# Controllo di tensione in una macchina sincrona

#### Passi fondamentali:

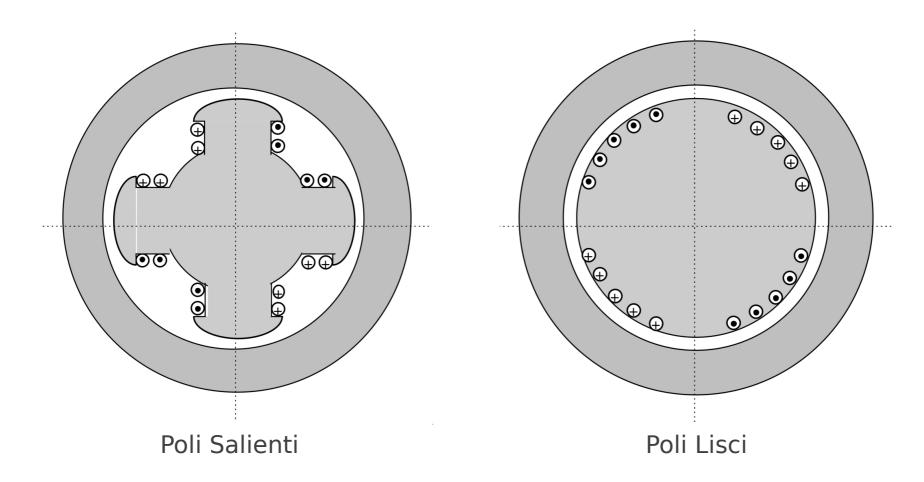
- Modellazione macchina sincrona in contesto isolato;
- Modellazione della macchina in una rete;
- Controllo di tensione attraverso l' AVR.

# Principio di funzionamento

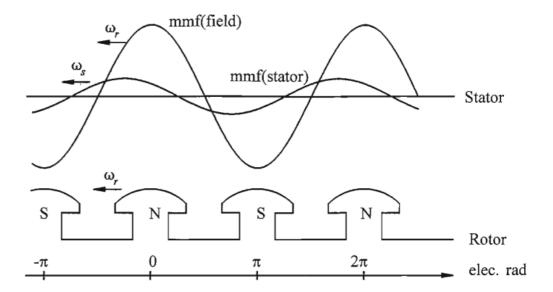
- Un generatore sincrono non è altro che una macchina elettrica in grado di fornire potenza (attiva e reattiva) al carico a cui è collegato.
- Si compone di un componente ruotante detto ROTORE ed una cassa cilindrica che lo avvolge detto STATORE.
- Il rotore presenta sulla sua superficie un circuito di eccitazione (DC nostro caso) che genera un campo magnetico ruotante a velocita  $\omega$ .



# Tipologie di rotore



- Sulla superficie dello statore invece sono presenti tre avvolgimenti simmetrici connessi al carico.
- La rotazione del campo di rotore determina una variazione di flusso concatenato ai tre avvolgimenti statorici.
- Per induzione elettromagnetica dunque si generano differenze di potenziale sui circuiti statorici.
- Queste tensioni poi, una volta agganciato il carico, determinano il fluire delle correnti.



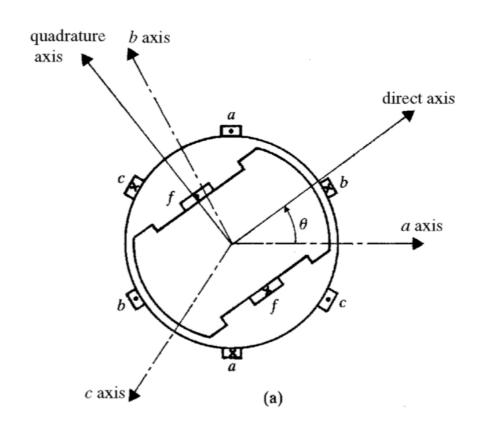
## Assunzioni per la modellazione

- Si considera una macchina con rotore liscio (isotropa), e quindi le mutue induttanze tra i circuiti di statore sono costanti poiché un air-gap costante tra rotore e statore permette che le linee del campo magnetico siano regolari e quindi non dipendenti dalla posizione del rotore.
- Le parti magnetiche della macchina non sono soggette a saturazioni e a isteresi.
- La macchina sul rotore ha un solo circuito di field in diretta, il circuito che produce il campo magnetico, e un circuito fittizio di damping in quadratura, che nei transitori modella il passaggio delle correnti parassite nel blocco solido di metallo.

# Prerequisiti: La trasformazione di Park

Il dominio di Park è un sistema di tre assi rotanti d,q,o, che permettono di riferirsi a grandezze elettriche sinusoidali con pulsazione omega eliminando la dipendenza di queste dal tempo. L' asse omopolare è ortogonale agli altri due, quindi entrante nel piano. Le componenti lungo quest' asse sono nulle se il carico agganciato è bilanciato.

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\omega t) & \cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\omega t + \frac{2}{3}\pi) \\ \sin(\omega t) & \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi) & \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}$$



#### Flussi e tensioni nel nuovo dominio

$$\begin{cases} \Psi_{a} = L_{aa}I_{a} + L_{ab}I_{b} + L_{ac}I_{c} + L_{af}I_{f} + L_{aQ}I_{Q} \\ \Psi_{b} = L_{ba}I_{a} + L_{bb}I_{b} + L_{bc}I_{c} + L_{bf}I_{f} + L_{bQ}I_{Q} \\ \Psi_{c} = L_{ca}I_{a} + L_{cb}I_{b} + L_{cc}I_{c} + L_{cf}I_{f} + L_{cQ}I_{Q} \\ \Psi_{f} = L_{fa}I_{a} + L_{fb}I_{b} + L_{fc}I_{c} + L_{ff}I_{f} + L_{fQ}I_{Q} \\ \Psi_{Q} = L_{Qa}I_{a} + L_{Qb}I_{b} + L_{Qc}I_{c} + L_{Qf}I_{f} + L_{QQ}I_{Q} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_o \\ \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_f \\ \Psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_o & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & kM_f & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & kM_Q \\ 0 & kM_f & 0 & L_f & 0 \\ 0 & 0 & kM_Q & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_o \\ I_d \\ I_q \\ I_f \\ I_Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a} \\ V_{b} \\ V_{c} \\ -V_{f} \\ 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} r_{a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{b} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a} \\ I_{b} \\ I_{c} \\ I_{f} \\ V_{f} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_{a} \\ \dot{\Psi}_{b} \\ \dot{\Psi}_{f} \\ \dot{\Psi}_{Q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{n} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} V_{odq} \\ V_{fQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{abc} & 0 \\ 0 & r_{fQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{odq} \\ I_{fQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_{odq} \\ \dot{\Psi}_{fQ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{P}P^{-1}\Psi_{odq} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} PV_{n} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{dove } V_{n} = -r_{n} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a} \\ I_{b} \\ I_{c} \end{bmatrix} - L_{n} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{a} \\ \dot{I}_{b} \\ \dot{I}_{c} \end{bmatrix}$$

