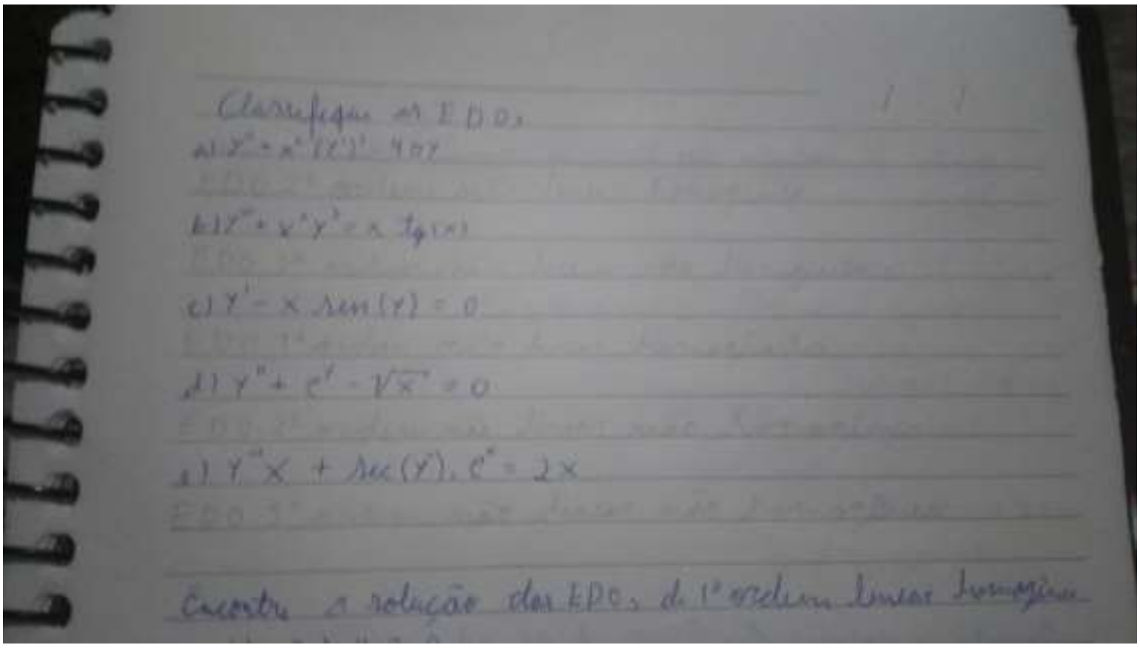
Portfólio completo módulo 2

Semana 1 módulo 2



Classifique as EDOs

a) $y'' + x^2(y')^3\ 4xy$

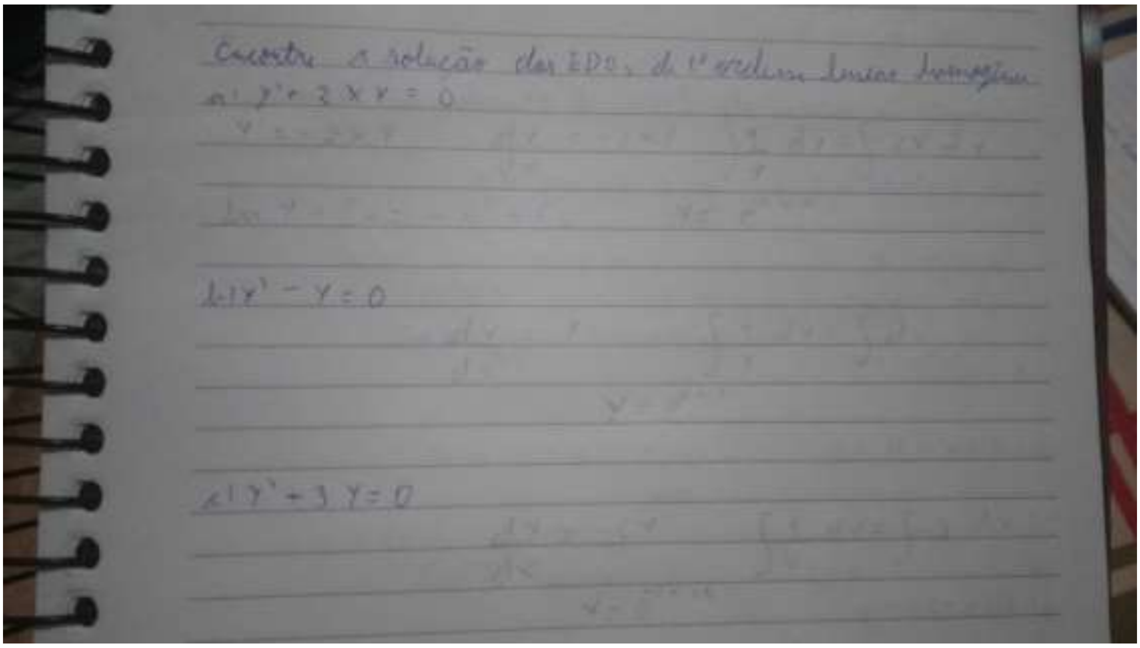
b) $y'' + x^2y^3 = x\ tg(x)$

c) $y' - x\ sen(y) = 0$

d) $y'' + e^y - \sqrt{x} = 0$

e) $y'''x + sec(y).\ e^x = 2x$

Encontre a solução das EDOs de 1ª ordem linear homogênea



