



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI  
NAPOLI FEDERICO II

Scuola Politecnica e delle Scienze di Base  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Elettronica

## *Tesina Trasmissione del calore*

Anno Accademico 2019/2020

Sito Leonardo, matr. M61000641

# CORSO DI TRASMISSIONE DEL CALORE

(A.A. 2019-2020)

## CDL MAGISTRALE ELETTRONICA

### TRACCIA #5 - Stazionario

**Il lavoro deve essere realizzato in gruppi (della composizione massima di 6 persone).**

La tesina in oggetto riguarda lo studio dello scambio termico e del campo di temperatura di un'aletta. Le alette sono utilizzate per applicazioni in cui si voglia incrementare la potenza termica smaltita da una superficie. Alcuni esempi sono i dissipatori utilizzati in ambito elettronico. Si consideri un'aletta a profilo rettangolare orientata verticalmente con altezza  $H_{al} = 0.20$  m, larghezza  $L = 0.02$  m e profondità  $W = 0.30$  m. Tale aletta è poggiata su di un chip con uguale larghezza e alto  $H_c = 0.03$  m. In tale blocco è presente una generazione termica uniforme pari a  $\dot{u}''' = 2.5$  MW/m<sup>3</sup>. Sono di seguito riportate le condizioni al contorno e i dati relativi alla geometria:

<u>Condizioni al contorno (C. C.)</u>	<u>Geometria</u>
<b>Superficie superiore dell'aletta</b> → C.C. del 3° tipo: scambio termico convettivo con l'ambiente esterno ( $h = 45$ W/m <sup>2</sup> K, $T_{oo} = 23$ °C)	$H_{al} = 0.20$ m
<b>Superfici laterali dell'aletta</b> → C.C. del 3° tipo: scambio termico convettivo con l'ambiente esterno ( $h = 50$ W/m <sup>2</sup> K, $T_{oo} = 23$ °C)	$L = 0.02$ m
<b>Superfici inferiore e laterali del chip</b> → Condizione di adiabaticità	$W = 0.30$ m
	$H_c = 0.03$ m

$h$  → conduttanza convettiva unitaria media;  $T_{oo}$  → temperatura del fluido indisturbato.

<u>ALETTA (Alluminio)</u>	<u>CHIP</u>
conducibilità termica → $k = 236$ W/m K	conducibilità termica → $k = 149$ W/m K
densità → $\rho = 2702$ kg/m <sup>3</sup>	densità → $\rho = 1330$ kg/m <sup>3</sup>
calore specifico → $c = 896$ J/kg K	calore specifico → $c = 677$ J/kg K
	Potenza dissipata nel chip → $\dot{u}''' = 2.5$ MW/m <sup>3</sup>

Si considerino trascurabili gli effetti dovuti all'irraggiamento termico.

Si studi il problema in esame nell'ipotesi di **flusso termico bidimensionale** e **regime stazionario** e si risolvano i seguenti quesiti attraverso la scrittura di codici di calcolo in ambiente MATLAB:

- 1) Implementare il metodo numerico dei volumi finiti per valutare il campo di temperatura in tutto il sistema.
- 2) Verificare la consistenza della griglia, confrontando i risultati ottenuti – in termini di temperatura – per diversi valori dei passi spaziali. A tal riguardo, effettuare e rappresentare tale confronto per diversi punti e superfici della geometria studiata. Scegliere la griglia ritenuta più adatta – motivandone la ragione – per le successive simulazioni.
- 3) Nell'ipotesi in cui vi sia un dissipatore costituito da 4 alette uguali con passo tra le alette pari al loro spessore, valutare la potenza termica smaltita attraverso tutte le alette, nonché il rendimento dell'intera parete alettata. Riportare graficata la potenza termica smaltita in funzione del passo tra le alette, ipotizzando che questo possa variare a parità di tutti gli altri dati.
- 4) Ipotizzando di aumentare l'altezza  $H_{al}$  della singola aletta, con riferimento alla singola aletta calcolare la lunghezza tale da rendere la potenza smaltita ed il rendimento indipendente dalla stessa un ulteriore incremento della lunghezza.
- 5) Con riferimento alla singola aletta, confrontare la soluzione ottenuta con una soluzione analitica, nell'ipotesi di monodimensionalità del flusso termico e con riferimento all'asse.

---

Si ha un chip con una generazione uniforme  $\dot{u}'''$  sul quale è montata un'aletta a profilo rettangolare.

La situazione può essere schematizzata come in Figura 1.

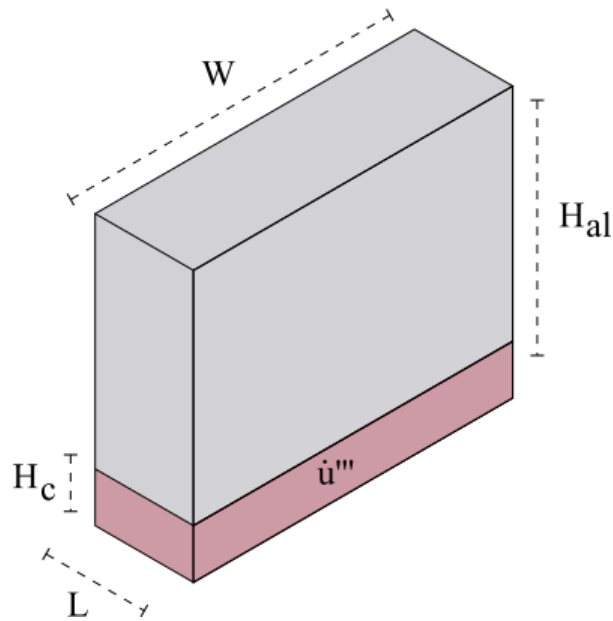


Figure 1: Sistema composto da chip ed aletta.

