exp(-kt)$$

logo, a solução da EDO será:

$$T(t) = T_m + C\,exp(-kt)$$

Quando temos a temperatura inicial do corpo é $T(0)=T_o$, então podemos obter a constante C que aparece na solução, pois:

$$T_o = T_m + C$$

assim

$$C = T_o - T_m$$

e a solução do PVI:

$$dT/dt = -k(T-T_m), \quad T(0) = T_o$$

será

$$T(t) = T_m + (T_o - T_m)\exp(-kt)$$

Circuitos Elétricos RLC

Elementos de Eletricidade: Sem a preocupação de aprofundar nos detalhes relacionados com a Eletricidade, iremos apresentar alguns poucos conceitos necessários ao presente trabalho de Equações diferenciais.

A diferença de potencial entre os pontos A e B de um circuito, denotada por $V(t)=V_{AB}$, pode ser definida como a integral de linha sobre o segmento de reta S do campo elétrico $E=E(t)$, desde o ponto A até o ponto B, extremidades de S. Normalmente, esta diferença de potencial $V(t)$ é indicada com o sinal negativo, isto é:

$$V_{AB} = -\int E(t)dt = -V(t)$$

A Intensidade da corrente elétrica será a taxa de variação da carga elétrica Q em relação ao tempo t que atravessa uma seção transversal de um condutor. Em símbolos:

$$I(t) = dQ/dt$$

A capacitância C de um capacitor submetido a uma carga elétrica Q, com uma diferença de potencial entre as placas indicada por V_{AB}, será dada por:

$$C = Q/V_{AB}$$

A lei de Ohm, estabelece que a diferença de potencial V_{CD} nos extremos de um resistor de resistência R submetido a uma intensidade da corrente I, é dada por:

$$V_{CD} = R\ I$$

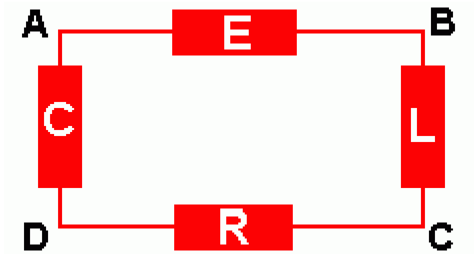
A indutância L de um indutor é uma constante relacionada com a diferença de potêncial V_{BC} e com a taxa de variação da intensidade da corrente elétrica em relação ao tempo dI/dt, através da expressão matemática:

$$V_{BC} = L\ dI/dt$$

Existem duas leis gerais devidas a Kirchhoff, relacionadas com a corrente elétrica e com a diferença de potencial.

- **Lei dos nós:** A soma algébrica das intensidades de corrente elétrica em um nó de um circuito elétrico é igual a zero.
- **Lei das malhas:** A soma algébrica das diferenças de potencial em uma malha é zero.

O circuito RLC: Circuitos elétricos mais complexos, às vezes são denominados redes e de forma simples, são formados por resistores com resistência R, indutores com indutância L, capacitores com capacitância C e uma fonte de energia elétrica V=V(t) relacionada com uma função E=E(t).



Usaremos letras nos vértices do circuito para facilitar o estudo, identificando o sentido positivo para o deslocamento da corrente elétrica de A para B e usando a notação para a diferença de potencial entre os pontos X e Y como sendo V_{XY}.

Neste caso não há necessidade de fazer uso da lei dos nós, mas pela lei das malhas de Kirchhoff temos:

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_{DA} = 0$$

onde V_{AB} é a diferença de potencial gerada pela fonte de alimentação, V_{BC} é a diferença de potencial nos extremos do indutor, V_{CD} é a diferença de potencial nos extremos do resistor e V_{DA} é a diferença de potencial nos extremos do capacitor.

Relacionando agora todos os elementos, temos:

$$V_{AB} = -\int E(t)dt = -V(t)$$

$$V_{BC} = L\ dI/dt$$

$$V_{CD} = R\ I$$

$$V_{DA} = Q/C$$

Dessa forma:

$$-V(t) + L\ dI/dt + R\ I + (1/C)\ Q = 0$$

Derivando ambos os membros desta EDO em relação ao parâmetro tempo, obteremos:

$$-E(t) + LI''(t) + RI'(t) + (1/C)dQ/dt=0$$

Como I=dQ/dt, então poderemos escrever sem o uso da variável t:

$$L\,I'' + R\,I' + I/C = E(t)$$

que é uma EDO linear de segunda ordem com coeficientes constantes e a parte não homogênea E=E(t). Como I=Q ' , I '=Q '' e:

$$L\,I' + R\,I + Q/C = V(t)$$

então, esta EDO também pode ser escrita da forma:

$$L\,Q'' + R\,Q' + Q/C = V(t)$$

que também é uma EDO linear com coeficientes constantes e a parte não homogênea V=V(t).

