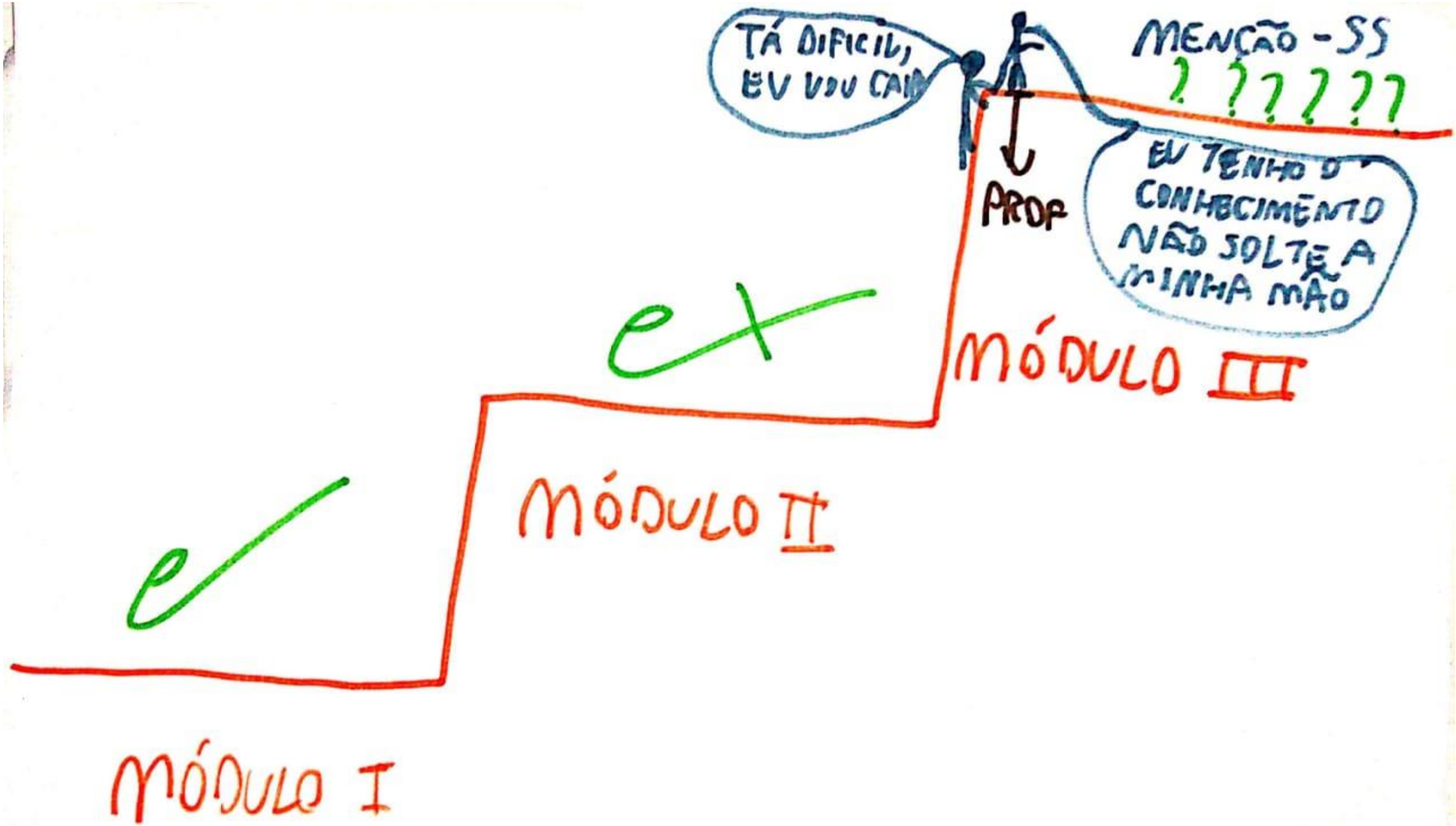
180113739

João Vitor da Silva Fonseca – Turma CC

Módulo 2 – Final


TÁ DIFICIL, EU VOU CAIR
MENÇÃO - SS
? ? ? ? ? ?
PROF
EU TENHO O CONHECIMENTO NÃO SOLTE A MINHA MÃO
e
ex
MÓDULO I
MÓDULO II
MÓDULO III

EDO

1° ORDEM

SEMANA 1

→ EQUAÇÃO DIFERENCIAL

- É UMA EQUAÇÃO QUE ENVOLVE DERIVADAS

EQUAÇÃO ALGEBRICA	EQUAÇÃO DIFERENCIAL
$x-2=0$ $2y+3=2$ $x^2+2x+2=0$ EQ. COM VARIÁVEIS	$y'+2y=e^x$ $\frac{dy}{dx}+2y(x)=e^x$ $\frac{d^2y}{dt^2}+t\cdot y(t)=0$ EQ. COM FUNÇÕES DERIVÁVEIS
SOLUÇÕES SÃO PONTOS NA RETA $x=2$ $S=\{2,4\}$	SOLUÇÕES SÃO FUNÇÕES DIFERENCIAIS

↳ CLASSIFICAÇÃO

- ORDINÁRIA (EDO) - TENHO APENAS UMA VARIÁVEL INDEPENDENTE

$$\underbrace{F}_{\text{DEPENDENTE}}(\overbrace{x}^{\text{INDEPENDENTE}})$$

$$y'+(1-t)y=0 \longrightarrow \frac{dy}{dt}+(1-t)y(t)=0$$

- PARCIAL (EDP) - MAIS DE UMA VARIÁVEL INDEPENDENTE

$$\boxed{\frac{d^2u}{dx^2}(x,t)+\frac{d^2u}{dt^2}(x,t)=0} \rightarrow \text{EQ. DE CALOR}$$