In particolare i dati del problema in esame sono:

- $\dot{u}''' = 2.5 \frac{MW}{m^3}$
- $H_c = 0.03 \text{ m}$
- $H_{al} = 0.20 \text{ m}$
- $L = 0.02 \text{ m}$
- $W = 0.30 \text{ m}$

Inoltre si vuole risolvere il problema considerando un flusso termico bidimensionale in regime stazionario, per cui può essere più comodo rappresentare il problema in esame come in Figura 2.

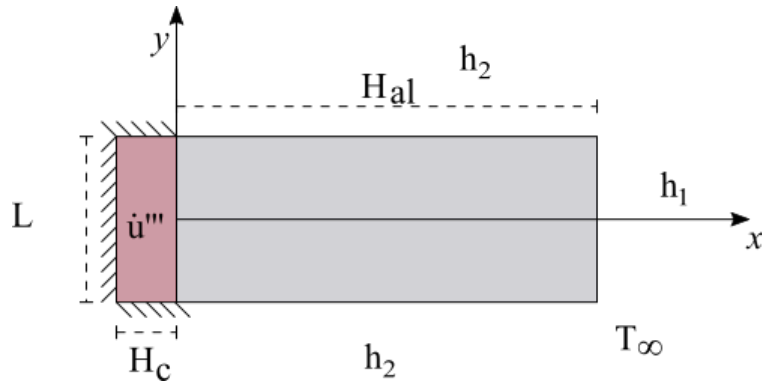


Figure 2: Sistema composto da chip ed aletta (*side view*).

Gli altri parametri di interesse sono:

- $h_1 = 45 \frac{W}{m^2 K}$
- $h_2 = 50 \frac{W}{m^2 K}$
- $T_{\infty} = 23^{\circ}C$
- $K_{aletta} = 236 \frac{W}{mK}$
- $K_{chip} = 149 \frac{W}{mK}$

## 1 Campo di temperatura dell'intero sistema

Per determinare il campo di temperatura del sistema (chip ed aletta), si utilizzerà il metodo dei volumi finiti.

Per una questione di semplicità si è scelto di separare i codici per ricavare il campo prima nell'aletta ed in seguito nel chip.

Per quanto riguarda l'aletta, sfruttando le simmetrie del problema, si ha da risolvere il campo di temperatura nella situazione rappresentata in Figura 3.

Inoltre nel seguito si riportano le equazioni relative alle famiglie di nodi determinate per l'aletta.

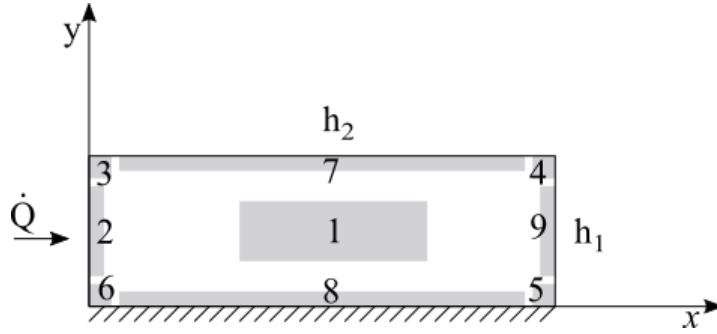


Figure 3: Problema bidimensionale nell'aletta con famiglie di nodi.

1. Nodi interni ( $1 < r < n_y$ ,  $1 < c < n_x$ )

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r-1,c} + \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r+1,c} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c-1} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c+1} - 2 \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{r,c} = 0$$

2. Nodi sul lato sinistro ( $1 < r < n_y$ ,  $c = 1$ )

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r-1,c} + \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r+1,c} + 2 \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c+1} - 2 \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{r,c} = - \frac{2 \dot{u}''' \Delta y H_c}{k}$$

3. Spigolo in alto a sinistra ( $r = 1$ ,  $c = 1$ )

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r+1,c} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c+1} - \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + Bi_x'' \right) T_{r,c} = - Bi_x'' T_\infty - \frac{\dot{u}''' \Delta y H_c}{k}$$

4. Spigolo in alto a destra ( $r = 1$ ,  $c = n_x$ )

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r+1,c} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c-1} - \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + Bi_x'' + Bi_y' \right) T_{r,c} = - (Bi_x'' + Bi_y') T_\infty$$

5. Spigolo in basso a destra ( $r = n_y$ ,  $c = n_x$ )

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r-1,c} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c-1} - \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + Bi_y' \right) T_{r,c} = - Bi_y' T_\infty$$

6. Spigolo in basso a sinistra ( $r = n_y, c = 1$ )

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r-1,c} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c+1} - \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{r,c} = -\frac{\dot{u}''' \Delta y H_c}{k}$$

7. Nodi sul lato superiore ( $r = 1, 1 < c < n_x$ )

$$2 \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r-1,c} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c-1} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c+1} - 2 \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + Bi_x'' \right) T_{r,c} = -2 Bi_x'' T_\infty$$

8. Nodi sul lato inferiore ( $r = n_y, 1 < c < n_x$ )

$$2 \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r-1,c} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c-1} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c+1} - 2 \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{r,c} = 0$$

9. Nodi sul lato destro ( $1 < r < n_y, c = n_x$ )

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r-1,c} + \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r+1,c} + 2 \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c-1} - 2 \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + Bi_y' \right) T_{r,c} = -2 Bi_y' T_\infty$$

Si riportano nel seguito le equazioni relative alle famiglie di nodi determinate per il chip:

Si fa riferimento alla Figura 4.