Existem alguns casos particulares interessantes, sendo que alguns deles são teóricos:

1. Circuito RC: **Se não existe indutor e a diferença de potencial V_{AB} é constante, temos E(t)=0 e a EDO se reduz a uma EDO linear homogênea de 1a. ordem:**

$$R\,I' + (1/C)\,I = 0$$

2. Circuito RC: **Se não existe indutor e a diferença de potencial V_{AB}=-V(t), a EDO acima se reduz a uma EDO linear não homogênea de 1a. ordem:**

$$R\, I\,' + (1/C)\, I = E(t)$$

3. Circuito RL: **Se não existe capacitor e a diferença de potencial V_{AB} é constante, E(t)=0, a EDO acima se reduz a uma EDO linear homogênea de 1a. ordem:**

$$L\, I\,' + R\, I = 0$$

4. Circuito RL: **Quando não existe indutor e a diferença de potencial V=V(t), a equação acima se reduz a uma EDO linear não homogênea de 1a. ordem:**

$$L\, I\,' + R\, I = V(t)$$

5. Circuito LC: **Quando não existe resistor e a diferença de potencial V_{AB} é constante, a equação acima se reduz a uma EDO linear homogênea de 2a. ordem:**

$$L\, Q\,'' + (1/C)\, Q = 0$$

6. Circuito LC: **Quando não existe resistor e a diferença de potencial V_{AB}=-V(t), a equação acima se reduz a uma EDO linear não homogênea de 2a. ordem:**

$$L\, Q\,'' + (1/C)\, Q = V(t)$$

a) $(2x-y)\,dx+(2y-x)\,dy=0$

$$\left\{\begin{array}{l} M(x,y)=2x-y \rightarrow M_y=-1 \\ N(x,y)=2y-x \rightarrow N_x=-1 \end{array}\right] =$$

$$F(x,y)=\int M(x,y)\,dx=\int(2x-y)\,dx = x^2-xy+g(y)$$

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y}=N(x,y) \rightarrow -x+g'(y)=2y-x$$

$$g'(y)=2y$$

$$\therefore g(y)=y^2$$

$$F(x,y)=x^2-xy+y^2$$

b) $2x+y^2+2xy\,y'=0$

$$\left\{\begin{array}{l} M(x,y)=2x+y^2 \rightarrow M_y=2y \\ N(x,y)=2xy \rightarrow N_x=2y \end{array}\right] =$$

$$F(x,y)=\int M(x,y)\,dx=\int(2x+y^2)\,dx= x^2+xy^2+g(y)$$

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y}=N(x,y) \rightarrow 2xy+g'(y)=2xy$$

$$g'(y)=0$$

$$\rightarrow g(y)=c$$

$$\rightarrow F(x,y)=x^2+xy^2+c$$

c) $9x^2+y-1+(-4y+x)\,y'=0$

$$\left\{\begin{array}{l} M(x,y)=9x^2+y-1 \rightarrow M_y=1 \\ N(x,y)=-4y+x \rightarrow N_x=1 \end{array}\right] =$$

$$F(x,y)=\int M(x,y)\,dx=\int(9x^2+y-1)\,dx=3x^3+xy-x+g(y)$$

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y}=N(x,y) \rightarrow x+g'(y)=-4y+x$$

$$g'(y)=-4y \rightarrow g(y)=-2y^2$$

$$\therefore F(x,y)=3x^3+xy-x-2y^2$$

d) $(y\cos x+2xe^y)+(\operatorname{sen} x+x^2e^y-1)\,y'=0$

$$\left\{\begin{array}{l} M(x,y)=y\cos x+2xe^y \rightarrow M_y=\cos x+2xe^y \\ N(x,y)=\operatorname{sen} x+x^2e^y-1 \rightarrow N_x=\cos x+2xe^y \end{array}\right] =$$

$$F(x,y)=\int M(x,y)\,dx=\int(y\cos x+2xe^y)\,dx$$

$$= y\cdot\operatorname{sen} x + x^2\cdot e^y+g(y)$$

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y}=N(x,y) \rightarrow \operatorname{sen} x + x^2\cdot e^y + g'(y) = \operatorname{sen} x+x^2e^y-1$$

$$\rightarrow g'(y)=-1 \rightarrow g(y)=-y$$

$$\therefore F(x,y)=y\cdot\operatorname{sen} x+x^2\cdot e^y-y$$

e) $(3x^2-2xy+2)\,dx+(6y^2-x^2+3)\,dy=0$

$$\left\{\begin{array}{l} M(x,y)=3x^2-2xy+2 \rightarrow M_y=-2x \\ N(x,y)=6y^2-x^2+3 \rightarrow N_x=-2x \end{array}\right] =$$

$$F(x,y)=\int M(x,y)\,dx=\int(3x^2-2xy+2)\,dx=x^3-x^2y+2x+g(y)$$

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y}=N(x,y) \rightarrow -x^2+g'(y)=6y^2-x^2+3$$

$$\rightarrow g'(y)=6y^2+3$$

$$\rightarrow g(y)=2y^3+3y$$

$$\rightarrow \therefore F(x,y)=x^3-x^2y+2x+2y^3+3y \;//$$

EDO – Forma não – exata

a) $(3xy + y^2)dx + (x^2 + xy)dy = 0$

$M(x,y) = (3xy + y^2)$

$N(x,y) = (x^2 + xy)$

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = 3x + 2y \qquad \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} = 2x + y$$