- LINEARIDADE

- LINEAR - POSSUI APENAS FUNÇÕES LINEARES
- Ñ LINEAR - POSSUI FUNÇÕES NÃO LINEARES
  - → EXPONENCIAL
  - → QUADRÁTICA
  - → TRIGONOMÉTRICAS
  - → LOGARITMICA

~~HOMOGENEIDADE~~
- HOMOGENEIDADE

- NÃO HOMOGENEO

$$y'' + t\cdot y' + (\cos^2 t)\cdot y = t^3$$

- HOMOGENEO

$$(1+y^2)\, y^{(n)} + t\cdot y' + y = 0$$

- ORDEM - É O GRAU DA MAIOR DERIVADA DA EQ. DIFERENCIAL

↳ FORMAS DE EXPRESSAR EDO

	1ª ORDEM	2ª ORDEM
FORMA IMPLÍCITA	$F(t, y, y') = 0$ $t^3 \cdot y' - 4y^2 = 0$	$F(t, y, y', y'') = 0$
FORMA EXPLÍCITA	$y' = F(t, y)$ $1 \cdot y' = \frac{4y^2}{t^3}$	$y'' = F(t, y, y')$
FORMA PADRÃO	$1 \cdot y' + p(t)\cdot y = g(t)$ $y' + t\cdot y = \cos t$	$1 \cdot y'' + p(t)\, y' + q(t)\, y = g(t)$

↳ CAMPO DE DIREÇÕES

- É UMA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA INCLINAÇÃO DA RETA EM VÁRIOS PONTOS.
- DERIVADA É A INCLINAÇÃO DE UMA RETA, ENTÃO A INCLINAÇA DE UMA RETA y É y'.

$y' > 0 \rightarrow /$

$y' < 0 \rightarrow \backslash$

$y' = 0 \rightarrow$ — SOLUÇÃO DE EQUILIBRIO - ELA GERALMENTE SEPARA AS SOLUÇÕES CRESCENTES DAS DECRESCENTES.

→ SOLUÇÃO DE UMA EDO

- É UMA FUNÇÃO QUE SATISFAZ A EQ. DIFERENCIAL EM UM CERTO INTERVALO.
- EXISTE DOIS TIPOS DE SOLUÇÕES
- GERAL - ENVOLVE CONSTANTES
- ESPECÍFICA - VALOR EXATO PARA SOLUÇÃO (PVI)

- PROBLEMA DO VALOR INICIAL (PVI)
  ↳ EDO + CONDIÇÃO INICIAL

$y' + p(t)y = g(t)$ → EDO | $y'' + p(t)y' + q(t)y = h(t)$

$y(A_0) = x_0$ → CONDIÇÃO | $y(t_0) = x_0$, $y'(t_0) = x_0$ → CONDIÇÕES

→ SOLUÇÕES EDO 1° ORDEM

↳ EDO 1° ORDEM LINEAR HOMOGENEA

- ETAPAS

(1) COLOCAR NA FORMA PADRÃO

$$\boxed{1 \cdot y' + p(x)y = 0}$$

(2) INTEGRAR AMBOS OS LADOS

↳ EDO 1° ORDEM LINEAR ~~HOMOGENEA~~ NÃO HOMOGENEA

- ETAPAS

(1) COLOCAR NA FORMA PADRÃO

$$\boxed{y' + p(x) \cdot y = q(x)}, \quad q(x) \neq 0$$

↳ $p(x)$ E $q(x)$ → CTE

↳ $p(x)$ → CTE

↳ $p(x)$ E $q(x)$ → Ñ CTE

↳ $q(x)$ → CTE

- CASO I: P(x) e q(x) CTE

$$\boxed{y' + Ay = B}$$

$$y' = B - Ay \rightarrow y' = -A\left(y - \frac{B}{A}\right) \rightarrow \frac{dy}{dx} = (-A)\left(y - \frac{B}{A}\right)$$

$$\int \frac{1}{y - \frac{B}{A}} \cdot dy = \int -A \cdot dx \rightarrow \ln\left(y - \frac{B}{A}\right) + C_1 = -AX + C_2$$

$$e^{\ln\left(y - \frac{B}{A}\right)} = e^{-AX + C} \rightarrow y - \frac{B}{A} = e^{-AX} \cdot k \rightarrow \boxed{e^{-AX} \cdot k + \frac{B}{A} = y}$$

- CASO II: P(x) e q(x) $\neq 0$

P(x) CTE

- ETAPAS

1. FORMA PADRÃO

$$\boxed{y' + \underbrace{A}_{CTE} y = q(x)} \quad q(x) \neq 0$$

2. FATOR INTEGRANTE

$$\boxed{\mu(t) = e^{At}}$$

3. MULTIPLICAR TODA A EDO PELO FATOR INTEGRANTE
4. RESOLVA

$$y' + Ay = q(t) \times \mu(t) \rightarrow e^{At}[y' + Ay] = e^{At} q(t)$$

$$\underbrace{e^{At} \cdot y' + A \cdot e^{At}}_{\text{REGRA DO PRODUTO}} \cdot y = e^{At} q(t) \rightarrow \int [e^{At} \cdot y] dy = \int e^{At} q(t)\, dt$$

$$e^{At} \cdot y = \int e^{At} q(x)\, dt + k$$

$$\boxed{y = \left[\int e^{At} q(x) \cdot dt + k\right] e^{-At}}$$

- CASO III: CASO GERAL

1) FORMA PADRÃO

$$\boxed{y' + p(t) \cdot y = g(t)} \quad g(t) \neq 0$$

2) FATOR INTEGRANTE

$$\boxed{\mu(t) = e^{\int p(t)\, dt}}$$

3) MULTIPLICAR A EDO POR $\mu(t)$

4) RESOLVER

$$\boxed{y(t) = \frac{1}{\mu(t)} \cdot \left[\int \mu(t) \cdot g(t) \cdot dt + k\right]}$$