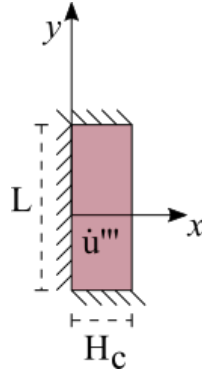


Figure 4: Problema bidimensionale nel chip.

1. Nodi interni ( $1 < r < n_y, 1 < c < n_x$ )

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r-1,c} + \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r+1,c} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c-1} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c+1} - 2 \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{r,c} = -\frac{\dot{u}''' \Delta y \Delta x}{k_{chip}}$$

2. Spigolo in alto a sinistra ( $r = 1, c = 1$ )

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r+1,c} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c+1} - \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{r,c} = -\frac{\dot{u}''' \Delta y \Delta x}{2k_{chip}}$$

3. Spigolo in basso a sinistra ( $r = n_y, c = 1$ )

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r-1,c} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c+1} - \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{r,c} = -\frac{\dot{u}''' \Delta y \Delta x}{2k_{chip}}$$

4. Nodi sul lato sinistro ( $1 < r < n_y, c = 1$ )

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r-1,c} + \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r+1,c} + 2 \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c+1} - 2 \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{r,c} = -\frac{\dot{u}''' \Delta y \Delta x}{k_{chip}}$$

5. Nodi sul lato superiore ( $r = 1, 1 < c < n_x$ )

$$2 \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r+1,c} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c-1} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c+1} - 2 \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{r,c} = -\frac{\dot{u}''' \Delta y \Delta x}{2k_{chip}}$$

6. Nodi sul lato inferiore ( $r = n_y, 1 < c < n_x$ )

$$2 \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{r-1,c} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c-1} + \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{r,c+1} - 2 \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{r,c} = -\frac{\dot{u}''' \Delta y \Delta x}{2k_{chip}}$$

7. Tutti i nodi sul lato destro ( $1 \leq r \leq n_y, c = n_x$ )

$$T_{r,c} = T_s(r)$$

I valori di  $T_s(r)$  vengono determinati a partire dal campo di temperatura nell'aletta. In seguito alla scrittura di un codice numerico in MatLab, si determina il campo di temperatura nell'intero sistema. In particolare si è scelto di rappresentarlo utilizzando il sistema di riferimento in Figura 2.

Nel seguito si presenta l'andamento del campo, in particolare: in Figura 5 un *surface plot*, in Figura 6 un *contour plot*, in Figura 7 l'andamento del campo di temperatura come *color map* ed infine, in Figura 8 l'andamento del campo ad  $y$  fissata.

