Portifólio Módulo 2 Semana 1

- **Aluno: Eike Lennie Andrade Dias**
- **Matrícula: 18/0119303**
- **Curso: Engenharias – FGA**
- **Semestre: 2º semestre**
- **Professora: Tatiane**
- **Disciplina/Turma: Cálculo 2/CC**

Plano de aula semanal

Plano de aula semanal: Semana 1

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0119303	Eike Lennie Andrade Dias	CC	Tatiane

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	15/04	16/04	18/04
Objetivos	Introdução a equação diferencial(ED), classificação de ED, formas de expressar E.D.O.	Aprender as solução de equação diferencial ordinária de primeira ordem.	Continuação de mais soluções equações diferenciais de primeira ordem.
Informação	Existem dois tipos de equação diferencial: ordinária e a parcial.	Cada tipo de E.D.O possui um tipo de solução de resolução. não homogênea.	Sempre útil verificar a solução da EDO igualando a solução da EDO com a equação dada no início para verificar se são iguais.

Plano de aula semanal(Continuação)

Resumo	As E.D podem ser ordinárias, parciais, e as ordinários podem ser lineares, não lineares, homogêneas e não homogêneas, e várias ordens. E as formas de expressas ED: implícita, explicita e padrão.	Métodos para a solução de EDO, por exemplo, 1º ordem linear não homogênea por na forma: y'+p(x)y=q(x).	Mais formas de soluções e também exercícios para verificar se as EDO's estão na "forma homogênea".
Observação	A ordem é o grau da maior da derivada da ED.	Para solução de EDO 1º ordem linear homogênea tem que colocar na forma padrão.	Para a solução de EDO 1º ordem não linear na forma homogênea possui 4 passos.
Dúvidas			
Monitoria			

5 exemplos distintos de classificação de ED

5 exemplos distintos de classificação de ED

1) $x^2 \cdot y'' + xy' + 2y = \operatorname{sen} x$

EDO, 2º ordem, linear e não homogêneo

2) $y''' + xy' + (\cos^2 x) \cdot y = x^3$

EDO, 3º ordem, linear e não homogêneo

3) $y' + xy^2 = 0$

EDO, 1º ordem, não linear e homogêneo

4) $7y^3 + y' = 0$

EDO, 1º ordem, não linear e homogêneo

5) $-6xy' + 4y = 0$

EDO, 1º ordem, linear e homogêneo

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem linear homogênea

3 exemplos de solução EDO
1ª ordem linear homogênea

1) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} - \frac{\cot g\, x}{x} = 0$

$= y'(x) + \underbrace{\frac{1}{x}}_{A(x)} y = \underbrace{\frac{\cot g\, x}{x}}_{B(x)}$

$\int A(x)\,dx = \int \left(\frac{1}{x}\right) dx = \ln|x|$

$\int A(x)\,dx = \ln|x|$

$I(x) = e^{\int A(x)\,dx}$

$I(x) = e^{\ln|x|} = |x|$

$\int I(x) \cdot B(x)\,dx + C = \int \frac{\cot g\, x}{x} \cdot x\,dx + C$

$= \int \frac{1}{x} \cdot \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} \cdot x\,dx + C = \int \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}\,dx + C$

$t = \operatorname{sen} x$

$dt = \cos x\,dx$

$\int \frac{1}{t}\,dt + C = \ln|t| + C = \ln|\operatorname{sen} x| + C$

$y(x) = \frac{1}{I(x)} \left(\int I(x) \cdot B(x)\,dx + C\right)$

$= y(x) = \left(\frac{1}{x}\right) \cdot (\ln \operatorname{sen} x + C)$

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem linear homogênea(Continuação)

2) $y' + y = 0$

$$y' = -y$$

$$\frac{y'}{y} = -1$$

$$\ln(y)' = -1$$

$$\int \ln(y)'\,dt = \int -1\,dt$$

$$\ln(y) = -t + C$$

$$e^{\ln(y)} = e^{-t+C}$$

$$y = e^{-t+C}$$

$$y = e^{-t+C} = e^{-t} \cdot \underbrace{e^{C}}_{K}$$

$$y = K \cdot e^{-t}$$

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem linear homogênea(Continuação)

3) $y' - 2xy - x = 0$

$$y' - 2xy = x$$

$$y' + P(x)y = q(x)$$

$P(x) = -2x \qquad q(x) = x$

$$y(x) = e^{-\int P(x)dx}\left[\int q(x)e^{\int P(x)dx}dx + c\right]$$

$$y = e^{2x^2/2}\left[\int x e^{-2x^2/2}dx + c\right]$$

$$y = e^{x^2}\left[\int x e^{-x^2}dx + C\right]$$

$$y = e^{x^2}\left[-\frac{1}{2}e^{-x^2} + C\right]$$

$$y = -\frac{1}{2}e^{x^2-x^2} + Ce^{x^2}$$

$$y = -\frac{1}{2}e^{0} + Ce^{x^2}$$

$$y = -\frac{1}{2} + Ce^{x^2}$$

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem linear não homogênea

3 exemplos de solução
EDO 1ª ordem linear
não homogênea

1) $y' + \frac{1}{x} y = \cos x$

$A(x) = \frac{1}{x}$, $B(x) = \cos(x)$

$\int A(x)\,dx = \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x|$

$I(x) = e^{\int A(x)dx} = e^{\ln|x|} = |x| = x$, pois $x > 0$

$\int I(x) \cdot B(x)\,dx = \int x \cos(x)\,dx$

$u = x \Rightarrow du = 1$

$dv = \cos(x) \Rightarrow v = \text{sen}(x)$

$\int x \cos(x)\,dx = x\,\text{sen}(x) - \int \text{sen}(x) = x\,\text{sen}(x) + \cos(x)$

$y(x) = \frac{1}{I(x)} \left(\int I(x) \cdot B(x)\,dx + C \right)$

$y(x) = \frac{1}{x} \left(x\,\text{sen}(x) + \cos(x) + C \right) = \text{sen}\,x + \frac{\cos x}{x} + \frac{C}{x}$

$y(x) = \text{sen}\,x + \frac{\cos x}{x} + \frac{C}{x}$

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem linear não homogênea(Continuação)

2) $xy' + y = \sqrt{x}$, $(x > 0)$ onde $C \in \mathbb{R}$

$$= y' + \frac{1}{x} y = \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$y' + \frac{1}{x} y = x^{-1/2}$$

$$I(x) = x$$

$$xy' + y = \sqrt{x}$$

$$(xy)' = \sqrt{x}$$

$$xy' + y = \sqrt{x}$$

$$xy = \int \sqrt{x}\, dx$$

$$xy = \int x^{1/2}\, dx$$

$$xy = \frac{x^{3/2}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$xy = \frac{2}{3} x^{3/2} + C$$

$$y = \frac{2}{3} \frac{x^{3/2}}{x} + Cx^{-1}$$

$$y = \frac{2}{3} x^{1/2} + Cx^{-1}$$

$$y = \frac{2}{3} \sqrt{x} + Cx^{-1}$$

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem linear não homogênea(Continuação)

3) $y' + 2xy = 2xe^{-x}$

$$y(x) = \frac{1}{I(x)} \left(\int I(x) \cdot B(x)\,dx + C \right)$$

$$\begin{cases} A(x) = 2x & B(x) = 2xe^{-x^2} \\ I(x) = e^{\int A(x)\,dx} = e^{\int 2x\,dx} = e^{x^2} \end{cases}$$

$$\int I(x) \cdot B(x)\,dx = \int e^{x^2} \cdot 2xe^{-x^2}\,dx = \int 2x\,dx = x^2$$

$$y(x) = \frac{1}{e^{x^2}} \left(x^2 + C \right)$$

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma separável

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma separável

1) Considere a equação diferencial $y' = 2x\sqrt{1-y^2}$. Ache a solução geral explícita desta equação diferencial.

$$y' = 2x\sqrt{1-y^2} = \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = 2x\,dx$$

$$\int \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = \int 2x\,dx$$

$$\int \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = \frac{2x^2}{2} + C = x^2 + C$$

$$\int \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = \operatorname{arcsen} y$$

$$\operatorname{arcsen} y = x^2 + C$$

$$y = \operatorname{sen}(x^2 + C)$$

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma separável(Continuação)

2) Resolva a equação diferencial dada por separação de variável descrita abaixo:

$$y \ln x \frac{dx}{dy} = \left(\frac{y+1}{x}\right)^2$$

$$= x^2 \ln x \, dx = \frac{(y+1)^2}{y} dy$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du \qquad u = \ln x \qquad dv = x^2 dx$$

$$\int x^2 \ln x \, dx = \ln x \frac{x^3}{3} - \int \frac{x^3}{3}\left(\frac{1}{x}\right) dx = \ln x \frac{x^3}{3} - \frac{x^3}{9}$$

$$\int x^2 \ln x \, dx = \ln x . \frac{x^3}{3} - \frac{x^3}{9}$$

$$\int \frac{(y+1)^2}{y} dy = \int \frac{y^2 + 2y + 1}{y} dy = \int \frac{y^2}{y} dy + \int \frac{2y}{y} dy + \int \frac{1}{y} dy$$

$$\int \frac{(y+1)^2}{y} dy = \frac{y^2}{2} + 2y + \ln y$$

Igualando as duas integrais:

$$\ln x \frac{x^3}{3} - \frac{x^3}{9} = \frac{y^2}{2} + 2y + \ln y + D$$

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma separável(Continuação)

3) Considere a seguinte equação diferencial: $y' = \frac{xe^x}{y}$,

Encontre a solução da ED com condição inicial $y(0) = \sqrt{2}$

$= \frac{dy}{dx} = \frac{xe^x}{y} \to y\,dy = xe^x\,dx$

$\int y\,dy = \int xe^x\,dx$

$\frac{y^2}{2} = \int xe^x\,dx$

$\int u\,dv = uv - \int v\,du$ $\quad \begin{cases} u = x \to du = dx \\ dv = e^x dx \to v = e^x \end{cases}$

$\int xe^x\,dx = xe^x - \int e^x\,dx$

$\int xe^x\,dx = xe^x - e^x + C$

$\frac{y^2}{2} = xe^x - e^x + C$

Para $y(0) = \sqrt{2}$:

$\frac{(y(0))^2}{2} = 0 \times e^0 - e^0 + C$

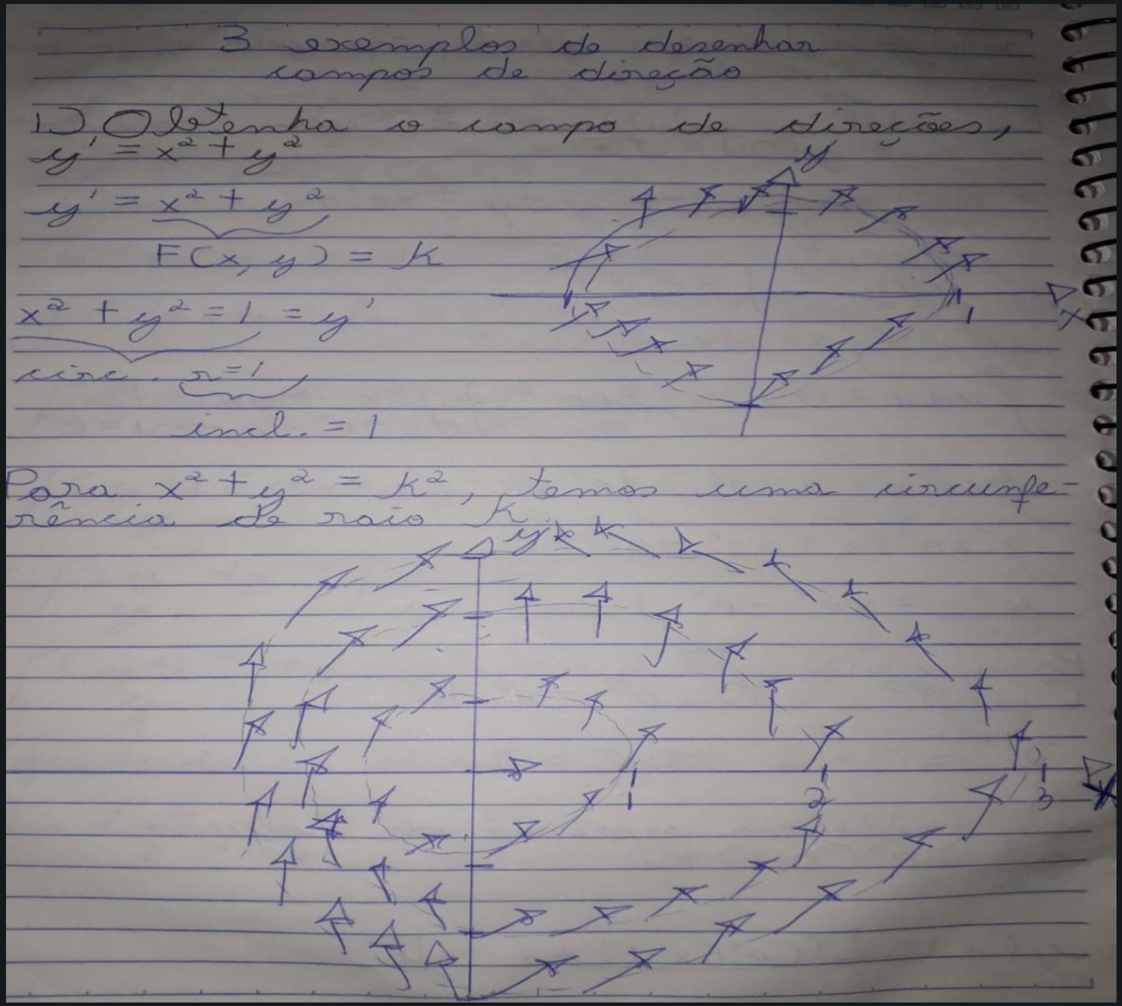
$\frac{2}{2} = C - 2 \to C = 2$

De volta na expressão da solução:

$\frac{y^2}{2} = e^x(x-1) + 2$

$y(x) = \sqrt{2(e^x(x-1)+2)}$

3 exemplos de desenhar campos de direção



3 exemplos de desenhar campos de direção

1) Obtenha o campo de direções,
$y' = x^2 + y^2$

$y' = \underbrace{x^2 + y^2}$
$F(x, y) = k$

$\underbrace{x^2 + y^2 = 1}_{\text{circ.}} = y'$

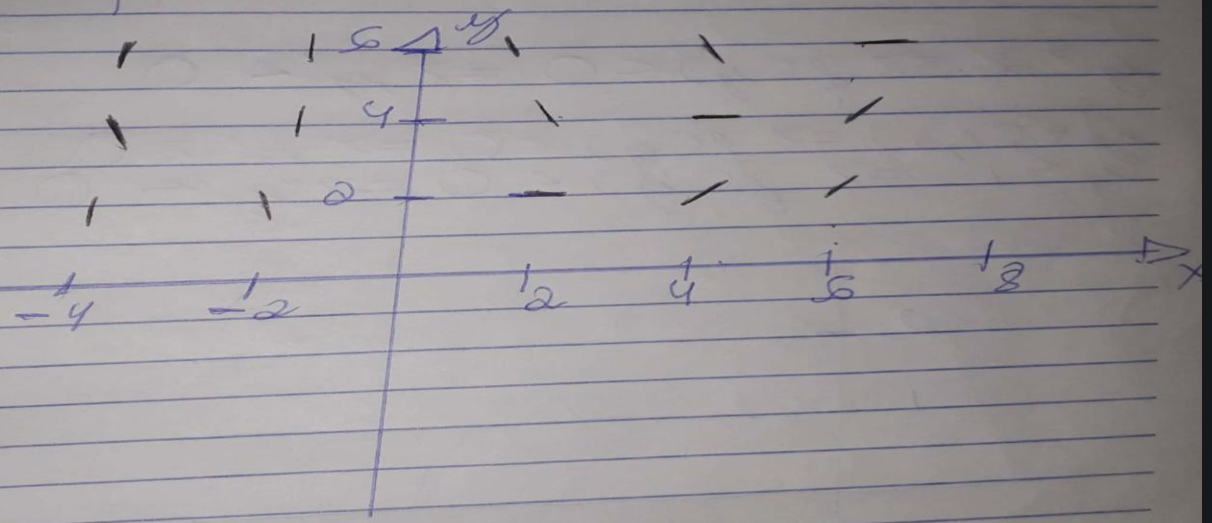
circ. $r = 1$
incl. $= 1$

Para $x^2 + y^2 = k^2$, temos uma circunferência de raio k.

3 exemplos de desenhar campos de direção (Continuação)

2) Que conjunto de inclinações é gerado pela ED $y' = x - y$

x	y	y'
2	2	0
4	4	0
−4	4	−8

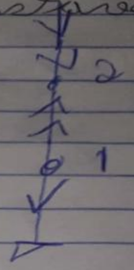


3 exemplos de desenhar campos de direção (Continuação)

3) Considere a E D: $y' = -(y-1)(y-2)$. Desenhe o campo de direção, solução de equilíbrio e se é estável ou instável.

$y' = -(y-1)(y-2) = f(y)$

$y = 1$ ou $y = 2$



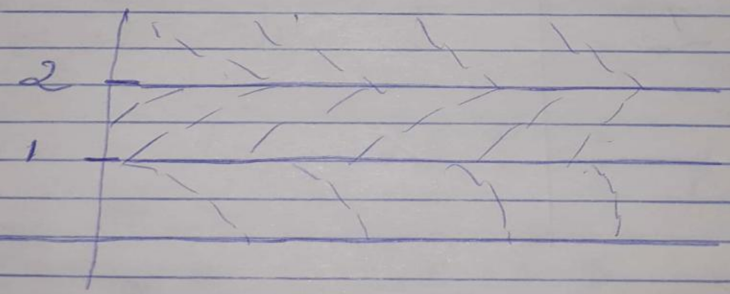
$y = 2$ solução estável

$y = 1$ " " instável

$y > 2 \Rightarrow f(y) < 0 \Rightarrow y' < 0$

$y \in (1,2) \Rightarrow f(y) > 0 \Rightarrow y' > 0$

$y < 1 \Rightarrow f(y) < 0 \Rightarrow y' < 0$



3 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma homogênea

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma homogênea

1) $(y^2 + yx)dx + x^2 dy = 0$

$y = ux \Rightarrow dy = u\,dx + x\,du$

$= (u^2x^2 + ux^2)dx + x^2(u\,dx + x\,du) = 0 \quad \div x^2$

$= (u^2 + u)dx + (u\,dx + x\,du) = 0 \Rightarrow$

$(u^2 + 2u)dx + x\,du = 0$

separando as variáveis,

$\frac{dx}{x} + \frac{du}{(u^2 + 2u)}$

$\int$:

$\ln|x| + \frac{1}{2}\ln|u| - \frac{1}{2}\ln|u+2| = C$

$2\ln|x| + \ln|u| - \ln|u+2| = 2C$

$\ln\left|\frac{x^2 u}{u+2}\right| = 2C \Rightarrow \frac{x^2 u}{u+2} = C_1$

como $u = \frac{y}{x}$,

$\frac{x^2 y/x}{y/x + 2} = C_1 \Rightarrow x^2 y = C_1(y + 2x)$

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma homogênea (Continuação)

2) $(1-\cos x)\,dy + (2y \operatorname{sen} x - \tan x)\,dx = 0$

$$y'(x) + A(x)\cdot y(x) = B(x)$$

$$A(x) = \frac{2 \operatorname{sen} x}{1-\cos x} \qquad B(x) = \frac{\tan x}{1-\cos x}$$

$$\int A(x)\,dx = 2\int \frac{\operatorname{sen} x}{1-\cos x}\,dx$$

$$u = (1-\cos x)$$
$$\operatorname{sen} x\,dx = du$$

$$\int A(x)\,dx = 2\int \frac{1}{u}\,du = 2\ln(1-\cos x)$$

$$I(x) = e^{\int A(x)\,dx} = (1-\cos x)^2$$

$$\int I(x)B(x)\,dx = \int (1-\cos x)^2 \frac{\tan x}{1-\cos x}\,dx$$
$$= \int \tan x\,(1-\cos x)\,dx$$

$$\int I(x)B(x)\,dx = \int \tan x\,dx - \int \operatorname{sen} x\,dx$$

$$\int I(x)B(x)\,dx = -\ln \cos x + \cos x$$

$$y(x) = \frac{1}{I(x)}\left(\int I(x)B(x)\,dx + C\right)$$

$$y(x) = \frac{1}{(1-\cos x)^2}\left(-\ln|\cos x| + \cos x + C\right)$$

3 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma homogênea (Continuação)