↳ EDO 1ª ORDEM NÃO LINEAR

1) EQUAÇÃO SEPARÁVEL (OU FORMA SEPARÁVEL)

$$y' = \frac{m(x)}{N(y)} \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{m(x)}{N(y)} \qquad \boxed{N(y) \cdot dy = m(x) \cdot dx}$$

$$\boxed{\text{SOLUÇÃO: } \int N(y)\, dy = \int m(x)\, dx}$$

↳ OBS: NA MAIORIA DAS VEZES A SOLUÇÃO É DADA NA FORMA IMPLÍCITA

2) FORMA HOMOGÊNEA

$$\boxed{y' = F(x, y)} \rightarrow \boxed{y' = F\left(\frac{y}{x}\right)}$$

→ FORMA HOMOGÊNEA

- ETAPAS $\quad y' = \frac{y^2 - x^2}{2xy} \div x^2 \qquad y' = \frac{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - 1}{2\left(\frac{y}{x}\right)} = F\left(\frac{y}{x}\right)$

1) $v = \frac{y}{x}$ 2) $y = v \cdot x$ $y' = F(v)$ 3) $F(v) = \frac{dv}{dx} \cdot x + v$

$y' = v' \cdot x + v \cdot 1$ $v' = \frac{dv}{dx}$

4) $\int \frac{1}{F(v) - v} \, dv = \int \frac{1}{x} \, dx$

SEMANA 2

→ EQUAÇÃO BERNOLLI

$$\boxed{y' + p(x)y = g(x)y^n}$$ → EQUAÇÃO GERAL

$n = 0$ e $n = 1$: EDO 1ª L ÑH

$n \neq 0$ e $n \neq 1$: EDO 1ª ÑL ÑH

- PASSO 1: MULTIPLICAR A EDO POR y^{-n}

$$y^{-n}\left[y' + p(x)y = g(x)y^n\right]$$

$$\boxed{y^{-n}\cdot y' + p(x)\,y^{1-n} = g(x)}$$

- PASSO 2: CHAME $\boxed{V = y^{1-n}}$

$$\boxed{V' = (1-n)\,y^{-n}\cdot y'}$$

- PASSO 3: SUBSTITUA OS DADOS

$$\boxed{\frac{V'}{(1-n)} + p(x)V = g(x)}$$

PASS 4: RESOLVA A EDO

→ EQUAÇÃO EXATA

DEFINIÇÃO: $$\boxed{\begin{gathered} M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0 \\ \text{OU} \\ M(x,y) + N(x,y)\,y' = 0 \end{gathered}}$$

SE $\dfrac{dM(x,y)}{dy} = \dfrac{dN(x,y)}{dx}$, ENTÃO A EDO ESTÁ NA FORMA EXATA

↳ SOLUÇÃO NA FORMA EXATA

$M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$ OU $M(x,y) + N(x,y)\,y' = 0$

IDENTIFICAR AS FUNÇÕES $M(x,y)$ E $N(x,y)$

→ É EXATO? $\dfrac{dM}{dy} = \dfrac{dN}{dx}$

NÃO → FATOR INTEGRANTE → MULTIPLICAR TODA A EDO

SIM → 1) $F(x,y) = \int M(x,y)\,dx$

2) $\dfrac{dF(x,y)}{dy} = N(x,y)$

3) ACHE A SOLUÇÃO

→ FATOR INTEGRANTE – FORMA NÃO EXATA

$$\boxed{M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0}$$

- A PRINCIPIO O "CANDIDATO" A SER O FATOR INTEGRANTE É $\boxed{\mu(x,y)}$ MULTIPLICANDO A E.D.O

$$\boxed{\mu(x,y)M(x,y)\,dx + \mu(x,y)N(x,y)\,dy = 0}$$

- É EXATA SE:

$$\left[\mu(x,y)M(x,y)\right]_y = \left[\mu(x,y)N(x,y)\right]_x$$

$$\boxed{\frac{d\mu(x,y)}{dy}.M(x,y) + \mu(x,y).\frac{dM(x,y)}{dy} = \frac{d\mu(x,y)}{dx}.N(x,y) + \mu(x,y)\frac{dN(x,y)}{dx}}$$

- CASO 1 → $\mu(x,y) = \mu(x)$ (FUNÇÃO VARIÁVEL x)

$$\cancel{0 . M(x,y)} + \mu(x).\frac{dM(x,y)}{dy} = \frac{d\mu(x,y)}{dx}.N(x,y) + \mu(x).\frac{dN(x,y)}{dx}$$

$$\mu(x).\frac{dM(x,y)}{dy} - \mu(x)\frac{dN(x,y)}{dx} = \underbrace{\frac{d\mu(x,y)}{dx}}_{\mu'}N(x,y)$$

$$\mu(x)\left[\frac{dM(x,y)}{dy} - \frac{dN(x,y)}{dx}\right] = \mu' N(x,y)$$

$$\boxed{\mu'(x) = \frac{\mu(x)\left[\frac{dM(x,y)}{dy} - \frac{dN(x,y)}{dx}\right]}{N(x,y)}}$$

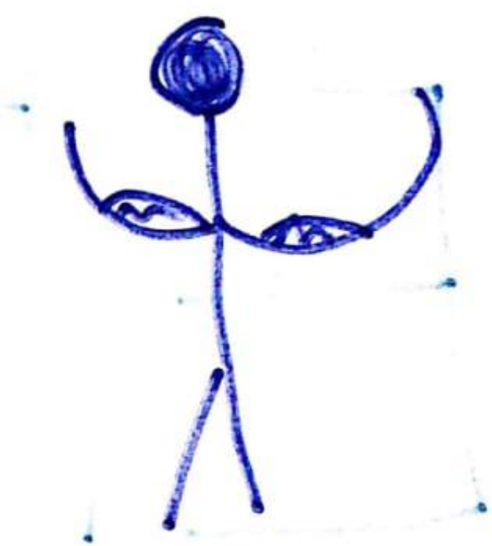
- CASO 2 → $\mu(x,y) = \mu(y)$ (FUNÇÃO VARIÁVEL y)

$$\mu'(y).M(x,y) + \mu(x,y).\frac{dM(x,y)}{dy} = \mu(y).\frac{dN(x,y)}{dx} + 0.N(x,y)$$

$$\boxed{\mu'(y) = \frac{\left[\frac{dN(x,y)}{dx} - \frac{dM(x,y)}{dy}\right]}{M(x,y)}.\mu(y)}$$