$\neq$

↳ não – exata

↳ fator integrante

$$p(x) = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N(x,y)} = \frac{3x+2y-(2x+y)}{x^2+xy} = \frac{x+y}{x^2+xy} =$$

$$= \frac{\cancel{x+y}}{x\cancel{(x+y)}} = \frac{1}{x} \rightarrow \mu' = \frac{1}{x} \cdot \mu \rightarrow \frac{d\mu}{dx} = \frac{1}{x} \cdot \mu$$

$$\int \frac{1}{\mu} d\mu = \int \frac{1}{x} \cdot dx \rightarrow \ln \mu = \ln x$$

$$\boxed{\mu = x}$$

b) $-2xy + (3x^2 - y^2)y' = 0$

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} \neq \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$$

$$p(x) = \frac{\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} - \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}}{N(x,y)} = \frac{-2x-6x}{3x^2-y^2} = \frac{-8x}{3x^2-y^2}$$

$6xy^2$

$\rightarrow p(y) = \dfrac{\dfrac{\partial N}{\partial x} - \dfrac{\partial M}{\partial y}}{M(x,y)} = \dfrac{6x + 2x}{-2xy} = \dfrac{\overset{4}{\cancel{8}}x}{-\underset{1}{\cancel{2}}xy} = -\dfrac{4}{y}$ ✓

$\rightarrow \mu'(y) = -\dfrac{4}{y} \cdot \mu(y) \rightarrow \dfrac{d\mu}{dy} = -\dfrac{4}{y} \cdot \mu$

$\rightarrow \int \dfrac{1}{\mu} \cdot d\mu = \int -\dfrac{4}{y} \cdot dy = \ln \mu = -4 \ln y$

$\ln \mu = \ln y^{-4}$

$\mu = y^{-4}$

→ multiplicando o fator integrante na Eq. original

$y^{-4}\left[-2xy + (3x^2 - y^2)\, y' = 0\right]$

$\underbrace{-2xy^{-3}} + \underbrace{(3x^2y^{-4} - y^{-2})}\, y' = 0$

↳ forma exata

$F(x,y) = \int M(x,y)\,dx = \int (-2xy^{-3})\,dx = -x^2y^{-3} + g(y)$

$\dfrac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N(x,y) \rightarrow 3x^2y^{-4} + g'(y) = 3x^2y^{-4} - y^{-2}$

↳ $\therefore g'(y) = -y^{-2}$

$F(x,y) = -x^2y^{-3} - y^{-2}$

c) $e^{x^3} + \operatorname{sen} y + \frac{x}{3} \cos y \, y' = 0$

$\begin{cases} M(x,y) = e^{x^3} + \operatorname{sen} y & \rightarrow M_y = \cos y \\ N(x,y) = x/3 \cos y & \rightarrow N_x = \cos y / 3 \end{cases}$

caso 1: $p(x) = \frac{M_y - N_x}{N(x,y)} = \frac{\cos y - \cos y/3}{\frac{x}{3}\cos y} = \frac{1 - 1/3}{\frac{x}{3}} = \frac{2}{x}$

$\mu'(x) = p(x)\mu(x)$

$\frac{d\mu}{dx} = \frac{2}{x} \cdot \mu \rightarrow \int \frac{1}{\mu} \cdot d\mu = \int \frac{2}{x} \cdot dx = \ln \mu = 2 \ln x$

$\ln \mu = \ln x^2$

$\mu = x^2$

$\rightarrow x^2 \cdot e^{x^3} + x^2 \cdot \operatorname{sen} y + \frac{x^3}{3} \cos y \, y' = 0$

$\frac{\partial \tilde{M}(x,y)}{\partial y} = x^2 \cdot \cos y \qquad \frac{\partial \tilde{N}(x,y)}{\partial x} = x^2 \cdot \cos y$

(=)

$F(x,y) = \int \tilde{M}(x,y) dx = \int (x^2 \cdot e^{x^3} + x^2 \cdot \operatorname{sen} y) dx$

$= \int (x^2 \cdot e^{x^3}) dx + \int (x^2 \cdot \operatorname{sen} y) dx$

$u = x^3 \rightarrow du = 3x^2 \cdot dx \rightarrow \frac{du}{3x^2} = dx$

$\rightarrow F(x,y) = \int \cancel{x^2} \cdot e^u \cdot \frac{du}{3\cancel{x^2}} + \frac{\operatorname{sen} y}{3} \cdot x^3 + g(y)$

$= \frac{1}{3} \cdot e^{x^3} + \frac{\operatorname{sen} y}{3} \cdot x^3 + g(y)$

$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N(x,y) \rightarrow \frac{1}{3} \cdot e^{x^3} + \frac{\operatorname{sen} y}{3} \cdot x^3 + g'(y) = \frac{x^3}{3} \cos y$