Encontre a solução das EDOs de 1ª ordem linear homogênea

a) $y' + 2xy = 0$

b) $y' - y = 0$

c) $y' + 3y = 0$

Encontre a solução das EDOs de 1ª ordem lineares não homogêneas

a) $y' = 1 - y$

b) $y' = 2 + 3y$

c) $y' = -3 - y$

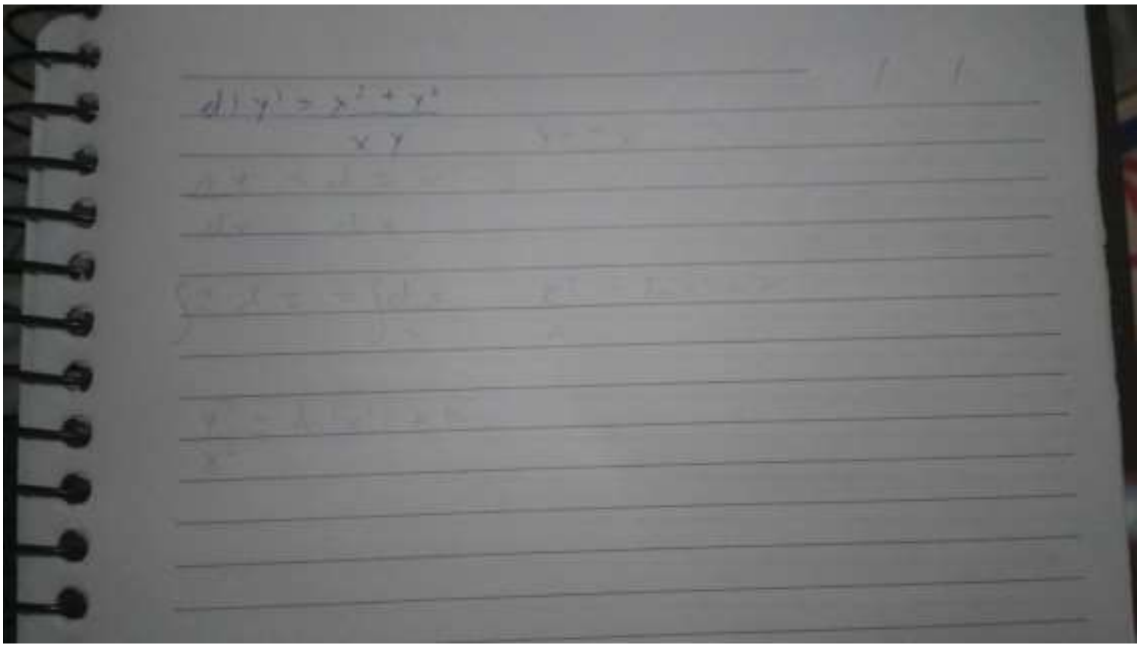
Encontre a solução das EDOs de 1ª ordem não lineares