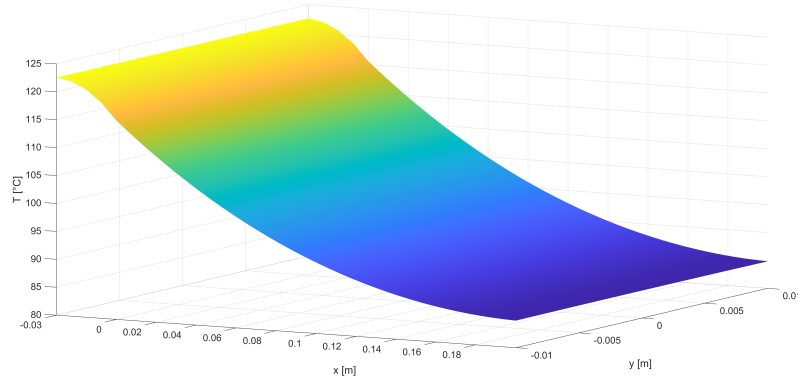


Figure 5: *Surface plot* del campo di temperatura bidimensionale nel sistema

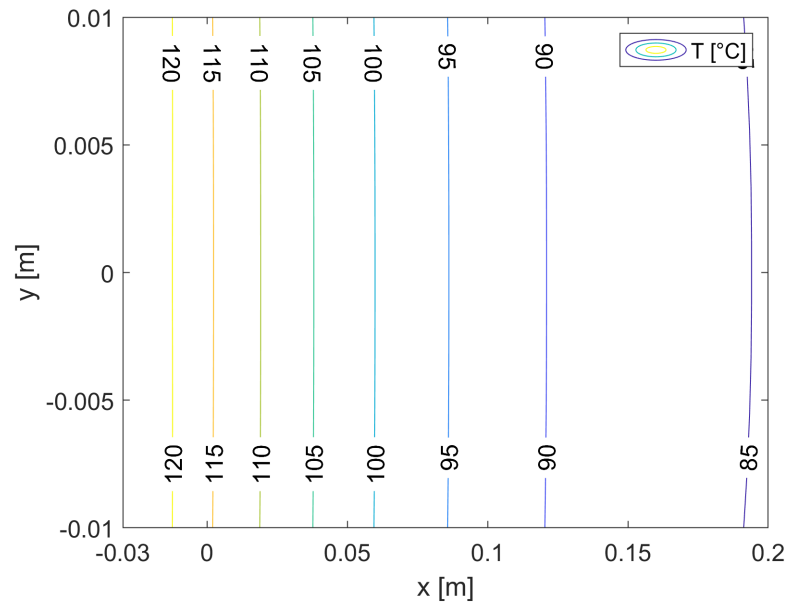


Figure 6: *Contour plot* del campo di temperatura bidimensionale nel sistema



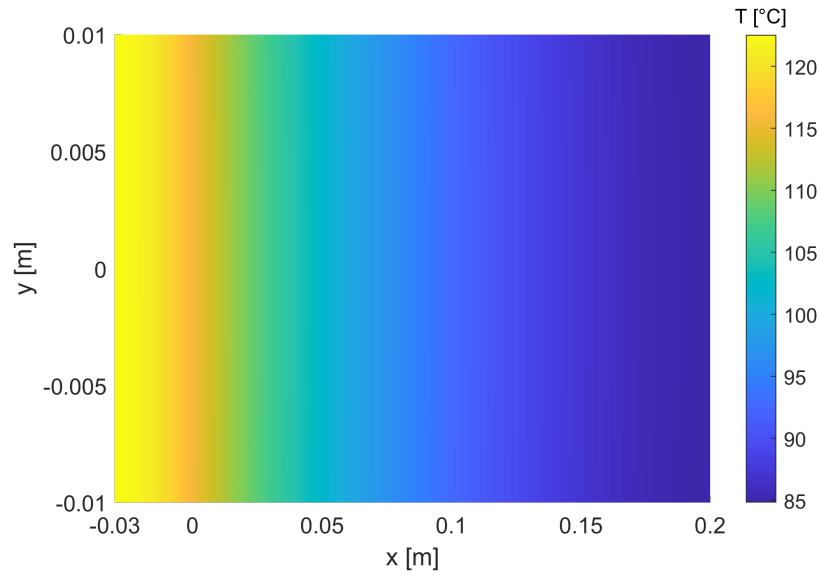


Figure 7: *Color map* del campo di temperatura bidimensionale nel sistema

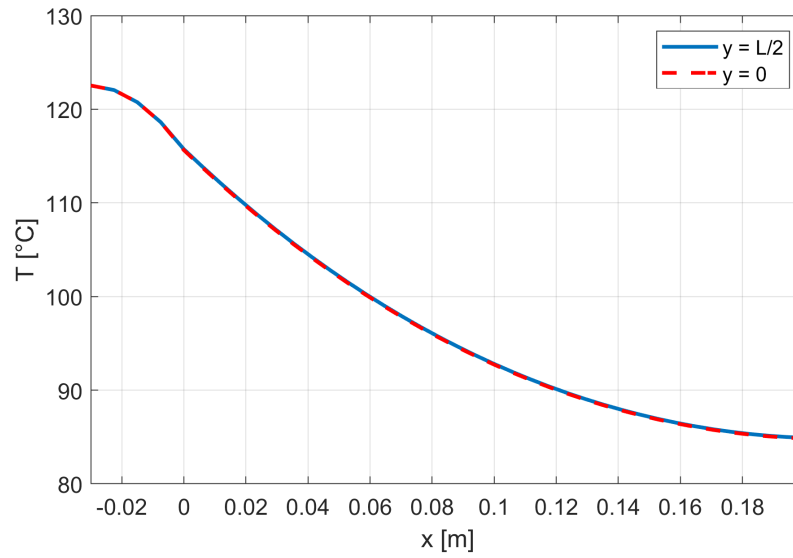
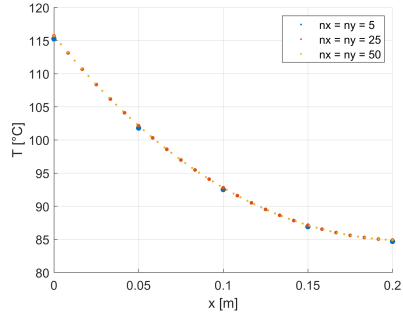


Figure 8: Andamento del campo di temperatura ad  $y$  fissata.

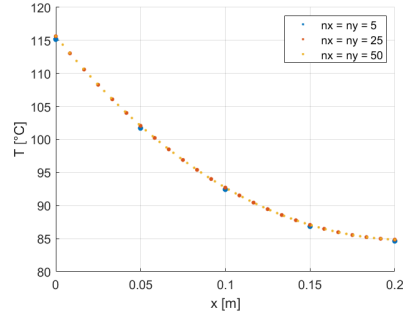
## 2 Consistenza della griglia

Si vuole studiare la consistenza della griglia numerica. In particolare si considereranno in maniera separata chip ed aletta in quanto le geometrie si sviluppano in altezza in maniera consistentemente diversa ( $H_c \ll H_{al}$ ).

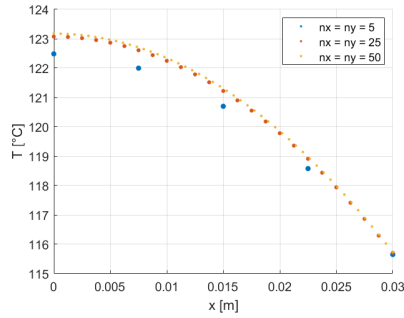
Si è scelto di rappresentare i campi di temperatura di chip e aletta ad  $y = 0$  ed  $y = \frac{L}{2}$  per i passi spaziali  $n_x = n_y = 5, 25, 50$ .