$g(y) = \frac{x^3}{3} \cos y - \frac{e^{x^3}}{3} - \frac{\operatorname{sen} y \, x^3}{3}$

$\rightarrow g(y) = \frac{x^3}{3} (\cos y - \operatorname{sen} y) - \frac{e^{x^3}}{3}$

$\therefore F(x,y) = \frac{x^3 \cos y}{3}$

d) $(3x^2 y + 2xy + y^3) dx + (x^2 + y^2) dy = 0$

$\begin{cases} M(x,y) = 3x^2 y + 2xy + y^3 & \rightarrow M_y = 6x + 2x + 3y^2 \\ N(x,y) = x^2 + y^2 & \rightarrow N_x = 2x \end{cases}$

caso 1 $\rightarrow p(x) = \frac{M_y - N_x}{N(x,y)} = \frac{6x + \cancel{2x} + 3y^2 - \cancel{2x}}{x^2 + y^2} = \frac{6x + 3y^2}{x^2 + y^2}$

caso 2 $\rightarrow p(y) = \frac{N_x - M_y}{M(x,y)} = \frac{\cancel{2x} - 6x - \cancel{2x} - 3y^2}{3x^2 y + 2xy + y^3} = \frac{-6x - 3y^2}{3x^2 y + 2xy + y^3}$

e) $y' = e^{2x} + y - 1$

$\begin{cases} M(x,y) = -(e^{2x} + y - 1) & \rightarrow M_y = -(1) \\ N(x,y) = 1 & N_x = 0 \end{cases} \Big] \neq$

$\rightarrow$ caso 1: $p(x) = \frac{M_y - N_x}{N(x,y)} = \frac{-1 - 0}{1} = \frac{-1}{1} = -1$

$\rightarrow$ caso 2: $p(y) = \frac{N_x - M_y}{M(x,y)} = \frac{0 + 1}{-e^{2x} - y + 1}$

Equação Bernoulli

$\to v = y^{\cancel{n-1}\ 1-n}$ $\quad \to v = y^{-2}$

$v' = -2y^{-3}y'$

$y^{-3}\cdot y' = \frac{v'}{-2}$

Ex.: $y' + \frac{2}{x}\cdot y - \frac{1}{x^2}\cdot y^3 = 0$

$$y'\cdot y^{-3} + \frac{2}{x}\cdot y\cdot y^{-3} - \frac{1}{x^2}\cdot y^3\cdot y^{-3} = 0$$

$$y'\cdot y^{-3} + \frac{2}{x}\cdot y^{-2} = \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{v'}{-2} + \frac{2}{x}\cdot v = \frac{1}{x^2} \xrightarrow{\cdot(-2)} v' - \frac{4}{x}v = -\frac{2}{x^2}$$

$$\mu = e^{\int -\frac{4}{x}dx} = e^{-4\ln x} = e^{\ln x^{-4}} = x^{-4} = 1/x^4$$

$$\frac{1}{x^4}v' - \frac{4}{x}\cdot v\cdot\frac{1}{x^4} = -\frac{2}{x^2}\cdot\frac{1}{x^4}$$

$$\int\left[\frac{1}{x^4}\cdot v\right]' dx = \int -\frac{2}{x^6}\,dx$$

$$\frac{1}{x^4}\cdot v = -2\cdot\frac{x^{-5}}{-5} + C \rightsquigarrow \frac{1}{x^4}\cdot v = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{x^5} + C$$

$$v = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{x} + x^4\cdot C \xrightarrow{v = y^{-2}} y^{-2} = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{x} + x^4\cdot C$$

b) $y' - \frac{1}{x} \cdot y = 4x y^2 \rightsquigarrow \vartheta = y^{-1} \rightsquigarrow n = 2$

$$y^{-2}\left[y' - \frac{1}{x} \cdot y = 4xy^2 \right]$$

$$y' \cdot y^{-2} - \frac{1}{x} \cdot y^{-1} = 4x$$

$$\vartheta' = (1-n) \cdot y^{-n} \cdot y' \rightsquigarrow \vartheta' = -1 \cdot y^{-2} \cdot y'$$

$$\rightsquigarrow -\vartheta' = y^{-2} \cdot y'$$

$$\to \therefore -\vartheta' - \frac{1}{x} \cdot \vartheta = 4x \to -\vartheta' = \frac{4}{x} + \frac{\vartheta}{x} \to -\vartheta' = \frac{4+\vartheta}{x}$$

$$\to -\vartheta' \cdot x = (4+\vartheta)$$

$$\frac{-\vartheta'}{(4+\vartheta)} = \frac{1}{x} \rightsquigarrow \int -\left(\frac{1}{4+\vartheta}\right) \cdot d\vartheta = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\to -\ln(4+\vartheta) = \ln x + c$$

$$e^{\ln[(4+\vartheta)^{-1}]} = e^{\ln x + c}$$

$$(4+\vartheta)^{-1} = e^{\ln x} \cdot \underbrace{e^{c}}_{K}$$

$$(4+\vartheta)^{-1} = e^{\ln x} \cdot K$$

$$4+\vartheta = \frac{1}{e^{\ln x} \cdot K} \rightsquigarrow \vartheta = \frac{1}{e^{\ln x} \cdot K} - 4$$