Encontre a solução das EDOs de 1ª ordem não lineares

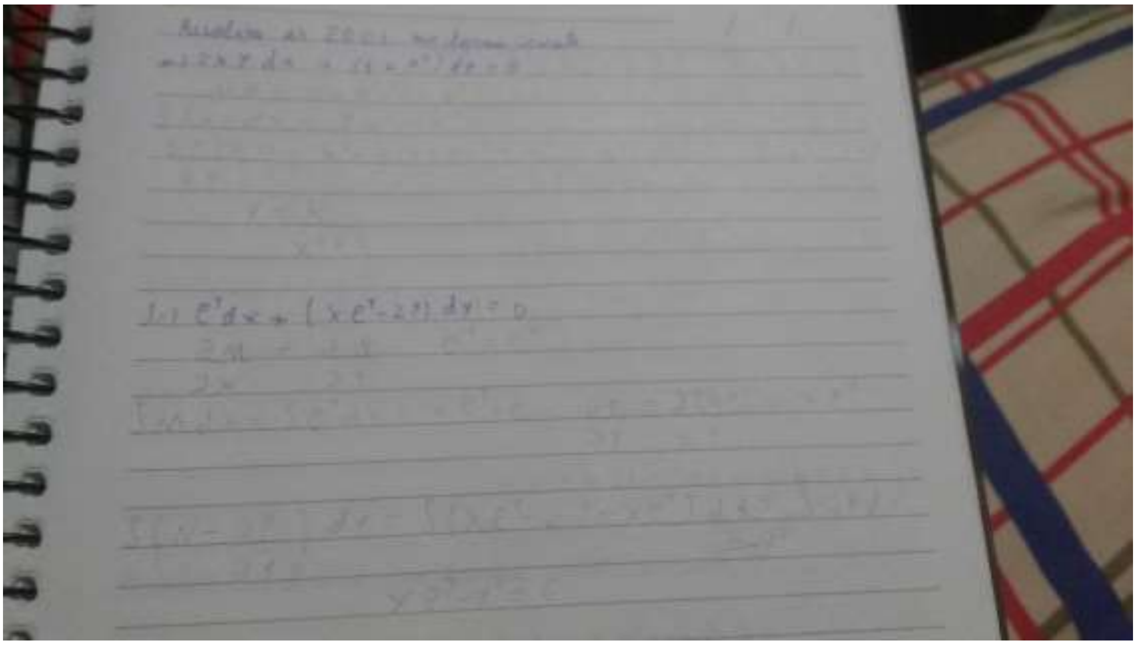
a) $y'(x^2+1) = y$

b) $y'(x+1) = y$

c) $y'(x+2) = y$



Semana 2 módulo 2



c) $(x + \operatorname{sen} y)\,dx + (x\cos y - 2y)\,dy = 0$

d) $(2 + ye^{xy})\,dx + (xe^{xy} - 2y)\,dx = 0$

$2xy\,dx + (x^2 - 1)\,dy = 0$

2. $2xy\,dx + (x^2 - 1)\,dy = 0$

$F(x,y) = \int 2xy\,dx = yx^2 + h(y)$

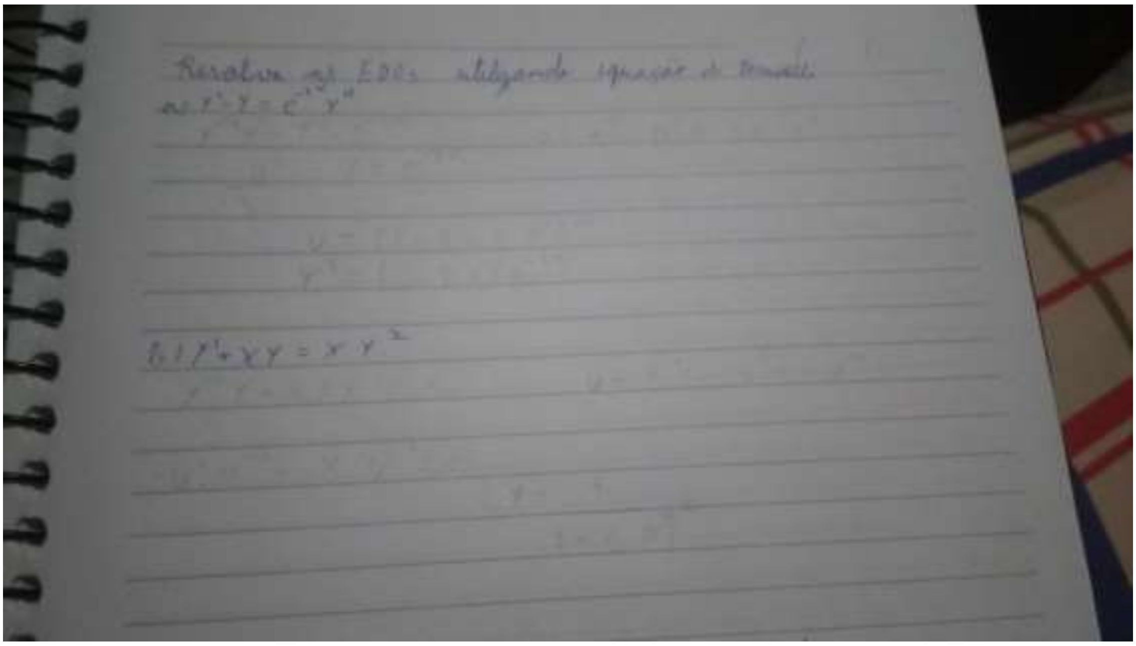
$yx^2 - y = k$

Resolva as EDOs na forma não exata

a) $(4x^2 + 3\cos y)\,dx - x\,\text{sen}\,y\,dy = 0$

$I = x^2$

$(4x^4 + 3x^2\cos y)\,dx - x^3\,\text{sen}\,y\,dy = 0$



Resolva as EDOs utilizando equação de Bernoulli

b) $y' + xy = xy^2$

Aplicações de EDOs

Sistema de massa variável em lançamento de foguetes

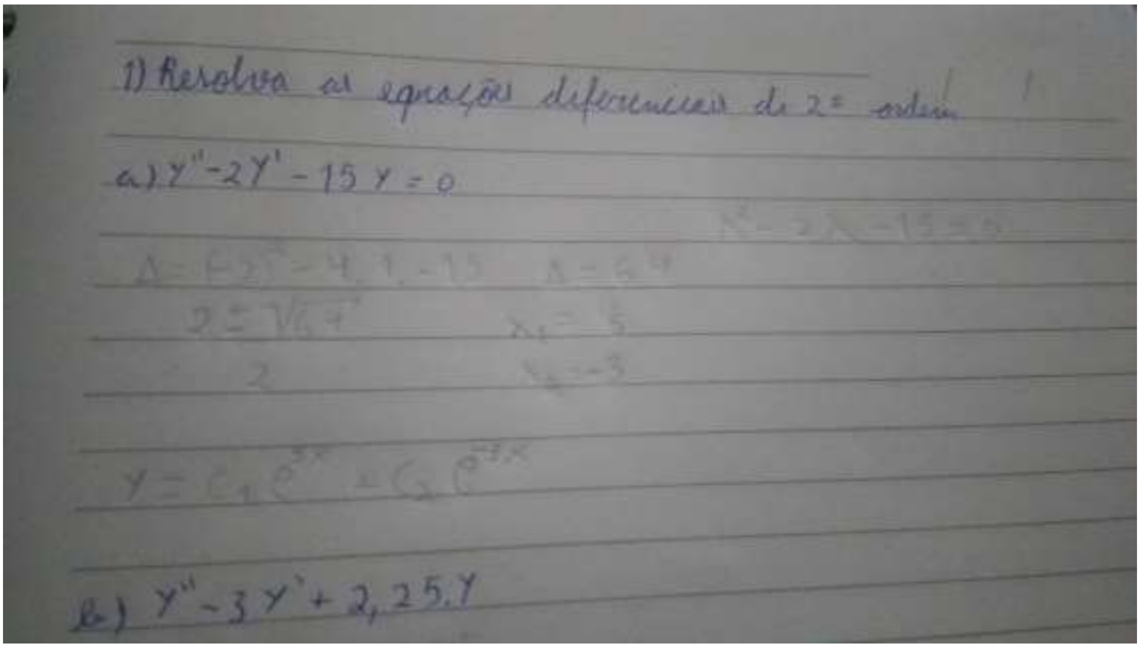
Escoamento de fluídos

Modelo teórico em previsão de enchentes

Decaimento radioativo

Concentrações em uma mistura

Semana 3 módulo 2



1) Resolva as equações diferenciais de 2ª ordem