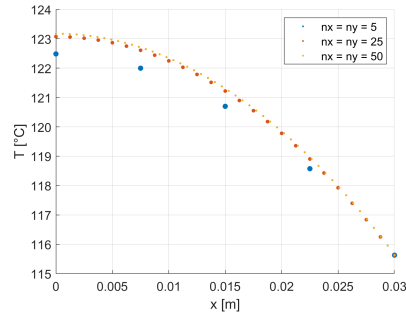
(a) Temperatura nell'aletta ad  $y = 0$



(b) Temperatura nell'aletta ad  $y = \frac{L}{2}$



(c) Temperatura nel chip ad  $y = 0$



(d) Temperatura nel chip ad  $y = \frac{L}{2}$

Figure 9: Campi di temperature per valori di  $y$  diversi, nel chip e nell'aletta con passi spaziali diversi

La griglia risulta essere consistente in quanto, al variare del passo spaziale il massimo discostamento dei valori che si ottiene è minore di un grado Celsius.

### 3 Parete alettata

Si suppone di avere un dissipatore costituito da 4 alette uguali, con passo tra le alette pari al loro spessore.

La situazione è quella mostrata in Figura 10.

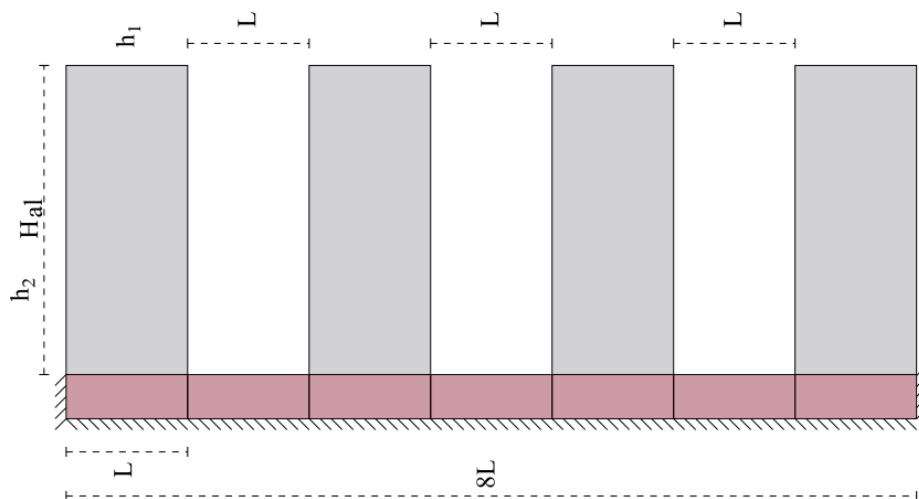


Figure 10: Dissipatore costituito da 4 alette.

Si può facilmente ricavare la potenza smaltita attraverso tutte le alette ed il rendimento della parete alettata.

Si ricava, sempre tramite codice numerico, la potenza termica scambiata dalla singola aletta.

```
% Q scambiata dalle due pareti laterali (h2)
Q_singola_h2 = ones(nx,1);

for iq = 2:nx-1
    Q_singola_h2(iq) = h2*dx*(T_shape(1,iq) - Too)
;
end

% Q ai bordi calcolate separatamente
Q_singola_h2(1) = h2*dx*(T_shape(1,1) - Too)/2;
Q_singola_h2(end) = h2*dx*(T_shape(1,end) - Too)
/2;

% Due volte per la simmetria del problema
Q_totale_h2 = 2 * (sum(Q_singola_h2)); %W/m
```

```

% Q scambiata dalla parete superiore (h1)
Q_singola_h1 = ones(ny,1);

for iq1 = 2:ny-1
    Q_singola_h1(iq1) = h1*dy*(T_shape(iq1,end)-
    Too);
end

Q_singola_h1(1) = h1*dy*(T_shape(1,end) - Too)/2;
Q_singola_h1(end) = h1*dy*(T_shape(end,end) - Too)
/2;

Q_totale_h1 = 2 * (sum(Q_singola_h1)); %W/m

Q_aletta = Q_totale_h1 + Q_totale_h2;

```

In seguito si ricava il rendimento  $\eta$  della singola aletta.

```

%La temperatura a contatto con i chip
Ts = max(max(T_shape));

% Eta dalla definizione:
eta_numerico = Q_aletta / ((Ts-Too)*((2*Hal*h2)
+2*L*h1)));

```

Infine si può procedere al calcolo della potenza termica scambiata dalla parete alettata ed il suo rendimento.

```

%Dati del problema
N_alette = 4;
Spessore = 2*L;
Passo = Spessore;

Gpna = h1 * ((N_alette-1)*Passo);
Gpa = N_alette * eta_numerico * (2*Hal*h2 + 2*L*h1
);

Q_parete = (Ts-Too) * (Gpna + Gpa);

eta_parete = Q_parete / (4*((Ts-Too)*((2*Hal*h2+2*
L*h1))) + (N_alette-1)*h1*Passo*(Ts-Too));

```

Si ottengono dunque i seguenti risultati:

$$\dot{Q}_{parete} = 6.25 \text{ kW}$$

$$\eta_{parete} = 0.785$$

Infine si riporta in Figura 11 l'andamento della potenza termica smaltita in funzione del passo tra le alette, supponendo che tutti gli altri parametri non varino.