3) $x^3 \frac{dy}{dx} + x^2 y - x^2 \cos x = 0$

$y' + A(x)\, y = B(x) \Rightarrow y' + \frac{1}{x} y = \frac{1}{x} \cos x$

onde $\begin{cases} A(x) = 1/x \\ B(x) = \frac{1}{x} \cos x \end{cases}$

$\int A(x)\, dx = \int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x|$

$I(x) = e^{\int A(x)\, dx} = e^{\ln|x|} = x$

$\int B(x)\, I(x)\, dx = \int \frac{1}{x} \cos x \, x\, dx = \int \cos x\, dx = \operatorname{sen} x$

$y(x) = \frac{1}{I(x)} \left(\int B(x)\, I(x)\, dx + C \right)$

$y(x) = \frac{1}{x} (\operatorname{sen} x + C)$

Portifólio da Semana 2 e Módulo 2

Aluno: Eike Lennie Andrade Dias
Matrícula: 18/0119303
Curso: Engenharias – FGA
Professora: Tatiane
Disciplina/Turma: Cálculo 2/CC

Plano de aula Semanal

Plano de aula semanal: Semana 2

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0119303	Eike Lennie A. Dias	CC	Tatiane

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	22/04	23/04	25/04
Objetivos	O ensinamento de equação de Bernoulli, equação exata e fator integrante para equação forma não exata.	Continuação de equação não exata e vista de prova.	Início do ensinamento referente a EDO 2º ordem.
Informação	Se atentar a derivada de M e N se são iguais para ver se a equação exata ou não.	Sempre se lembrar da forma de fator integrante: My-Nx/N.	Quando a derivada for 2 da variável, a EDO é de 2º ordem. A EDO 2º ordem é mais fácil que a de 1º ordem a resolução.

Plano de aula semanal(Continuação)

Resumo	Quando a derivada de M e N são iguais, a equação é exata.	Fator integrante é utilizado quando a equação é não exata e para perceber isso sempre derivar M e N, pois se forem diferentes é não exata.	A maneira para resolução de EDO 2º ordem é usando o discriminante da fórmula de Bhaskara, daí possuindo 3 tipos de casos para essa EDO.
Observação	Equação de Bernoulli, o formato é y' + P(x)y=Q(x)y^a.	Sempre no início do exercício, já anotar os valores de M,My, N, Nx caso perceba que é não exata para facilitar na hora de resolução.	Forma genérica de EDO 2º ordem homogênea: ay''(x) + by'(x) +cy(x)=0.
Dúvidas			
Monitoria			

5 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma exata

5 exemplos de solução
EDO 1º ordem na forma exata

1) Resolva o problema de valor inicial abaixo, isto é, encontre a função ou as funções $y(x)$ que satisfaz(em) a equação diferencial e as condições iniciais dadas.

$$(2y^2x-3)dx+(2yx^2+4)dy=0$$
$$y(1)=1$$

$P(x,y)=2y^2x-3$ e $Q(x,y)=2yx^2+4$

$$\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial Q}{\partial x}=4yx \Rightarrow \text{Exata}$$

$$\int(2y^2x-3)dx=\frac{2y^2x^2}{2}-3x+k(y)=$$
$$=y^2x^2-3x+k(y)$$

$$\varphi(x,y)=y^2x^2-3x+k(y)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y}=2yx^2+k'(y)\cancel{=2yx^2}$$

Comparando com Q

$$2yx^2+k'(y)=2yx^2+4$$

$$k'(y)=4$$
$$k(y)=4y$$

Logo $\varphi(x,y)=y^2x^2-3x+4y$

$$y^2x^2-3x+4y=C$$
$$y(1)=1 \Rightarrow 1^2 1^2-3.1+4.1=C$$

$$C=2$$

$$y^2x^2-3x+4y=2 \Rightarrow y^2x^2-3x+4y-2=0$$

Achar y pela equação do 2º grau:

$$y=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4x^2(-3x-2)}}{2x^2}$$

$$y=\frac{-2\pm\sqrt{4+2x^2+3x^3}}{x^2}$$

$$y=\frac{-2\pm\sqrt{4+2.1^2+3.1^3}}{1^2}=\frac{-2\pm3}{1}$$

Se para $x=1$ e $y=1$, então a função é positiva:

$$y=\frac{-2+\sqrt{4+2x^2+3x^3}}{\cancel{x}^2}$$

5 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma exata (Continuação)

2) Resolva a equação diferencial.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x + xy^2}{y + x^2 y}$$

$$\Rightarrow (x + xy^2)\,dx + (y + x^2 y)\,dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} = 2xy \Rightarrow \text{Exata}$$

$M(x, y) = x + xy^2$ e $N(x, y) = y + x^2 y$

$$\int M(x, y)\,dx = \int (x + xy^2)\,dx = \frac{x^2}{2} + \frac{x^2 y^2}{2} + g(y)$$

$$\frac{\partial\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^2 y^2}{2} + g(y)\right)}{\partial y} = x^2 y + g'(y)$$

$$x^2 y + g'(y) = y + x^2 y \Rightarrow g'(y) = y$$

$$g(y) = \frac{y^2}{2}$$

$$u(x, y) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^2 y^2}{2} + g(y) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^2 y^2}{2} + \frac{y^2}{2}$$

$$u(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{x^2 y^2}{2} = C$$

$$C = \frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{x^2 y^2}{2}$$

5 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma exata (Continuação)

3) Resolva a seguinte equação exata:

$$e^y dx + (xe^y - 2y)dy = 0$$

$M(x,y) = e^y$ e $N(x,y) = xe^y - 2y$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} = e^y \Rightarrow \text{Exata}$$

$$\int M(x,y)dx = \int e^y dx = xe^y + g(y)$$

$$\frac{\partial (xe^y + g(y))}{\partial y} = xe^y + g'(y)$$

$$xe^y + g'(y) = xe^y - 2y \rightarrow g'(y) = -2y$$

$$g(y) = -y^2$$

$$u(x,y) = xe^y + g(y) = xe^y - y^2$$

$$u(x,y) = xe^y - y^2 = C$$

$$C = xe^y - y^2$$

5 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma exata (Continuação)

4) Resolva o problema de valor inicial abaixo, isto é, encontre a função ou as funções $y(x)$ que satisfaz(em) a ED e a condição inicial dadas.

$$(2y^2x - 3)\,dx + (2yx^2 + 4)\,dy = 0$$

$$y(1) = 1$$

$M(x,y) = 2y^2x - 3 \quad N(x,y) = 2yx^2 + 4$

$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} = 4yx \Rightarrow$ Exata

$\int (2y^2x - 3)\,dx = \frac{2y^2x^2}{2} - 3x + g(y)$

$= y^2x^2 - 3x + g(y)$

$\frac{\partial (y^2x^2 - 3x + g(y))}{\partial y} = 2yx^2 + g'(y)$

$2yx^2 + g'(y) = 2yx^2 + 4 \Rightarrow g'(y) = 4$

$\therefore g(y) = 4$

$u(x,y) = y^2x^2 - 3x + 4y$

$C = y^2x^2 - 3x + 4y$

Para PVI, $y(1) = 1$

$1^2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = C \Rightarrow C = 2$

$y^2x^2 - 3x + 4y = 2 \Rightarrow y^2x^2 + 4y - 3x - 2 = 0$

$a = x^2 \quad b = 4 \quad c = -3x - 2$

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4x^2(-3x - 2)}}{2x^2}$$

$$y = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2x^2 + 3x^3}}{x^2}$$

Como $y = 1$, é positiva;

$$y = \frac{-2 + \sqrt{4 + 2x^2 + 3x^3}}{x^2}$$

5 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma exata (Continuação)

5) Determine se a ED dada é exata:

$$(2x+3y)dx(3x+2y)dy=0$$

$M(x,y)=2x+3y$

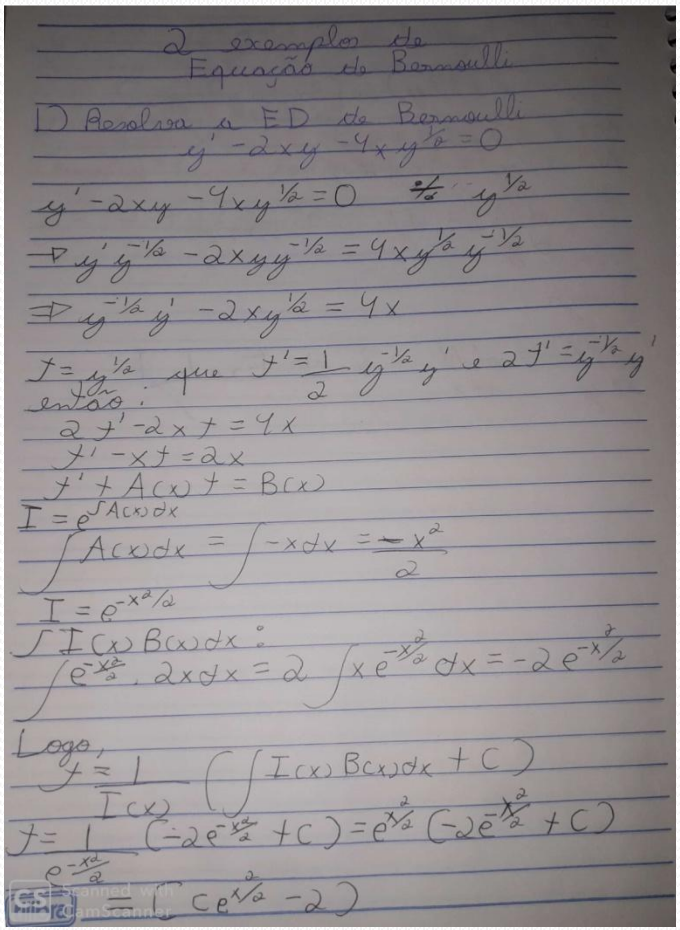
$N(x,y)=3x+2y$

Se $\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx} \Rightarrow$ Exata

Logo,

$\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx} = 3 \Rightarrow$ Exata

2 exemplos de Equação Bernoulli



2 exemplos de Equação de Bernoulli

1) Resolva a ED de Bernoulli

$$y' - 2xy - 4xy^{1/2} = 0$$

$y' - 2xy - 4xy^{1/2} = 0 \quad \div \; y^{1/2}$

$\Rightarrow y' y^{-1/2} - 2xy\,y^{-1/2} = 4x y^{1/2} y^{-1/2}$

$\Rightarrow y^{-1/2} y' - 2x y^{1/2} = 4x$

$t = y^{1/2}$ que $t' = \frac{1}{2} y^{-1/2} y'$ e $2t' = y^{-1/2} y'$

então:

$2t' - 2xt = 4x$

$t' - xt = 2x$

$t' + A(x)t = B(x)$

$I = e^{\int A(x)dx}$

$\int A(x)dx = \int -x\,dx = -\frac{x^2}{2}$

$I = e^{-x^2/2}$

$\int I(x)B(x)dx$:

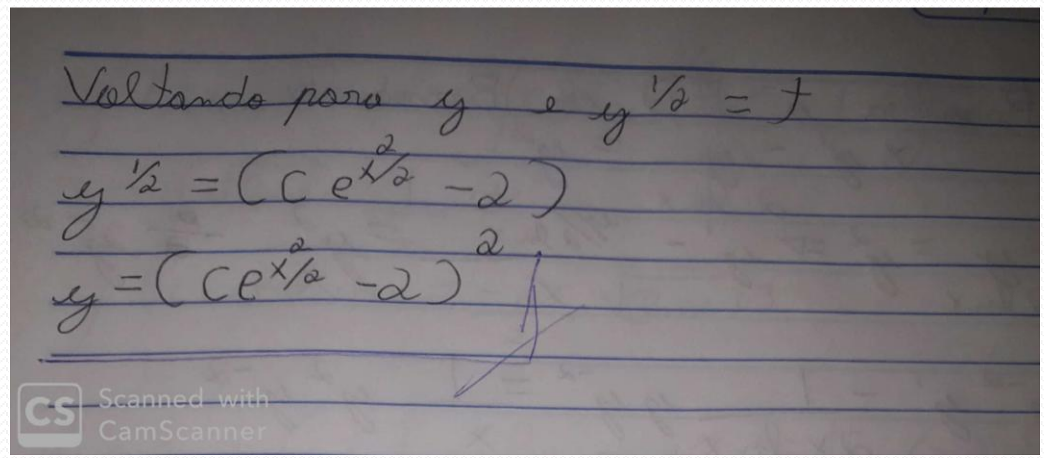
$\int e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot 2x\,dx = 2\int x e^{-x^2/2} dx = -2e^{-x^2/2}$

Logo,

$t = \frac{1}{I(x)}\left(\int I(x)B(x)dx + C\right)$

$t = \frac{1}{e^{-\frac{x^2}{2}}}\left(-2e^{-\frac{x^2}{2}} + C\right) = e^{\frac{x^2}{2}}\left(-2e^{-\frac{x^2}{2}} + C\right)$

$= (Ce^{x^2/2} - 2)$



Voltando para y e $y^{1/2} = t$

$y^{1/2} = (Ce^{x^2/2} - 2)$

$y = (Ce^{x^2/2} - 2)^2$

2 exemplos de Equação Bernoulli (Continuação)

2) Resolva a ED de Bernoulli

$$x y' - \frac{y}{2\ln x} = y^2$$

$$x y' - \frac{y}{2\ln x} = y^2 \Rightarrow y' - \frac{y/2\ln x}{x} = \frac{y^2}{x} \div y^{-2}$$

$$\Rightarrow y^{-2} y' - \frac{1}{2x\ln x}\, y\, y^{-2} = \frac{1}{x}\, y^2 y^{-2}$$

$$= y^{-2} y' - \frac{1}{2x\ln x}\, y^{-1} = \frac{1}{x}$$

$t = y^{-1}$ e $t' = -y^{-2} y'$

$$-t' - \frac{1}{2x\ln x}\, t = \frac{1}{x}$$

$$t' + \frac{1}{2x\ln x}\, t = -\frac{1}{x}$$

$$t' + A(x)\, t = B(x)$$

$$t(x) = \frac{1}{I(x)}\left(\int I(x) B(x)\, dx + C\right)$$

$$I(x) = e^{\int A(x)\, dx}$$

$$\int A(x)\, dx = \int \frac{1}{2x\ln x}\, dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x\ln x}\, dx$$

$$= \frac{1}{2}\ln|\ln x| = \ln|\ln x|^{1/2} = (\ln x)^{1/2}$$

$$\int I(x) B(x)\, dx = \int (\ln x)^{1/2} \cdot \left(\frac{-1}{x}\right) dx$$

$$= -\int \sqrt{\ln x} \cdot \frac{1}{x}\, dx$$

$$\int I(x) B(x)\, dx = -\frac{2}{3}\sqrt{(\ln x)}^{3}$$

$$t = \frac{1}{I(x)}\left(\int I(x) B(x)\, dx + C\right) = \frac{1}{\sqrt{\ln x}}\left(-\frac{2}{3}\sqrt{\ln x}^{3} + C\right)$$

$$t(x) = -\frac{2}{3}\ln(x) + C\ln(x)^{-1/2}$$

$$t = y^{-1} \rightarrow y = t^{-1}$$

$$y = \left[-\frac{2}{3}\ln(x) + C\ln(x)^{-1/2}\right]^{-1}$$

5 exemplos de aplicação de EDO 1ª ordem

5 exemplos de aplicação de EDO 1º ordem

1) Achar as trajetórias ortogonais da seguinte família.
OBS: p é um parâmetro.

$$x^{2/3} + y^{2/3} = p^{2/3}$$

Derivando a equação em relação a x para achar a origem à família de hipérboles:

$$\frac{2}{3}x^{-1/3} + \frac{2}{3}y^{-1/3}y' = 0$$

$$y^{-1/3}y' = -x^{-1/3}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y^{1/3}}{x^{1/3}}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{-\frac{y^{1/3}}{x^{1/3}}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^{1/3}}{y^{1/3}}$$

$$y^{1/3}dy = x^{1/3}dx$$

$$\int y^{1/3}dy = \int x^{1/3}dx \Rightarrow \frac{y^{4/3}}{4/3} = \frac{x^{4/3}}{4/3}$$

$$\frac{y^{4/3}}{4/3} - \frac{x^{4/3}}{4/3} = C1 \Rightarrow y^{4/3} - x^{4/3} = \frac{4C1}{3}$$

5 exemplos de aplicação de EDO 1ª ordem(Continuação)

2) Encontre as curvas da trajetória ortogonais de $3xy^2 = 2 + 3c_1x$ que passam por (0,10).

Encontrando a EDO que dá origem à curva em relação à x:

$$3xy^2 = 2 + 3c_1x$$
$$3y^2 + 6xyy' = 3c_1x$$
$$6xyy' = 3c_1 - 3y^2$$
$$y' = \frac{3c_1 - 3y^2}{6xy}$$

$$3xy^2 - 2 = 3c_1x$$
$$c_1 = \frac{3xy^2 - 2}{3x}$$

$$y' = \frac{3\frac{xy^2-2}{x} - 3y^2}{6xy}$$

$$y' = \frac{-1}{3x^2y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{\frac{-1}{3x^2y}}$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2y$$

$$\frac{dy}{y} = 3x^2dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int 3x^2dx \Rightarrow \ln|y| = \frac{3x^3}{3} + C_2$$

$$\ln|y| = \frac{3x^3}{3} + C_2 = x^3 + C_2$$

Pelo ponto (0,10):

$$\ln|10 = 0^3 + C_2$$
$$\ln 10 = C_2$$

Família é:

$$\ln|y| = x^3 + \ln 10$$
$$\ln\left(\frac{|y|}{10}\right) = x^3$$

$$|y| = 10e^{x^3}$$

5 exemplos de aplicação de EDO 1ª ordem(Continuação)

3) Encontre a família de curvas ortogonais à família de elipses $x^2 + 4y^2 = c$, $x > 0$, $y > 0$.

Derivando:

$$2x + 8y\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{8y} = \frac{-x}{4y}$$

$$y' = -\frac{1}{y'}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{\left(\frac{-x}{4y}\right)} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{4y}{x}$$

$$\frac{dy}{4y} = \frac{dx}{x} \Rightarrow \frac{1}{4}\int\frac{dy}{y} = \int\frac{dx}{x}$$

$$= \frac{1}{4}\ln y = \ln x + C$$

$$\ln y = 4\ln x + C$$

$$\ln y = \ln x^4 + C$$

$$y = Cx^4$$

5 exemplos de aplicação de EDO 1ª ordem(Continuação)

4) Encontre a família de curvas ortogonais à família de hipérboles $xy = c_1,\ c \neq 0$.

$$xy = c$$

$$y = \frac{c}{x}$$

Derivando:

$$y' = -\frac{c}{x^2}$$

Substituindo:

$$c = xy$$

$$y' = -\frac{xy}{x^2}$$

$$y' = -\frac{y}{x}$$

$$y' = -\frac{1}{y'}$$

$$y' = \frac{-1}{\left(-\frac{y}{x}\right)}$$

$$y' = \frac{x}{y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$$

$$y\,dy = x\,dx$$

$$\int y\,dy = \int x\,dx$$

$$\frac{y^2}{2} = \frac{x^2}{2} + C$$

$$x^2 - y^2 = C$$

5 exemplos de aplicação de EDO 1ª ordem(Continuação)

5) Determine as trajetórias ortogonais da família de curvas $x = ky^2$, onde k é uma constante arbitrária.