a) $y'' - 2y' - 15y = 0$

$\lambda^2 - 2\lambda - 15 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) \quad \Delta = 64$

$\dfrac{2 \pm \sqrt{64}}{2} \qquad x_1 = 5 \quad x_2 = -3$

$y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{-3x}$

b) $y'' - 3y' + 2{,}25 y$

b) $y'' - 3y' + 2{,}25.y$

$\lambda^2 - 3\lambda + 2{,}25$

$\Delta = (-3)^2 - 4.1.2{,}25 \quad \Delta = 0$

$\frac{3 \pm 0}{2} = \frac{3}{2}$

$y = C_1 e^{\frac{3}{2}x} + C_2 x e^{\frac{3}{2}x}$

c) $y'' + 4y' + 13y = 0$

$\lambda^2 + 4\lambda + 13 = 0$

$y = C_1 e^{\frac{3}{2}x} + C_2 x e^{\frac{3}{2}x}$

c) $y'' + 4y' + 13y = 0$

$\lambda^2 + 4\lambda + 13 = 0$

$\Delta = 4^2 - 4.1.13 \quad \Delta = -36$

$\frac{-4 \pm i.6}{2} \quad -2 \pm 3i$

$y = e^{-2x}(C_1 \cos(3t) + C_2 \operatorname{sen}(3t))$

2) Resolva as EDOs de 2ª ordem com PVI

a) $4y'' + 12y' + 5y = 0$ $\quad$ $y(0) = -2$ e $y'(0) = -1$

[illegible]

$y = C_1 e^{[illegible]} + C_2 x e^{[illegible]}$