$$I_{odq} = PI_{abc} = P \begin{bmatrix} I\cos(\omega t + \phi) \\ I\cos(\omega t + \phi - \frac{2}{3}\pi) \\ I\cos(\omega t + \phi + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}}I\cos(\phi) \\ \sqrt{\frac{3}{2}}I\sin(\phi) \end{bmatrix}$$

## **Equazione della coppia**

Esiste un accoppiamento tra parte elettrica e meccanica. Per scoprirlo bisogna indagare innanzitutto sull' espressione della potenza del sottosistema elettrico della macchina.

$$\begin{split} P &= V_{dq}^{\bar{T}} I_{dq} = -r(I_d^2 + I_q^2) + \omega (L_d I_d I_q + k M_Q I_d I_Q + k M_f I_q I_f - L_q I_d I_q) - k M_f I_d \dot{I}_f - L_q I_q \dot{I}_q - L_d I_d \dot{I}_d - k M_Q I_q \dot{I}_Q. \end{split}$$

La coppia elettrica ricavabile dall' espressione precedente è proprio quella che va ad accelerare o decelerare il rotore a seconda del carico:

$$C_e = \frac{\partial P}{\partial \omega} = L_d I_d I_q + k M_Q I_d I_Q + k M_f I_q I_f - L_q I_d I_q$$

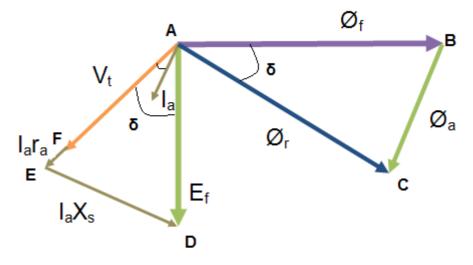
# Equazione della coppia e del load angle

Per quanto detto prima la coppia elettrica va a influire nella dinamica della frequenza:

$$J\dot{\omega} = C_m - D\omega - C_e$$

Un' altra equazione di nostro interesse è quella della dinamica del load angle:

$$\dot{\delta} = \omega - \Omega_{rif}$$



Ia = Armature or Stator Current
Fa = Stator mmf in phase with Ia
Xs = Synchronous Reactance
ra = Stator or armature resistance
δ = Load Angle

#### Normalizzazione

Per questioni di carattere numerico, in particolare la grande diversità di ordini di grandezza tra i valori delle variabili di statore e quelle di rotore, si utilizzano delle quantità base per normalizzare le varie grandezze. Di conseguenza ogni grandezza ha una variabile di base per la normalizzazione. Per quanto riguarda lo statore

 $S_B$  =potenza media sullo statore espressa in  $\frac{VA(\text{rms})}{phase}$ ;  $V_B$  =tensione media sullo statore rispetto al neutro, espressa in V(rms);  $\omega_B$  =velocità media del generatore ( $\frac{\text{rad elettrici}}{s}$ ).

#### Per il rotore:

$$\frac{V_{FB}}{V_B} = \frac{I_B}{I_{FB}} = (\frac{L_{mf}}{L_{md}})^{\frac{1}{2}} = \frac{kM_f}{L_{md}} = \frac{L_{mf}}{kM_f} = k_F$$

$$\frac{V_{QB}}{V_B} = \frac{I_B}{I_{QB}} = (\frac{L_{mQ}}{L_{mq}})^{\frac{1}{2}} = \frac{kM_Q}{L_{mq}} = \frac{L_{mQ}}{kM_Q} = k_Q$$

# Anche il tempo va normalizzato:

$$\frac{1}{\omega_B} \frac{d}{dt} = \frac{d}{d\tau}$$
, e quindi:  $\tau = \omega_B t$ 

#### Modello 6° ordine normalizzato

Le tensioni in diretta e quadratura sono poste tra gli ingressi semplicemente perché non se ne conosce l' espressione, infatti esse dipendono dal carico collegato alla macchina sincrona.

# Il significato delle reattanze della macchina

La macchina a seconda del suo stato (regime o transitorio) è descrivibile attraverso delle reattanze:

- Reattanza sincrona;
- Reattanza transitoria;
- Reattanza subtransitoria.

$$\begin{cases} x'_d = x_d - \frac{(kM_f)^2}{L_f} \simeq L'_d \\ x'_q = x_q - \frac{(kM_Q)^2}{L_Q} \simeq L'_q \end{cases}$$

Considerando  $\ \dot{\Psi}_d \ \mathrm{e} \ \dot{\Psi}_q \ \ \mathrm{trascurabili} \ \mathrm{in} \ \mathrm{confronto} \ \mathrm{a} \ \ \omega \Psi_d \ \mathrm{e} \ \omega \Psi_q$ 

La prima e la terza equazione differenziale dello spazio di stato spariscono, ed utilizzando il modello di tensione dietro reattanza transitoria, che implica:

$$\begin{cases} V_d = -rI_d - \omega L'_q I_q + e'_d & \to & e'_d = V_d + rI_d + x'_d I_q \\ V_q = -rI_q + \omega L'_d I_d + e'_q & \to & e'_q = V_q + rI_q - x'_d I_d \end{cases}$$

#### Modello del 4° ordine

$$\begin{cases} \tau'_{q0}\dot{E}'_{d} = -E'_{d} - (x_{q} - x'_{q})I_{q} \\ \tau'_{d0}\dot{E}'_{q} = E_{FD} - E'_{q} + (x_{d} - x'_{d})I_{d} \\ \tau_{j}\dot{\omega} = C_{m} - D\omega - E'_{d}I_{d} + E'_{q}I_{q} - (x'_{q} - x'_{d})I_{q}I_{d} \\ \dot{\delta} = \omega - 1 \end{cases}$$

Dove:

$$\tau'_{d0} = \frac{L_f}{r_f}$$
$$\tau'_{q0} = \frac{L_Q}{r_Q}$$

Sono state eliminate le prime due equazioni differenziali e sono state usate le equazioni dei circuiti di rotore per scrivere uno spazio che ha per variabili di stato le tensioni interne del generatore (diretta e quadratura).