②

EDO



2ª ORDEM

SEMANA 3

→ SEGUNDA (29/04)

↳ OBJETIVO: APRENDER A RESOLVER EDO 2ª ORDEM HOMOGÊNEA COM COEFICIENTE CTE, ONDE $\Delta > 0$ E COM $\Delta = 0$

↳ INFORMAÇÃO: APRENDEMOS A RESOLVER EDO'S LINEARES HOMOGÊNEA EM DOIS CASOS DISTINTOS, QUANDO O $\Delta > 0$ e $\Delta = 0$

↳ RESUMO

CASO I

$$\Delta = B^2 - 4AC \quad \begin{cases} y_1 = e^{\lambda_1 x} \\ y_2 = e^{\lambda_2 x} \end{cases} \qquad \lambda = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} < \begin{matrix} \lambda_1 = \dfrac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} \\ \lambda_2 = \dfrac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} \end{matrix}$$

$\lambda_1 \neq \lambda_2$

CASO II

$\lambda_1 = \lambda_2$

MÉTODO DA REDUÇÃO DA ORDEM

CRIAÇÃO SOLUÇÃO y_2 $v(x)\, y_1(x)$ — DERIVAR y_2 e SUBSTITUIR NA EDO — REDUÇÃO DE ORDEM — ACHAR y_2

→ TERÇA (30/04)

↳ OBJETIVO: APRENDER A RESOLVER EDO 2ª ORDEM LH. DE COEFICIENTE CTE, ONDE $\Delta < 0$, USANDO A FÓRMULA DE EULER

↳ INFORMAÇÃO: APRENDEMOS A USAR O MÉTODO DO CHUTE E A EQUAÇÃO DE EULER

↳ RESUMO:

$$\lambda = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{-B \pm j\sqrt{\Delta}}{2A} \qquad \boxed{\lambda = \alpha \pm j B}$$

$$\boxed{e^{iBx} = \cos(Bx) + j \cdot \operatorname{sen}(Bx)} \to \text{FÓRMULA DE EULER} \quad \begin{cases} y_1 = e^{\alpha x} \cdot \cos(Bx) \\ y_2 = e^{\alpha x} \cdot \operatorname{sen}(Bx) \end{cases}$$

↳ ~~QUARTA~~ ~~SEGUNDA~~ QUINTA: NÃO TEVE AULA, RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS DO MOODLE

→ ~~EDO~~ 2ª ORDEM

↳ EDO 2ª ORDEM LINEAR HOMOGÊNEA

↳ PARTE I: CASO GERAL

$$\boxed{1 \cdot y'' + p(x) y' + q(x) y = 0} \; *$$ FORMA PADRÃO

• TEOREMA: PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO

• SE y_1 E y_2 SÃO SOLUÇÕES DE * ENTÃO A SOLUÇÃO GERAL É:

$$\boxed{y_H = C_1 y_1 + C_2 y_2}$$ EM QUE C_1 E C_2 SÃO CONSTANTES

↳ SOLUÇÃO GERAL EDO 2ª ORDEM LINEAR HOMOGÊNEA (y_H)

OBS:

(I) $\{y_1, y_2\}$ → CONJUNTO FUNDAMENTAL DE SOLUÇÃO

(II) O PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO SOMENTE É VÁLIDO P/ EDO 2ª ORDEM LH

- TEOREMA DA EXISTÊNCIA E UNICIDADE

• DADO PVI 2ª ORDEM $\begin{cases} y'' + p(x) y' + q(x) y = 0 \\ y(x_0) = y_0 \\ y'(x_0) = y_0 \end{cases}$, ENTÃO EXISTE UMA ÚNICA SOLUÇÃO

- WRONSKIANO

SEJA $\{y_1, y_2\}$, CONJUNTO FUNDAMENTAL DA SOLUÇÃO DA EDO 2ª LH

$$W(y_1, y_2)(x) = \det \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{pmatrix} = y_1 \cdot y_2' - y_1' \cdot y_2$$

$W(y_1, y_2)(x) \neq 0 \rightarrow y_1$ e y_2 SÃO SOLUÇÕES

↳ PARTE II: COEFICIENTES CONSTANTES

$$** \; \boxed{Ay'' + By' + Cy = 0}$$ EDO 2ª LH COM COEFICIENTE CTE

- EX

1. $y' + k \cdot y = 0$ k É CTE, EDO 1ª LH

$\frac{dy}{dx} = -k \cdot y \rightarrow \int \frac{1}{y} \cdot dy = \int -k \, dx \rightarrow \ln(y) = -kx + c \rightarrow e^{\ln(y)} = e^{-kx+c}$ (1)

$y = e^{-kx} \cdot \frac{e^{c}}{m} \rightarrow \boxed{y = e^{-kx} \cdot m}$ (1)

SUPONHA QUE A SOLUÇÃO DA EQ ** SEJA: $\boxed{y(x) = e^{\lambda x}}$, λ É CTE

SUBSTITUINDO NA EQUAÇÃO **

$$\begin{cases} y'(x) = \lambda e^{\lambda x} \\ y''(x) = \lambda^2 e^{\lambda x} \end{cases} \quad \begin{aligned} &Ay'' + By' + Cy = 0 \\ &A(\lambda^2 e^{\lambda x}) + B(\lambda e^{\lambda x}) + C(e^{\lambda x}) = 0 \end{aligned}$$

$$e^{\lambda x}(A\lambda^2 + B\lambda + C) = 0$$

$$\boxed{A\lambda^2 + B\lambda + C = 0} \text{ EQ CARACTERÍSTICA}$$

- CASO I: $\Delta > 0$ (RAÍZES REAIS DISTINTAS) $\lambda_1 \neq \lambda_2$

$$\boxed{\Delta = B^2 - 4AC} \quad \lambda = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} \left\langle \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} \\ \lambda_2 &= \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} \end{aligned} \right.$$