$-2 = C_1 e^{[illegible]} + C_2 \cdot 0 \cdot e^{[illegible]}$ $\quad$ $C_1 = -2$

[illegible]

$y = -2 e^{[illegible]} - 4 x e^{[illegible]}$

b) $y'' + y = 0$ $\quad$ $y(0) = 1$ e $y'(0) = -2$

$\lambda^2 + 1 = 0$ [illegible]

$y = C_1 \cos(x) + C_2 \operatorname{sen}(x)$

$y' = -C_1 \operatorname{sen}(x) + C_2 \cos(x)$

[illegible] $C_1 = 1$

[illegible] $C_2 = -2$

$y = \cos(x) - 2 \operatorname{sen}(x)$

c) $y'' + 4y' + 3y = 0$ $\qquad y(0) = 2 \quad y'(0) = -1$

$\lambda^2 + 4\lambda + 3 = 0$

$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4$

$\dfrac{-4 \pm \sqrt{4}}{2}$ $\qquad \lambda_1 = -1$ $\quad \lambda_2 = -3$

$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$

$2 = C_1 e^{0} + C_2 e^{0}$ $\qquad 2 = C_1 + C_2$

$-1 = -C_1 e^{0} - 3C_2 e^{0}$ $\qquad -1 = -C_1 - 3C_2$

$C_1 = \dfrac{5}{2}$ $\qquad C_2 = -\dfrac{1}{2}$

$y = \dfrac{5}{2} e^{-x} - \dfrac{1}{2} e^{-3x}$

Semana 3 módulo 2

1)Encontre a solução particular EDOs utilizando o método dos coeficientes indeterminados.