Derivando com respeito a x a equação que define a família.

$$1 = k \cdot 2yy'$$

$$y' = \frac{1}{2ky}$$

Como $k = \frac{x}{y^2}$

$$y' = \frac{y}{2x} \Rightarrow y' = \frac{-2x}{y}$$

$$\int y\,dy = \int -2x\,dx$$

$$\frac{y^2}{2} = -x^2 + C \Rightarrow \frac{y^2}{2} + x^2 = C$$

5 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma não exata

5 exemplos de solução EDO
1ª ordem na forma não exata

1) Encontre um fator integrante para a equação:

$$(3x^2y + 2xy + y^3)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$$

$M = 3x^2y + 2xy + y^3$
$N = x^2 + y^2$

$$\frac{My - Nx}{N} = \frac{3x^2 + 2x + 3y^2 - 2x}{x^2 + y^2} = 3$$

$$\frac{du}{dx} = 3 \cdot u \rightarrow u = e^{3x}$$

$M = 3x^2ye^{3x} + 2xye^{3x} + y^3e^{x}$
$My = 3x^2e^{3x} + 2xe^{3x} + 3y^2e^{x}$
$N = x^2e^{3x} + y^2e^{3x}$
$Nx = 2xe^{3x} + 3x^2e^{3x} + 3y^2e^{3x}$

$\Phi_y = N = x^2e^{3x} + y^2e^{3x}$
$\Phi = x^2ye^{3x} + \frac{y^3}{3}e^{3x} + h(x)$

$\Phi_x = M$
$2xye^{3x} + 3x^2ye^{3x} + y^3e^{3x} + h'(x) = 3x^2ye^{3x} + 2xye^{3x} + y^3e^{3x}$
$h'(x) = 0$ $\quad h(x) = C \rightarrow$ Solução:
$x^2ye^{3x} + \frac{y^3}{3}e^{3x} + C = 0$

tilibra

$e^{3x}(3x^2y + y^3) = C$

5 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma não exata(Continuação)

2) Dada a equação $y' = e^{2x} + y - 1$, encontre um fator

$= (1 - y - e^{2x})\,dx + dy = 0$

$$\frac{M_y - N_x}{N} = \frac{-1 - 0}{1} = -1$$

$$\frac{du}{dx} = -u \rightarrow u = e^{-x}$$

$M = e^{-x} - ye^{-x} - e^{x}$

$M_y = -e^{-x}$

$N = e^{-x}$

$N_x = -e^{-x}$

$\Phi_y = N = e^{-x}$

$\Phi = ye^{-x} + h(x)$

$\Phi_x = M$

$-ye^{-x} + h'(x) = e^{-x} - ye^{-x} - e^{x}$

$h'(x) = e^{-x} - e^{x}$

$h(x) = -e^{-x} - e^{x} + C$

Solução:

$ye^{-x} - e^{-x} - e^{x} + C = 0$

$ye^{-x} - e^{-x} - e^{x} = C$

5 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma não exata(Continuação)

3) De acordo com a equação $dx + (x/y - \text{sen } y)dy = 0$, encontre o seu fator integrante.

$M = y$

$M_y = 1$

$N = x - y \text{ sen } y$

$N_x = 1$

$\Phi_x = M = y$

$\Phi = xy + h(y)$

$\Phi_y = N$

$x + h'(y) = x - y \text{ sen } y$

$h'(y) = -y \text{ sen } y$

$h(y) = y \cos y - \text{sen } y + C$

Solução:

$xy + y \cos y - \text{sen } y + c = 0$

$xy + y \cos y - \text{sen } y = C$

5 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma não exata(Continuação)

4) Determinar o fator integrante da equação $y\,dx + (2xy - e^{-2y})\,dy = 0$

$M = e^{2y}$

$M_y = 2e^{2y}$

$N = 2xe^{2y} - \frac{1}{y}$

$N_x = 2e^{2y}$

$\Phi_x = M - e^{2y}$

$\Phi = xe^{2y} + h(y)$

$\Phi_y = N$

$2xe^{2y} + h'(y) = 2xe^{2y} - \frac{1}{y}$

$h'(y) = -\frac{1}{y}$

$h(y) = -\ln|y| + c$

Solução:

$xe^{2y} - \ln|y| + c = 0$

$xe^{2y} - \ln|y| = c$

5 exemplos de solução EDO 1ª ordem na forma não exata(Continuação)

5) Sendo a equação dada $e^x dx + (e^x \cos y + 2y \cos x\, y)\, dy = 0$; encontrar o seu fator integrante.

$M = e^x \operatorname{sen} y$

$M_y = e^x \cos y$

$N = e^x \cos y + 2y$

$N_x = e^x \cos y$

$\Phi_x = M = e^x \operatorname{sen} y$

$\Phi = e^x \operatorname{sen} y + h(y)$

$\Phi_y = N$

$e^x \cos y + h'(y) = e^x \cos y + 2y$

$h'(y) = 2y$

$h(y) = y^2 + c$

Solução:

$e^x \operatorname{sen} y + y^2 + c = 0$

$e^x \operatorname{sen} y + y^2 = C$

Portifólio Módulo 2 Semana 3

Nome: Eike Lennie Andrade Dias
Matrícula: 18/0119303
Disciplina: Cálculo 2 Turma:CC
Curso: Engenharias FGA
Professora: Tatiane

Plano de aula semanal

Plano de aula semanal: Semana 3

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0119303	Eike Lennie A. Dias	CC	Tatiane

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	29/04	30/04	02/05
Objetivos	Resolução de EDO’s 2º ordem usando como parâmetro discriminante.	Método de resolução de EDO’s 2º ordem com raízes complexas.	Não houve aula.
Informação	Existem 3 casos de discriminante para EDO’s 2º ordem: delta=0, delta>0 e delta<0.	Será necessário o uso da fórmula de Euler para resolução de EDO’s 2º ordem com discriminante<0, que logo possui raízes complexas.	Não houve aula.

Plano de aula semanal(Continuação)

Resumo	Antes de qualquer coisa para resolução de uma EDO 2º ordem, é necessário analisar o discriminante da equação.	Uso de números complexos para a resolução quando delta<0.	Não houve aula.
Observação	A solução geral é: Yh= c1.e^l1x + c2.e^l2x para o caso 1 de delta>0.	Fórmula de Euler: y(x)=e^ax(c1(cos(Bx)+c2(sen(Bx))	Não houve aula.
Dúvidas			
Monitoria			

1º exemplo de solução EDO
2ª ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta < 0$, cuja solução seja geral

1) Determine a solução geral $y(x)$ da EDO 2ª ordem

$$y'' + y = 0$$

$$\begin{cases} 1y'' + 0y' + 1y = 0 \\ ay'' + by' + cy = 0 \end{cases}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1$
$\Rightarrow \Delta = -4 \quad \Rightarrow \Delta < 0$

$ar^2 + br + c = 0$
$1r^2 + 0r + 1 = 0$
$\Rightarrow r^2 + 1 = 0$
$r^2 = -1 \qquad r = \pm i \qquad \rightarrow r = 0 \pm i$
$r = \alpha \pm \beta i$

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 1 \end{cases}$$

$y(x) = e^{\alpha x}[c_1 \cos \beta x + c_2 \operatorname{sen} \beta x]$
$\Rightarrow y(x) = e^{0x}[c_1 \cos 1x + c_2 \operatorname{sen} 1x]$
$\Rightarrow y(x) = c_1 \cos x + c_2 \operatorname{sen} x$

1 exemplo de solução EDO 2ª ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta > 0$, cuja solução seja geral.

1) Encontre a solução geral da ED

$$y'' - 3y' - 4y = 4e^{3x}$$

$$r^2 - 3r - 4 = 0$$

$$r = \frac{3 \pm \sqrt{9 - (-4 \cdot 4 \cdot 1)}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$r_1 = 4$ e $r_2 = -1$ Logo $\Delta > 0$

$$y_H(x) = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x}$$

$$y_H(x) = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-x}$$

$$y_p = Ae^{3x}$$

$$y'_p = 3Ae^{3x}$$

$$y''_p = 9Ae^{3x}$$

$$9Ae^{3x} - 3 \cdot 3Ae^{3x} - 4 \cdot Ae^{3x} = 4e^{3x}$$

$$9Ae^{3x} - 9Ae^{3x} - 4Ae^{3x} = 4e^{3x}$$

$$-4Ae^{3x} = 4e^{3x}$$

$$A = -1$$

$$y_p = -e^{3x}$$

$$y(x) = y_H(x) + y_p(x)$$

$$y(x) = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-x} - e^{3x}$$

1 exemplo de solução EDO 2° ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta = 0$, cuja solução seja geral

1) Encontre a solução geral da ED
$y'' + 4y' + 4y = 0$

$\Delta = b^2 - 4.a.c = 16 - 4.1.4 = 0 \rightarrow \Delta = 0$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4 \pm \sqrt{0}}{2} = -2$

$y = C_1 . e^{mx} + C_2 . e^{mx} . x$

$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-2x} \cdot x \rightarrow C_1 D_1 + D_2 C_2 \quad D_2 \rightarrow C_2 e^{-2x} = -2 C_2 e^{-2x}$

$C_1 D_2 \quad D_1 C_2$

$y' = -2 C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-2x} . 1 + (-2) C_2 e^{-2x} . x$

$y'' = -2(-2 C_1 e^{-2x}) + (-2 C_2 e^{-2x}) + (-2 C_2 e^{-2x} . 1 + (-2) . (-2 C_2 e^{-2x} x)$

$y'' + 4y' + 4y = 0$

$4C_1 e^{-2x} - 2C_2 e^{-2x} - 2C_2 e^{-2x} + 4C_2 e^{-2x} x + (4).(-2C_1 e^{-2x}) + (4)(C_2 e^{-2x} x) + 4C_1 e^{-2x} + 4C_2 e^{-2x} x$

$y(x) = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-7x}$

1 exemplo de PVI EDO 2ª ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta = 0$