λ_1 e $\lambda_2 \rightarrow$ RAÍZES DA EQ CARACTERÍSTICA

CONJUNTO FUND. DA SOL. $\begin{cases} y_1 = e^{\lambda_1 x} \\ y_2 = e^{\lambda_2 x} \end{cases}$

$$W(y_1, y_2)(x) = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 x} & e^{\lambda_2 x} \\ \lambda_1 e^{\lambda_1 x} & \lambda_2 e^{\lambda_2 x} \end{pmatrix}$$

$$\det(W) = \lambda_2 e^{\lambda_1 x + \lambda_2 x} - \lambda_1 e^{\lambda_1 x + \lambda_2 x}$$

$$\det(W) = \underbrace{e^{\lambda_1 x + \lambda_2 x}}_{\neq 0} \cdot \underbrace{(\lambda_2 - \lambda_1)}_{\neq 0} \neq 0$$

$$\boxed{y_H = C_1 \cdot e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}} \text{ SOL. GERAL}$$

- CASO II: $\Delta = 0$ (RAÍZES IGUAIS)

$$A\lambda^2 + B\lambda + C = 0 \quad \lambda = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}^{\,0}}{2A} = \frac{-B}{2A}$$

PASSO 1: CRIAÇÃO SOLUÇÃO y_2 → PASSO 2: "VERIFICAÇÃO" → PASSO 3: REDUÇÃO DE ORDEM

$\boxed{y_2 = V(x) \cdot y_1}$ DERIVAR y_2 E SUBSTITUIR NA EDO — EDO 1ª ORDEM NA "V(x)"

PASSO 4: SOLUÇÃO y_2 ENCONTRADO

$y_2 = V(x) \cdot y_1$

• $\Delta < 0$ (RAÍZES COMPLEXAS)

$\boxed{A\lambda^2 + B\lambda + C = 0}$ $\quad \Delta < 0 \quad \lambda = \frac{-B \pm j\sqrt{\Delta}}{2A}$

$\alpha \qquad \beta$

$\boxed{\lambda = \alpha \pm j\beta}$

↳ PARTE IMAGINÁRIA

↳ PARTE REAL

CONJUNTO FUNDAMENTAL DA SOLUÇÃO $\begin{cases} y_1 = e^{\lambda_1 x} \\ y_2 = e^{\lambda_2 x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_1 = e^{(\alpha + j\beta)x} \\ y_2 = e^{(\alpha - j\beta)x} \end{cases}$

• FÓRMULA DE EULER

$$\boxed{e^{jBx} = \cos(Bx) + j \cdot \operatorname{sen}(Bx)}$$

$$y_1 = e^{\lambda x} = e^{(\alpha + j\beta)x} = e^{\alpha x + j\beta x} = e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x} = e^{\alpha x}(\cos\beta x + j \cdot \operatorname{sen}\beta x)$$

$$y_1 = e^{\alpha x}\cos(\beta x) + e^{\alpha x} j \cdot \operatorname{sen}(\beta x)$$

$$\begin{cases} y_1 = e^{\alpha x} \cdot \cos(\beta x) \\ y_2 = e^{\alpha x} \cdot \operatorname{sen}(\beta x) \end{cases}$$

SEMANA 4

→ EDO 2ª ORDEM LINEAR NÃO-HOMOGÊNEA COM COEFICIENTE CTE

$$\boxed{Ay'' + By' + Cy = g(x)} \quad g(x) \neq 0, \; A \neq 0$$

01) SOLUÇÃO GERAL DA EDO

$$\boxed{y(x) = \underbrace{y_H(x)}_{\text{SOLUÇÃO HOMOGÊNEA}} + \underbrace{y_P(x)}_{\text{SOLUÇÃO PARTICULAR}}}$$

→ $Ay'' + By' + Cy = 0$

02) SOLUÇÃO PARTICULAR

- EXISTEM DOIS MÉTODOS:
  - MÉTODO DOS COEFICIENTES INDETERMINADOS (MCI)
  - MÉTODO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS (MVP)

↳ MÉTODO DOS COEFICIENTES INDETERMINADOS (MCI)

- VANTAGEM: SIMPLES, MANIPULAÇÃO ALGÉBRICA
- DESVANTAGEM: É RESTRITO, SÓ FUNCIONA QUANDO A FUNÇÃO $g(x)$ FOR DA ESPÉCIE: POLINOMIAL, EXPONENCIAL, SENO E COSSENO

SE $g(x)$ FOR DA FORMA	O CHUTE P/ y_P É	OBSERVAÇÃO
$P(x) = A_n x^n + A_{n-1}x^{n-1} + \dots + A_1 x^1 + A_0$	$x^s [A_n x^n + A_1 x^1 + A_0]$	s → É O Nº DE VEZES QUE O "0" É RAIZ DA EQ CARACTERÍSTICA
$[A_n x^n + A_{n-1}x^{n-1} + \dots + A_1 x^1 + A_0] e^{\alpha x}$	$x^s [A_n x^n + \dots + A_0] e^{\alpha x}$	s → É O Nº DE VEZES QUE O "α" É RAIZ

↳ MÉTODO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS

PASSO I: DEFINIR O CONJUNTO FUND. DA SOLUÇÃO $\{y_1, y_2\}$ → PASSO II: CALCULAR O $W(y_1, y_2)$ → PASSO III: ENCONTRAR $u_1(x)$ e $u_2(x)$ → PASSO IV: CALCULAR $y_P(x)$

Última semana

Aplicação prática

Uma massa pesando 4 libras (cerca de 1,8 kg) estica uma mola de 2 in (cerca de 5 cm). Suponha que a massa é deslocada 6 in adicionais no sentido positivo e depois é solta. A massa está em um meio que exerce uma resistência viscosa de 6lb quando a massa está a uma velocidade de 3ft/s (cerca de 91 cm/s). Formule o problema de valor inicial que governa o movimento da massa.