Variabili di stato:

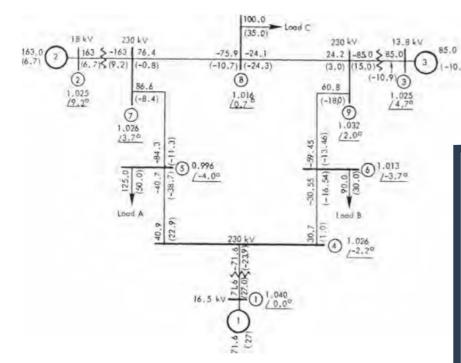
$$x = [E_d', E_q', \omega, \delta]$$

Ingressi:

$$u = [I_d, I_q, C_m, E_{FD}]$$

#### Studio della WSCC-9 e linearizzazione

E' stata presa in considerazione la rete denominata WSCC-9 che ha 3 macchine sincrone e 9 bus. Il punto di equilibrio della rete viene studiato a regime e vengono determinati i valori di tutte le grandezze elettriche (load flow study).



Conoscendo questi valori è possibile linearizzare sia il modello della macchina, sia il modello della rete intorno a questo punto di lavoro.

$$\begin{bmatrix} I_{q1\Delta} \\ I_{d1\Delta} \\ I_{q2\Delta} \\ I_{d2\Delta} \\ I_{d3\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.1458 & -1.0288 & -0.8347 & -0.9216 & 1.6062 & 1.2642 \\ 1.0288 & -1.1458 & 0.9216 & -0.8347 & 0.1891 & 0.0265 \\ 0.4200 & 2.7239 & 0.3434 & -1.0541 & -1.1484 & 0.5805 \\ -2.7239 & 0.4200 & 1.0541 & 0.3434 & 2.4914 & -0.9666 \\ 0.0800 & -1.1058 & 0.2770 & 2.3681 & 0.8160 & -1.4414 \\ 1.1058 & 0.0800 & -2.3681 & 0.2770 & -0.8305 & 1.9859 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_{q2\Delta} \\ E'_{d2\Delta} \\ E'_{d3\Delta} \\ \delta_{12\Delta} \\ \delta_{13\Delta} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \tau'_{q0}\dot{E}'_{d} = -E'_{d} - (x_{q} - x'_{q})I_{q} \\ \tau'_{d0}\dot{E}'_{q} = E_{FD} - E'_{q} + (x_{d} - x'_{d})I_{d} \\ \tau_{j}\dot{\omega} = C_{m} - D\omega - I_{d0}E'_{d} - I_{q0}E'_{q} - E'_{d0}I_{d} - E'_{q0}I_{q} \\ \dot{\delta} = \omega \end{cases}$$

## Spazio di stato linearizzato della rete

$$\begin{bmatrix} 0.5610C_{m1} \\ 4.4210E_{FD2} \\ 0 \\ 2.0723C_{m2} \\ 4.5035E_{FD3} \\ 0 \\ 4.4063C_{m3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Variabili di stato:

$$x = [\omega_1 \quad E'_{q2} \quad E'_{d2} \quad \omega_2 \quad E'_{q3} \quad E'_{d3} \quad \omega_3 \quad \delta_{12} \quad \delta_{13}] \qquad u = [C_{m1} \quad E_{fd2} \quad C_{m2} \quad E_{fd3} \quad C_{m3}]$$

Ingressi:

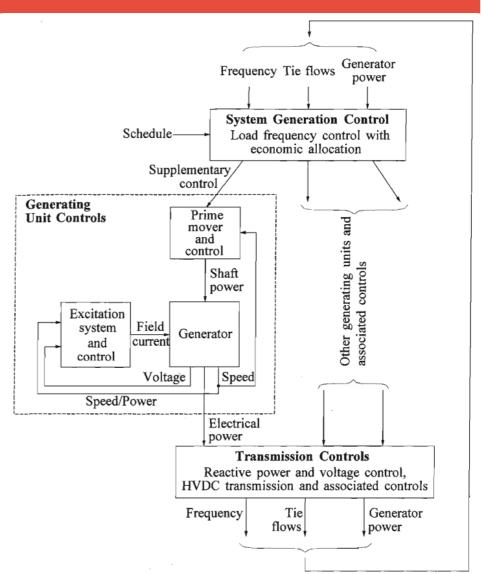
$$u = \begin{bmatrix} C_{m1} & E_{fd2} & C_{m2} & E_{fd3} & C_{m3} \end{bmatrix}$$

## Approccio controllistico alla rete

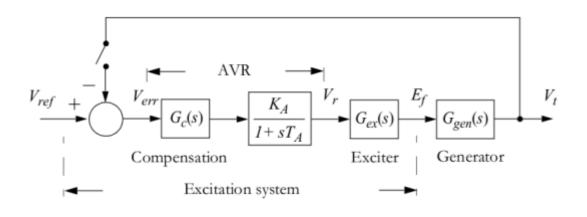
Il controllo viene effettuato a molti livelli poiché tanti sono i requisiti che devono avere le grandezze elettriche. Potremmo dividerli in base alla sede in cui vengono effettuati:

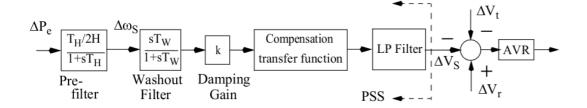
- Controllo a monte dell' unità di generazione;
- Controllo dell' unità di generazione;
- Controllo del sistema di trasmissione.