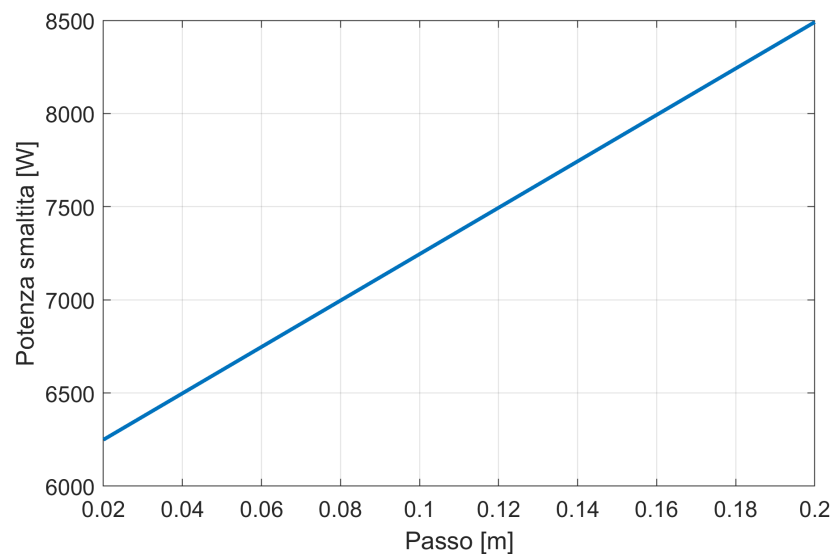


Figure 11: Andamento della potenza termica smaltita in funzione del passo tra le alette.

## 4 Variazione dell'altezza della singola aletta

Si varia l'altezza dell'aletta,  $H_{al}$ , fino a rendere la potenza dissipata dalla singola aletta indipendente da un ulteriore aumento dell'altezza dell'aletta.

In particolare per poter valutare questa altezza è necessario considerare che la punta dell'aletta sia adiabatica.

Questa è comunque un'ottima approssimazione nel problema in esame in quanto la superficie di scambio termico convettivo laterale è molto maggiore della superficie superiore.

Con questo ragionamento è possibile valutare l'altezza dell'aletta per cui la quasi totalità della potenza termica viene smaltita dalle pareti laterali.

In particolare, svolgendo l'operazione di aumentare  $H_{al}$  di volta in volta si può praticamente ritenere la potenza termica smaltita indipendente da un ulteriore aumento dell'altezza per:

$$H_{al} \approx 1.5 \text{ m}$$

## 5 Campo di temperatura monodimensionale ricavato analiticamente

Per poter ricavare l'andamento del campo di temperatura nel chip e nell'aletta nell'ipotesi di flusso termico monodimensionale vanno risolte le equazioni differenziali che determinano l'andamento del campo nelle due geometrie.

### 5.1 Campo di temperatura nell'aletta

Si vuole risolvere la seguente equazione differenziale che determina l'andamento del campo di temperatura monodimensionale nell'aletta:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = m(T - T_\infty)$$

La cui soluzione generale è:

$$T - T_\infty = c_1 e^{mx} + c_2 e^{-mx}$$

Nel caso particolare in cui si sta cercando di determinare il campo di temperatura monodimensionale nell'aletta, facendo riferimento al sistema di riferimento in 2, le condizioni al contorno sono:

$$\begin{cases} -k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = \dot{u}''' H_c \\ -k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=H_{al}} = h_1 (T(H_{al}) - T_\infty) \end{cases}$$

$$\frac{dT}{dx} = mc_1 e^{mx} - mc_2 e^{-mx}$$

$$\frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = m(c_1 - c_2)$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=H_{al}} = mc_1 e^{mH_{al}} - mc_2 e^{-mH_{al}}$$

Dalla prima condizione al contorno:

$$mk(c_2 - c_1) = \dot{u}''' H_c \Leftrightarrow c_2 - c_1 = \frac{\dot{u}''' H_c}{mk}$$

Chiamiamo la quantità  $\frac{\dot{u}''' H_c}{mk} = A$

Quindi otteniamo dalla prima condizione al contorno che:

$$c_2 = c_1 + A$$

Dalla seconda condizione al contorno:

$$-mk(c_1 e^{mH_{al}} - c_2 e^{-mH_{al}}) = h_1 (T(H_{al}) - T_\infty)$$

$$c_2 e^{-mH_{al}} - c_1 e^{mH_{al}} = \frac{h_1}{mk} (T(H_{al}) - T_\infty)$$

Dalla soluzione generale ricavo che:

$$(T(H_{al}) - T_\infty) = c_1 e^{mH_{al}} + c_2 e^{-mH_{al}}$$

Dunque si giunge a dover risolvere il seguente sistema di equazioni nelle incognite  $c_1$  e  $c_2$ :

$$\begin{cases} c_2 e^{-mH_{al}} - c_1 e^{mH_{al}} = \frac{h_1}{mk} (c_1 e^{mH_{al}} + c_2 e^{-mH_{al}}) \\ c_2 - c_1 = \frac{\dot{u}''' H_c}{mk} \Leftrightarrow c_2 = c_1 + A \end{cases}$$

$$c_1 e^{-mH_{al}} + A e^{-mH_{al}} - c_1 e^{mH_{al}} = \frac{h_1}{mk} (c_1 e^{mH_{al}} + c_1 e^{-mH_{al}} + A e^{-mH_{al}})$$

$$c_1 \left( e^{-mH_{al}} - e^{mH_{al}} - \frac{h_1}{mk} e^{mH_{al}} - \frac{h_1}{mk} e^{-mH_{al}} \right) = -A e^{-mH_{al}} \left( 1 - \frac{h_1}{mk} \right)$$

$$c_1 = \frac{A}{e^{2mH_{al}} \left( \frac{1 + \frac{h_1}{mk}}{1 - \frac{h_1}{mk}} - 1 \right)}$$

$$c_2 = A \left( 1 + \frac{1}{e^{2mH_{al}} \left( \frac{1 + \frac{h_1}{mk}}{1 - \frac{h_1}{mk}} - 1 \right)} \right)$$

## 5.2 Campo di temperatura nel chip

L'equazione differenziale da risolvere per determinare il campo di temperatura monodimensionale nel chip è la seguente:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{u}'''}{k_c} = 0$$

Le condizioni al contorno, dato il sistema di riferimento in Figura 4, sono:

$$\begin{cases} -k_c \frac{dT}{dx} \big|_{x=0} = 0 \\ T(H_c) = T_s \end{cases}$$

Dove  $T_s$  è la temperatura della superficie superiore del chip a contatto con l'aletta. Si suppone  $T_s$  nota dal momento che può essere ricavata risolto il campo di temperatura nell'aletta.