Plano de aula semanal: Semana 5

Matrícula	Aluno	Turma	Professora
180109588	**Tales Soares Brandão**	**CC**	**Tatiane Evangelista**

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	**15/04**	**16/04**	**18/04**
Objetivos	**→Reconhecer uma Equação Diferencial e suas noções básicas; →Classificação de uma ED.**	**→Soluções de EDO 1ª ordem Linear.**	**→Soluções de EDO 1ª ordem não-linear.**
Informação	**→ED's são equações que possuem derivada nas variáveis. Classifica-se uma E.D. por: tipo, ordem, linearidade e homogeneidade.**	**→A EDO 1ª Linear pode ser Homogênea ou Não-homogênea.**	**→Solucionar uma EDO 1ª NL na forma de Equação Separável e na forma Homogênea.**

	Formas de expressá-la: implícita, explicita e padrão.		
Resumo	→Classificação: (1.1). EDO: 1 variável independente (1.2). EDP: +2 var. indep. (2). Ordem: grau da maior derivada da equação (3.1). Linear; (3.2). Não-linear; (4.1). Homogênea: possui função independente igual à zero; (4.2). Não Homogênea Solução de uma EDO: é uma função que satisfaz a ED em certo intervalo.	→Para EDO 1ª LH: colocar na forma padrão e integrar toda a equação; → EDO 1ª LNH: colocar na forma padrão e: caso 1– passar para formula de Sol. Geral; caso 2 – multiplicar pelo fator integrante e resolver.	→Equação Separável: y'=M(x)/N(y) ->Sol. Geral -> ∫N(y)dy = ∫M(x)dx →Homogênea: y'=f(x,y) -> y'=F(y/x) 1º: z=y/x 2º: Sustituir y por vx 3º: F(z)=v'x+v 4º:∫(1/F(z)-z)dz = ∫(1/x)dx
Observação			

Dúvidas			
Monitoria			

Classificação de Equações Diferenciais

a) $y' + (1 - t) y = 0$

↳ EDO, 1º ~~grau~~ ordem, linear, homogênea

b) $t^2 y'' + t y' + 2y = \sin t$

↳ EDO, 2ª ordem, não-linear, não-homogênea

c) $y''' + t y' + \cos^2 t \, y = t^4$

↳ EDO, 3ª ordem, não-linear, não homogênea

d) $(1 + y^2) y^{(4)} + t y' + y = 0$

↳ EDO, 4ª ordem, não-linear, homogênea

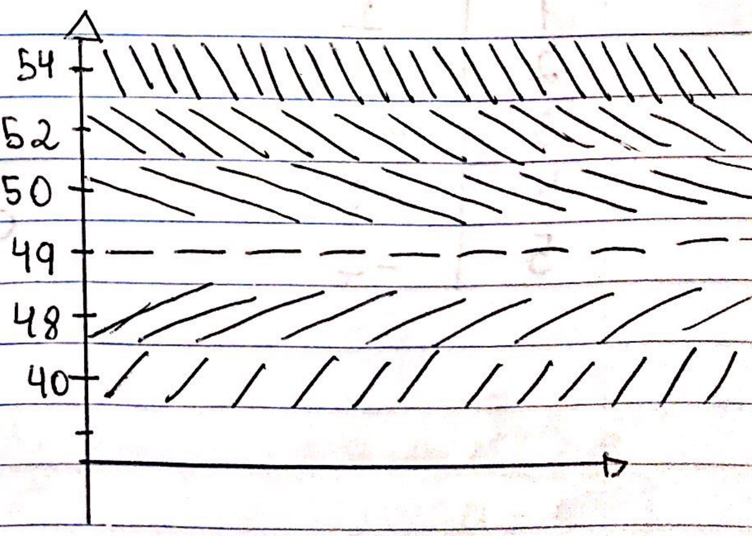
e) $y' + t y^2 = 0$

↳ EDO, 1ª ordem, não-linear, homogênea.