1) Resolva o PVI para a EDO de 2ª ordem homogênea $4y'' + 12y' + 9y = 0$ com $y(0) = -2$ e $y'(0) = -1$

$$\Delta = b^2 - 4.a.c = 12^2 - 4.4.9 = 144 - 144 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-12 \pm 0}{2.4} = -1,5$$

$$y = c_1 . e^{-1,5x} + c_2 . x . e^{-1,5x}$$
$$-2 = c_1 . e^{-1,5.0} + c_2 . 0 . e^{-1,5.0}$$
$$-2 = c_1$$

$$y' = -1,5 . c_1 \, e^{-1,5x} + (-1,5 . c_2 . e^{-1,5x}) . x + 1 . c_2 e^{-1,5x}$$
$$-1 = -1,5 . (-2) e^{-1,5.0} - 1,5 . c_2 e^{-1,5.0} . 0 + 1 . c_2 . e^{-1,5.0}$$
$$-1 = 3 + c_2 \Rightarrow c_2 = -1 - 3 = -4$$

$$y = -2e^{-1,5x} - 4 . x e^{-1,5x}$$

1 exemplo de PVI EDO
2ª ordem linear com coeficiente constante em que $\Delta > 0$

1) Encontre a função $y(x)$, que é a solução da ED $y'' + 5y' + 4y = 0$

$r^2 + 5r + 4 = 0$

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2}$$

$r_1 = -4$ e $r_2 = -1$

$y(x) = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x}$

$y(x) = c_1 e^{-4x} + c_2 e^{-x}$

$y'(x) = -4c_1 e^{-4x} - c_2 e^{-x}$

$y(0) = c_1 + c_2 = 1$

$y'(0) = -4c_1 - c_2 = 0 \Rightarrow c_2 = -4c_1$

$c_1 + (-4c_1) = 1 \Rightarrow -3c_1 = 1 \Rightarrow c_1 = -\frac{1}{3}$

$c_2 = -4c_1 \Rightarrow c_2 = -4\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3}$

$y(x) = -\frac{1}{3} e^{-4x} + \frac{4}{3} e^{-x}$

Portifólio Semana 4 do Módulo 2

Aluno: Eike Lennie A. Dias

Professora: Tatiane

Turma: CC

Plano de Aula Semanal

Plano de aula semanal: Semana 4

Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0119303	Eike Lennie A. Dias	CC	Tatiane

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data	06/05/2019	07/05/2019	09/05/2019
Objetivos	Não teve aula teórica, foi atividade opcional feita mediante a jogar um jogo de treinamento de EDO de 2º ordem.	Não teve aula teórica, foi atividade opcional feita mediante a jogar um jogo de treinamento de EDO de 2º ordem.	Não teve aula teórica, foi atividade opcional feita mediante a jogar um jogo de treinamento de EDO de 2º ordem.
Informação	Não teve aula teórica, foi atividade opcional feita mediante a jogar um jogo de treinamento de EDO de 2º ordem.	Não teve aula teórica, foi atividade opcional feita mediante a jogar um jogo de treinamento de EDO de 2º ordem.	Não teve aula teórica, foi atividade opcional feita mediante a jogar um jogo de treinamento de EDO de 2º ordem.

Plano de Aula Semanal(Continuação)

Resumo	Não teve aula teórica, foi atividade opcional feita mediante a jogar um jogo de treinamento de EDO de 2º ordem.	Não teve aula teórica, foi atividade opcional feita mediante a jogar um jogo de treinamento de EDO de 2º ordem.	Não teve aula teórica, foi atividade opcional feita mediante a jogar um jogo de treinamento de EDO de 2º ordem.
Observação	Não teve aula teórica, foi atividade opcional feita mediante a jogar um jogo de treinamento de EDO de 2º ordem.	Não teve aula teórica, foi atividade opcional feita mediante a jogar um jogo de treinamento de EDO de 2º ordem.	Não teve aula teórica, foi atividade opcional feita mediante a jogar um jogo de treinamento de EDO de 2º ordem.
Dúvidas			
Monitoria			

2 exemplos do uso do Método dos Coeficientes Indeterminados

2 exemplos do uso do
Método dos Coeficientes indeterminados

1) Determine a solução geral da E.D.:

$$y'' - 4y' + 3y = 3e^{x}$$

$y(x) = y_H(x) + y_P(x)$

$r^2 - 4r + 3 = 0$

$$r = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.1.3}}{2}$$

$$r = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$r = 1$ ou $r = 3$

Sendo $\Delta > 0$:

$y_H(x) = C_1 e^{1x} + C_2 e^{3x}$

$y_P(x) = Ae^{x}$

$y_P(x) = Axe^{x}$

$y_P'(x) = Ae^{x} + Axe^{x}$

$y_P''(x) = Ae^{x} + Ae^{x} + Axe^{x} = 2Ae^{x} + Axe^{x}$

Colocando na equação:

$y'' - 4y' + 3y = 3e^{x}$

$(2Ae^{x} + Axe^{x}) - 4(Ae^{x} + Axe^{x}) + 3(Axe^{x}) = 3e^{x}$

$2Ae^{x} + Axe^{x} - 4Ae^{x} - 4Axe^{x} + 3Axe^{x} = 3e^{x}$

$-2Ae^{x} = 3e^{x}$

$A = -\frac{2}{3}$

Assim, solução geral:

$$y(x) = C_1 e^{x} + C_2 e^{3x} - \frac{3}{2} x e^{x}$$

2 exemplos do uso do Método dos Coeficientes Indeterminados (Continuação)

2) Determine o conjunto C dos valores de $a \in \mathbb{R}$ tais que a ED $y''(t) + 4y(t) = sen(at)$ possui uma solução particular da forma $y_p(t) = A\, sen(at)$

$$\begin{cases} y_p(t) = A\, sen(at) \\ y_p'(t) = Aa \cos(at) \\ y_p''(t) = -Aa^2\, sen(at) \end{cases}$$

$y''(t) + 4y(t) = sen(at)$

$\rightarrow (-Aa^2\, sen(at)) + 4(A\, sen(at)) = sen(at)$

$\rightarrow -Aa^2\, sen(at) + 4A\, sen(at) = sen(at)$

$-Aa^2 + 4A = 1$

$A(4 - a^2) = 1$

$A = \dfrac{1}{4 - a^2}$

$4 - a^2 \neq 0$

$a \neq \pm 2$

$C = \{a \in \mathbb{R} \mid a \neq \pm 2\}$

2 exemplos do uso do Método da variação dos parâmetros.

2 exemplos do uso do Método da variação dos parâmetros

1) Sabendo-se que $y_1 = x$, $y_2 = x \ln x$ formam um conjunto fundamental de soluções para $x^2y'' - xy' + y = 0$ em $(0, \infty)$, encontre a solução geral para:

$$x^2 y'' - xy' + y = 4x \ln(x)$$

$$y''(x) + p\,y'(x) + q\,y(x) = B(x)$$

$$y'' - \frac{y'}{x} + \frac{y}{x^2} = \frac{4 \ln x}{x}$$

$$p(x) = -\frac{1}{x}$$

$$q(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$B(x) = \frac{4 \ln x}{x}$$

$$y_1 = x$$
$$y_2 = x \ln x$$

$$y_p(x) = F_1(x)\,x + F_2(x)\,x \ln x$$
$$y_1' = 1$$
$$y_2' = \ln(x) + x \cdot \frac{1}{x} = \ln(x) + 1$$

$$M = y_1'(x) \cdot y_2(x) - y_2'(x)\,y_1(x)$$

$$M = 1(x \ln x) - ((\ln(x) + 1)x)$$
$$M = -x$$

$$F_1(x) = \int \frac{y_2(x)\,B(x)}{M}\,dx$$

$$F_1(x) = \int \frac{x \ln(x) \cdot \frac{4 \ln(x)}{x}}{-x}\,dx$$

$$F_1(x) = -4 \int \frac{(\ln(x))^2}{x}\,dx$$

$$u = \ln(x)$$
$$du = \frac{1}{x}\,dx$$
$$dx = x\,du$$

$$F_1(x) = -4 \int \frac{(u)^2}{x}\,x\,du$$

$$F_1(x) = -4 \int u^2\,du$$

$$F_1(x) = -\frac{4u^3}{3} = -\frac{4}{3}(\ln(x))^3$$

$$F_2(x) = \int \frac{-x \cdot \frac{4 \ln(x)}{x}}{-x}\,dx = 4 \int \frac{\ln(x)}{x}\,dx$$

$$u = \ln(x) \qquad du = \frac{1}{x}\,dx \qquad dx = x\,du$$

$$F_2(x) = 4 \int \frac{u}{x}\,x\,du = 4 \int u\,du = \frac{4u^2}{2} = 2u^2 = 2(\ln(x))^2$$

$$y_P(x) = F_1(x)\,x + F_2(x)\,x \ln(x)$$
$$y_P(x) = -\frac{4}{3}(\ln(x))^3 x + 2(\ln(x))^2 x \ln(x)$$

$$y_P(x) = -\frac{4}{3}(\ln(x))^3 x + 2(\ln(x))^3 x$$
$$= \frac{2}{3} x (\ln(x))^3$$

$$y(x) = y_H(x) + y_P(x)$$

$$y_H(x) = c_1 y_1 + c_2 y_2$$

$$y_H(x) = c_1 x + c_2 x \ln(x)$$

$$y(x) = c_1 x + c_2 x \ln(x) + \frac{2}{3} x (\ln(x))^3$$

2 exemplos do uso do Método da variação dos parâmetros. (Continuação)