Il primo tipo riguarda tutti i controlli che sono finalizzati allo stabilire il set point di potenza da generare sulla base di constraint economiche. Il secondo tipo riguarda tutti i controlli che hanno sede nella centrale elettrica, il nostro studio si collocherà in questo frangente. Il terzo tipo di controlli si concentra appunto a valle delle unità di generazione, attraverso dispositivi come gli "static var compensators", i "synchronous condenser", etc..



#### Il sistema d'eccitazione





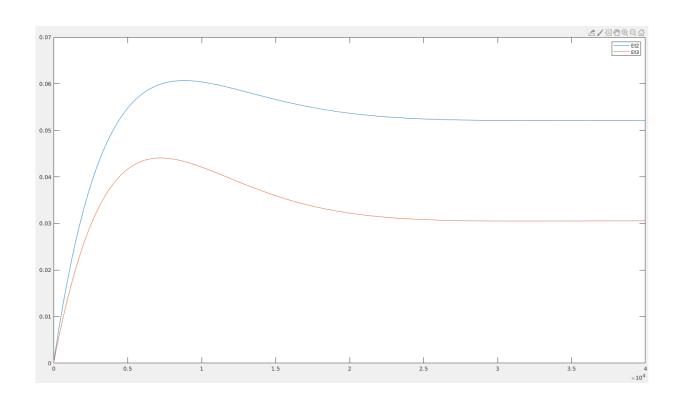
Il blocco di compensazione dell' AVR è un PID

E' costituito fondalmente da due controllori, l' AVR e il PSS. Il primo serve a controllare la tensione di statore utilizzando come variabile controllata la tensione di field. Il secondo invece provvede a fornire un segnale aggiuntivo di tensione sulla base della misura della frequenza, poiché essa è disturbata dall' azione dell' AVR, che diminuisce la stabilità del sistema. Sotto le ipotesi di linearità del modello vale che:

$$\begin{cases} E'_t = \frac{\partial E_t}{\partial E'_q} E_q + \frac{\partial E'_t}{\partial E'_d} E'_d = \frac{E'_{d0}}{E'_{t0}} E_d + \frac{E'_{q0}}{E'_{t0}} E'_q \\ \\ \left\{ \frac{E'_{t2}}{E_{fd2}} = -\frac{0.6940}{1.050188} \frac{E'_{d2}(s)}{E_{fd2}(s)} + \frac{0.7882}{1.050188} \frac{E'_{q2}(s)}{E_{fd2}(s)} \\ \frac{E'_{t3}}{E_{fd3}} = -\frac{0.6668}{1.017} \frac{E'_{d3}(s)}{E_{fd3}(s)} + \frac{0.7679}{1.018} \frac{E'_{q3}(s)}{E_{fd3}(s)} \end{cases} \end{cases}$$

La funzione ad anello aperto è quella sopra, i costruttori forniscono i parametri del blocco di amplificazione e del sottosistema d' eccitazione. Ci occuperemo quindi di trovare i parametri del PID per la macchina 2 e 3.

# Analisi del comportamento delle tensioni



- Uscita delle tensioni 2 e 3 ad un ingresso a gradino di 0.07 e 0.05 rispettivamente.
- Tempo d' assestamento di circa 30000 pu = 79 s

Vogliamo quindi un errore a regime nullo per riferimenti costanti (azione integrale del PID) e una buona reiezione dei disturbi costanti. D' ora in poi ci si riferirà al controllo della macchina 2, che può essere riprodotto in maniera identica sulla macchina 3.

# **Tuning del PID**

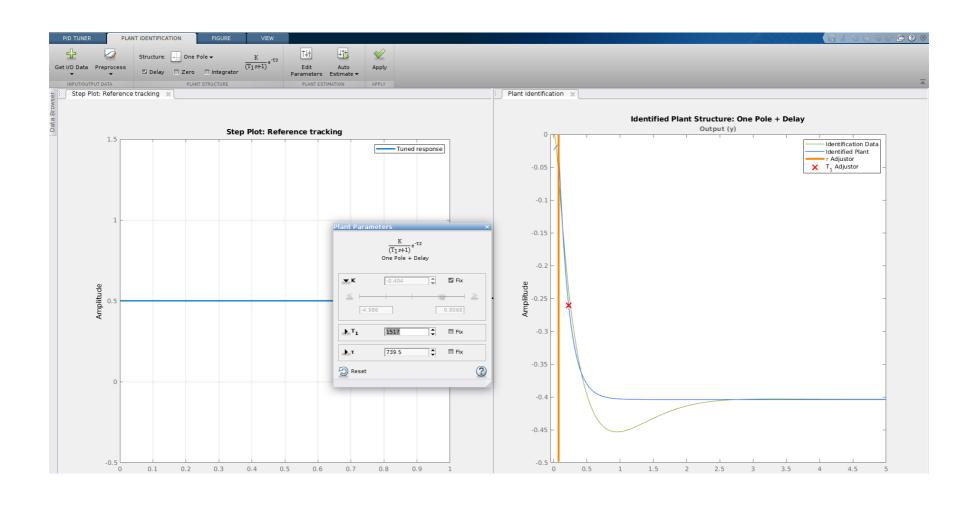
Tipo	1° metodo di Ziegler-Nichols	Cohen-Coon	3C
P	$K K_p = (\theta/\tau)^{-1}$	$KK_p = (\theta/\tau)^{-1} + 0.333$	$KK_p = 1.208(\theta/\tau)^{-0.956}$
PI	$K K_p = 0.9(\theta/\tau)^{-1}$	$KK_p = 0.9(\theta/ au)^{-1} + 0.082$	$KK_p = 0.928(\theta/\tau)^{-0.946}$
	$T_i/ au = 3.33( heta/ au)$	$T_i/\tau = \frac{3.33(\theta/\tau)[1+(\theta/\tau)/11]}{1+2.2(\theta/\tau)}$	$T_i/ au = 0.928(\theta/ au)^{0.583}$
PID	$K K_p = 1.2(\theta/\tau)^{-1}$	$K K_p = 1.35 (\theta/\tau)^{-1} + 0.27$	$K K_p = 1.37 (\theta/\tau)^{-0.95}$
	$T_i/ au = 2( heta/ au)$	$T_i/\tau = \frac{2.5(\theta/\tau)[1+(\theta/\tau)/5]}{1+0.6(\theta/\tau)}$	$T_i/\tau = 0.74(\theta/\tau)^{0.738}$
	$T_d/ au = 0.5( heta/ au)$	$T_d/\tau = \frac{0.37(\theta/\tau)}{1+0.2(\theta/\tau)}$	$T_d/\tau = 0.365(\theta/\tau)^{0.95}$