Campos de Direção

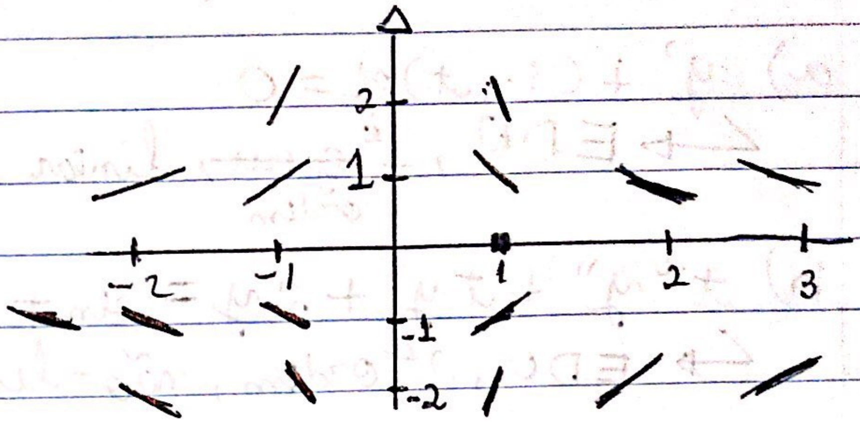
a) $y' = 9{,}8 - \frac{1}{5} y$

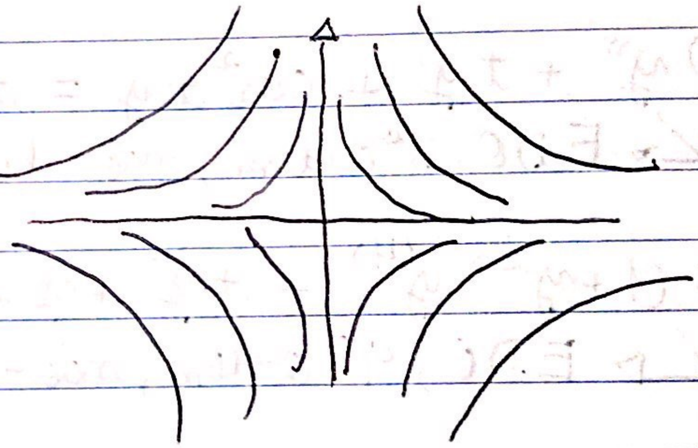
y	y'
40	1,8
44	1
48	0,2
49	0
50	-0,2
52	-0,6
54	-1



b) $y' = -\dfrac{y}{x}$

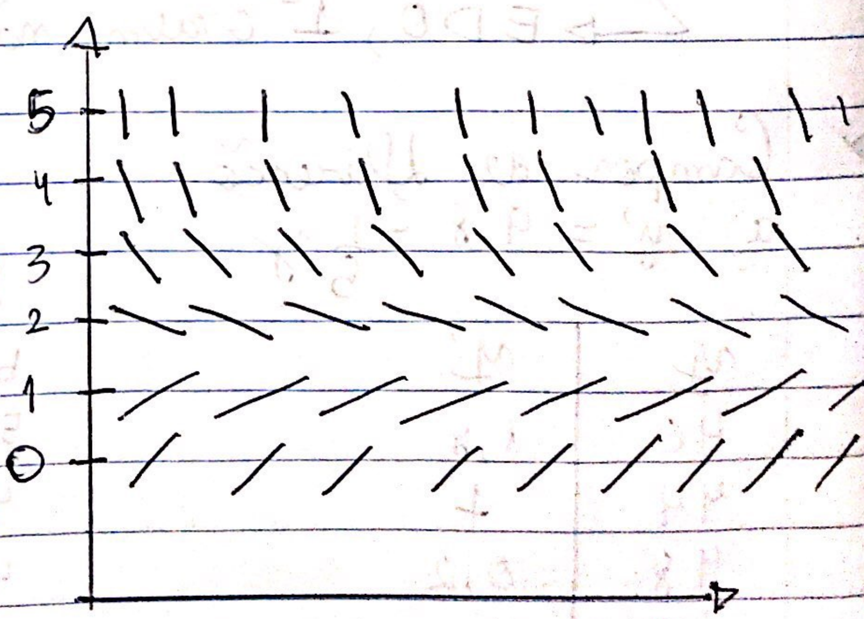
(x, y)	y'
$(1, 2)$	$y' = -2$
$(1, 1)$	$y' = -1$
$(2, 1)$	$y' = -1/2$
$(3, 1)$	$y' = -1/3$
$(-1, 1)$	$y' = 1$
$(-2, -1)$	$y' = -1/2$
$(1, -1)$	$y' = 1$





c) $y' = 3 - 2y$

y	y'
0	3
1	1
2	-1
3	-3
4	-5
5	-7



Scanned with CamScanner

Solução EDO 1ª ordem linear homogênea

a) $\frac{dy}{dx} = y \to \int \frac{1}{y}\,dy = \int dx \to \ln|y| = x + c \longrightarrow$

$\xrightarrow{e} y = e^{x+c} \to \boxed{y = e^{x} \cdot c}$

b) $\cancel{\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+x+1}{y^2-2y+5}} \to \cancel{\int (y^2-2y+5)\,dy = \int (x^2+x+1)\,dx}$

$\to \cancel{\boxed{\frac{y^3}{3} - y^2 + 5y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + c}}$

c) $y' + sen(t)\cdot y = 0 \to y' = -sen(t)\cdot y \to \frac{dy}{dt} = -sen(t)\cdot y$

$\int \frac{1}{y}\cdot dy = \int -sen(t)\cdot dt \Rightarrow \ln y + C_1 = \cos t + C_2$