2) Sabendo-se que $y_1 = \cos(\ln x)$, $y_2 = \text{sen}(\ln(x))$ são soluções linearmente independentes para $x^2y'' + xy' + y = 0$ em $(0, \infty)$. Encontre a solução particular para:

$$x^2y'' + xy' + y = \sec(\ln(x))$$

$$y''(x) + py'(x) + qy(x) = B(x)$$

$$\Rightarrow y'' + \frac{y'}{x} + \frac{y}{x^2} = \frac{\sec(\ln(x))}{x^2}$$

$$p(x) = \frac{1}{x} \qquad q(x) = \frac{1}{x^2} \qquad B(x) = \frac{\sec(\ln(x))}{x^2}$$

$$y_1 = \cos(\ln(x)) \qquad y_2 = \text{sen}(\ln(x))$$

$$y_p(x) = F_1(x)\cos(\ln(x)) + F_2(x)\,\text{sen}(\ln(x))$$

$$y_1' = -\frac{\text{sen}(\ln(x))}{x} \qquad y_2' = \frac{\cos(\ln(x))}{x}$$

$$M = y_1'(x) \cdot y_2(x) - y_2'(x)\,y_1(x)$$

$$M = \left(-\frac{\text{sen}(\ln(x))}{x}\right)(\text{sen}(\ln(x))) - \left(\frac{\cos(\ln(x))}{x}\right)(\cos(\ln(x)))$$

$$M = -\frac{(\text{sen}(\ln(x)))^2}{x} - \frac{(\cos(\ln(x)))^2}{x}$$

$$\Rightarrow -\frac{((\text{sen}(\ln(x)))^2 + (\cos(\ln(x)))^2)}{x}$$

$$((\text{sen}(\ln(x)))^2 + (\cos(\ln(x)))^2) = 1$$

$$M = -\frac{1}{x}$$

$$F_1(x) = \int \frac{\text{sen}(\ln(x)) \cdot \frac{\sec(\ln(x))}{x^2}}{-\frac{1}{x}}\,dx$$

$$F_1(x) = -\int x\left(\text{sen}(\ln(x)) \cdot \frac{\sec(\ln(x))}{x^2}\right)dx$$

$$\sec(\ln(x)) = \frac{1}{\cos(\ln(x))}$$

$$F_1(x) = -\int \frac{1}{x}\left(\text{sen}(\ln(x)) \cdot \frac{1}{\cos(\ln(x))}\right)dx$$

$$F_1(x) = -\int \frac{1}{x}\,\frac{\text{sen}(\ln(x))}{\cos(\ln(x))}\,dx$$

$$u = \ln(x) \qquad du = \frac{1}{x}\,dx \qquad dx = x\,du$$

$$F_1(x) = -\int \frac{\text{sen}(u)}{\cos(u)}\,\frac{1}{x}\,x\,du = -\int \frac{\text{sen}(u)}{\cos(u)}\,du$$

$$v = \cos(u) \qquad dv = -\text{sen}(u)\,du \qquad du = \frac{dv}{-\text{sen}(u)}$$

$$F_1(x) = -\int \frac{\text{sen}(u)}{v}\,\frac{1}{-\text{sen}(u)}\,dv$$

$$F_1(x) = \int \frac{1}{v}\,dv$$

$$F_1(x) = \ln|v| = \ln|\cos u| = \ln|\cos(\ln(x))|$$

$$F_2(x) = \int \frac{-\cos(\ln(x)) \cdot \frac{\sec(\ln(x))}{x^2}}{-\frac{1}{x}}\,dx$$

$$F_2(x) = \int \frac{(\cos(\ln(x)))(\sec(\ln(x)))}{x}\,dx$$

$$\sec(\ln(x)) = \frac{1}{\cos(\ln(x))}$$

$$F_2(x) = \int \frac{1}{x}\,dx$$

$$F_2(x) = \ln(x)$$

Com intervalo $(0, \infty)$

$$y_p(x) = F_1(x)\cos(\ln(x)) + F_2(x)\,\text{sen}(\ln(x))$$

$$y_p(x) = \ln|\cos(\ln(x))|\cos(\ln(x)) + \ln(x)\,\text{sen}(\ln(x))$$

Scanned with CamScanner

Semana Final do Módulo 2

Nome: Eike Lennie Andrade Dias
Matrícula: 18/0119303
Professora: Tatiane
Turma: CC
Disciplina: Cálculo 2

Plano de aula semanal

Plano de aula semanal: Semana (Final)

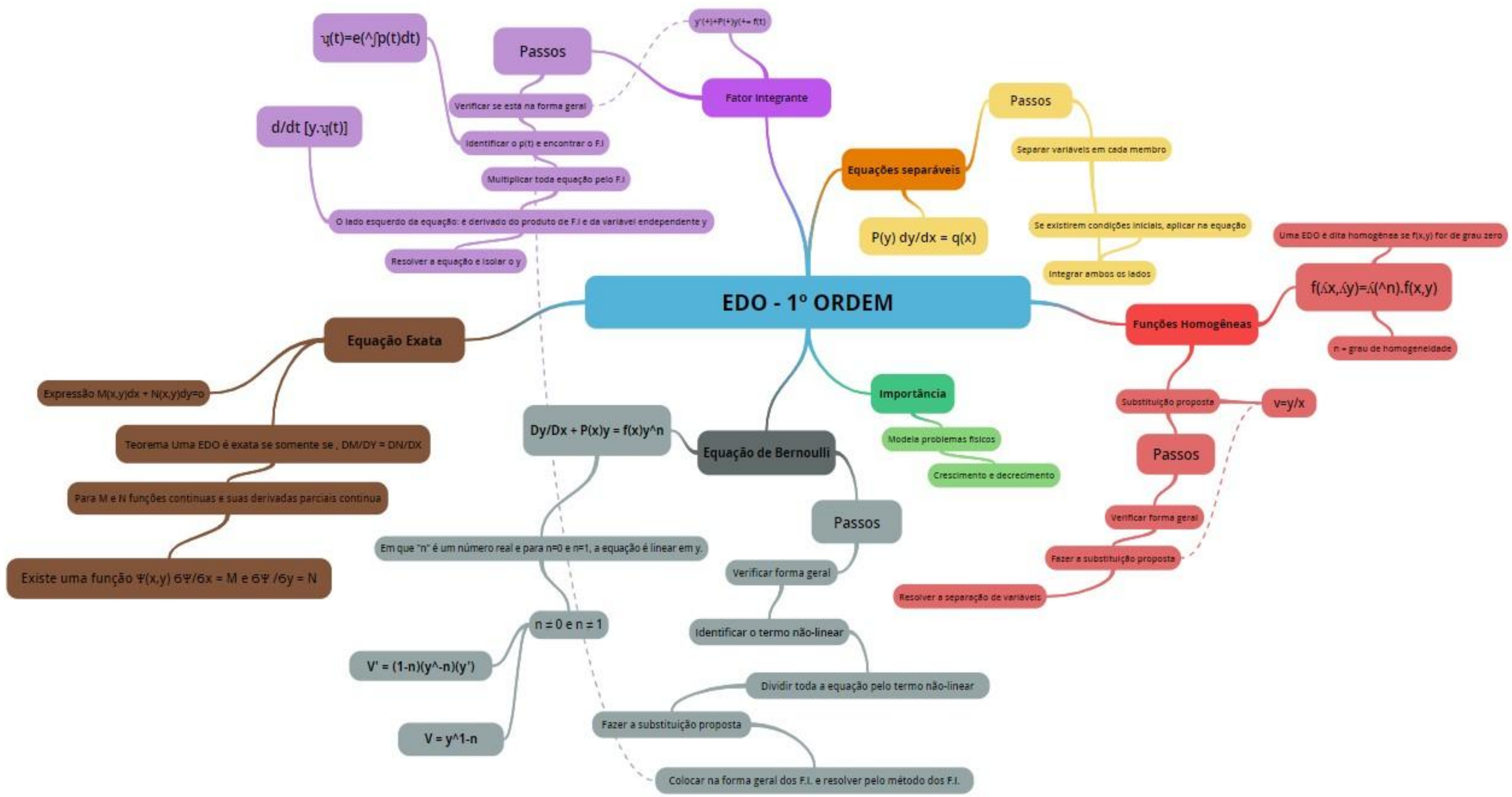
Matrícula	Aluno	Turma	professora
18/0119303	Eike Lennie A. Dias	CC	Tatiane

	Segunda-feira	Terça-feira	Quinta-feira
Data			
Objetivos	Não teve aula.	Não teve aula.	Revisão para a P2 com outro professor.
Informação	Não teve aula.	Não teve aula.	

Plano de aula semanal(Continuação)

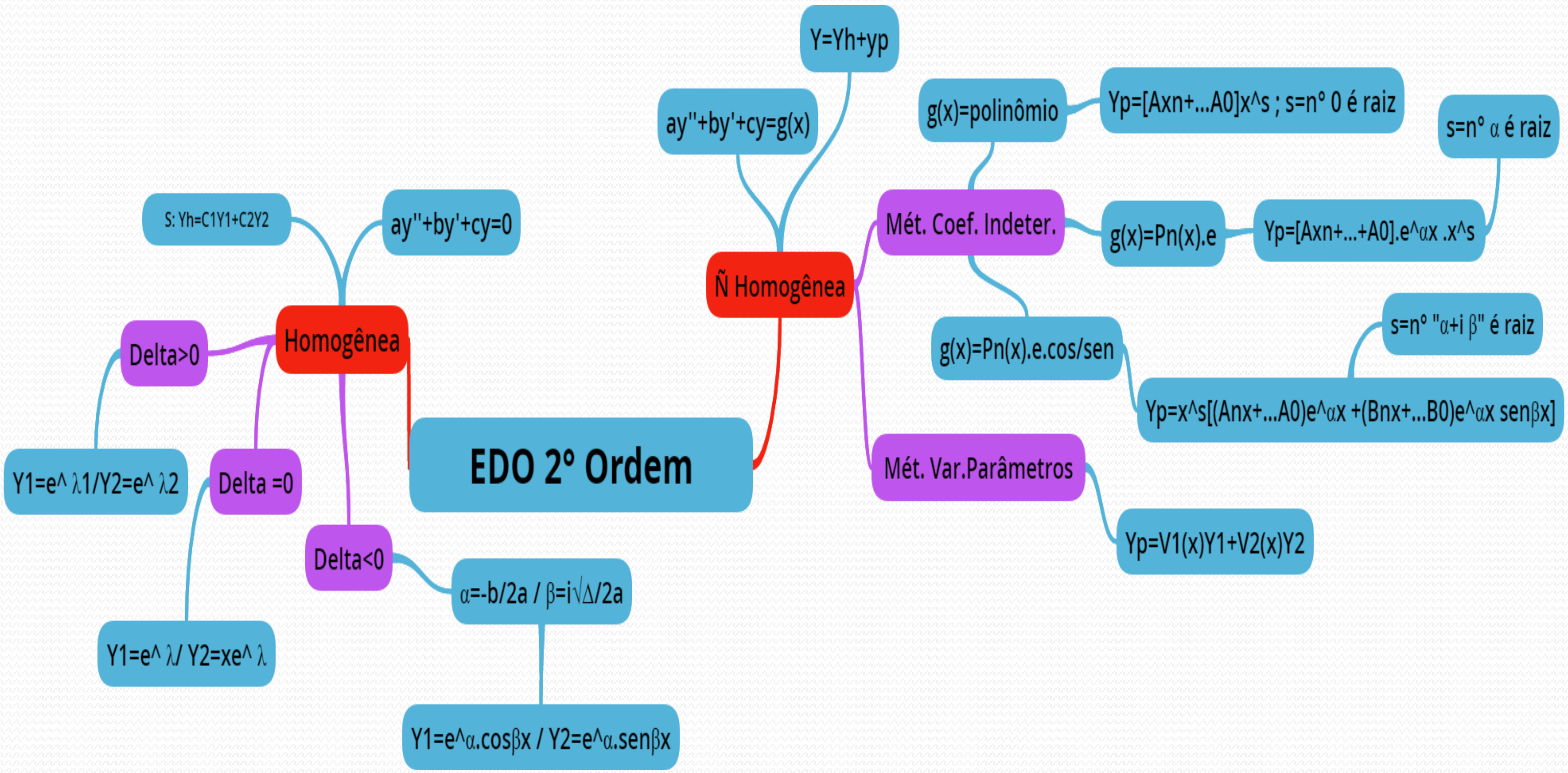
Resumo	Não teve aula.	Não teve aula.	
Observação	Não teve aula.	Não teve aula.	
Dúvidas			
Monitoria			