A fianco le regole di tuning del PID, sulla base dei parametri del processo semplificato:

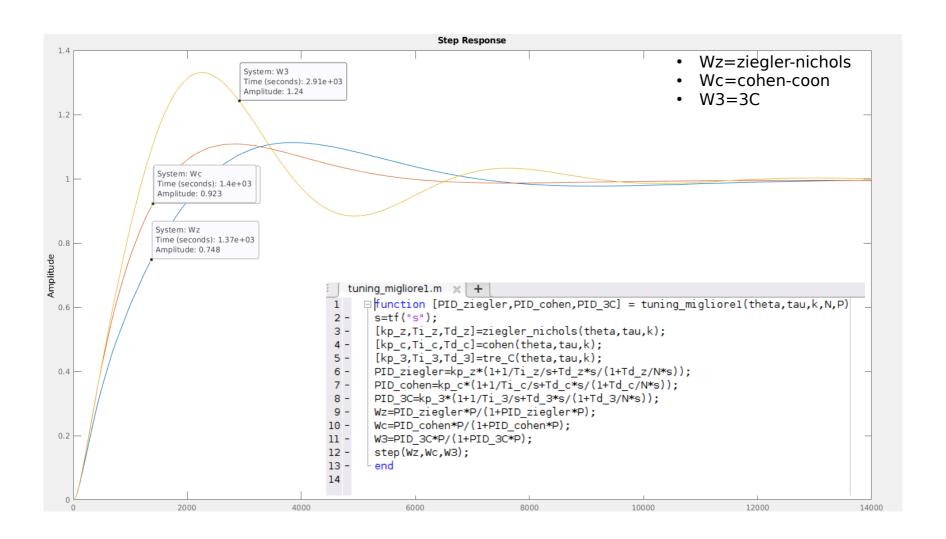
$$P_2(s) = \frac{K}{1 + \tau s} e^{-\theta s}$$

```
ziegler_nichols.m × tre_C.m × cohen.m × +
     □ function [kp,Ti,Td] = ziegler nichols(theta,tau,k)
      kp=tau/theta*1/k;
      Ti=2*theta:
      Td=theta/2:
                                                     ziegler_nichols.m × tre_C.m × cohen.m × +
       end
                                                       function [kp,Ti,Td] = cohen(theta,tau,k)
                                                  2 -
                                                         kp=(tau/theta*1.35+0.27)/k;
                                                  3 -
   ziegler_nichols.m × tre_C.m × cohen.m × +
                                                        Ti=tau*(2.5*theta/tau*(1+theta/tau/5)/(1+0.6*(theta/tau)));
                                                        Td=tau*0.37*theta/tau/(1+0.2*theta/tau);
    □ function [kp,Ti,Td] = tre C(theta,tau,k)
                                                         end
      kp=1.37/k*(tau/theta)^0.95;
2 -
      Ti=tau*0.74*(theta/tau)^0.738;
      Td=tau*0.365*(theta/tau)^0.95;
```

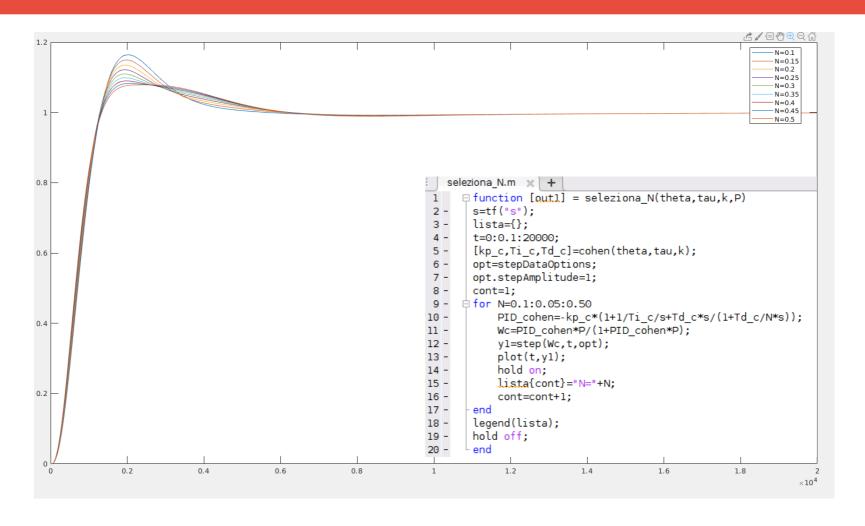
# Stima del plant della macchina 2



# Scelta del metodo di tuning



# Scelta del filtro per l'azione derivativa



# Blocco di compensazione

Siamo arrivati quindi a determinare il blocco del PID per la macchina 2

$$PID_2 = \frac{-2064s^2 - 19.47s - 0.004793}{2493s^2 + s}$$

Ricordando l' espressione del blocco PID:

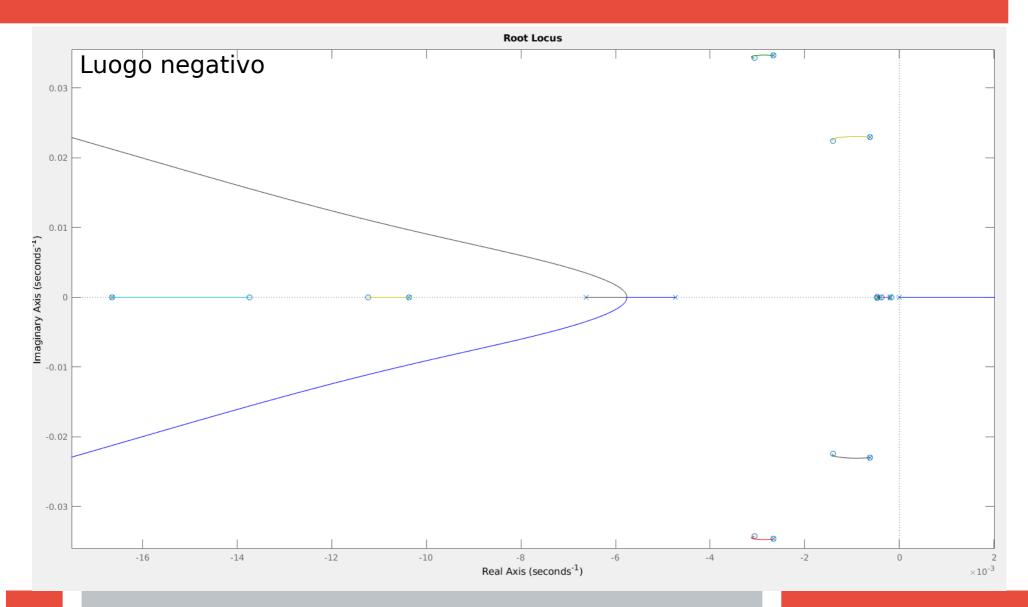
$$PID(s) = k_p(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s})$$