a) $y'' - 3y' + 2y = 2e^{3x}$

$y_p(x) = A.e^{3x}$

$9Ae^{3x} - 3(3Ae^{3x}) + 2Ae^{3x} = 2e^{3x}$

$2Ae^{3x} = 2e^{3x}$ $\qquad A = 1$

$y_p(x) = e^{3x}$

b) $y'' - 3y' + 2y = sen(x)$

$y_p(x) = A\,sen(x) + B\cos(x)$

$-A\,sen(x) - B\cos(x) - 3A\cos(x) + 3B\,sen(x) + 2A$

$+ 2B\cos(x) = sen(x)$

$-A\,\mathrm{sen}(x) - B\cos(x) - 3A\cos(x) + 3B\,\mathrm{sen}(x) + 2A\,\mathrm{sen}(x)$
$+ 2B\cos(x) = \mathrm{sen}(x)$

$(3B + A)\,\mathrm{sen}(x) - (3A - B)\cos(x) = \mathrm{sen}(x)$

$A = \frac{1}{10} \qquad B = \frac{3}{10}$

$y_p(x) = \frac{1}{10}\,\mathrm{sen}(x) + \frac{3}{10}\cos(x)$

2) Encontre a solução particular das EDOs de 2ª ordem utilizando o método de variação de parâmetros

a) $y'' - 8y' + 16y = e^{4x}/x^2$

$\lambda^2 - 8\lambda + 16 = 0 \qquad \lambda = 4$

$y(x) = c_1 e^{4x} + c_2 x e^{4x}$

$y_1 \qquad y_2$

$y_p(x) = u_1(x)\,y_1(x) + u_2(x)\,y_2(x)$

$u_1' y_1 + u_2' y_2 = 0$

$u_1' y_1' + u_2' y_2' = r(x) = \frac{e^{4x}}{x^2}$

$u_1'(e^{4x}) + u_2'(x e^{4x}) = 0$

$u_1'(4e^{4x}) + u_2'(e^{4x} + 4x e^{4x}) = \frac{e^{4x}}{x^2}$

[illegible]

$v_1 = -\ln|x|$ $\quad v_2 = -\frac{1}{x}$

$y_p(x) = -\ln|x|e^{x} - e^{x}$

b) $y'' + y' = tg(x)$

$y_p = v_1\cos(x) + v_2\sin(x)$

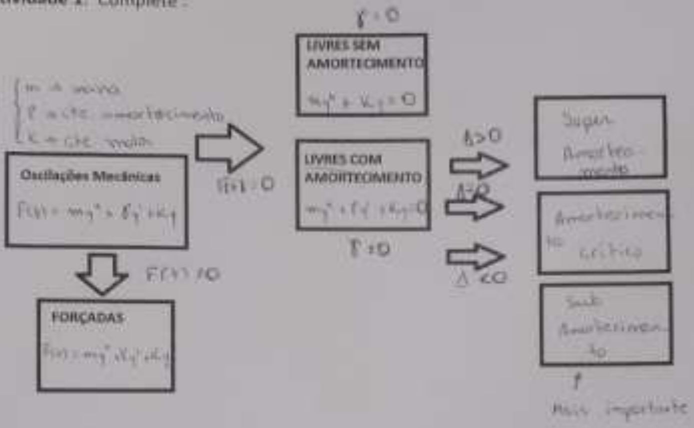
$v_1'\cos(x) + v_2'\sin(x) = 0$
$-v_1'\sin(x) + v_2'\cos(x) = tg(x)$

$v_1'\cos(x) + v_2'\sin(x) = 0$
$-v_1'\sin(x) + v_2'\cos(x) = tg(x)$

$y_p(x) = -\ln|\sec(x) + tg(x)|\cos x$

Sala de aula invertida

Atividade 1: Complete :



Atividade 2: Oscilações livres amortecidas. Considere um sistema massa-mola em um meio viscoso. Seja k a constante elástica da mola, seja m a massa do corpo que oscila e seja γ o coeficiente de viscosidade (amortecimento) do meio. A EDO que descreve a amplitude das oscilações da massa é dada por $m\,x'' + \gamma\,x' + k\,x = 0$. Descreva o efeito da viscosidade do meio no movimento da massa. Movimentos oscilatório: subamortecimento, superamortecido e amortecimento critico.