$\to \ln y = \cos t + C \Rightarrow e^{\ln y} = e^{\cos(t) + C}$

$\Rightarrow y = e^{\cos t} \cdot e^{c}$

$\to \boxed{y = K \cdot e^{\cos t}}$

Solução EDO 1ª ordem linear não-homogênea

a) $y' - 3y = -3x$

$\mu y' \underbrace{-3\mu}_{\mu'} y = -3x\mu \to \mu' = -3\mu \to \frac{d\mu}{dx} = -3\mu$

$\hookrightarrow \int \frac{1}{\mu}\,d\mu = \int -3\,dx \to e^{\ln \mu} = e^{-3x}$

$\boxed{\mu = e^{-3x}}$

$\to e^{-3x}y' - 3e^{-3x}y = -3xe^{-3x}$

$(e^{-3x}y)' = -3xe^{-3x} \longrightarrow \int (e^{-3x}y)'\,dx = \int -3xe^{-3x}\,dx$

* $\to \int -3xe^{-3x}\,dx \to \int \mu e^{\mu}\,\frac{d\mu}{(-3)}$ $\quad \to f = \mu \to f' = 1$

$\mu = -3x \to \frac{d\mu}{-3} = dx$ $\quad g' = e^{\mu} \to g = e^{\mu}$

$$\mu e^{\mu} - \int e^{\mu} d\mu \rightarrow \mu e^{\mu} - e^{\mu} = e^{\mu}(\mu - 1)$$

$\rightsquigarrow$ substituindo:

$$e^{-3x} y = -\frac{1}{3} \cdot e^{-3x} (-3x - 1) + C$$

$$e^{-3x} y = \frac{e^{-3x}}{3} (3x + 1) + C$$

$$\hookrightarrow \boxed{y = \frac{(3x+1)}{3} + C \cdot e^{3x}}$$

b) $y' + 2y = -3$

$$y' = -2y - 3 \rightsquigarrow y' = -2 \cdot (y + 3/2) \rightarrow \frac{dy}{dx} = -2(y + 3/2)$$

$$\int \frac{1}{y + \frac{3}{2}} dy = \int -2\, dx$$

$$\ln(y + 3/2) = -2x + C \Rightarrow e^{\ln(y + 3/2)} = e^{-2x + C}$$

$$\rightarrow y + \frac{3}{2} = e^{-2x} \cdot \underbrace{e^{C}}_{K} \qquad \hookrightarrow \boxed{y = y(x) = -\frac{3}{2} + K \cdot e^{-2x}}$$

c) $y' - Tg(x) y = sen(x)$

$$\mu y' - \mu\, Tg(x)\, y = \mu\, sen x \rightsquigarrow (\mu y)' = \mu\, sen(x)$$

$$\hookrightarrow \mu' = -\mu\, Tg\, x \rightarrow \frac{d\mu}{dx} = -\mu\, Tg\, x \rightarrow \int \frac{1}{\mu} d\mu = \int -Tg\, x\, dx$$

$$* \int Tg\, x\, dx = \int \frac{sen x}{cos x} dx \rightsquigarrow \mu = cos x, \quad d\mu = -sen x\, dx$$

$$* \int \frac{1}{\mu} d\mu = -\ln|cos x|$$

$$\rightarrow \ln \mu = + \ln cos x \rightarrow \boxed{\mu = cos x}$$

$$\hookrightarrow cos x\, y' - cos x \cdot \frac{sen x}{cos x} y = cos x\, sen x$$

Scanned with CamScanner

$(\cos x \cdot y)' = \cos x\, y' - \operatorname{sen} x\, y = \operatorname{sen} x \cos x$

$\int (\cos x \cdot y)' dx = \int \operatorname{sen} x \cos x\, dx$

$\hookrightarrow \mu = \cos x \quad d\mu = -\operatorname{sen} x\, dx$

$-\int \mu\, d\mu = -\frac{\mu^2}{2}$

$\hookrightarrow \cos x \cdot y = -\frac{\cos^2 x}{2} + c$

$\hookrightarrow \boxed{y = -\frac{\cos x}{2} + \frac{c}{\cos x}} \rightarrow C \cdot \sec x$

Solução EDO 1ª ordem na forma separável.

a) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+x+1}{y^2-2y+5}$

$\int (y^2 - 2y + 5)\, dy = \int (x^2 + x + 1)\, dx$

$\hookrightarrow \boxed{\frac{y^3}{3} - y^2 + 5y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + C}$

b) $y' + y^2 \operatorname{sen} x = 0 \rightarrow y' = -y^2 \cdot \operatorname{sen} x \rightarrow \frac{dy}{dx} = -y^2 \cdot \operatorname{sen} x$

$\hookrightarrow -\frac{1}{y^2} \cdot dy = \operatorname{sen} x \cdot dx$

$\hookrightarrow \int -\frac{1}{y^2}\, dy = \int \operatorname{sen} x\, dx = \frac{-y^{-1}}{-1} + C_1 = -\cos x + C_2$