→ APLICAÇÃO EDO 2ª ORDEM

- VAMOS LEVAR EM CONSIDERAÇÃO QUE NÃO HAJA UMA FORÇA EXTERNA ATUANDO SOBRE O CORPO, OU SEJA, $\underline{F(t)=0}$

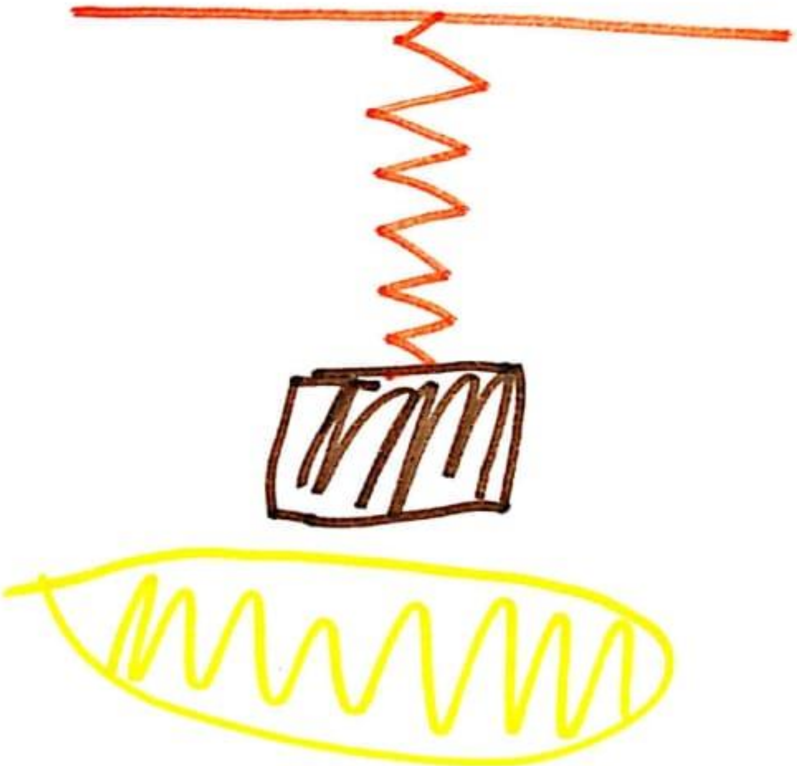
$$W = g \cdot m \rightarrow m = \frac{W}{g} \rightarrow \frac{4\ lb}{32\ pé/s^2} = \boxed{\frac{1}{8} \cdot \frac{lb \cdot s^2}{pé}}$$

$$\gamma = \frac{6\ lb}{3\ ft/s} = \boxed{\frac{2\ lb \cdot s}{pé}} \qquad k = \frac{4\ lb}{1/6\ ft} = \boxed{24\ \frac{lb}{pé}}$$

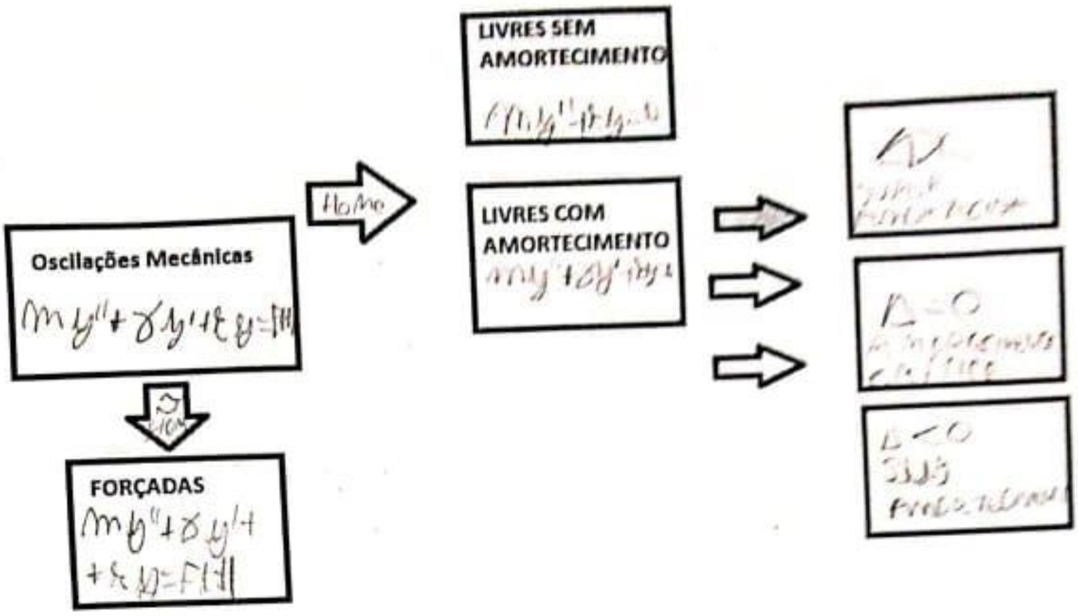
$$m s'' + \gamma s' + k s = \cancel{F(t)}^{0} \rightarrow \boxed{\frac{1}{8} \cdot s'' + 2s' + 24 s = 0}$$

$$s(0) = \frac{1}{2} \quad e \quad s'(0) = 0$$

SALA DE AULA INVERTIDA



Atividade 1: Complete :



Atividade 2: Oscilações livres amortecidas. Considere um sistema massa-mola em um meio viscoso. Seja k a constante elástica da mola, seja m a massa do corpo que oscila e seja γ o coeficiente de viscosidade (amortecimento) do meio. A EDO que descreve a amplitude das oscilações da massa é dada por $m\,x'' + \gamma\, x' + k\,x = 0$. Descreva o efeito da viscosidade do meio no movimento da massa. Movimentos oscilatório: subamortecimento, superamortecido e amortecimento crítico.