Atividade 3: Um cursor com 5 kg repousa sobre uma mola, não estando ligado a ela. Observa-se que, se o cursor for empurrado para baixo 0,18m ou mais, perde o contato com a mola depois de libertado. Determine:

(a) a constante de rigidez da mola.

(b) a posição, a velocidade e a aceleração do cursor, 0.16 s após ter sido empurrado para baixo 0,18m e, depois, libertado.

Considere g=9,81m/s².

$F(t) = my'' + \cancel{\gamma y'} + Ky$

0, sem amortecimento

$P - F_{el} = 0$

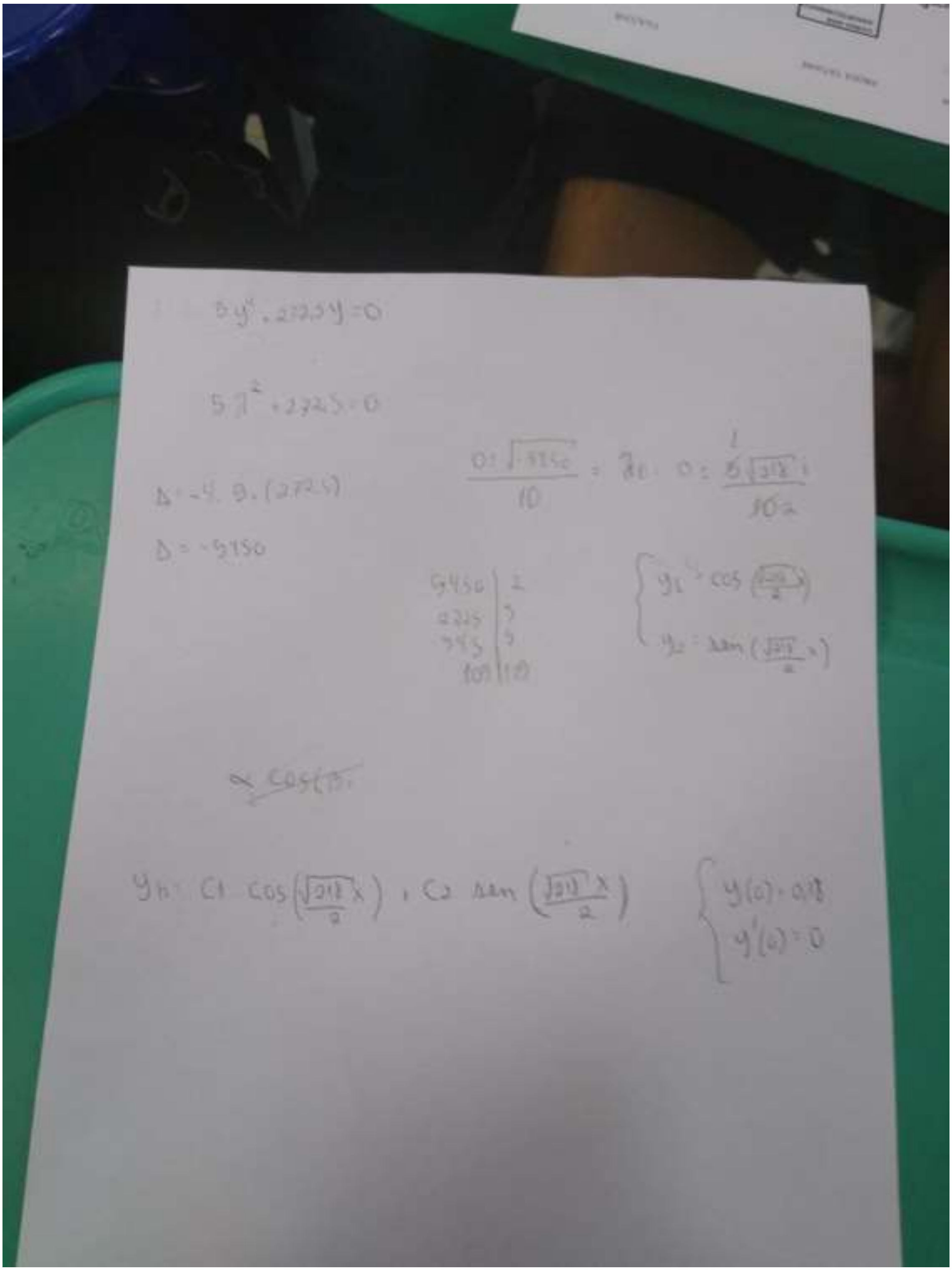
$F_{el} = P$

$F_{el} = m g$

$mg = my'' + Ky$

$K x = m g$

$K = \dfrac{m g}{x} = \dfrac{5 \cdot 9{,}81}{0{,}18} = 272{,}5$



Mapa mental

Equação diferencial

Classificação

Tipo

EDO EDP

Ordem

Linearidade

Homogeneidade

Solução

Geral

Específica

P.V.I.

Solução E.D.O. 1ª ordem

Solução E.D.O. 1ª ordem

Linear

Forma padrão

$y' + P(x)y = 0$

Integrar ambos os lados

não linear

Forma padrão

$y' + P(x)y = q(x)$

$P(x)/q(x)$ constantes

$P(x)$ constante

$P(x)/q(x)$ não constantes

$q(x)$ constante

Forma homogênea

$y' = F\left(\frac{y}{x}\right)$

Equação separável

$y' = \frac{M(x)}{N(y)}$

Integrar ambos os lados

constante | constante | não constante | constante

Forma homogênea

$y' = F\left(\frac{y}{x}\right)$

$y = v(x)$

$y' = vx + v \cdot 1$

$\int \frac{1}{F(v) - v}\, dv = \int \frac{1}{x}\, dx$

$F(v) = y'$

Equação separável

$y' = \frac{M(x)}{N(y)}$