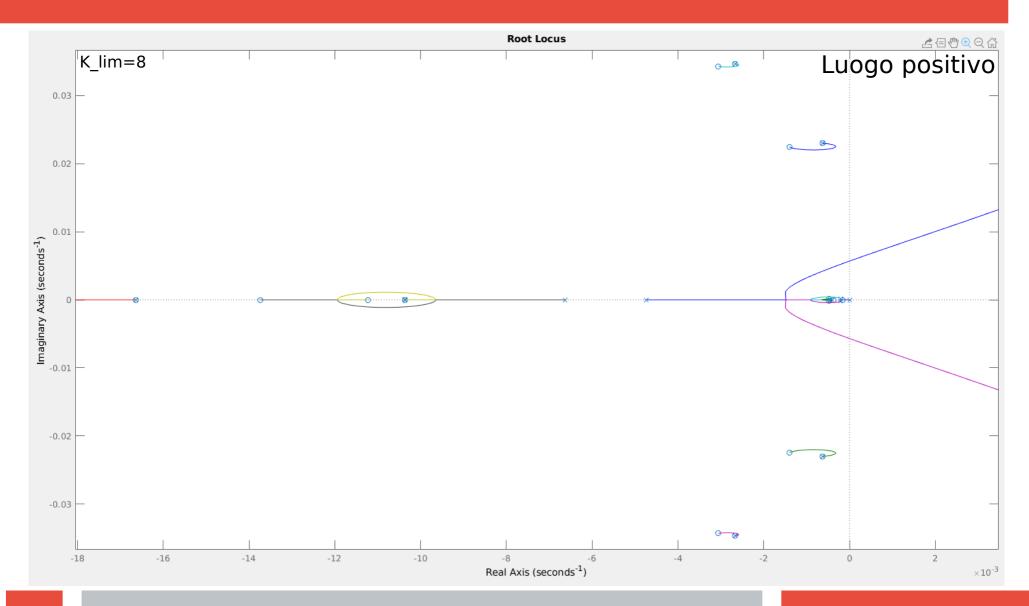
I parametri a destra godono di una certa realizzabilità considerando le costanti di tempo del sistema

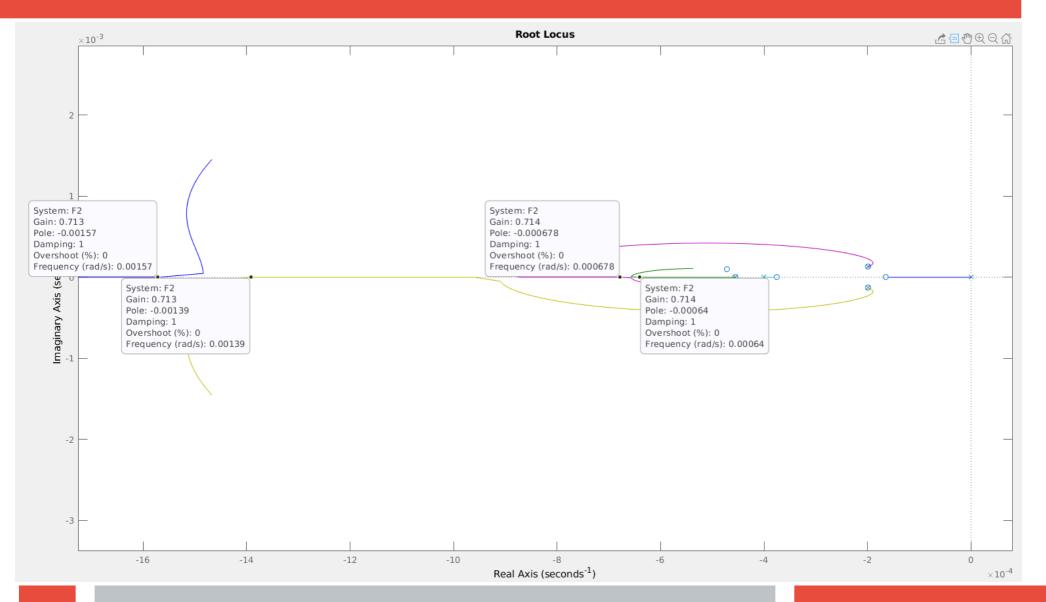
```
trova_parametri.m * +

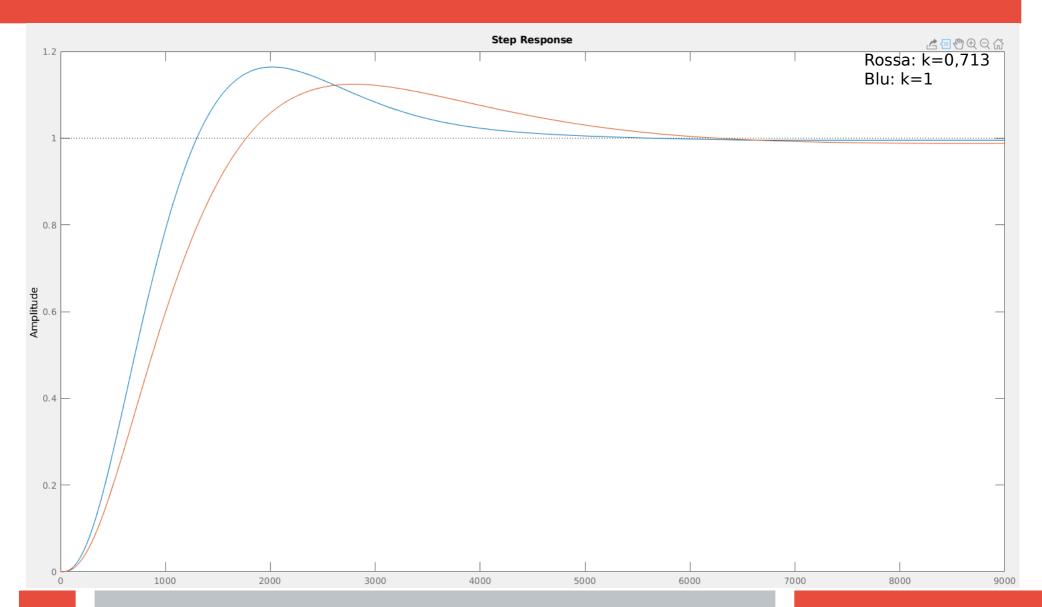
function [kp,Ti,Td,N] = trova_parametri(P)
num=P.Numerator{1};
den=P.Denominator{1};
kp=num(2)-den(1)*num(3);
Ti=kp/num(3);
N=(num(1)-den(1)*num(2)+den(1)*num(3))/(den(1)*(num(2)-den(1)*num(3)));
Td=den(1)*N;
end
```