Atividade 3: Um cursor com 5 kg repousa sobre uma mola, não estando ligado a ela. Observa-se que, se o cursor for empurrado para baixo 0,18m ou mais, perde o contato com a mola depois de libertado. Determine:

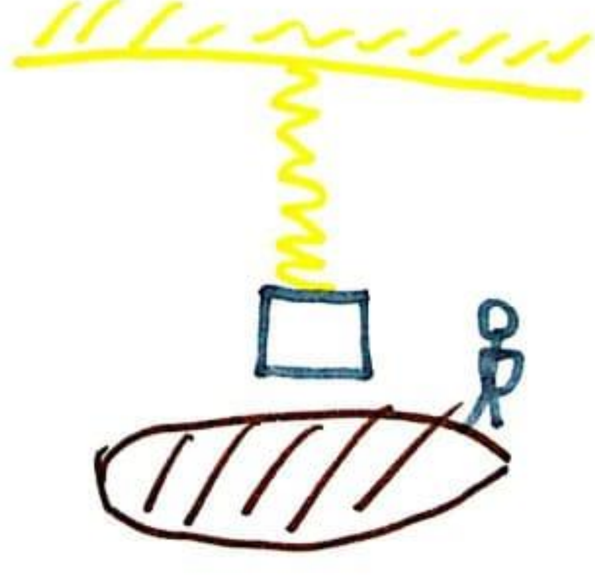
(a) a constante de rigidez da mola.

(b) a posição, a velocidade e a aceleração do cursor, 0.16 s após ter sido empurrado para baixo 0,18m e, depois, libertado.

Considere g=9,81m/s^2.

OSCILAÇÕES MECÂNICAS
$my'' + \gamma y' + ky = F(t)$

- **LIVRES SEM AMORTECIMENTO**
  $my'' + ky = 0$
- **LIVRES COM AMORTECIMENTO**
  $my'' + \gamma y' + ky = 0$
  - $\Delta > 0$ SUPER AMORTECIMENTO
  - $\Delta = 0$ AMORTECIMENTO CRÍTICO
  - $\Delta < 0$ SUB AMORTECIMENTO
- **FORÇADAS**
  $my'' + \gamma y' + ky = F(t)$



Questão 2

→ SALA DE AULA INVERTIDA

$mx'' + \gamma x' + kx = 0$ $\quad F_d = -\gamma x'$

$m\lambda^2 + \gamma\lambda + k = 0$ $\quad F_d \sim$ VELOCIDADE ESCALAR

$\boxed{\Delta = \gamma^2 - 4mk}$ $\quad F_d = \gamma \left|\frac{dx}{dt}\right|$

$\boxed{\Delta < 0}$

$\lambda = \frac{-\gamma \pm i\sqrt{\gamma^2 - 4mk}}{2m}$, SE $|\gamma^2| < |-4mk|$, GERA UMA EQUAÇÃO CUJA A SOLUÇÃO POSSUI UMA PARTE REAL E OUTRA PARTE IMAGINÁRIA. ISSO GERA UM MOVIMENTO COM INFLUÊNCIA DE UM SUBAMORTECIMENTO QUE AFETA LIGEIRAMENTE A FREQUÊNCIA DA OSCILAÇÃO.

$\boxed{\Delta = 0}$

SE $\Delta = 0$, SIGNIFICA QUE $|\gamma^2| = |-4mk|$, $\lambda = \frac{-\gamma}{2m}$, O EFEITO DO AMORTECIMENTO CRÍTICO DEPENDE DE γ, QUANTO MENOR ELE FOR, MENOR SERÁ O EFEITO DO AMORTECIMENTO.

$\boxed{\Delta > 0}$

$|\gamma^2| > |-4mk|$, $\lambda = \frac{-\gamma \pm \sqrt{\Delta}}{2A}$, COM ESSAS CONDIÇÕES, TEMOS O ~~[illegible]~~ SUPER AMORTECIMENTO.