solução

$\int N(y)\, dy = \int M(x)\, dx$

Equação de Bernoulli

$y' \pm p(x)y = g(x)y^n$

$n = 0$ e $n = 1 \rightarrow$ EDO 1º L N H

$n \neq 0$ e $n \neq 1 \rightarrow$ EDO 1º NL

$z = y^{1-n}$

$z' = (1-n)\, y^{-n} \cdot y'$

Exata

$M(x, y)\, dx + N(x, y)\, dy = 0$

Não exata

Fator integrante

EDO 2º ordem

EDO 2ª ordem

Homogênea coeficiente constante

Equação característica

$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$

$\Delta > 0 \quad y_1 = e^{\lambda_1 x}$, $y_2 = e^{\lambda_2 x}$

$\Delta = 0 \quad y_1 = e^{\lambda x}$, $y_2 = x e^{\lambda x}$

$\Delta < 0 \quad y_1 = e^{\alpha x} \cdot \cos(\beta x)$, $y_2 = e^{\alpha x} \cdot \text{sen}(\beta x)$

não homogênea

método dos coeficientes indeterminados

método da variação de parâmetros

$\Delta > 0 \quad y_1 = e^{\lambda_1 x}$, $y_2 = e^{\lambda_2 x}$

$\Delta = 0 \quad y_1 = e^{\lambda x}$, $y_2 = x e^{\lambda x}$

$\Delta < 0 \quad y_1 = e^{\alpha x} \cdot \cos(\beta x)$, $y_2 = e^{\alpha x} \cdot \text{sen}(\beta x)$

Homogênea coeficientes não constantes

método de redução de ordem

Aplicação de EDO

No circuito RC (resistor-capacitor), a tensão(ddp) surgirá, quando também surgir, entre as placas positivas e negativas de tal capacitor, um campo elétrico. A intensidade de corrente nesse caso, será igual a variação das cargas (positivas e negativas) em relação ao tempo.

(R.I)/L + di/dt = E/L