$$\begin{cases} k_p = -7.5248 \\ T_i = 1569.9 \quad \text{pu} = 4.1641 \quad s \\ T_d = 249.3206 \quad \text{pu} = 0.66 \quad s \end{cases}$$

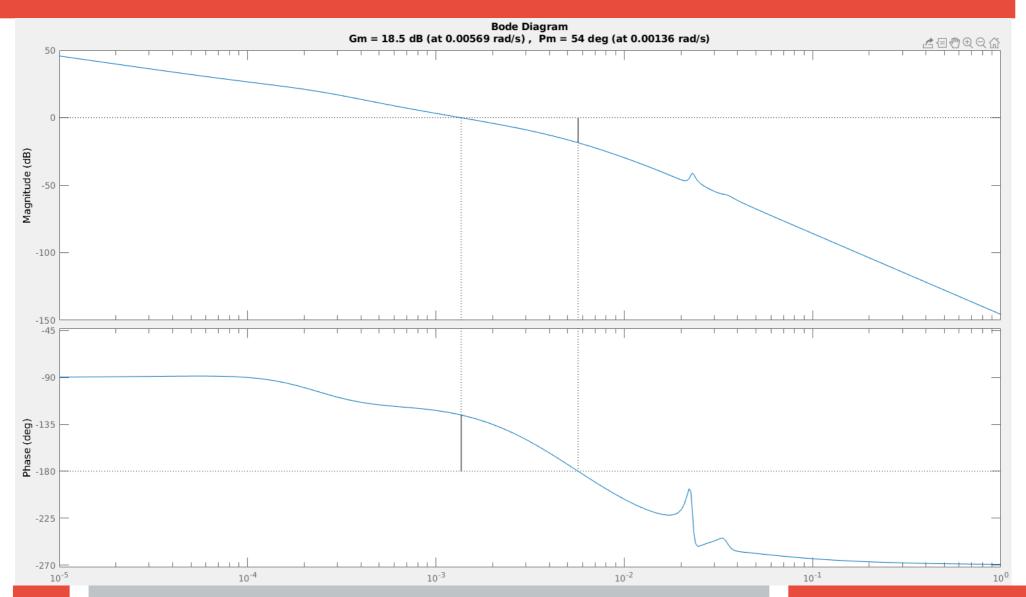






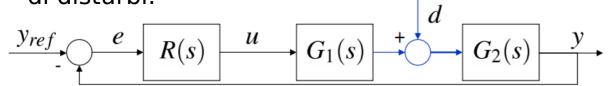


# Margini di stabilità



#### Analisi disturbi costanti

Schema generale in presenza di disturbi:



$$R(s)=PID(s)$$

G1(s)=exciter(s)\*amplifier(s)

G2(s)= 
$$\frac{E_{ti}(s)}{E_{fdi}(s)}$$

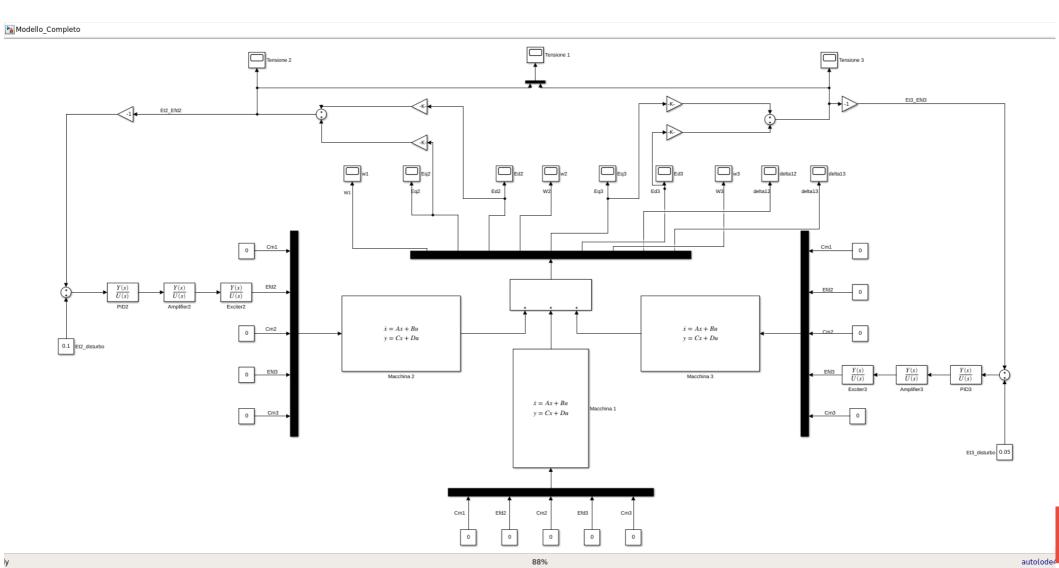
Di conseguenza la f.d.t. errore-disturbo è:

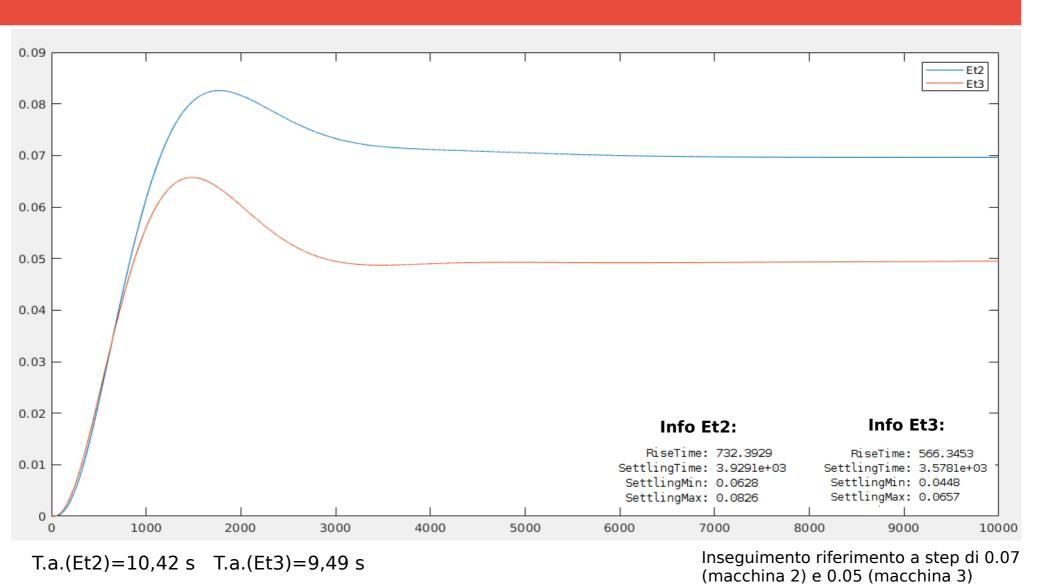
$$\frac{e(s)}{d(s)} = -\frac{G_2(s)}{1 + R(s)G_1(s)G_2(s)} = \frac{D_R(s)D_{G_1}(s)N_{G_2}(s)}{D_R(s)D_{G_1}(s)D_{G_2}(s) + N_R(s)N_{G_1}(s)N_{G_2}(s)}$$

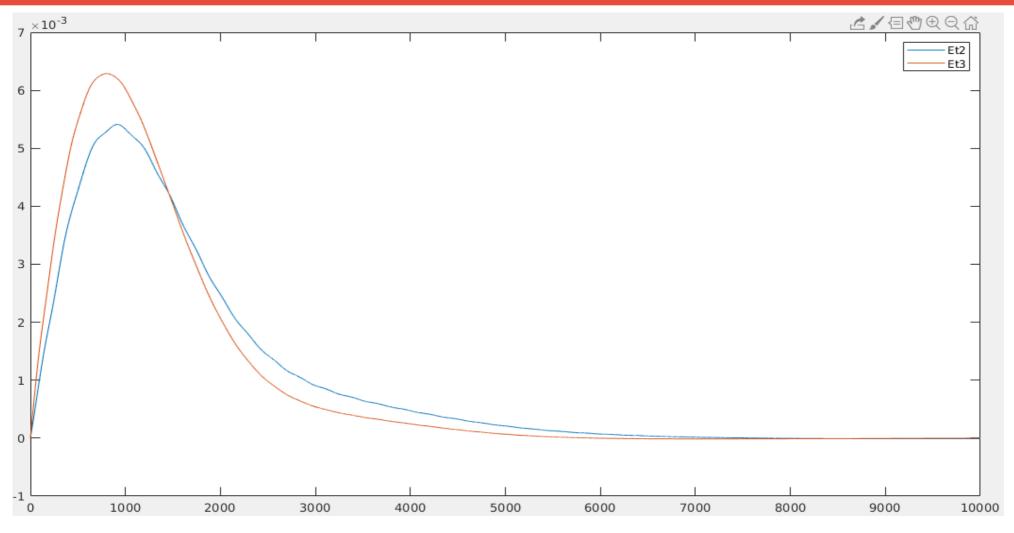
Il fatto che il denominatore di R è al numeratore ci assicura reiezione di disturbi costanti, infatti applicando il teorema del valor finale:

$$e = se(s) \Big|_{s=0} = s \frac{e(s)}{d(s)} \frac{d}{s} \Big|_{s=0} = \frac{e(s)}{d(s)} \Big|_{s=0} d = 0$$

Effettuando lo stesso procedimento sulla macchina 3 si prosegue sintetizzando i due controllori e inserendoli nel modello multimacchina



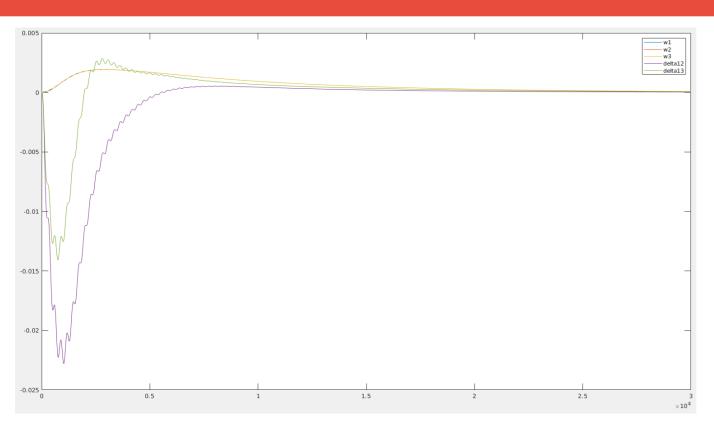




T.a.=6000 pu=15,9 s

Disturbo 0,03 (macchina 2) e 0,05 (macchina 3)

#### Conclusioni



- Oscillazioni dei load angle influenzate dall' AVR;
- Tempi di assestamento della frequenza, che influiscono sui load angle e di conseguenza sulle tensioni

E' stato proposto un approccio di controllo SISO a un sistema MIMO. In effetti nello studio delle risposte delle tensioni ci siamo disinteressati di come queste vengono influenzate dalle altre variabili del sistema. E' proprio per questo che un power system è composto da numerosi livelli di controllo.