EQUAÇÃO DIFERENCIAL → CLASSIFICAÇÃO

- TIPO
- LINEARIDADE
- HOMOGENEIDADE
- ORDEM

GUE ESCADA LONGA

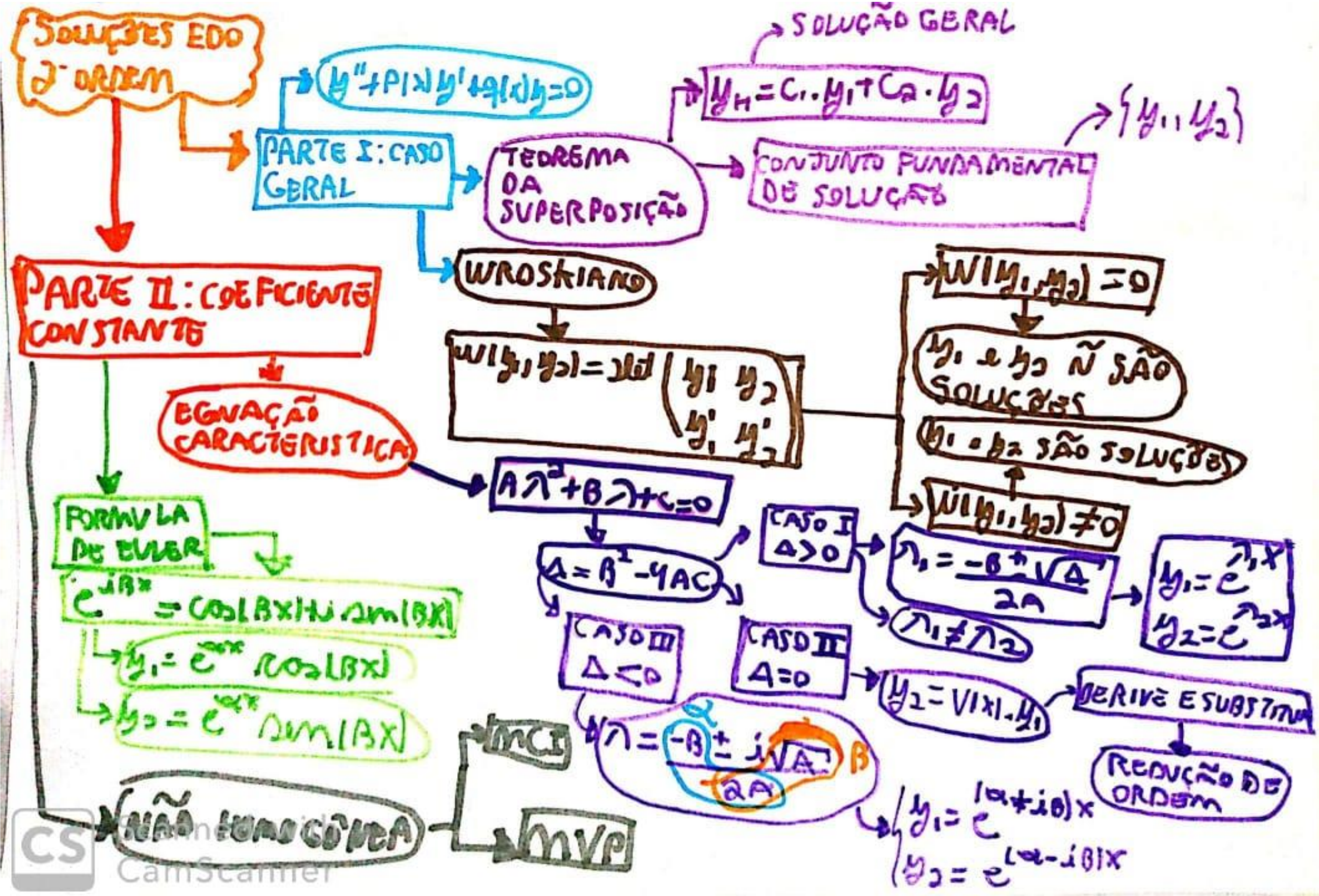
PARE

VAMOS POR ETAPAS

SOLUÇÕES EDO 1ª ORDEM

- LINEAR HOMOGÊNEA
  - 1°) $y' + p(x)y = 0$
  - 2°) INTEGRAR
- LINEAR Ñ HOMOGÊNEA
  - $y' + P(x) = q(x)$
  - CASO I → $P(x)$ e $q(x)$ CTE → $y' + Ay = B$ → FATOR INTEGRANTE → $u(x) = e^{Ax}$
    - REGRA DA CADEIA (DERIVADA)
  - CASO II → ($P(x)$ CTE, $q(x) \neq 0$) → FATOR INTEGRANTE
  - CASO III → GERAL → FATOR INTEGRANTE → $u(x) = e^{\int p(x)\,dx}$
- Ñ LINEAR
  - EQUAÇÃO SEPARÁVEL → $\frac{dy}{dx} = \frac{m(x)}{N(y)}$
  - FORMA HOMOGÊNEA → $F = \frac{y}{x}$
- EQUAÇÕES ESPECIAIS
  - EQUAÇÃO BERNOULLI → $y' + p(x)y = g(x)y^m$
    - 1) MULTIPLICAR A EDO POR y^{-m}
    - 2) $V = y^{1-m}$
    - 3) SUBSTITUA OS DADOS
    - 4) RESOLVA
  - EQUAÇÃO EXATA → $m(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$
    - $\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$ — É EXATA?
      - NÃO! → FATOR INTEGRANTE
      - SIM! → 1) $F(x,y) = \int m(x,y)\,dx$
        - 2) $\frac{dF}{dx} = N(x,y)$
        - 3) RESOLVA

NA MOSCA!


SOLUÇÕES EDO 2ª ORDEM
PARTE I: CASO GERAL
$y'' + P(x)y' + q(x)y = 0$
TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO
$y_H = C_1 \cdot y_1 + C_2 \cdot y_2$
SOLUÇÃO GERAL
CONJUNTO FUNDAMENTAL DE SOLUÇÃO
$\{y_1, y_2\}$
WROSKIANO
$W(y_1, y_2) = \det \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{pmatrix}$
$W(y_1, y_2) = 0$
y_1 e y_2 Ñ SÃO SOLUÇÕES
y_1 e y_2 SÃO SOLUÇÕES
$W(y_1, y_2) \neq 0$
PARTE II: COEFICIENTE CONSTANTE
EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA
$A\lambda^2 + B\lambda + C = 0$
$\Delta = B^2 - 4AC$
CASO I $\Delta > 0$
$\lambda_1 = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A}$
$\lambda_1 \neq \lambda_2$
$y_1 = e^{\lambda_1 x}$
$y_2 = e^{\lambda_2 x}$
CASO II $\Delta = 0$
$y_2 = V(x) \cdot y_1$
DERIVE E SUBSTITUA
REDUÇÃO DE ORDEM
CASO III $\Delta < 0$
$\lambda = \frac{-B}{2A} \pm i\frac{\sqrt{\Delta}}{2A}$
α
β
$y_1 = e^{(\alpha + i\beta)x}$
$y_2 = e^{(\alpha - i\beta)x}$
FORMULA DE EULER
$e^{i\beta x} = \cos(\beta x) + i\,\sin(\beta x)$
$y_1 = e^{\alpha x} \cos(\beta x)$
$y_2 = e^{\alpha x} \sin(\beta x)$
NÃO HOMOGÊNEA
MCI
MVP