$\frac{1}{y} = (-\cos x + c) \rightarrow \boxed{y = \frac{1}{-\cos x + C}}$

c) $\begin{cases} y' = \dfrac{x - e^{-x}}{y + e^{y}} \\ y(0) = 1 \end{cases}$

$\rightarrow (y + e^{y}) \cdot y' = x - e^{-x}$

$(y + e^{y}) \dfrac{dy}{dx} = (x - e^{-x})$

$\int (y + e^{y})\, dy = \int (x - e^{-x})\, dx$

$\dfrac{y^2}{2} + e^{y} + c_1 = \dfrac{x^2}{2} + e^{-x} + c_2$

$\dfrac{y^2}{2} + e^{y} = \dfrac{x^2}{2} + e^{-x} + c$

$y(0) = 1 \Rightarrow x = 0 \rightarrow y = 1$

$\dfrac{1^2}{2} + e^{1} = 0 + 1 + c \rightarrow c = \dfrac{1}{2} + e - 1 = e - \dfrac{1}{2}$

$\rightarrow \therefore \boxed{\dfrac{y^2}{2} + e^{y} = \dfrac{x^2}{2} + e^{-x} + e - \dfrac{1}{2}}$ //

Solução EDO 1ª ordem na forma homogênea

a) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^3 - x^3}{xy^2} \begin{matrix} \div x^3 \\ \div x^3 \end{matrix} \rightarrow \left(\dfrac{y^3}{x^3} - \dfrac{x^3}{x^3}\right) \Big/ \left(\dfrac{xy^2}{x^3}\right)$

$\dfrac{dy}{dx} = \left[\left(\dfrac{y}{x}\right)^3 - 1\right] \Big/ \left(\dfrac{y}{x}\right)^2 \rightarrow t = \dfrac{y}{x} \rightarrow y = t \cdot x \rightarrow y' = t'x + t$

$\hookrightarrow t'x + t = \dfrac{t^3 - 1}{t^2} \rightarrow t'x + t = t - \dfrac{1}{t^2} \rightarrow t'x = \cancel{t} - \dfrac{1}{t^2} - \cancel{t} \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{t' = -\dfrac{1}{t^2} \cdot \dfrac{1}{x}} \rightarrow t' = -\dfrac{1}{t^2} \cdot \dfrac{1}{x} \rightarrow \dfrac{dt}{dx} = -\dfrac{1}{t^2} \cdot \dfrac{1}{x}$

$\hookrightarrow \int t^2\, dt = \int -\dfrac{1}{x}\, dx \rightarrow t^3 = -\ln x + c \rightarrow \boxed{\left(\dfrac{y^3}{x}\right) = -\ln x + c}$ //

Scanned with CamScanner

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+3y}{3x+y} \begin{matrix} \div x \\ \div x \end{matrix}$ $\quad t = \frac{y}{x} \to y = t \cdot x \to y' = t'x + t$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + 3(y/x)}{3 + \left(\frac{y}{x}\right)} \to t'x + t = \frac{1+3t}{3+t} \to t'x = \frac{1+3t}{3+t} - t$

$\to t'x = \frac{-t^2+1}{3+t} \rightsquigarrow -\frac{3+t}{+t^2-1} dt = +\frac{1}{x} dx$...

$\hookrightarrow -\int \frac{3+t}{+t^2-1} dt = \int +\frac{1}{x} dx$

$\hookrightarrow \int +\frac{1}{t+1} dt - \int \frac{2}{t-1} dt = \int \frac{1}{x} dx$

$+\ln|t+1| - 2\ln|t-1| = \ln x + c$

$e^{\ln\left|\frac{t+1}{(t-1)^2}\right|} = e^{\ln x + c}$

$\hookrightarrow \frac{t+1}{(t+1)^2} = x \cdot e^c$

$\hookrightarrow \boxed{\frac{\frac{y}{x}+1}{\left(\frac{y}{x}+1\right)^2} = x \cdot e^c}$

c) $x^2y' - (y^2 + 2xy) = 0$

$\to$ para verificar se é homogêneo

$\lambda^2 x^2 \frac{d\lambda y}{d\lambda x} - (\lambda^2 y^2 + 2\lambda^2 xy) = 0$

$\lambda^2(x^2y' - (y^2+2xy)) = 0$ é homog.

2º Subst. $y = x \cdot z$

$x^2 \frac{dz}{dx} \cdot x - x^2z^2 + 2x^2z = 0$

$$x^3 \cdot \frac{1}{dx} \cdot dz = x^2(z^2+2z)$$

$$\int \frac{1}{x}\, dx = \int \frac{1}{z^2+2z}\, dz$$

$$\ln x = \ln z^2 + 2z$$

$$kx = (z^2+2z)$$

$$\hookrightarrow \left(\frac{y}{x}\right)^2 + 2y = kx$$

$$\boxed{y^2+2y = kx^2}$$

Scanned with CamScanner