Mapa mental



EDO - 1º ORDEM
Fator Integrante
y'(+)+P(+)y(+= f(t)
Passos
Verificar se está na forma geral
Identificar o p(t) e encontrar o F.I
Multiplicar toda equação pelo F.I
O lado esquerdo da equação: é derivado do produto de F.I e da variável endependente y
Resolver a equação e isolar o y
ɥ(t)=e(^∫p(t)dt)
d/dt [y.ɥ(t)]
Equações separáveis
P(y) dy/dx = q(x)
Passos
Separar variáveis em cada membro
Se existirem condições iniciais, aplicar na equação
Integrar ambos os lados
Funções Homogêneas
Uma EDO é dita homogênea se f(x,y) for de grau zero
f(ʎx,ʎy)=ʎ(^n).f(x,y)
n = grau de homogeneidade
Substituição proposta
v=y/x
Passos
Verificar forma geral
Fazer a substituição proposta
Resolver a separação de variáveis
Importância
Modela problemas físicos
Crescimento e decrecimento
Equação Exata
Expressão M(x,y)dx + N(x,y)dy=o
Teorema Uma EDO é exata se somente se , DM/DY = DN/DX
Para M e N funções contínuas e suas derivadas parciais continua
Existe uma função Ψ(x,y) 6Ψ/6x = M e 6Ψ /6y = N
Equação de Bernoulli
Dy/Dx + P(x)y = f(x)y^n
Em que "n" é um número real e para n=0 e n=1, a equação é linear em y.
n = 0 e n = 1
V' = (1-n)(y^-n)(y')
V = y^1-n
Passos
Verificar forma geral
Identificar o termo não-linear
Dividir toda a equação pelo termo não-linear
Fazer a substituição proposta
Colocar na forma geral dos F.I. e resolver pelo método dos F.I.

Mapa mental



EDO 2° Ordem
Homogênea
S: Yh=C1Y1+C2Y2
ay''+by'+cy=0
Delta>0
Y1=e^ λ1/Y2=e^ λ2
Delta =0
Y1=e^ λ/ Y2=xe^ λ
Delta<0
α=-b/2a / β=i√Δ/2a
Y1=e^α.cosβx / Y2=e^α.senβx
Ñ Homogênea
ay''+by'+cy=g(x)
Y=Yh+yp
Mét. Coef. Indeter.
g(x)=polinômio
Yp=[Axn+...A0]x^s ; s=n° 0 é raiz
g(x)=Pn(x).e
Yp=[Axn+...+A0].e^αx .x^s
s=n° α é raiz
g(x)=Pn(x).e.cos/sen
Yp=x^s[(Anx+...A0)e^αx +(Bnx+...B0)e^αx senβx]
s=n° "α+i β" é raiz
Mét. Var.Parâmetros
Yp=V1(x)Y1+V2(x)Y2

Aplicação prática de um conteúdo do Módulo 2

Aplicação prática de um conteúdo do Módulo 2

De acordo com a segunda lei de Kirchhoff, a soma da queda de tensão do indutor $(L(\frac{di}{dt}))$ e da queda de tensão no resistor (iR) é igual a voltagem $(E(t))$ do circuito. Sendo assim, temos como equação básica, para o seguinte problema.

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E(t)$$

onde:

$L \rightarrow$ é a indutância (henry)
$R \rightarrow$ é a resistência (ohm)
$i \rightarrow$ é a corrente (ampere)
$E \rightarrow$ é a fem (volt)

Questão 1: Uma fem de 30 volts é aplicada a um circuito em série L-R no qual a indutância é de 0,5 henry e a resistência, 50 ohms. Encontre a corrente $i(t)$ se $i(0) = 0$. Determine a corrente quando $t \rightarrow \infty$

Dados:

$L = 0{,}5$ henry $\quad R = 50$ ohms $\quad E = 30$ volts

$$0{,}5\frac{di}{dt} + 50i = 30$$

$$\frac{di}{dt} + 100i = 60$$

$$\mu(t) = e^{\int 100 (t) dt} \Rightarrow \mu(t) = e^{100t}$$

tilibra

Aplicação prática de um conteúdo do Módulo 2 (Continuação)

Multiplicando a equação por $\mu(t)$:

$$e^{100t}\left(\frac{di}{dt}+100i\right)=e^{100t}\cdot 60$$

$$\Rightarrow e^{100t}\frac{di}{dt}+100e^{100t}i=60e^{100t}$$

$$\frac{d}{dt}\left[e^{100t}\cdot i\right]=60e^{100t}$$

$$\int\frac{d}{dt}\left[e^{100t}\cdot i\right]dt=\int 60e^{100t}\,dt$$

$$\Rightarrow e^{100t}i=60\cdot\frac{1}{100}e^{100t}+C$$

Dividindo por e^{100t}

$$i=\frac{3}{5}+c\cdot e^{-100t}$$

Usando a condição $i(0)=0$

$$0=\frac{3}{5}+c\,e^{-100\cdot 0}\Rightarrow c=-\frac{3}{5}$$

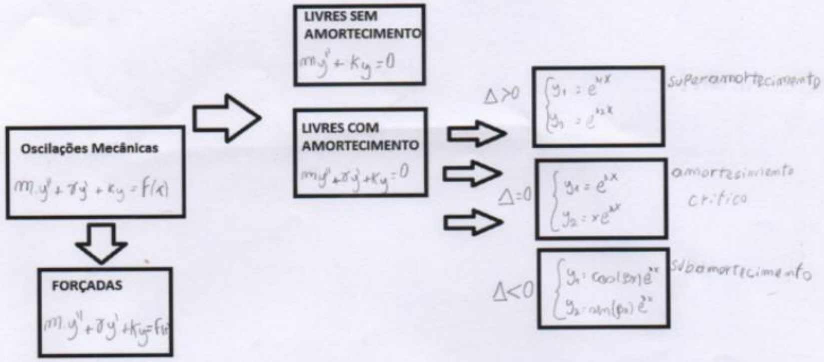
Portanto:

$$\boxed{i=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}e^{-100t}}$$

Sala de aula invertida

SALA DE AULA INVERTIDA PROFA TATIANE FGA/UnB

Atividade 1: Complete :



Atividade 2: Oscilações livres amortecidas. Considere um sistema massa-mola em um meio viscoso. Seja k a constante elástica da mola, seja m a massa do corpo que oscila e seja γ o coeficiente de viscosidade (amortecimento) do meio. A EDO que descreve a amplitude das oscilações da massa é dada por $m\,x'' + \gamma\,x' + k\,x = 0$. Descreva o efeito da viscosidade do meio no movimento da massa. Movimentos oscilatório: subamortecimento, superamortecido e amortecimento crítico.

Atividade 3: Um cursor com 5 kg repousa sobre uma mola, não estando ligado a ela. Observa-se que, se o cursor for empurrado para baixo 0,18m ou mais, perde o contato com a mola depois de libertado. Determine:

(a) a constante de rigidez da mola.

(b) a posição, a velocidade e a aceleração do cursor, 0.16 s após ter sido empurrado para baixo 0,18m e, depois, libertado.

Considere $g = 9{,}81 m/s^2$.

Atividade 2:

Dependendo do coeficiente de viscosidade (γ) do meio o valor do delta (Δ) da equação característica pode variar em três tipos. Sendo eles:

- $\Delta > 0$
- $\Delta = 0$
- $\Delta < 0$

Sendo que estes valores representam o grau de amortecimento do sistema, sendo respectivamente:

- Superamortecimento,
- Amortecimento crítico,
- Subamortecimento.

Sala de aula invertida(Continuação)

Atividade 3

(a)

$\boxed{\text{equilíbrio}}$

$P - F_e = 0$

$m.g = K.\Delta x$

$5kg . 9{,}81 m/s^2 = K . 0{,}18$

$\boxed{k = 272{,}5}$

(b)

$5\lambda^2 + K = 0$

$\Delta = -5450$

$\lambda_1 = \frac{0 - 73{,}82 i}{10} = -7{,}382 i$

$\lambda_2 = \frac{73{,}82 i}{10} = 7{,}382 i$

$y = C_1 \cos(7{,}382 . t) + C_2 . \text{sen}(7{,}382 . t) = \boxed{\Delta x}$

$\frac{d}{dt}$

$C1 . \cos(0) + 0 = 0{,}18$

$C1 = 0{,}18$

$y' = -C1 . 7{,}382 . \text{sen}(7{,}382 t) + C_2 . 7{,}382 . \cos(7{,}382 . t)$

$\frac{d}{dt}$

$0 + C_2 . 7{,}382 . \cos(0) = 0$

$C_2 = 0$

$y'' = -C1 . (7{,}382)^2 . \cos(7{,}382 . t) - C_2 . (7{,}382)^2 . \text{sen}(7{,}382 t)$