La soluzione generale è:

$$T(x) = -\frac{\dot{u}'''}{k_c} \frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2$$

È facile ricavare che:

$$\begin{aligned} c_1 &= 0 \\ c_2 &= \frac{\dot{u}'''}{k_c} \frac{(H_c)^2}{2} + T_s \end{aligned}$$

In conclusione nella Figura 12 si riporta l'andamento del campo di temperatura nell'intero sistema ricavato analiticamente confrontato con la soluzione numerica valutata in  $y = 0$ .

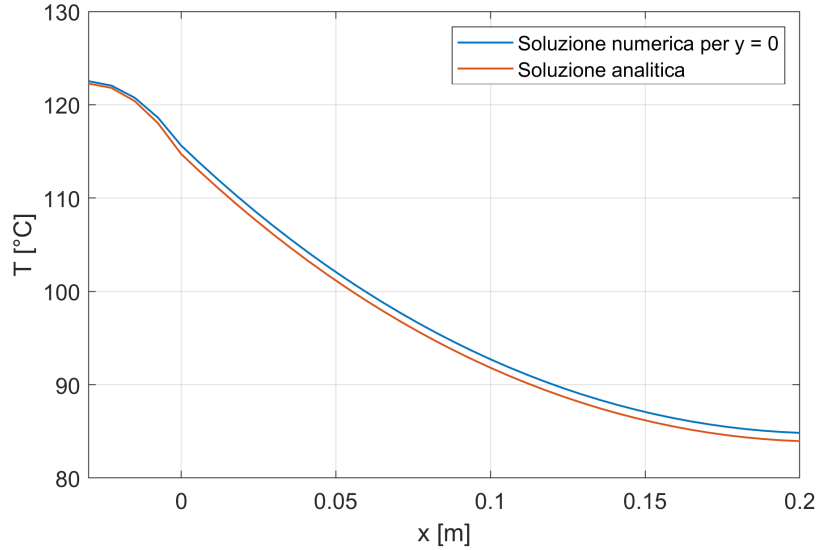


Figure 12: Confronto tra soluzione analitica e numerica



## 6 Codici MatLab

### 6.0.1 Codici relativi l'aletta

Si riporta nel seguito il codice MatLab che è stato implementato per poter risolvere numericamente il problema del campo di temperatura bidimensionale nell'aletta.

```
%Aletta
L = 0.01; %m (meta' altezza aletta)
Hal = 0.2; %m
W = 0.3; %m

k = 236; % W/ m K
h1 = 45; %W / m^2 K
h2 = 50; %W / m^2 K

%Chip
Hc = 0.03; %m
u = 2.5e6; %W/m^3

%Ambiente
Too = 23;

nx = 35;
ny = 35;

x = linspace(0, Hal, nx);
dx = x(2) - x(1);

y = linspace(0, L, ny);
dy = y(2) - y(1);

%Biot Locale
Bi1_dy = h1 * dy / k;

Bi2_dx = h2 * dx / k;

nodi = nx * ny;

A = zeros(nodi);
b = zeros(nodi, 1);

% Matrice delle Posizioni (M)
```

```
M = zeros(ny,nx);

ik = 1;

for ic=1:nx
    for ir=1:ny
        M(ir,ic) = ik;
        ik = ik+1;
    end
end

for in = 1:nodi

    [irig,icol] = pos(M,in);

    % Elementi interni (pura conduzione)
    if irig>1 && irig<ny && icol>1 && icol<
nx %A

        A(in,in) = -2*(dx/dy + dy/dx);

        A(in,M(irig-1,icol)) = dx/dy;
        A(in,M(irig+1,icol)) = dx/dy;

        A(in,M(irig,icol-1)) = dy/dx;
        A(in,M(irig,icol+1)) = dy/dx;

    end

    % Elementi a sinistra B
    if icol==1 && irig>1 && irig<ny

        A(in,in) = -2*(dx/dy + dy/dx);

        A(in,M(irig-1,icol)) = dx/dy;
        A(in,M(irig+1,icol)) = dx/dy;

        A(in,M(irig,icol+1)) = 2 * dy/dx;

        b(in) = - (2*u*dy*Hc)/(k);

    end

end
```

```

% Elementi a destra I
if icol==nx && irig ~=1 && irig ~=ny

    A(in,in) = -2*(dy/dx + dx/dy +
Bi1_dy);

    A(in,M(irig,icol-1)) = 2*dy/dx;

    A(in,M(irig-1,icol)) = dx/dy;
    A(in,M(irig+1,icol)) = dx/dy;

    b(in) = -2*Bi1_dy*Too;

end

% Elementi sopra G
if irig==1 && icol ~=1 && icol ~=nx

    A(in,in) = -2*(dy/dx + dx/dy +
Bi2_dx);

    A(in,M(irig,icol-1)) = dy/dx;
    A(in,M(irig,icol+1)) = dy/dx;

    A(in,M(irig+1,icol))= 2*dx/dy;

    b(in) = -2*Bi2_dx*Too;

end

% Elementi sotto H
if irig==ny && icol ~=1 && icol ~=nx

    A(in,in) = -2*(dy/dx + dx/dy);

    A(in,M(irig,icol-1)) = dy/dx;
    A(in,M(irig,icol+1)) = dy/dx;

    A(in,M(irig-1,icol)) = 2*dx/dy;

end
end

```

```

% Spigolo destro alto D (1,nx)=(1,end)
A(M(1,end),M(1,end)) = -(dy/dx + dx/dy +
Bi2_dx + Bi1_dy);
A(M(1,end),M(1,end-1)) = dy/dx;
A(M(1,end),M(2,end)) = dx/dy;
b(M(1,end)) = - (Bi2_dx + Bi1_dy) * Too;

% Spigolo destro basso E (ny,nx)=(end,end)
A(M(end,end),M(end,end)) = -(dy/dx + dx/
dy + Bi1_dy);
A(M(end,end),M(end-1,end)) = dx/dy;
A(M(end,end),M(end,end-1)) = dy/dx;
b(M(end,end)) = - (Bi1_dy) * Too;

% Spigolo sinistro alto C (1,1)=(1,1)
A(M(1,1),M(1,1)) = -(dy/dx + dx/dy +
Bi2_dx);
A(M(1,1),M(1,2)) = dy/dx;
A(M(1,1),M(2,1)) = dx/dy;
b(M(1,1)) = - (Bi2_dx) * Too - (u*dy*Hc)
/(k);

% Spigolo sinistro basso F (ny,1)=(end,1)
A(M(end,1),M(end,1)) = -(dy/dx + dx/dy);
A(M(end,1),M(end,2)) = dy/dx;
A(M(end,1),M(end-1,1)) = dx/dy;
b(M(end,1)) = - (u*dy*Hc)/(k);

```

### 6.0.2 Codici relativi il chip

Si riporta nel seguito il codice MatLab che è stato implementato per poter risolvere numericamente il problema del campo di temperatura bidimensionale nel chip.

```

%Importo il file dell'andamento delle temperature
nell'aletta
Temperatures = importdata('TemperatureAletta.txt')
;

%Mi serve solo la prima colonna (quella a contatto
con il chip)
Ts = Temperatures(1:end,1);

```

```
%Chip
L = 0.01; %m (met altezza chip)
Hc = 0.03; %m
W = 0.3; %m
k = 149; % W/ m K
u = 2.5e6; %W/m^3

nx = 5;
ny = 5;

x = linspace(0,Hc,nx);
dx = x(2) - x(1);

y = linspace(0,L,ny);
dy = y(2) - y(1);

nodi = nx * ny;

A = zeros(nodi);
b = zeros(nodi,1);

% Matrice delle Posizioni (M)
M = zeros(ny,nx);

ik = 1;

for ic=1:nx
    for ir=1:ny
        M(ir,ic) = ik;
        ik = ik+1;
    end
end

for in = 1:nodi

    [irig,icol] = pos(M,in);

    % Elementi interni (pura conduzione)
    if irig>1 && irig<ny && icol>1 && icol<
nx %A
```

```
A(in,in) = -2*(dx/dy + dy/dx);

A(in,M(irig-1,icol)) = dx/dy;
A(in,M(irig+1,icol)) = dx/dy;

A(in,M(irig,icol-1)) = dy/dx;
A(in,M(irig,icol+1)) = dy/dx;

b(in) = -u*dx*dy/k;

end

% Spigolo (1,1) B
if icol==1 && irig==1 %B

    A(in,in) = -(dx/dy + dy/dx);

    A(in,M(irig+1,icol)) = dx/dy;

    A(in,M(irig,icol+1)) = dy/dx;

    b(in) = -(u*dx*dy)/(2*k);

end

% Spigolo (1,ny) C
if icol==1 && irig==ny

    A(in,in) = -(dx/dy + dy/dx);

    A(in,M(irig-1,icol)) = dx/dy;

    A(in,M(irig,icol+1)) = dy/dx;

    b(in) = -(u*dx*dy)/(2*k);

end

% Tutto il lato a contatto con l'aletta
if icol==nx

    A(in,in) = 1;
    b(in) = Ts(irig);
```

```
end

% Lato adiabatico F
if icol==1 && irig ~=1 && irig ~=ny

    A(in,in) = -2*(dx/dy + dy/dx);

    A(in,M(irig-1,icol)) = dx/dy;
    A(in,M(irig+1,icol)) = dx/dy;

    A(in,M(irig,icol+1)) = 2*dy/dx;

    b(in) = -(u*dx*dy)/(k);

end

% Lato adiabatico G
if irig==1 && icol ~=1 && icol ~=nx

    A(in,in) = -2*(dx/dy + dy/dx);

    A(in,M(irig,icol-1)) = dy/dx;
    A(in,M(irig,icol+1)) = dy/dx;

    A(in,M(irig+1,icol)) = 2*dx/dy;

    b(in) = -(u*dx*dy)/(2*k);

end

% Lato adiabatico H
if irig==ny && icol ~=1 && icol ~=nx

    A(in,in) = -2*(dx/dy + dy/dx);

    A(in,M(irig,icol-1)) = dy/dx;
    A(in,M(irig,icol+1)) = dy/dx;

    A(in,M(irig-1,icol)) = 2*dx/dy;

    b(in) = -(u*dx*dy)/(2*k);

end

end
```